مجله مهندسی مکانیک مدرس، بهمن 1395، دوره 16، شماره 11، ص‌ص 177-186

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

شناسایی غیرپارامتریک مدل تیر یکسر گیردار دارای غیرخطی موضعی در حضور نویز مصنوعی

مرتضی همایون صادقی[1*]، سعید لطفان[2]

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

* تبریز، صندوق‌پستی 5166614766، morteza@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 11 مرداد 1395
پذیرش: 17 مهر 1395
ارائه در سایت: 09 آبان 1395

کلید واژگان:
شناسایی سیستم غیرخطی
غیرخطی موضعی
تجزیه مود تجربی پیشرفته
مدل تعاملی غیرخطی

چکیده

در این مقاله اثر نویز مصنوعی بر عملکرد روش شناسایی سیستم غیرخطی در بازسازی پاسخ مدل تیر یکسر گیردار دارای غیرخطی موضعی مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور معادله شکل ضعیف حاکم بر ارتعاش عرضی تیر خطی دارای اتصال فنر به شدت غیرخطی در انتها با استفاده از روش ریلی-ریتز گسسته‌سازی شده است. سپس معادلات بدست آمده با استفاده از روش عددی رانگ-کوتا حل و پاسخ شبیه‌سازی شده تیر به نیروی ضربه استخراج شده است. با آلوده ساختن پاسخ شبیه‌سازی شده به نویز مصنوعی اندازه‌گیری، روش شناسایی غیرخطی غیرپارامتریک برای بازسازی پاسخ به‌کار رفته است. بر این اساس با استفاده از روش تجزیه مود تجربی پیشرفته، توابع مود ذاتی پاسخ استخراج شده و مدل تعاملی غیرخطی شامل نوسانگرهای مودال اصلی تشکیل شده است. نتایج اولیه نشان می‌دهد که حضور نویز در پاسخ، فرآیند غربال را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد و باعث به‌دست آمدن توابع مود ذاتی جعلی می‌گردد. به منظور از بین بردن اثر نویز بر این فرآیند، از سیگنال نویز به‌عنوان سیگنال پوششی در روش تجزیه مود تجربی پیشرفته استفاده شده و توابع مود ذاتی متناظر با نویز استخراج شده است. براساس این رویکرد دینامیک نویز در پاسخ شناسایی شده و سیگنال کاهش نویز یافته توسط نوسانگرهای مودال اصلی با دقت مناسب بازسازی می‌گردد.

Nonparametric system identification of a cantilever beam model with local nonlinearity in the presence of artificial noise

Morteza Homayoun Sadeghi*, Saeed Lotfan

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
* P.O.B. 5166614766 Tabriz, Iran, morteza@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 August 2016
Accepted 08 October 2016
Available Online 30 October 2016

Keywords:
Nonlinear system identification
Local nonlinearity
Advanced empirical mode decomposition
Nonlinear interaction model

ABSTRACT

In this paper the effect of artificial noise on the performance of nonlinear system identification method in reconstructing the response of a cantilever beam model having local nonlinearity is investigated. For this purpose, the weak form equation governing the transverse vibration of a linear beam having a strongly nonlinear spring at the end is discretized by using Rayleigh-Ritz approach. Then, the derived equations are solved via Rung-Kutta method and the simulated response of the beam to impulse force is obtained. By contaminating the simulated response to artificial measurement noise, nonparametric nonlinear system identification is applied to reconstruct the response. Accordingly, intrinsic mode functions of the response are obtained by using advanced empirical mode decomposition, and nonlinear interaction model including intrinsic modal oscillators is constructed. Primary results show that the presence of noise in the response highly affects the sifting process which results in extraction of spurious intrinsic mode functions. In order to eradicate the effect of noise on this process, noise signals are used as masking signals in the advanced empirical mode decomposition method and intrinsic mode functions corresponding to the noise are extracted. Based on this approach, the dynamic of the noise in the response is identified and noise reduced signals are reconstructed by the intrinsic modal oscillators with suitable accuracy.

1- مقدمه

مدل‌سازی و شناسایی رفتار ارتعاشی تیرها به‌دلیل کاربردهای وسیع این المان در زمینه‌های مهندسی و راحتی تحلیل معادلات حاکم بر آن، همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. به علاوه، دینامیک بسیاری از سیستم‌های مکانیکی شبیه به دینامیک المان تیر می‌باشد و بررسی رفتار این عنصر می‌تواند به روشن ساختن رفتار دینامیکی رده گسترده‌تری از سیستم‌های مکانیکی منجر شود.

مدل‌سازی و به عبارتی استفاده از زبان ریاضی برای بیان رفتار سیستم واقعی، به‌منظور فهم بهتر ویژگی‌های سیستم انجام می‌پذیرد. یکی از فرض‌های ساده کننده برای مدل‌سازی سیستم و تحلیل آن، خطی در نظر گرفتن مدل و یا خطی‌سازی است. با این وجود در بسیاری از سیستم‌های واقعی رفتار غیرخطی غیرقابل اجتناب است و اثر غیرخطی می‌تواند در کوچکترین جابجایی‌ها نیز به شکل فاجعه بار ظاهر شود. برای مثال می‌توان

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
M. Homayoun Sadeghi, S. Lotfan, Nonparametric system identification of a cantilever beam model with local nonlinearity in the presence of artificial noise, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 177-186, 2016 (in Persian)

به غیرخطی ناشی از لقی، اتصالات، تقابل سیال و سازه، اصطکاک در مفاصل مکانیزم‌ها، اصطکاک خشک، ضربه ارتعاشی[1] و پس‌زنی[2] اشاره کرد [2,1]. بیشتر این نوع از غیرخطی‌ها در بخشی از سیستم اتفاق می‌افتد و از این رو به غیرخطی موضعی معروف است [3].

تحلیل دقیق مدل‌های غیرخطی همواره امکان‌پذیر نیست و معمولا از روش‌های تقریبی و عددی برای استخراج پاسخ استفاده می‌شود. در شرایطی که سیستم غیرخطی ضعیف باشد، می‌توان از روش‌های مبتنی بر اغتشاشات [5,4]، تکرار تغییرات [7,6] و تبدیل دیفرانسیلی [9,8] استفاده کرد. در حالی که این روش‌ها برای سیستم‌های به شدت غیرخطی از تقریب مناسبی برخوردار نیستند. توزی و همکاران [10] نشان دادند که برای این‌گونه سیستم‌های غیرخطی استفاده از روش‌های تقریبی مبتنی بر مودهای ارتعاشی سیستم خطی می‌تواند نتایج قابل قبولی داشته باشد.

در کنار این مدل‌سازی‌ها، نیاز به شناسایی سیستم‌های دینامیکی نیز ناشی از این واقعیت است که تحلیلگران اغلب از جزئیات فیزیکی سیستم اطلاعات دقیقی در اختیار ندارند. در شرایطی که از مدل خطی استفاده شود و پاسخ ارتعاشی سیستم به‌صورت پایا باشد می‌توان از تبدیل فوریه عددی و روش آنالیز مودال تجربی استفاده نمود، در حالی که برای سیستم‌های غیرخطی استفاده از روش‌های شناسایی غیرخطی ضروری است. این روش‌ها برای سیستم‌های یک درجه آزادی از حدود سال 1970 مطالعه شده ولی در مورد سیستم‌های چند درجه آزادی تنها در طول 20 سال گذشته توسعه یافته است. از مهم‌ترین نمونه‌های روش شناسایی غیرخطی می‌توان به روش حوزه زمان هیلبرت-هوانگ[3] [11]، روش غیرپارامتریک نارمکس[4] [12]، روش حوزه فرکانس شناسایی غیرخطی از طریق پس‌خوراند خروجی [13]، آنالیز زمان-فرکانس تبدیل موجک [14] و مدل‌های جعبه سیاه شبکه‌های عصبی مصنوعی [15] اشاره کرد. مرور کامل روش‌های موجود در این زمینه را می‌توان در مقالات مروری کرسچن و همکاران یافت [17,16].

در سال‌های اخیر لی و همکاران [19,18] روش جدید شناسایی غیرپارامتریک در حوزه زمان مبتنی بر ارتباط یا هم‌ارزی بین دینامیک جریان آهسته تجربی و تئوری ارائه دادند، این روش می‌تواند برای سیستم‌های دینامیکی متفاوت مانند متغیر با زمان/ غیر متغیر با زمان، خطی/ غیرخطی و ملایم/ ناملایم مورد استفاده قرار گیرد [19]. در این روش فرض می‌شود که پاسخ زمانی سیستم دارای نوسانات سریع با فرکانس‌های اصلی و تغییرات آهسته در دامنه می‌باشد. براساس این فرض با به‌کارگیری روش تجزیه مود تجربی توابع مود ذاتی سیستم استخراج می‌گردد و مدل تعاملی غیرخطی شامل نوسانگرهای مودال اصلی که بازسازی کننده پاسخ سیستم هستند تشکیل می‌شود.

لی و همکاران [18] در مطالعه خود از این روش برای شناسایی دو مثال متفاوت از سیستم ملایم غیرخطی قوی و سیستم ناملایم غیرخطی ضعیف (ضربه ارتعاشی) استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که با استخراج نوسانگرهای مودال اصلی می‌توان پاسخ سیستم را در شرایط کاری مشخص بازسازی نمود. لی و همکاران [19] روش شناسایی غیرخطی خود را برای بررسی ارتعاشات گذرای سیستم غیرخطی کوپل تحت رزونانس غیرخطی 1 به 3 به‌کار بردند. آن‌ها برای استخراج توابع مود ذاتی در روش تجزیه مود تجربی از سیگنال‌های پوششی استفاده کردند و برای اولین بار در تشکیل نوسانگرهای مودال اصلی مقدار میرایی معادل این نوسانگرها را با استفاده از روش بهینه‌سازی و کمینه کردن خطای پیش‌بینی استخراج کردند. لی و همکاران [20] در مطالعه دیگری با به‌کارگیری این روش، اثربخشی و اعتبار آن را برای شناسایی تعاملات غیرخطی مودال حاکم بر دینامیک جلوگیری از ناپایداری آیروالاستیک تنها براساس خروجی سیستم بررسی کردند. ساکیرتزیس و همکاران [21] نیز به مدل‌سازی و شناسایی تعاملات غیرخطی مودال در سیستم میله خطی یک سر گیردار حامل سیستم به شدت غیرخطی جرم-فنر-دمپر در انتها پرداختند. آن‌ها پاسخ ارتعاشات طولی میله و نوسانات جرم را به شرایط اولیه با استفاده از روش المان محدود استخراج نمودند و برای شناسایی سیستم از روش شناسایی معرفی شده توسط لی و همکاران استفاده کردند. در مطالعات دیگر، لی و همکاران [22] از این روش برای شناسایی سیستم دو درجه آزادی دارای ضربه ارتعاشی استفاده کردند. کورت و همکاران [23] نیز برای بررسی ضربه ارتعاشی در یک تیر یکسر گیردار خطی از روش مذکور استفاده نمودند. آن‌ها نتایج شناسایی خود را با نتایج تجربی مقایسه و تطابق خوبی بین این دو مشاهده کردند. اریتن و همکاران [24] اثر اصطکاک موجود در اتصال پیچ و مهره بین دو تیر را با استفاده از این روش شناسایی کردند. آن‌ها اثر اصطکاک در اتصال را بر دامنه لگاریتمی نیروی معادل در هر یک از نوسانگرها بررسی کردند و نشان دادند که اثر غیرخطی اتصال باعث می‌شود که این دامنه لگاریتمی از حالت خط صاف خارج شود. در سال 2014 نیز دو مطالعه مهم با استفاده از روش شناسایی غیرخطی لی و همکاران انجام شده است: چن و همکاران [25] شناسایی تجربی ارتعاشات تیر خطی تحت ضربه ارتعاشی را با رویکرد پایش وضعیت انجام دادند، همچنین کورت و همکاران [26] پدیده رزونانس داخلی در تیر یک سر گیردار با اتصال فنر به شدت غیرخطی در انتها را با استفاده از این روش بررسی کردند.

در سیگنال‌های جمع‌آوری شده از سیستم‌های تجربی، حضور نویز غیرقابل اجتناب است و بر این اساس در بسیاری از روش‌های شناسایی سیستم خطی و غیرخطی علاوه بر دینامیک سیستم، دینامیک نویز موجود در سیگنال نیز شناسایی می‌گردد. در حالی که در هیچ یک از مطالعات انجام شده بر روی روش شناسایی غیرخطی لی و همکاران، دینامیکی برای نویز در نظر گرفته نشده است. بنابراین در این مطالعه اثر حضور نویز بر عملکرد روش شناسایی مذکور مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در مقاله حاضر شناسایی مدل تیر یکسر گیردار دارای فنر به شدت غیرخطی در انتها با استفاده از روش شناسایی غیرخطی لی و همکاران در حضور نویز مصنوعی مطالعه شده است. به این منظور معادلات شکل ضعیف حاکم بر ارتعاشات عرضی سیستم با استفاده از روش ریلی-ریتز گسسته‌سازی شده و با به‌کارگیری روش عددی رانگ-کوتا حل شده است. با استخراج پاسخ انتهای تیر به نیروی ضربه، اثر غیرخطی موضعی و نویز مصنوعی اضافه شده به پاسخ، بر رفتار زمان-فرکانس سیستم بررسی شده است. در فرآیند شناسایی سیستم، با به‌کارگیری کاهش نویز مبتنی‌بر روش تجزیه مود تجربی پیشرفته، توابع مود ذاتی متناظر با نویز موجود در پاسخ استخراج شده و در پایان مدل تعاملی غیرخطی سیستم در حضور نویز تشکیل یافته است.

2- مدل ریاضی سیستم

تیر اویلر-برنولی یکسر گیردار دارای اتصال فنر به شدت غیرخطی در انتها مطابق "شکل 1" به عنوان مدلی از سیستم خطی دارای غیرخطی موضعی در نظر گرفته شده است. تیر دارای طول L، سطح مقطع A، ممان اینرسی سطح

[1] Vibro-imapct
[2] Backlash
[3] Hilbert-Huang
[4] Nonlinear Auto-Regressive Moving Average with eXogeneous input

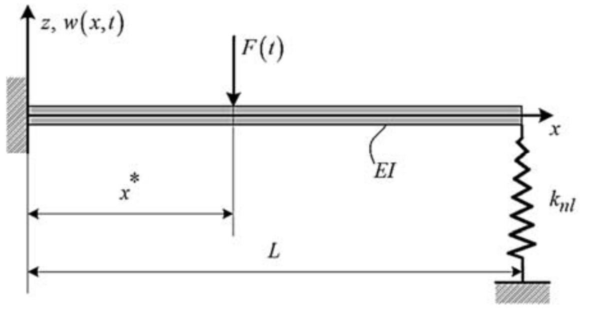

Fig. 1 Cantilever beam with a non-linear spring attached to the end

شکل 1 تیر یکسر گیردار دارای فنر غیرخطی در انتها

I، چگالی جرمی ρ، مدول یانگ E و حرکت عرضی $w(x,t)$ می‌باشد. فنر فاقد جمله خطی بوده و نیروی بخش غیرخطی آن با ضریب $k_{\rm nl}$ از توان سوم جابجایی فرض شده است. همچنین سیستم تحت نیروی ضربه مثلثی F در محل x^* می‌باشد.

معادلات شکل ضعیف حاکم بر حرکت عرضی w را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\int_0^t\left\{\int_0^L \rho A\ddot{w}(x,t)\delta w(x,t)\mathrm{d}x + \int_0^L EIw_{,xx}(x,t)\delta w_{,xx}(x,t)\mathrm{d}x + k_{\rm nl}w^3(L,t)\delta w(L,t) + F(t)\delta w(x^*,t)\right\}\mathrm{d}t = 0 \tag{1}$$

به‌منظور عمومیت بخشیدن به معادلات و تحلیل آن، پارامترهای بی‌بعد زیر معرفی می‌شود:

$$u = \frac{w}{L} \tag{2}$$

$$s = \frac{x}{L} \tag{3}$$

$$\tau = t\sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \tag{4}$$

$$\gamma = \frac{k_{\rm nl}L^5}{EI} \tag{5}$$

$$f(\tau) = \frac{F(t)L^2}{EI} \tag{6}$$

حال می‌توان با به‌کارگیری روابط (2) تا (6)، معادله (1) را به شکل جامع و بدون بعد زیر بیان کرد:

$$\int_0^\tau\left\{\int_0^1 \ddot{u}(s,\tau)\delta u(s,\tau)\mathrm{d}s + \int_0^L u_{,ss}(s,\tau)\delta u(s,\tau)\mathrm{d}s + \gamma u^3(1,\tau)\delta u(1,\tau) + f(\tau)\delta u(s^*,\tau)\right\}\mathrm{d}\tau = 0 \tag{7}$$

در معادلات (2) تا (7)، u، s، τ، γ و f به ترتیب پارامترهای بدون بعد حرکت عرضی تیر، مختصه افقی، زمان، ضریب غیرخطی و نیروی خارجی می‌باشد. به‌منظور گسسته‌سازی معادله حاکم، پاسخ حرکت عرضی براساس روش ریلی-ریتز به صورت زیر بسط داده می‌شود:

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{N-1} U_i(s)T_i(\tau) + \psi(s)q(\tau) \tag{8}$$

که در آن $U_i(s)$ توابع مود تیری است که در $s = 0$ گیردار بوده و در محل $s = 1$ دارای اتصال مفصلی باشد. $T_i(\tau)$ و $q(\tau)$ نیز توابع زمانی مجهولی هستند که باید محاسبه شوند. همچنین $\psi(s)$ تابع جابجایی استاتیکی تیر یکسر گیردار است که در محل $s = 1$ به اندازه یک واحد جابجا شده است. این تابع با حل معادلات زیر قابل استخراج است:

$$\frac{\mathrm{d}^4\psi(s)}{\mathrm{d}s^4} = 0 \tag{9}$$

$$\psi(0) = \frac{\mathrm{d}\psi(0)}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{d}^2\psi(1)}{\mathrm{d}s^2} = 0,\quad \psi(1) = 1 \tag{10}$$

لازم به ذکر است که مطابق روش ریلی-ریتز پاسخ (8) شرایط هندسی مسئله را ارضاء می‌کند. با جای‌گذاری این پاسخ در معادله (7)، انتگرال‌گیری از آن و استفاده از شرایط مرزی برای هر یک از توابع، معادلات گسسته شده به شکل ماتریسی زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{I} & \mathrm{M}_{tq} \\ \mathrm{M}_{tq}^T & m_{qq}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{\mathrm{T}} \\ \ddot{q}\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathrm{K}_{tt} & 0 \\ 0 & k_{qq}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathrm{T} \\ q\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\mathrm{F}_t \\ f_q\end{Bmatrix} \tag{11}$$

که در آن I ماتریس واحد $(N\text{-}1)\times(N\text{-}1)$ می‌باشد. همچنین بردار T مطابق رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\mathrm{T} = \{T_1, T_2, T_3, \dots, T_{N-1}\}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

المان‌های ماتریس‌های جرم، سفتی و نیروی خارجی تعمیم یافته نیز براساس روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$m_{i1}^{tq} = \int_0^1 U_i(s)\psi(s)\mathrm{d}s,\quad i = 1,2,\dots,N-1 \tag{13}$$

$$m_{qq} = \int_0^1 \psi^2(s)\mathrm{d}s \tag{14}$$

$$k_{ij}^{tt} = \int_0^1 U_i''(s)U_j''(s)\mathrm{d}s,\quad i,j = 1,2,\dots,N-1 \tag{15}$$

$$k_{qq} = \int_0^1 \psi''^2(s)\mathrm{d}s \tag{16}$$

$$f_{i1}^{tt} = f(\tau)U_i(s^*),\quad i = 1,2,\dots,N-1 \tag{17}$$

$$f_q = f(\tau)\psi(s^*) - \gamma q^3(\tau) \tag{18}$$

با توجه به رابطه (18) مشخص می‌شود که عبارت غیرخطی ناشی از نیروی فنر به‌صورت نیروی خارجی در معادلات ظاهر شده است. بنابراین معادلات (11) متشکل از N-1 معادله خطی و یک معادله غیرخطی خواهد بود. همچنین با توجه به اعضای ماتریس جرم، معادلات ماتریسی (11) به‌صورت کوپل دینامیکی هستند که در ادامه با استفاده از تبدیل مودال به صورت $\mathrm{X} = \Phi\eta$، به شکل غیرکوپل نوشته می‌شوند. در این تبدیل داریم:

$$\mathrm{X} = \{\mathrm{T}^{\mathrm{T}}, q\}^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

همچنین، Φ ماتریس مودال سیستم خطی ($\gamma = 0$) بوده و η بردار مختصات تعمیم یافته می‌باشد. با در نظر گرفتن میرایی تناسبی با نسبت میرایی ζ، معادلات غیرکوپل پس از اعمال تغییر متغیر مذکور به‌صورت زیر به‌دست

می‌آید:

$$\ddot{\eta}_i(\tau) + 2\zeta_i\Omega_i\dot{\eta}_i(\tau) + \Omega_i^2\eta_i(\tau) + \gamma\varphi_{Ni}\left(\sum_{j=1}^{N}\varphi_{Nj}\eta_j(\tau)\right)^3 = f_i(\tau), \quad i = 1,2,\dots,N \tag{20}$$

در رابطه (20)، φ_{ij} اعضای ماتریس مودال Φ و η_i عضو iام بردار η می‌باشد، همچنین Ω برابر با فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد سیستم خطی است. رابطه فوق نشان می‌دهد که با به‌کارگیری بسط (8) مبتنی بر روش ریلی-ریتز و استفاده از معادلات شکل ضعیف، غیرخطی موضعی موجود در شرایط مرزی سیستم به صورت سفتی غیرخطی شامل تمام مودهای مختصه تعمیم یافته η ظاهر می‌شود.

در پژوهش حاضر پاسخ سیستم به اعمال ضربه در محل $s^* = 0.4$ با فرض $N = 6$ و حل عددی معادلات حاکم با استفاده از روش رانگ-کوتا استخراج شده است. با توجه به این‌که در دنیای واقعی معمولا برای اندازه‌گیری پاسخ از شتاب‌سنج استفاده می‌شود، لذا در این مطالعه نیز با به‌کارگیری مشتق عددی شتاب مختصه kام از تیر به‌صورت $a_k(\tau)$ به‌دست می‌آید. به‌علاوه همان‌طور که در مقدمه نیز بحث شد سیگنال جمع‌آوری شده از سیستم‌های واقعی معمولا آلوده به نویز اندازه‌گیری می‌باشد، بنابراین شتاب شبیه‌سازی شده با استفاده از نویز سفید آلوده می‌شود. شدت نویز مصنوعی براساس نسبت سیگنال به نویز زیر تعیین می‌گردد.

$$\mathrm{SNR}(\tau) = 10\log\left(\frac{\sigma_a^2(\tau)}{\sigma_n^2(\tau)}\right) \tag{21}$$

که در آن $\sigma_a^2(\tau)$ و $\sigma_n^2(\tau)$ به‌ترتیب نشان‌دهنده واریانس سیگنال‌های شتاب و نویز است. با توجه به گذرا بودن پاسخ سیستم، نسبت سیگنال به نویز مطابق رابطه (21) تابعی از زمان می‌باشد.

2-1- آنالیز زمان-فرکانس

در پژوهش حاضر شناسایی غیرخطی براساس داده‌های مدل ریاضی آلوده به نویز انجام می‌گیرد. بنابراین لازم است که صحت معادلات و حل ارائه شده بررسی گردد. به این منظور ابتدا پاسخ زمانی و فرکانسی مدل خطی ($\gamma = 0$) مطالعه می‌شود. در "شکل 2" شتاب انتهای تیر، تبدیل فوریه شتاب برحسب دسی‌بل، تبدیل موجک مورلت و قدرت فرکانسی برای این حالت نشان داده شده است. همچنین بزرگ‌نمایی دو قسمت مهم از رفتار فرکانسی نیز در شکل آورده شده است. با توجه به این شکل مشخص می‌گردد که برای سیستم خطی و بدون نویز تبدیل فوریه، شش فرکانس طبیعی در نظر گرفته شده در پاسخ را به‌صورت قابل تشخیص نمایش می‌دهد. همچنین نمودارهای فرکانس-زمان نشان می‌دهد که کاهش قدرت فرکانسی به‌صورت خطی و یکنواخت بوده و وابستگی به زمان ناشی از میرایی در سیستم است. این تبدیل برای آنالیز زمان-فرکانس و درک بهتر رفتار فرکانسی سیستم بخصوص در حالت غیرخطی سودمند است. لازم به ذکر است در تمام محاسبات ضریب میرایی ζ برابر 0.002 و اندازه نیروی ضربه f برابر 1000 در نظر گرفته شده است.

برای صحه‌سنجی نتایج، فرکانس‌های طبیعی سیستم براساس "شکل 2" در جدول 1 آورده شده و با مقادیر دقیق مقایسه شده است. با توجه به خطای گزارش شده در این جدول، تطابق خوبی بین نتایج مشاهده می‌شود.

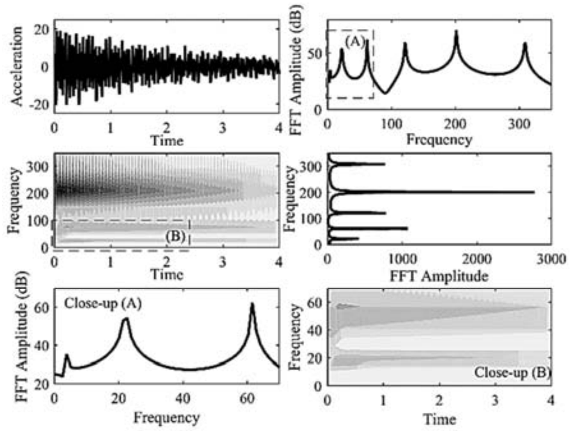

Fig. 2 Vibration response of the cantilever beam without local non-linearity, $\gamma = 0$

شکل 2 پاسخ ارتعاشی تیر یکسر گیردار فاقد غیرخطی موضعی، $\gamma = 0$

جدول 1 فرکانس‌های طبیعی سیستم خطی در مقایسه با مقادیر تحلیلی

Table 1 Natural frequencies of the linear system in comparison with analytical values

خطای نسبی %	فرکانس طبیعی		شماره مود
	حل تحلیلی [27]	پژوهش حاضر	
1.5098	3.5160	3.5699	1
1.4681	22.0345	22.3628	2
0.1981	61.6972	61.5752	3
0.2194	120.9019	120.6372	4
0.5980	199.8595	201.0619	5
3.4216	298.5555	309.1327	6

در "شکل‌های 3 تا 5" پاسخ زمانی و فرکانسی سیستم در حضور و عدم حضور نویز مصنوعی برای سیستم خطی و غیرخطی نشان داده شده است. "شکل 3" تأثیر نویز بر رفتار ارتعاشی سیستم خطی را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشخص می‌شود که حضور نویز تمام گستره فرکانسی پاسخ را تحت تأثیر قرار می‌دهد. با دقت در "شکل‌های 4 و 5" نیز مشخص می‌شود که غیرخطی موضعی گستره فرکانس‌های پایین را تحت تأثیر قرار می‌دهد؛ این مسئله در مطالعه [26] نیز مشاهده شده است. یکی از مهم‌ترین نتایج این شکل‌ها عدم حساسیت محل فرکانس طبیعی سیستم به غیرخطی موضعی و نویز است. همچنین لازم به ذکر است که در این شکل‌ها نسبت سیگنال به نویز به صورت میانگین گزارش شده است.

3- دینامیک جریان آهسته سیستم

به‌منظور شناسایی غیرخطی سیستم در روش حاضر از هم‌ارزی دینامیک جریان آهسته تئوری و تجربی استفاده می‌شود. با توجه به این که پاسخ ارتعاشی هر نقطه از سیستم مورد نظر دارای شش فرکانس اصلی به صورت، $\omega_1>\omega_2>\dots>\omega_6$ می‌باشد، بر این اساس می‌توان پاسخ ارتعاشی را به صورت زیر نوشت:

$$y(\tau) = y_1(\tau) + y_2(\tau) + \dots + y_6(\tau) \tag{22}$$

که در آن $y(\tau)$ پاسخ زمانی سیستم مانند جابجایی، سرعت و شتاب می‌باشد و $y_i(\tau)$ مؤلفه‌ای از پاسخ است که در آن تنها فرکانس ω_i موجود باشد. مطابق روش مختلط‌سازی [28, 29]، برای هر مؤلفه از پاسخ تابع زیر تعریف می‌شود:

$$\chi_i(\tau) = \dot{y}_i(\tau) + j\omega_i y_i(\tau) \equiv \alpha_i(\tau)e^{j\omega_i\tau} \tag{23}$$

در رابطه (23)، $\alpha_i(\tau) \in \mathbb{C}$ و $e^{j\omega_i\tau}$ به ترتیب اجزای جریان آهسته و سریع

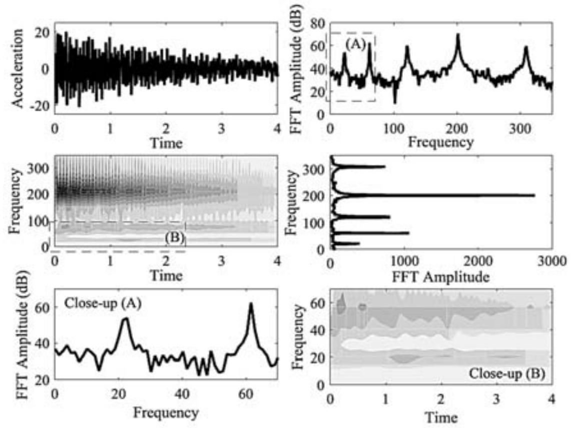

Fig. 3 Noise contaminated vibration response of the cantilever beam without local non-linearity, $\gamma = 0$, SNR = 20 dB

شکل 3 پاسخ ارتعاشی آلوده به نویز تیر یکسر گیردار فاقد غیرخطی موضعی، $\gamma = 0$، SNR = 20 dB

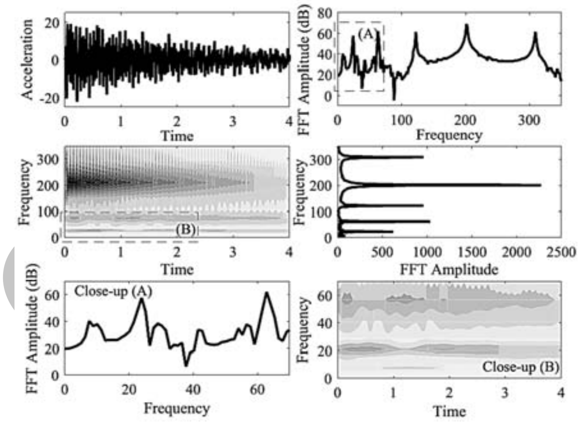

Fig. 4 Vibration response of the cantilever beam with local non-linearity, $\gamma = 10^6$

شکل 4 پاسخ ارتعاشی تیر یکسر گیردار دارای غیرخطی موضعی، $\gamma = 10^6$

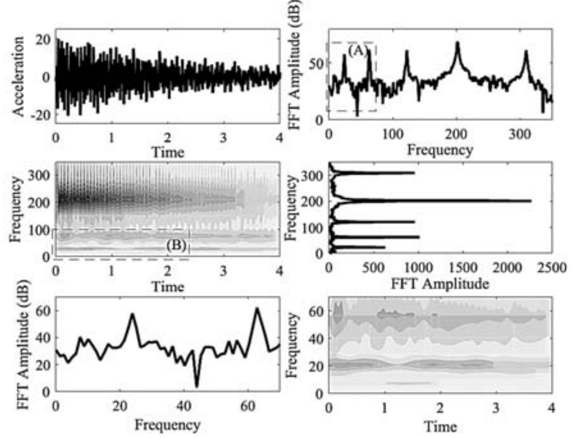

Fig. 5 Noise contaminated vibration response of the cantilever beam with local non-linearity, $\gamma = 10^6$, SNR = 20 dB

شکل 5 پاسخ ارتعاشی آلوده به نویز تیر یکسر گیردار دارای غیرخطی موضعی، $\gamma = 10^6$، SNR = 20 dB

پاسخ دینامیکی هستند. برای استفاده از این مفاهیم لازم است توابع مود ذاتی سیستم به عنوان مؤلفه‌های تک فرکانسی پاسخ استخراج گردد که در بخش بعد با به‌کارگیری روش تجزیه مود تجربی پیشرفته انجام می‌گیرد.

4- استخراج توابع مود ذاتی

مرحله اول و اساسی شناسایی غیرخطی سیستم، استخراج توابع مود ذاتی با به‌کارگیری روش تجزیه مود تجربی است. این توابع به‌عنوان مؤلفه تک فرکانسی پاسخ در دینامیک جریان آهسته استفاده می‌شود.

روش تجزیه مود تجربی سیگنال موجود، $y(\tau)$، را به مؤلفه‌های تک جزئی، $c_j(\tau)$، تجزیه می‌کند [11]:

$$y(\tau) = \sum_{j=1}^{m} c_j(\tau) + R_{m+1}(\tau), \quad R_{m+1}(\tau) < tol \tag{24}$$

که در آن R_{m+1} باقیمانده سیگنال پس از استخراج m تعداد مؤلفه است، مؤلفه‌های به‌دست آمده از این روش به‌عنوان توابع مود ذاتی شناخته می‌شوند و دارای دو ویژگی ضروری هستند:

- تعداد اکسترمم‌ها و صفرهای این توابع باید باهم برابر و یا تنها یک اختلاف بین آن‌ها وجود داشته باشد.
- میانگین منحنی‌های پوش گذرنده از نقاط بیشینه و کمینه نسبی باید برابر صفر باشد.

مراحل الگوریتم روش تجزیه مود تجربی که به فرآیند غربال نیز معروف است به صورت زیر می‌باشد:

1- استخراج تمام نقاط بیشینه نسبی، M_i، و کمینه نسبی، m_i، سیگنال.

2- برازش منحنی‌های $e_{\min}(\tau)$ و $e_{\max}(\tau)$ گذرنده از این نقاط.

3- محاسبه $R_i(\tau) = (e_{\max}(\tau)+ e_{\min}(\tau))/2$.

4- کم کردن $R_i(\tau)$ از سیگنال و به‌دست آوردن $v(\tau)$.

5- تکرار مراحل 1 تا 4 تا این‌که مقدار $R_i(\tau)$ کمتر از تلرانس tol گردد.

6- با برقراری شرط موجود در 5، سیگنال $v(\tau)$ به‌عنوان تابع مود ذاتی $c(\tau)$ متناظر با بیشترین فرکانس موجود در سیگنال در نظر گرفته می‌شود.

7- تابع مود ذاتی به‌دست آمده از سیگنال کم می‌شود و تا زمانی که باقیمانده از مقدار tol بیشتر باشد، مراحل 1 تا 6 تکرار می‌گردد.

پس از استخراج این توابع، لازم است که رفتار فرکانسی هریک به‌منظور بررسی صحت فرآیند غربال مطالعه گردد. بر این اساس می‌توان پاسخ دینامیکی سیستم حاضر را به صورت زیر بسط داد:

$$y(\tau) \simeq c_1(\tau) + c_2(\tau) + \cdots + c_6(\tau) \tag{25}$$

با مقایسه دو رابطه (22) و (25) مشخص می‌شود که می‌توان در تئوری دینامیک جریان آهسته مطابق رابطه (23) از مقادیر تجربی $c(\tau)$ استفاده کرد. روش تجزیه مود تجربی در عین سادگی می‌تواند منجر به استخراج توابع غیرمتعامد و جعلی شود [30]. مطالعات متعددی برای رفع مشکلات این روش ارائه شده است که یکی از آن‌ها استفاده از روش تجزیه مود تجربی پیشرفته است [31]. در این مطالعه نیز از این رویکرد استفاده شده است و بنابراین در ادامه توضیحات پیرامون این روش ارائه می‌شود.

4-1- روش تجزیه مود تجربی پیشرفته

حضور اثر ناپایا در سیگنال که ناشی از غیرخطی بودن سیستم می‌باشد می‌تواند سبب استخراج توابع مود جعلی، اختلاط مودها، پدیده گیبس و عدم تعامد شود. برای جلوگیری از این مشکلات در رویکرد پیشرفته، دو روش سیگنال‌های تصویر آینه‌ای و پوششی به فرآیند تجزیه مود که در بخش قبل توضیح داده شد اضافه می‌شود [32,21,18].

ایده اصلی اضافه کردن تصویر آینه‌ای از سیگنال به سیگنال اصلی برای جلوگیری از تأثیر شرایط اولیه بر توابع مود ذاتی و پدید آمدن اثر گیبس است. در صورتی که سیگنال اصلی به‌صورت $y(\tau), \tau \in [0, \tau_f]$ باشد، سیگنال تصویر آینه‌ای آن به صورت $y_{\text{mirror}}(\tau), \tau \in [-\tau_f, 0]$ در نظر گرفته می‌شود و عملیات تجزیه مود تجربی مطابق بخش قبل برای سیگنال $\hat{y} = \{y_{\text{mirror}}(\tau) \quad y(\tau)\}^{\mathrm{T}}, \tau \in [-\tau_f, \tau_f]$ انجام می‌گردد. لازم به ذکر است که سیگنال تصویر آینه‌ای به‌صورت زیر قابل استخراج است:

$$y_{\text{mirror}}(\tau) = \begin{cases} y(-\tau), & |\dot{y}(0)| \simeq 0 \\ -y(-\tau), & |\dot{y}(0)| \neq 0 \end{cases} \tag{26}$$

در رویکرد پیشرفته علاوه بر ایده فوق، از سیگنال‌های پوششی، $y_{\text{masking}}(\tau)$، نیز استفاده می‌شود. هدف اصلی استفاده از این سیگنال‌ها جلوگیری از اختلاط مودها و عدم تعامد ناشی از غیرخطی بودن رفتار سیستم است. مطابق این روش، آنالیز تجزیه مود تجربی برای سیگنال‌های $\hat{y}^+$ و $\hat{y}^-$ انجام می‌شود و توابع c^+ و c^- بدست می‌آید. این سیگنال‌ها از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{y}^+(\tau) = \hat{y}(\tau) + y_{\text{masking}}(\tau) \tag{27}$$

$$\hat{y}^-(\tau) = \hat{y}(\tau) - y_{\text{masking}}(\tau) \tag{28}$$

با استخراج توابع c^+ و c^-، توابع مود ذاتی نهایی براساس رابطه زیر بدست می‌آید:

$$c(\tau) = [c^+(\tau) + c^-(\tau)]/2 \tag{29}$$

لازم به ذکر است که نحوه استفاده از این رویکرد را می‌توان به صورت مفصل در مرجع [21] یافت.

سیگنال پوششی استفاده شده در رویکرد پیشرفته تجزیه مود تجربی معمولا به صورت $A_m\cos(\Omega_m\tau)$ می‌باشد که در آن دامنه A_m و فرکانس Ω_m باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که نتیجه کلی فرآیند غربال مناسب باشد. به عبارتی این دو پارامتر برای استخراج هر یک از توابع مود ذاتی با استفاده از روش سعی و خطا بگونه‌ای تعیین می‌شود که نتایج مطالعه رفتار فرکانسی توابع به‌دست آمده قابل قبول باشد.

در ادامه با استفاده از رویکرد توضیح داده شده، توابع مود ذاتی شتاب انتهای تیر دارای غیرخطی موضعی در عدم حضور نویز مصنوعی استخراج شده است. "شکل‌های 6 تا 8" سه تابع اول را نشان می‌دهد که در هر یک تبدیل فوریه و موجک مورلت تابع مود ذاتی به همراه تبدیل فوریه سیگنال باقیمانده نمایش داده شده است. این شکل‌ها نشان می‌دهد که توابع به صورت تک جزئی بوده و به درستی از سیگنال باقیمانده حذف شده‌اند.

حال توابع مود ذاتی در حضور نویز مصنوعی استخراج می‌شود. در "شکل‌های 9 و 10" دو تابع اول بدست آمده برای شتاب انتهای تیر دارای غیرخطی موضعی و آلوده به نویز با نسبت سیگنال به نویز 20 dB نشان داده شده است. با توجه به این شکل‌ها مشاهده می‌شود که توابع به‌دست آمده حتی تک فرکانسی نیز نیستند و حضور نویز روش تجزیه مود تجربی پیشرفته را دچار مشکل می‌کند. علت اصلی این مشکل می‌تواند ناشی از افزایش شدید تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌های نسبی سیگنال در حضور نویز باشد که مراحل 1 و 2 از فرآیند غربال را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. بر این اساس در بخش بعد اقدام لازم برای حل این مشکل ارائه شده است.

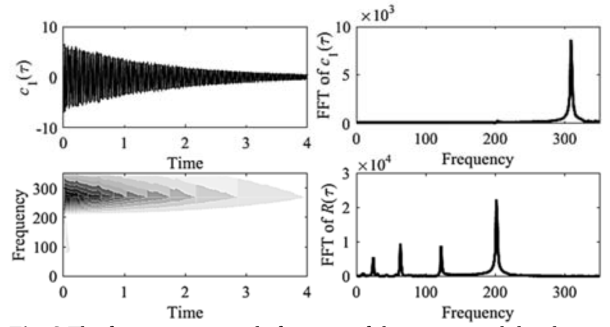

Fig. 6 The first intrinsic mode function of the system with local non-linearity, $\gamma = 10^6$

شکل 6 تابع مود ذاتی اول سیستم دارای غیرخطی موضعی، $\gamma = 10^6$

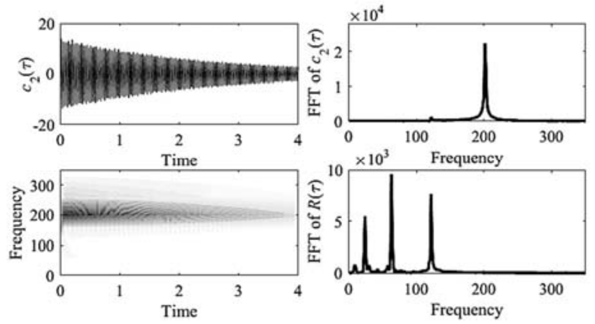

Fig. 7 The second intrinsic mode function of the system with local non-linearity, $\gamma = 10^6$

شکل 7 تابع مود ذاتی دوم سیستم دارای غیرخطی موضعی، $\gamma = 10^6$

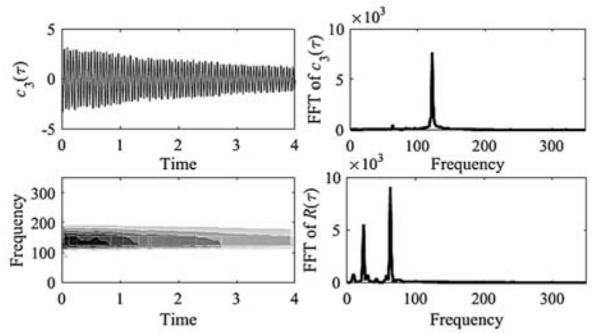

Fig. 8 The third intrinsic mode function of the system with local non-linearity, $\gamma = 10^6$

شکل 8 تابع مود ذاتی سوم سیستم دارای غیرخطی موضعی، $\gamma = 10^6$

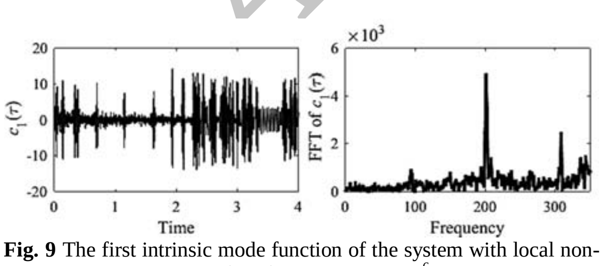

Fig. 9 The first intrinsic mode function of the system with local non-linearity in the presence of artificial noise, $\gamma = 10^6$, SNR = 20 dB

شکل 9 تابع مود ذاتی اول سیستم دارای غیرخطی موضعی در حضور نویز مصنوعی، $\gamma = 10^6$، SNR = 20 dB

4-2- تجزیه مود تجربی در حضور نویز مصنوعی

همانطور که نشان داده شد در حضور نویز مصنوعی احتمال بدست آمدن توابع مود ذاتی جعلی افزایش می‌یابد. در این بخش به منظور کنترل این مسئله و استخراج توابع صحیح روشی مبتنی بر سیگنال‌های پوششی ارائه

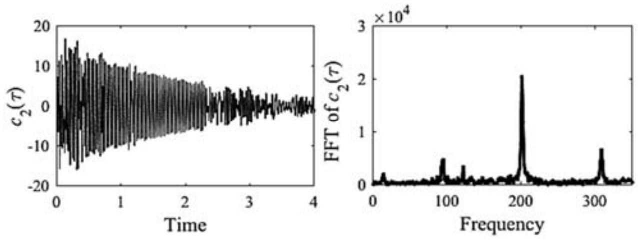

Fig. 10 The second intrinsic mode function of the system with local non-linearity in the presence of artificial noise, $\gamma = 10^6$, SNR = 20 dB

شکل 10 تابع مود ذاتی دوم سیستم دارای غیرخطی موضعی در حضور نویز مصنوعی، $\gamma = 10^6$، SNR = 20 dB

شده است. یک سیگنال پوششی مناسب می‌تواند اجزای فرکانسی ضعیف و پنهان در پاسخ سیستم را به اندازه‌ای تقویت کند که استخراج تابع مود ذاتی متناظر با این فرکانس راحت‌تر گردد [21]. بر همین اساس در صورتی که سیگنال نویز سفید با دامنه مشخص به عنوان سیگنال پوششی استفاده گردد، می‌توان توابع مود ذاتی از سیستم استخراج کرد که رفتار فرکانسی شبیه نویز داشته باشد و در نتیجه اثر نویز از توابع مود ذاتی واقعی سیستم جدا شود. مطابق این فرضیه، پاسخ ارتعاشی سیستم حاضر را می‌توان به‌صورت زیر بسط داد:

$$y(\tau) \simeq \sum_{i=1}^{m} c_{n,i}(\tau) + \sum_{j=1}^{6} c_j(\tau) \qquad (30)$$

به عبارتی مطابق رابطه فوق، علاوه بر شش تابع مود ذاتی که متناظر با شش فرکانس اصلی سیستم است، m تابع مود نیز متناظر با رفتار نویز استخراج می‌شود. لازم به ذکر است که توابع $c_{n,i}$ قبل از توابع c_j استخراج می‌گردد. همچنین در استخراج توابع $c_{n,i}$، تنها باید دامنه سیگنال پوششی با استفاده از سعی و خطا انتخاب شود.

برای بررسی قدرت این روش در استخراج توابع مود ذاتی صحیح، توابع پاسخ آلوده سیستم غیرخطی با نسبت سیگنال به نویز 20 dB بررسی شده است. با اعمال این روش به سیگنال موردنظر، سه تابع مود ذاتی دارای رفتار شبیه به نویز استخراج می‌گردد. هر سه تابع $c_{n,i}$ به همراه رفتار فرکانسی در "شکل 11" نمایش داده شده است. مطالعه رفتار فرکانسی این توابع نشان می‌دهد که این سیگنال‌ها فاقد فرکانس اصلی سیستم هستند و با وجود پوشش گستره کامل فرکانسی، در مقایسه با قدرت فرکانس‌های اصلی دارای قدرت کم‌تری هستند.

با استخراج توابع مود ذاتی مطابق "شکل 11"، توابع چهارم به بعد استخراج شده و برای نمونه دو تابع مود ذاتی اول در "شکل‌های 12 و 13" نشان داده شده است. همانند شکل‌های قبل در هر یک از این شکل‌ها تبدیل فوریه و موجک مورلت تابع مود ذاتی به همراه تبدیل فوریه سیگنال باقیمانده نمایش داده شده است. این شکل‌ها نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن روش حاضر می‌توان حضور نویز شدید در پاسخ سیستم را برای استخراج توابع صحیح مدیریت نمود.

مقایسه "شکل‌های 6، 9 و 12" با یکدیگر نشان می‌دهد که رویکرد ارائه شده می‌تواند تأثیر منفی نویز بر عملکرد فرآیند غربال را از بین ببرد. البته این به آن معنا نیست که اثر نویز به طور کامل از سیگنال حذف می‌شود؛ مقایسه "شکل‌های 6 و 12" نشان می‌دهد که تابع مود ذاتی بدست آمده دارای نویز می‌باشد. همین تحلیل با مشاهده "شکل‌های 7، 10 و 13" نیز امکان‌پذیر است.

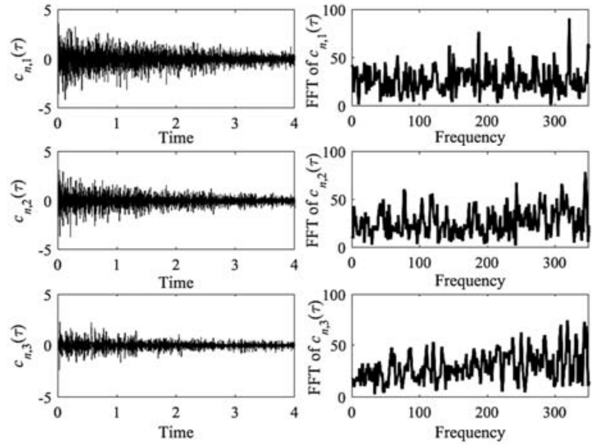

Fig. 11 The first three intrinsic mode functions with frequency behavior similar to noise for the system with local non-linearity in the presence of artificial noise, $\gamma = 10^6$, SNR = 20 dB

شکل 11 سه تابع مود ذاتی اول دارای رفتار فرکانسی شبیه به نویز برای سیستم دارای غیرخطی موضعی در حضور نویز مصنوعی، $\gamma = 10^6$، SNR = 20 dB

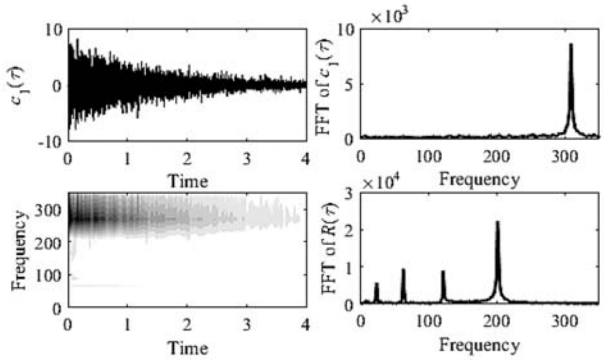

Fig. 12 The first intrinsic mode function of the system with local non-linearity in the presence of artificial noise after extracting three functions of $c_{n,i}$, $\gamma = 10^6$, SNR = 20 dB

شکل 12 تابع مود ذاتی اول سیستم دارای غیرخطی موضعی در حضور نویز مصنوعی پس از استخراج سه تابع $c_{n,i}$، $\gamma = 10^6$، SNR = 20 dB

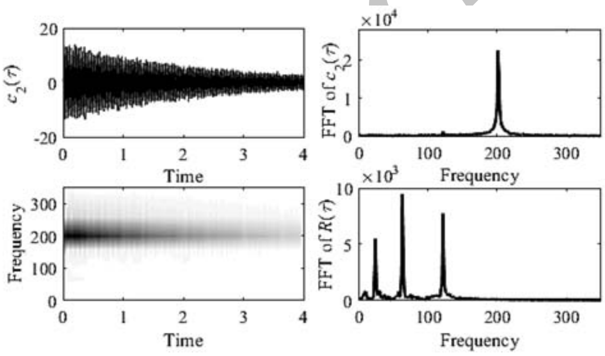

Fig. 13 The second intrinsic mode function of the system with local non-linearity in the presence of artificial noise after extracting three functions of $c_{n,i}$, $\gamma = 10^6$, SNR = 20 dB

شکل 13 تابع مود ذاتی دوم سیستم دارای غیرخطی موضعی در حضور نویز مصنوعی پس از استخراج سه تابع $c_{n,i}$، $\gamma = 10^6$، SNR = 20 dB

4-3- استراتژی کاهش نویز بر اساس تجزیه مود تجربی

براساس آنچه که در بخش قبل مورد بررسی قرار گرفت، اگر توابع مود ذاتی که دارای رفتار فرکانسی شبیه به نویز هستند از سیگنال اصلی حذف شوند، نویز در سیگنال کاهش می‌یابد. به عبارتی برای سیگنال آلوده به نویز $y(\tau)$،

سیگنال کاهش نویز داده شده (فیلتر شده) را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود.

$$y_{nr}(\tau) = y(\tau) - \sum_{i=1}^{m} c_{n,i}(\tau) \qquad (31)$$

براساس رابطه فوق، کاهش نویز در پاسخ انتهای تیر که در بخش قبلی نیز مورد بررسی قرار گرفت مطالعه شده است. "شکل 14" سه شتاب شبیه‌سازی شده، آلوده به نویز و کاهش نویز یافته را نشان می‌دهد، همچنین بخش‌هایی از این شکل بزرگ‌نمایی شده است و مشاهده می‌شود که رابطه (31) به خوبی بیشینه‌ها و کمینه‌های نسبی ناشی از حضور نویز را از بین می‌برد، نسبت سیگنال به نویز در این شکل پس از کاهش نویز به 26 dB افزایش می‌یابد که با کاهش حدودا 4 برابری قدرت نویز معادل است.

به‌منظور بررسی میزان توانایی روش کاهش نویز ارائه شده، مقادیر نسبت سیگنال به نویز بعد از اعمال روش، SNR_a، برای پنج سیگنال متفاوت با میزان آلودگی به نویز 5 تا 25 دسی‌بل در جدول 2 گزارش شده است. این نتایج با نتایج کاهش نویز با استفاده از روش موجک [33] مقایسه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که در تمام شرایط روش کاهش نویز مبتنی بر تجزیه مود تجربی عملکرد بهتری دارد.

5- تشکیل مدل تعاملی غیرخطی

پس از استخراج توابع مود ذاتی سیستم، می‌توان مدل تعاملی غیرخطی متشکل از نوسانگرهای مودال اصلی را تشکیل داد. این نوسانگرها، سیستم‌های یک درجه آزادی خطی میرا تحت نیروی خارجی هستند که هر یک از مؤلفه‌های اصلی پاسخ متناظر با فرکانس ω_m را بازسازی می‌کنند.

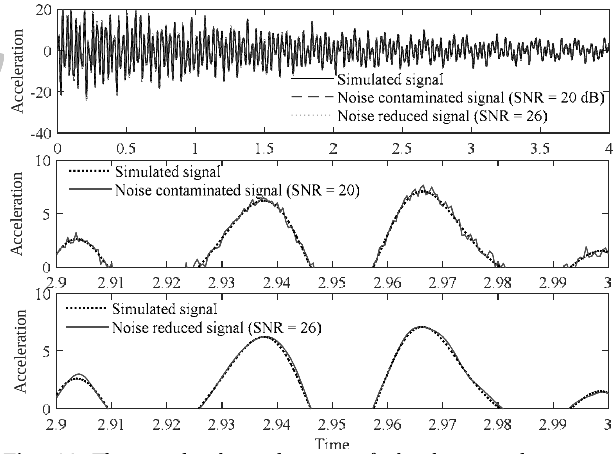

Fig. 14 The simulated acceleration of the beam end point in comparison with noise contaminated and noise reduced signals

شکل 14 شتاب شبیه‌سازی شده انتهای تیر در مقایسه با سیگنال‌های آلوده و فیلتر شده

جدول 2 نسبت سیگنال به نویز برای پنج پاسخ ارتعاشی متفاوت پس از اعمال کاهش نویز در مقایسه با روش موجک

Table 2 Signal to noise ratios of five different vibration responses after implementing noise reduction in comparison with wavelet method

شماره سیگنال	SNR (dB)	SNR_a (dB)	
		پژوهش حاضر	روش موجک [33]
1	5	13.92	8.56
2	10	18.26	13.99
3	15	22.76	17.97
4	20	25.96	19.27
5	25	27.69	19.70

بنابراین هر یک از نوسانگرها را برای سیستم حاضر می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\ddot{y}_i(\tau) + 2\lambda_i\omega_i\dot{y}_i(\tau) + \omega_i^2 y_i(\tau) = F_i(\tau), \quad i = 1,2,\dots,6 \qquad (32)$$

با توجه به هم‌ارزی ارائه شده در دینامیک جریان آهسته سیستم، معادله فوق برای هر یک از توابع مود ذاتی نیز می‌تواند برقرار باشد. در رابطه (32)، ω_i فرکانس اصلی تابع مود ذاتی iام است و λ_i نسبت میرایی نوسانگر است که براساس الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات [34] به‌گونه‌ای انتخاب شده است که خطای پیش‌بینی کمینه شود. نیروی F نیز دارای بخش دینامیک سریع با فرکانس ω_i به‌صورت زیر است [26]:

$$F_i(\tau) = \mathrm{Re}\{\Lambda_i(\tau)e^{j\omega_i\tau}\}, \quad i = 1,2,\dots,6 \qquad (33)$$

در این رابطه Λ_i دامنه مختلط و وابسته به نیروی نوسانگر مودال اصلی می‌باشد. حال می‌توان با به‌کارگیری هم‌ارزی (23) و روابط (32) و (33)، دامنه نیرو را به‌صورت زیر بدست آورد:

$$\Lambda_i(\tau) = 2[\dot{\alpha}_i(\tau) + \lambda_i\omega_i\alpha_i(\tau)] - j\left[\frac{\ddot{\alpha}_i}{\omega_i} + 2\lambda_i\dot{\alpha}_i(\tau)\right] \qquad (34)$$

در ادامه مدل تعاملی غیرخطی برای دو سیستم با ضرایب غیرخطی 10^6 و 10^8 در حضور نویز 20 dB شکیل شده است. پس از استخراج پاسخ انتهای تیر و طی مراحل ارائه شده در بخش قبل نسبت سیگنال به نویز در هر یک از سیگنال‌های فیلتر شده به ترتیب به مقادیر 26.05 و 25.28 دسی‌بل افزایش می‌یابد. با استخراج نوسانگرهای مودال اصلی، مجموع پاسخ این نوسانگرها به عنوان سیگنال بازسازی شده توسط مدل غیرپارامتریک در نظر گرفته می‌شود. در "شکل‌های 15 و 16" سیگنال فیلتر شده و بازسازی شده نشان داده شده است. بخش‌های بزرگنمایی شده در این شکل‌ها نشان می‌دهد که مدل غیرپارامتریک به خوبی می‌تواند پاسخ سیستم را بازسازی نماید.

6- نتیجه‌گیری

در این مطالعه شناسایی غیرپارامتریک مدل تیر یکسر گیردار دارای فنر غیرخطی در انتها در حضور نویز مصنوعی با استفاده از روش شناسایی سیستم غیرخطی انجام شده است. پس از استخراج پاسخ مدل و آلوده

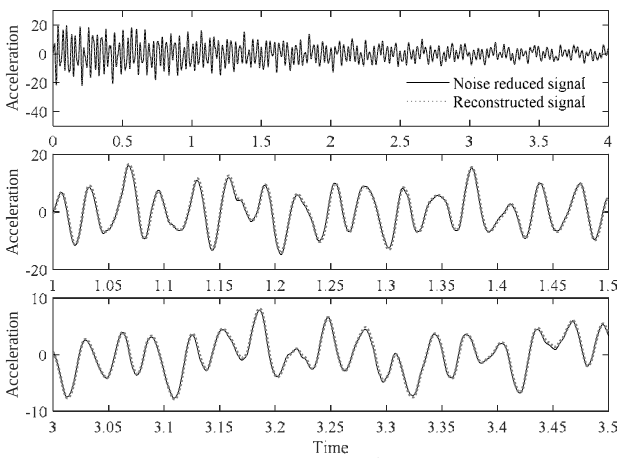

Fig. 15 Noise reduced acceleration of the beam end point in comparison with reconstructed signal for $\gamma = 10^6$

شکل 15 شتاب فیلتر شده انتهای تیر در مقایسه با سیگنال بازسازی شده به ازای $\gamma = 10^6$

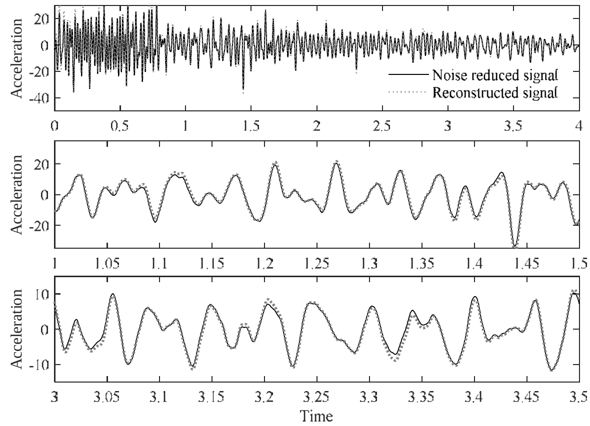

Fig. 16 Noise reduced acceleration of the beam end point in comparison with reconstructed signal for $\gamma = 10^8$

شکل 16 شتاب فیلتر شده انتهای تیر در مقایسه با سیگنال بازسازی شده به ازای $\gamma = 10^8$

ساختن آن به نویز مصنوعی، رفتار ارتعاشی مطالعه و پاسخ سیستم بازسازی شده است، مهم‌ترین مشاهدات و نتایج به صورت زیر بیان می‌گردد:

1- غیرخطی موضعی بر فرکانس‌های طبیعی سیستم تأثیر مشخصی ندارد و تنها پاسخ فرکانسی سیستم را در گستره فرکانس‌های پایین دچار اغتشاش می‌کند، این در حالی است که نویز مصنوعی تمام گستره فرکانسی را مخدوش می‌نماید.

2- حضور نویز در پاسخ زمانی سیستم فرآیند غربال را دچار مشکل می‌سازد، علت اصلی این مسئله به وجود آمدن بیشینه و کمینه‌های نسبی اضافی در سیگنال می‌باشد که در نهایت باعث استخراج توابع مود ذاتی جعلی می‌گردد.

3- سیگنال پوششی نویز با دامنه ثابت و مشخص اجزای فرکانسی ضعیف و پنهان نویز موجود در پاسخ سیستم را به اندازه‌ای تقویت می‌کند که تابع مود ذاتی متناظر با رفتار نویز از پاسخ استخراج می‌گردد.

4- با کاهش توابع مود ذاتی نویز از سیگنال اصلی، سیگنال فیلتر شده قابل استخراج است، سیگنال فیلتر شده، به قدری صاف است که به راحتی می‌توان روش شناسایی غیرخطی را بر آن اعمال کرد.

5- محدودیت اساسی رویکرد حاضر، لزوم حضور فرکانس‌های اصلی قابل تشخیص در پاسخ فرکانسی سیستم است و حضور نویز نیز نباید به طوری باشد که این فرکانس‌ها را تضعیف کند.

7- فهرست علائم

A سطح مقطع ($\mathrm{m^2}$)
a شتاب بی‌بعد
c_i تابع مود ذاتی
$c_{n,i}$ تابع مود ذاتی شبیه نویز
E مدول یانگ ($\mathrm{Nm^{-2}}$)
$e_{\max}$ منحنی برازش شده از بیشینه نسبی
$e_{\min}$ منحنی برازش شده از کمینه نسبی
F نیروی ضربه مثلثی (N)
f نیروی ضربه مثلثی بی‌بعد
F_t بردار نیروی بی‌بعد
f_{i1}^{tt} اعضای بردار نیرو
f_q اعضای بردار نیرو
I ممان اینرسی سطح
K_{tt} ماتریس سفتی بی‌بعد
k_{ij}^{tt} اعضای ماتریس سفتی
k_{nl} ضریب غیرخطی فنر ($\mathrm{Nm^{-3}}$)
k_{qq} اعضای ماتریس سفتی
L طول
M_i بیشینه نسبی
M_{tq} ماتریس جرم
m تعداد مؤلفه
m_i کمینه نسبی
m_{i1}^{tq} اعضای ماتریس جرم
m_{qq} اعضای ماتریس جرم
N تعداد توابع مود
q تابع زمانی مجهول
R_{m+1} باقیمانده سیگنال
SNR نسبت سیگنال به نویز
s مکان بی‌بعد
s^* محل بی‌بعد اعمال نیرو
T بردار تابع زمانی
T_i تابع زمانی مجهول
t زمان (s)
tol تلرانس
U_i تابع شکل مود
u حرکت عرضی بی‌بعد
v سیگنال
w حرکت عرضی (m)
x مکان (m)
x^* محل اعمال نیرو (m)
y پاسخ زمانی سیستم
y_i مؤلفه‌ی پاسخ زمانی سیستم
y_{masking} سیگنال پوششی
y_{mirror} سیگنال تصویر آینه‌ای
y_{nr} سیگنال کاهش نویز داده شده (فیلتر شده)
z محور عرضی

علایم یونانی

α جریان آهسته
γ ضریب بی‌بعد غیرخطی فنر
ζ نسبت میرایی
η بردار مختصات تعمیم یافته
η_i اعضای بردار مختصات تعمیم یافته
Λ_i دامنه مختلط
ρ چگالی جرمی
$\sigma_a^2(\tau)$ واریانس سیگنال شتاب
$\sigma_n^2(\tau)$ واریانس سیگنال نویز
τ زمان بی‌بعد
Φ ماتریس مودال سیستم

φ_{ij} اعضای ماتریس مودال
χ_i تابع مختلط
φ_{ij} اعضای ماتریس مودال
ψ تابع جابجایی استاتیکی
Ω فرکانس طبیعی بی‌بعد سیستم خطی
ω_i فرکانس اصلی سیگنال
ψ تابع جابجایی استاتیکی

8- مراجع

[1] J. Brandon, Some insights into the dynamics of defective structures, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science,* Vol. 212, No. 6, pp. 441-454, 1998.

[2] V. I. Babitsky, V. L. Krupenin, *Vibration of strongly nonlinear discontinuous systems*, pp. 75-90, New York: Springer Science & Business Media, 2012.

[3] K. Avramov, O. Gendelman, Quasiperiodic forced vibrations of a beam interacting with a nonlinear spring, *Acta mechanica,* Vol. 192, No. 1-4, pp. 17-35, 2007.

[4] A. H. Nayfeh, D. T. Mook, *Nonlinear oscillations*, pp. 50-63, New York: Wiley, 2008.

[5] A. H. Nayfeh, *Introduction to perturbation techniques*, pp. 109-131, New York: John Wiley & Sons, 2011.

[6] J.-H. He, Variational iteration method—some recent results and new interpretations, *Journal of computational and applied mathematics,* Vol. 207, No. 1, pp. 3-17, 2007.

[7] Y. Chen, J. Zhang, H. Zhang, Free vibration analysis of rotating tapered Timoshenko beams via variational iteration method, *Journal of Vibration and Control*, 2015.

[8] S. Shokrollahi, M. Kavyanpoor, Nonlinear identification of cantilever beam using free vibration response decay and solving with differential transform method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 319-328, 2016 (in Persian فارسی).

[9] F. Ebrahimi, M. Mokhtari, Transverse vibration analysis of rotating porous beam with functionally graded microstructure using the differential transform method, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering,* Vol. 37, No. 4, pp. 1435-1444, 2015.

[10] C. Touzé, O. Thomas, A. Huberdeau, Asymptotic non-linear normal modes for large-amplitude vibrations of continuous structures, *Computers & structures,* Vol. 82, No. 31, pp. 2671-2682, 2004.

[11] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N.-C. Yen, C. C. Tung, H. H. Liu, The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 454, No. 1971, pp. 903-995, 1998.

[12] J. Yan, J. Deller, NARMAX model identification using a set-theoretic evolutionary approach, *Signal Processing,* Vol. 123, pp. 30-41, 2016.

[13] G. De Filippis, J.-P. Noël, G. Kerschen, L. Soria, C. Stephan, Experimental nonlinear identification of an aircraft with bolted connections, *Nonlinear Dynamics,* Vol. 1, pp. 263-278, 2016.

[14] W. Staszewski, Analysis of non-linear systems using wavelets, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science,* Vol. 214, No. 11, pp. 1339-1353, 2000.

[15] S. Billings, H. Jamaluddin, S. Chen, Properties of neural networks with applications to modelling non-linear dynamical systems, *International Journal of Control,* Vol. 55, No. 1, pp. 193-224, 1992.

[16] G. Kerschen, K. Worden, A. F. Vakakis, J.-C. Golinval, Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics, *Mechanical systems and signal processing,* Vol. 20, No. 3, pp. 505-592, 2006.

[17] J.-P. Noël, G. Kerschen, Nonlinear system identification in structural dynamics: 10 more years of progress, *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 83, pp. 2-35, 2017.

[18] Y. S. Lee, S. Tsakirtzis, A. F. Vakakis, L. A. Bergman, D. M. McFarland, Physics-based foundation for empirical mode decomposition, *AIAA journal,* Vol. 47, No. 12, pp. 2938-2963, 2009.

[19] Y. S. Lee, S. Tsakirtzis, A. F. Vakakis, L. A. Bergman, D. M. McFarland, A time-domain nonlinear system identification method based on multiscale dynamic partitions, *Meccanica,* Vol. 46, No. 4, pp. 625-649, 2011.

[20] Y. Lee, A. Vakakis, D. M. McFarland, L. Bergman, Non-linear system identification of the dynamics of aeroelastic instability suppression based on targeted energy transfers, *Aeronautical Journal,* Vol. 114, No. 1152, pp. 61-82, 2010.

[21] S. Tsakirtzis, Y. Lee, A. Vakakis, L. Bergman, D. M. McFarland, Modelling of nonlinear modal interactions in the transient dynamics of an elastic rod with an essentially nonlinear attachment, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation,* Vol. 15, No. 9, pp. 2617-2633, 2010.

[22] Y. S. Lee, H. Chen, A. F. Vakakis, D. M. McFarland, L. A. Bergman, Nonlinear System Identification of Vibro-Impact Nonsmooth Dynamical Systems, *52nd AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference,* Colorado: AIAA, pp. 4-7. 2011.

[23] M. Kurt, H. Chen, Y. S. Lee, D. M. McFarland, L. A. Bergman, A. F. Vakakis, Nonlinear system identification of the dynamics of a vibro-impact beam: Numerical results, *Archive of Applied Mechanics,* Vol. 82, No. 10-11, pp. 1461-1479, 2012.

[24] M. Eriten, M. Kurt, G. Luo, D. M. McFarland, L. A. Bergman, A. F. Vakakis, Nonlinear system identification of frictional effects in a beam with a bolted joint connection, *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 39, No. 1, pp. 245-264, 2013.

[25] H. Chen, M. Kurt, Y. S. Lee, D. M. McFarland, L. A. Bergman, A. F. Vakakis, Experimental system identification of the dynamics of a vibro-impact beam with a view towards structural health monitoring and damage detection, *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 46, No. 1, pp. 91-113, 2014.

[26] M. Kurt, M. Eriten, D. M. McFarland, L. A. Bergman, A. F. Vakakis, Strongly nonlinear beats in the dynamics of an elastic system with a strong local stiffness nonlinearity: Analysis and identification, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 333, No. 7, pp. 2054-2072, 2014.

[27] S. S. Rao, *Vibration of continuous systems*, pp. 317-340, New York: John Wiley & Sons, 2007.

[28] L. I. Manevitch, Complex representation of dynamics of coupled nonlinear oscillators, *Mathematical models of non-linear excitations, transfer, dynamics, and control in condensed systems and other media*, US: Springer, pp. 269-300, 1999.

[29] L. Manevitch, The description of localized normal modes in a chain of nonlinear coupled oscillators using complex variables, *Nonlinear Dynamics,* Vol. 25, No. 1-3, pp. 95-109, 2001.

[30] Y. Chen, M. Q. Feng, A technique to improve the empirical mode decomposition in the Hilbert-Huang transform, *Earthquake Engineering and Engineering Vibration,* Vol. 2, No. 1, pp. 75-85, 2003.

[31] R. Rato, M. Ortigueira, A. Batista, On the HHT, its problems, and some solutions, *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 22, No. 6, pp. 1374-1394, 2008.

[32] A. Vakakis, L. Bergman, D. McFarland, Y. Lee, M. Kurt, Current efforts towards a non-linear system identification methodology of broad applicability, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2011.

[33] M. Vetterli, C. Herley, Wavelets and filter banks: Theory and design, *IEEE transactions on signal processing,* Vol. 40, No. 9, pp. 2207-2232, 1992.

[34] R. C. Eberhart, Y. Shi, Particle swarm optimization: developments, applications and resources, *Proceeding of Evolutionary Computation,* Seoul: IEEE, pp. 81-86, 2001.