ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدر س

mme.modares.ac.ir

تأثیر خروج از مرکزی بر گالوپینگ غیرخطی کابلها تحت جریان باد و تحریک یایه در شرايط تشديد داخلي 1:1

سمن صدرييو ر1، امير حلالي*

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود 2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود * شاهرود، صندوق پستی amirjalali@shahroodut.ac.ir ،3619995161

چکیدہ	اطلاعات مقاله
گالوپینگ کابلها یکی از انواع ارتعاشات خود تحریک است که دارای دامنهی بالا و فرکانس پایین میباشد. در این مقاله، بهمنظور بررسی	مقاله پژوهشی کامل
گالولینگ غیرتطی یک کابل آونخته با درنظر گرفتن سفترهای خمشی و بیخشی آن، از مدل تیر منحنے شکل استفاده شده است. کابل مورد	دريافت: 17 مرداد 1395
	پذيرش: 23 مهر 1395
بررسی تحت نیروهای حارجی جریان باد، حر کت پایه سمت راست و در شرایط یحزدگی مفطع آن فرمول بندی شده است. با فرض نسبت شکم به	ارائه در سایت: 24 آبان 1395
دهانهی کوچک و براساس مقادیر پارامترهای کابل در واقعیت، میتوان به یک مدل کاهشیافته دست یافت که شامل معادلات کلاسیک، مانند	کلید واژگان:
آنچه برای کابل انعطافپذیر بهدست میآید، به همراه یک معادلهی اضافه حاکم بر پیچش کابل میباشد. این سیستم دو درجه آزادی با	گالوپینگ
بهکارگیری روش گلرکین با استفاده از یک مُد درون صفحه و یک مُد خارج از صفحه بهعنوان توابع ویژه گسسته شده است و شامل عبارات	كابل
غیرخطی مرتبه دو و مرتبه سه میباشد. با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه با درنظر گرفتن تشدید داخلی 1:1 معادلات دامنه-فاز بهدست	جریان باد
آمدهاند. سرعت باد و خروج از مرکزی مقطع بهعنوان پارامترهای کنترلی در نظر گرفته شدهاند و تأثیر خروج از مرکزی سطح مقطع برروی	تیر منحنیشکل
دامنه، گالمینگ ممید بریس قبل گفته است. از نتایج جنب بیم آید که دامنه، ارتواشات در سرعت های بالا با در نظر گفتن خرمج از	تئورى اغتشاشات
مسای جویت جود بررسی جزد جرف است از علی چین برمی به مسای از مسال در سرختان جو سر حس جری از	
مرکزی رفتاری کاملا متفاوت از خود نشان میدهد. بدون در نظر گرفتن خروج از مرکزی دامنهی ارتعاشات با افزایش سرعت، افزایش مییابد در	
حالی که با در نظر گرفتن خروج از مرکزی، دامنه در سرعتهای پایین افزایش ولی در سرعتهای بالا کاهش مییابد.	

The Effect of Eccentricity on the Nonlinear Galloping of Cables under **Combined Wind Flow and Support Motion in 1:1 Internal Resonance**

Saman Sadripour, Amir Jalali

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran * P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, amirjalali@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 07 August 2016 Accepted 14 October 2016

Available Online 14 November 2016 Keywords: Galloping Cable

Wind Flow Curved Beam Perturbation method

ABSTRACT

Galloping of cables is a kind of self-excited vibration and is characterized by high amplitude and low frequency. In this paper for investigating the nonlinear galloping of an inclined cable, considering flexural and torsional stiffness, a cable-beam model is used. The iced cable is formulated under the effects of combined wind flow and support motion. Assuming low sag to span ratio and using physical parameter values of the cable, the governing equations of motion are obtained as classical equations of the perfectly flexible cable, plus a further equation governing the twist motion. These two degrees of freedom system is discretized via the Galerkin method, by taking one in-plane and one out-of-plane modes as trial function. Two resulting non-homogeneous ordinary differential equations are coupled and contain quadratic and cubic nonlinearities in both velocity and displacement terms. By using multiple scale method for 1:1 internal resonance, a first order amplitude-phase modulation equation, governing the slow dynamic of the cable is obtained. In this paper the wind speed and the eccentricity of the iced section are set as control parameters. Without considering the eccentricity, the value of amplitude is increased as the wind speed is increase. But considering the eccentricity, it is reduced to first increasing and then decreasing the amplitude.

1- مقدمه

وزش باد قرار می گیرند بهدلیل میرایی کمی که دارند انواع مختلف ارتعاشات را تجربه مىكنند كه از اين نوع ارتعاشات مىتوان به ارتعاشات آئولين¹ [1] و گالویینگ اشاره کرد. ارتعاشات آئولین دارای دامنهی کوچک و فرکانس بالا

کابلها سازههای سبک و انعطافپذیری هستند که بهطور گسترده در مهندسی کاربرد دارند و بهدلیل میل ذاتی آنها به جابهجاییهای بزرگ، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفتهاند. هنگامی که کابلها در معرض

1 Aeolian

Please cite this article using: S. Sadripour, A. Jalali, The Effect of Eccentricity on the Nonlinear Galloping of Cables under Combined Wind Flow and Support in 1:1 Internal Resonance, Modares Mechanical U Engineering, Vol. 16, No. 11, pp. 378-388, 2016 (in Persian)

است اما گالوپینگ کابلها یکی از انواع ارتعاشات خود تحریک است که دارای دامنه یبالا و فرکانس پایین میباشد و بهعلت نامتقارنی سطح مقطع ناشی از یخزدگی کابل، ضرایب آیرودینامیکی تغییر میکنند و در نتیجه ناپایداری رخ میدهد و گالوپینگ آغاز میشود. این ارتعاشات، خسارتهای زیادی را به خطوط انتقال نیرو وارد میکنند و بهمنظور جلوگیری از این ارتعاشات مطالعه برروی آنها حائز اهمیت میباشد. هدف از این مقاله مطالعه برروی ارتعاشات گالوپینگ کابلها میباشد.

به منظور تحلیل ارتعاشات کابل های یخزده، به خصوص در طیف غیر خطی، یک فرمول بندی دقیق هم برای مدل مکانیکی و هم برای نیروهای آیروالاستیک لازم است. نیروهای آیروالاستیک به سرعت متوسط باد و زاویهی حمله که خود تابعی از سرعت سازه و جریان اطراف آن است، بستگی دارند و معمولا این نیروها را با توجه به نظریهی شبه پایا¹ مدل سازی می کنند.

ابتداییترین مدل گالوپینگ کابل با درنظر گرفتن نسبت شکم به دهانهی کوچک توسط ایرواین [2] معرفی شد، دِن هارتوگ [3] و پارکینسون [4] مدل یک درجه آزادی را با در نظر گرفتن حرکت عمودی برای گالوپینگ كابل معرفي كردند. جونز [5] و لانگو [6] تقابل ميان حركت عمودي و افقي را درنظر گرفتند و یک مدل گالوپینگ دو درجه آزادی را ارائه دادند. علاوه بر این بلِوینز [7] و یو و همکاران [8] تأثیر دوران بر گالوپینگ را بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که دوران در شروع گالوپینگ نقش مهمی را ایفا می کند. سپس ایشان [10,9] یک مدل گالوپینگ سه درجه آزادی را ارائه کردند که در آن حرکت عمودی، افقی و دوران را به همراه تأثیر خروج از مرکزی ناشی از وجود یخ در نظر گرفته اند. لانگو و رگا [11] گالوپینگ غیرخطی کابل ها را با استفاده از یک مدل کابل کاملا انعطاف پذیر مورد مطالعه قرار دادند و لى [12] اين مدل را در شرايط تشديد 2:1 مورد بررسى قرار داده و تنها دوران استاتیکی سطح مقطع آن را در نظر گرفته است. در کار بعدی لانگو و پیکاردو [13] به منظور تصحیح مدل کلاسیک کابل برای به حساب آوردن پیچش، یک مدل نسبتاً ساده را ارئه دادند. یو و همکاران [10]، مککانل و چَنگ [14] و وایت و همکاران [15] در کارشان از مدل کابل-تیر استفاده کردند، مزیت این مدل نسبت به مدلهای قبلی درنظر گرفتن پیچش است، اما در این مدل خمش مورد بررسی قرار نگرفته است و از انحنای اولیهی کابل در تعریف کرنش پیچشی² صرفنظر شده است. لانگو و همکاران [16] یک مدل خطی از کابل-تیر ارائه کردند که در آن، علاوه بر درنظر گرفتن انحنای کابل، سفتیهای خمشی و پیچشی نیز درنظر گرفته شدهاند. در این مدل با حفظ عبارتهای مهم در معادلات حرکت، معادلات خطى كاهشيافتهى حركت استخراج شده است كه مشابه معادلات حركت کابل کاملاً انعطاف پذیر به همراه یک معادله ی اضافه حاکم بر پیچش کابل است که در آن ممانهای خمشی و پیچشی هر دو درنظر گرفته شدهاند. سپس ایشان به بررسی تأثیر زاویهی پیچش برروی شروع گالوپینگ [17] پرداختند و به این نتیجه رسیدند که درنظر گرفتن پیچش شرایط پایداری را تحت تأثير قرار مىدهد. پس از آن يان و همكاران [18] تاثير خروج از مرکزی برروی گالوپینگ کابل خطوط انتقال دو سر ثابت را مورد بررسی قرار دادند و از مدل کابل-تیر برای بررسی شرایط تشدید 1:1 استفاده کردند. بررسی پدیدهی گالوپینگ با استفاده از مدلهای المان محدود اخیراً مورد توجه پژوهشگران بسیاری قرار گرفته است بهعنوان مثال فُتی و همکار [19] و سریواستاوا و چاندرا [20] با استفاده از این مدل ها به بررسی پدیدهی

گالوپینگ پرداختهاند. متداول است که نیروهای آیرودینامیکی وارد بر کابل را در حوزهی شبه پایا مدلسازی میکنند اما برای درنظر گرفتن تأثیر رژیم ناپایا بر پدیدهی گالوپینگ رئیسی [21] این پدیده را در حوزهی ناپایا و جریان آشفته مورد بررسی قرار داده است.

در این مقاله، یک مدل غیرخطی کابل-تیر بهمنظور بررسی کابلهای یخزده که تحت تاثیر جریان باد و حرکت پایهی سمت راست قرار گرفتهاند، معرفی شده است. کابل موردنظر در این مقاله قادر به جابهجایی در سه جهت (مماس بر کابل، عمود بر کابل و عمود بر صفحه ی کابل) و دوران در یک جهت میباشد، گسترهی مورد نظر در این مقاله غیرخطی است و نیروهای آیرودینامیکی در حوزهی شبه پایا مدلسازی شدهاند. مدل بررسی شده در این مقاله، یک مدل غیرخطی از یک کابل شیبدار است که در معرض وزش باد و حرکت پایهی سمت راست آن میباشد. معادلات حرکت و شرایط مرزی مسأله را مىتوان با استفاده از قانون هميلتون توسعهيافته استخراج نمود. معادلات بهدست آمده، با استفاده از روش گلرکین با در نظر گرفتن یک مُد درونصفحه و یک مُد خارج از صفحه گسستهسازی میشوند، دو معادلهی به دست آمده، مرتبه دوم، ناهمگن، کوپله، متغیر با زمان و از نوع معادلات ديفرانسيل معمولى مىباشند. اين معادلات شامل عبارات غيرخطى مرتبهى دو و مرتبهی سه، هم در جابهجایی و هم در سرعت هستند. این عبارات غیرخطی را میتوان با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه در تئوری اغتشاشات^د، مهار کرد. با شرایط تشدید داخلی 1:1، معادلات مدولاسیون دامنه-فاز به دست می آیند که بر دینامیک آرام کابل حاکم است. سرعت باد به عنوان پارامتر کنترلی انتخاب شده است.

2- مدلسازی

1-2- مدلسازی مکانیکی

در این مقاله کابل به صورت یک محور انعطاف پذیر با سطح مقطع صلب و صفحهای مدل می شود که در آن سطح مقطع عمود بر محور باقی می ماند (يعني سطح مقطع غيرقابل تغيير شكل با برش است). بهمنظور توصيف بهتر مدل کابل-تیر دستگاه مختصات به گونهای تعریف می گردد که در آن جهتهای 1، 2 و 3، به ترتیب جهتهای مماس بر کابل، عمود بر کابل و عمود بر صفحهی کابل می باشند. برای توصیف کابل چهار پیکربندی در نظر گرفته می شود، الف- پیکربندی $arGamma_0^1$ که در آن کابل فقط تحت جاذبه است و کابل در صفحهی عمودی (۲,۷) و در نتیجه سطح مقطع آن در صفحهی واقع شده است. ب- پیکربندی T_0^2 که در آن خروج از مرکزی کابل (y,z) درنظر گرفته شده است، در این حالت ممانهای اول سطح S_2 و S_3 به منظور درنظر گرفتن خروج از مرکزی تعریف شدهاند و این پیکربندی نسبت به پیکربندی $arGamma_0^1$ به اندازهی $arphi_0$ دوران می کند. ج- پیکربندی مرجع $ar{I}$ که در آن کابل در زمان $t = 0^+$ قرار دارد و فقط بخش استاتیکی نیروهای آیرودینامیکی باد به آن وارد میشود و کابل را نسبت به پیکربندی قبلیاش یعنی Γ_0^2 ، به اندازهی arphi دوران میدهد، در این حالت موقعیت هر نقطه از Γ_0^2 کابل با بردار $\vec{X} = \vec{X}$ مشخص می شود که در آن s پارامتر طول منحنی است و $s \in [0, l]$ و l طول اولیهی کابل است و موقعیت سطح مقطع را استفاده از مختصات اینرسی با مي توان ⁴ تعیین نمود که بر سهگانهی فرنت $\overline{\beta} = \{\overline{\overline{a}_1}(s,t), \overline{\overline{a}_2}(s,t), \overline{\overline{a}_3}(s,t)\}$ منطبق است. د- پیکربندی واقعی با T نمایش داده می شود و فرض می شود

¹ Quasi static ² Torsion strain

[🕧] مىندىس مكانىك مدرس، بىمن 1395، دورە 16، شمارە 11

³ Multiple Scale Method in Perturbation

⁴ Frenet

که کابل در زمان $\mathbf{0} < t$ در آن قرار دارد و بارهای ناشی از بخش دینامیکی نیروهای آیرودینامیکی باد و حرکت پایهی سمت راست به آن وارد می شوند، در این حالت کابل در حالت کلی صفحه ای نیست و موقعیت هر نقطه از آن را می توان با استفاده از بردار $\mathbf{X} = \mathbf{X}$ و موقعیت سطح مقطع را با مختصات اینرسی $(\mathbf{x}, \mathbf{t}), \overline{\mathbf{a}_3}(\mathbf{s}, \mathbf{t})$ و موقعیت سطح مقطع را با از پیکربندی مرجع به پیکربندی واقعی را می توان با استفاده از بردار جابه جایی \mathbf{x} و زاویه پیچش \mathcal{B} به صورت رابطهی (1) و (2) تعریف کرد. پیکربندی مرجع و واقعی و زاویه ی آویز کابل در "شکل 1" و مختصات سطح مقطع کابل برای پیکربندی های درنظر گرفته شده در "شکل 2" نشان داده شده است.

$$\vec{X} = \vec{X} + \vec{u} \tag{1}$$

$$\vec{a}_i = \vec{a}_i + \vartheta \times \vec{a}_i \tag{2}$$

با استفاده از مرجع [17] و با فرض نسبت شکم به دهانهی کوچک و با در نظر گرفتن سفتیهای خمشی و پیچشی میتوان روابط بین کرنش جابهجایی را بهصورت فرمول (3) تا (6) بهدست آورد.

$$\epsilon = u' - \kappa v + \frac{1}{2} [(v' + \kappa u)^2 + {w'}^2]$$
(3)

$$k_1 = \vartheta' + \kappa w' + \kappa^2 v w' + w' v'' + \kappa' v w' \tag{4}$$

$$k_{2} = v'' + (\kappa u)' + \vartheta v'' - \frac{1}{2} \kappa (\vartheta^{2} + w'^{2})$$

$$-[(\kappa u + v')(u' - \kappa v)]'^{2}$$
(6)

که در آن \mathcal{F} کرنش کششی، k_1 کرنش پیچشی، k_2 و k_3 کرنش خمشی و $\{u, v, w\}$ مؤلفههای بردار جابهجایی \overline{u} در مبنای $\{\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3\}$ است و \mathcal{G} پیچش سطح مقطع و \mathcal{H} انحنای اولیهی کابل است. جابهجاییها و پیچش سطح مقطع وابسته به پارامتر طول منحنی s و زمان t می،اشد همچنین علامت ' ' نشان دهندهی مشتق نسبت به s می،اشد.

با استفاده از قانون همیلتون معادلات حرکت را میتوان با استفاده از رابطهی (7) بهدست آورد [6].

$$\delta H = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^t (\rho A (\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{v} \delta \dot{v} + \dot{w} \delta \dot{w}) + \rho J \dot{\vartheta} \delta \dot{\vartheta} + \rho (\dot{v} S_2 \delta \dot{\vartheta} + \dot{\vartheta} S_2 \delta \dot{v} + \dot{w} S_3 \delta \dot{\vartheta} + \dot{\vartheta} S_3 \delta \dot{w}) + (b_1 - C_u \dot{u}) \delta u + (b_2 - C_v \dot{v}) \delta v + (b_3 - C_w \dot{w}) \delta w + (c_1 - C_{\theta} \dot{\vartheta}) \delta \vartheta + EA \epsilon \delta \epsilon + G J k_1 \delta k_1 + E I_2 k_2 \delta k_2 + E I_3 k_3 \delta k_3 + T \delta \epsilon^N + M_2 \delta k_2^N + M_3 \delta k_3^N + M_1 \delta k_1^N) ds dt$$
(7)

که در آن l طول، ρ چگالی، A مساحت سطح مقطع، EA سفتی محوری، GJ سفتی پیچشی و EI_2 و EI_3 سفتیهای خمشی کابل میباشند، G_0 سفتی پیچشی و G_1 دانسیتهی V_0 , v_0 , v_0 و c_0 خاریب میرایی ساختاری، h_1 , b_1 , b_2 , b_2 و c_1 دانسیتهی نیروها و کوپل خارجی هستند و بالانویس 'N' نشاندهندهی قسمت غیرخطی است، همچنین علامت '` نشاندهندهی مشتق نسبت به غیرخطی است، همچنین علامت '` نشاندهندهی مشتق نسبت به $f_3 = c_1 e_y A$ و $M_2 = 0$ به ترتیب ممان اول سطح حول محور $M_3 = EI_3 \kappa$ $M_2 = 0$ و کششی، $D = m_2 P_3 e_1^2 T_3$



Fig. 1 Inclined cable: (a) reference configuration; (b) reference and actual configuration

شکل 1 کابل آویخته: (a) پیکربندی مرجع؛ (b) پیکربندی مرجع و پیکربندی واقعی



Fig. 2 Cable configurations and corresponding coordinates شکل 2 پیکربندی های کابل و مختصات مربوط به آن

 $M_1 = (s - l/2)\rho Ag(e_v \cos(\varphi) + e_x \sin(\varphi)) e_x on diversible on a diversible o$

با استفاده از مرجع [17] با خلاصه کردن روابط (3) تا (6) به صورت (8) تا (10) و قرار دادن آنها در معادلهی (7) معادلات حرکت را میتوان به صورت روابط (11) تا (14) به همراه شرایط مرزی (15) تا (18) بهدست آورد.

$$\epsilon = u' - \kappa v + \frac{1}{2} ({v'}^2 + {w'}^2)$$
(8)

$$k_1 = \vartheta' + \kappa w' + w' v'' \tag{9}$$

$$k_2 = -w'' + \kappa\vartheta + \vartheta\upsilon''$$

$$EA\epsilon' - \rho A\ddot{u} - C_u\dot{u} + b_1 = 0$$
(10)
(11)

$$EA(\epsilon v')' + EA\kappa\epsilon + Tv'' - \rho A\ddot{v} - C_u\dot{v} - \rho s_2\ddot{\vartheta}$$

$$+b_{2} = \mathbf{0}$$
(12)

$$EA(\epsilon w')' + Tw'' - \rho A \ddot{w} - C_{w} \dot{w} - \rho s_{3} \ddot{\vartheta} + b_{3} = \mathbf{0}$$
(13)

$$Clk \ ' \quad EL kk \quad \alpha k \ddot{\theta} - C_{w} \dot{w} - \rho s_{3} \ddot{\vartheta} + b_{3} = \mathbf{0}$$
(13)

$$-M_{3}w'' - M_{1}\kappa v' - \rho s_{2}\ddot{v} - \rho s_{3}\ddot{w} = 0$$
(14)

$$u(0) = 0 , u(l) = \eta f(t) \sin \alpha$$
(15)

$$v(0) = 0 , v(l) = \eta f(t) \cos \alpha$$
(16)

$$w(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$$
, $w(l) = \mathbf{0}$ (17)
 $GJk_1(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$, $GJk_1(l) = \mathbf{0}$ (18)
 $g_{A_1}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$, $g_{A_1}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ (17)

فرکانس عرضی به فرکانس پیچشی کوچک میباشد، میتوان پیچش و کشش را شبهپایا فرض کرد، در نتیجه عبارتهای اینرسی در جهت عرضی و پیچشی برابر با صفر میباشند، با قرار دادن **0 =** ₀ رابطهی (19) بهدست میآید [18].

$$u(s,t) = (\eta f(t) \sin \alpha) \frac{s}{l} - \frac{s}{l} \int_{0}^{l} (\kappa v - \frac{1}{2} [v'^{2} + w'^{2}]) ds$$

+ $\kappa \int_{0}^{s} v(\xi,t) d\xi - \frac{1}{2} \int_{0}^{s} (v'(\xi,t)^{2} + w'(\xi,t)^{2}) d\xi$ (19)

$$\frac{EA}{l}(\kappa + \nu'')\left[\eta f(t) \sin \alpha - \int_{0}^{l} \left(\kappa \nu - \frac{1}{2}{\nu'}^{2} - {w'}^{2}\right) ds\right]$$

+ $\bar{\tau}\nu'' - \rho A\dot{\nu} - \rho s_{2}\dot{\vartheta} - C_{\nu}\dot{\nu} + b_{2} = 0$ (20)
$$\frac{EA}{l}w''\left[\eta f(t) \sin \alpha - \int_{0}^{l} \left(\kappa \nu - \frac{1}{2}{\nu'}^{2} - {w'}^{2}\right) ds\right]$$

$$+\overline{T}w'' - \rho A\ddot{w} - \rho S_{3}\ddot{\vartheta} - C_{w}\dot{w} + b_{3} = \mathbf{0}$$

$$GJ\vartheta'' + (GJ + EI_{1})\kappa w'' - EI_{1}\kappa^{2}\vartheta - M_{2}(v'' + \kappa)$$

$$(21)$$

 $-M_3w'' - M_1\kappa v' - \rho s_2 v - \rho s_3 w = 0$ (22) از آنجا که براساس پارامترهای کابل در واقعیت S_2 و S_3 در مقایسه با A خیلی کوچک هستند بنابراین میتوان از $\delta s_2 \sigma e \delta s_1 \sigma c_2$ در معادلات (20) و (21) صرفنظر کرد. سیستم مورد بررسی دارای شرایط مرزی ناهمگن

میباشد، لذا بهمنظور بهدست آوردن سیستم معادل با شرایط مرزی همگن، در ابتدا تبدیل (23) فرض میشود.

(23) $v(s,t) = \hat{v}(s)\eta f(t) + \tilde{v}(s,t)$ (23) که در آن (ک) \hat{v} مولفهی شبهپایا و ($\hat{v}(s,t)$ مولفهی دینامیکی حل میباشد. مولفهی شبهپایای (ک) $\hat{v}(t)$ را از حل سیستم ناهمگن خطیشدهی (24) بههمراه شرایط مرزی (25) میتوان بهدست آورد، که استاتیک صفحه-ای و خطیشدهی کابل را توصیف میکند و حرکت پایه با دامنهی واحد و مستقل از زمان به آن اعمال میشود.

$$\frac{EA}{l}\kappa\sin\alpha - \frac{EA}{l}\kappa^2 \int_0^l \hat{v}\,ds + T\hat{v}'' = \mathbf{0}$$
(24)
$$\hat{v}(\mathbf{0}) = \mathbf{0} \qquad \hat{v}(l) = \cos\alpha$$
(25)

$$v(\mathbf{U}) = \mathbf{U}$$
, $v(l) = \cos \alpha$ (25)
حل خصوصی این سیستم بهصورت رابطه (26) بهدست میآید که در

آن
$$_{1}^{0}$$
 و $_{2}^{0}$ با روابط (27) و (28) تعریف شده است.
 $\hat{v}(s) = C_{1}s^{2} + C_{2}s$
(26)
(27)
(28)

$$C_{1} = \frac{-3EAmgcos(a)/(2 \sin(a)/1 - mgcos(a))}{EAm^{2}g^{2}\cos^{3}(\alpha)l^{3} + 12\bar{T}^{3}l}$$
(27)

$$C_2 = \frac{6EAmgl\cos(\alpha)\sin(\alpha)\overline{T} - 2EAm^2g^2\cos^3(\alpha)l^2 + 12\overline{T}^3}{EAm^2g^2\cos^3(\alpha)l^3 + 12\overline{T}^3l}$$

با تعريف مقادير (29)، شكل بىبعد معادلات حركت بەصورت روابط (30) تا (32) بەدست مى آيد.

$$s^{*} = \frac{s}{l} \qquad v^{*} = \frac{v}{l}$$

$$u^{*} = \frac{u}{l} \qquad w^{*} = \frac{w}{l}$$

$$t^{*} = \omega t \qquad \vartheta^{*} = \vartheta \qquad (29)$$

$$(\hat{v}''\eta f + v'' + \kappa)[\eta f \sin \alpha$$

$$-\int_{0}^{1} [\kappa(\hat{v}\eta f + v) - \frac{1}{2}(\hat{v}'\eta f + v')^{2} - \frac{1}{2}w'^{2}]ds]$$

$$+\tau(\hat{v}''\eta f + v'') + b_{2} - m(\hat{v}\eta \ddot{f} + \ddot{v}) - c_{v}(\hat{v}\eta \dot{f} + \dot{v}) = \mathbf{0}$$

$$(30)$$

$$w''$$
[$\eta f \sin lpha$

(36)

$$-\int_{0}^{1} \left[\kappa (\hat{v}\eta f + v) - \frac{1}{2} (\hat{v}'\eta f + v')^{2} - \frac{1}{2} w'^{2} \right] ds \right]$$

+ $\tau w'' + b_{3} - m \ddot{w} - c_{w} \dot{w} = \mathbf{0}$ (31)
 $\chi \vartheta'' - \kappa^{2} \vartheta + (\mathbf{1} + \chi) \kappa w'' - \frac{M_{2}l}{EI} (\hat{v}''\eta f + v'' + \kappa)$
 $-\frac{M_{3}l}{EI} w'' - \frac{M_{1}l}{EI} \kappa (\hat{v}'\eta f + v') - \frac{\rho s_{2} \omega^{2} l^{3} \ddot{v}}{EI}$

$$\frac{\partial S_3 \omega^2 t^2 W}{EI} = \mathbf{0} \tag{32}$$

که در آن بالانویس ⁽*' بهمنظور سادهسازی حذف شده است و عبارتهای بیبعد در آن بهصورت (33) بهدست آمده است.

که در آن زیرنویس n نمایشدهندهی u,v,w است.

3-2- مدلسازی آیرودینامیکی

با استفاده از یک مدل آیرودینامیکی ساده [17,16] نیروهای آیرودینامیکی b_2 و b_3 را با استفاده از فرضیات زیر میتوان بهدست آورد: الف- تئوری شبه پایا در نظر گرفته شده است [18]؛ ب- از انحنای کابل صرفنظر شده؛ ج- یخ بهطور یکنواخت طول کابل را پوشانده؛ د- از کوپلهای آیرودینامیکی صرف نظر شده؛ د- ار کوپلهای آیرودینامیکی صرف نظر شده؛ د- ار مدها به در شکل 3 نشان داده نظر شده؛ د- ار مدها با درنظر گرفتن دوران پیچشی بهدست آمدهاند و از دورانهای خمشی صرفنظر شده؛ کابل میوزد. با تصویر کردن سرعت دورانهای خمشی صرف تل شده است. مانند آنچه در شکل 3 نشان داده شده است، باد با سرعت U به صفحهی کابل میوزد. با تصویر کردن سرعت مقطع کابل اثر میگذارد بهدست میآید که در آن β زاویهی انحراف کابل موانی کابل اثر میگذارد بهدست میآید که در آن β زاویهی انحراف کابل نسبت به باد و زویده شده به مقطع و یک محور مرجع تعریف میشود زاویهی جملهی V به در این مقاله محور $\widehat{\mathbf{r}}$ بهعنوان محور مرجع درنظر گرفته شده است. که در آن $\widehat{\mathbf{r}}$ ازویه که میشود نشبت به باد و زیده شده به مقطع و یک محور مرجع تعریف میشود زاویهی حملهی V به میاند از رابطهی (35) بهدست آورد که در آ $\widehat{\mathbf{r}}$ بات آورد که در آ $\widehat{\mathbf{r}}$ را ت

$$\begin{split} \widetilde{U} &= U\sqrt{\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)} \\ \gamma &= -\arcsin(\frac{\widetilde{U}}{\widetilde{U}} \cdot \overline{\alpha_2}) \\ &= -\arcsin(\frac{\sin(\alpha)\sin(\beta)}{\sqrt{\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)}}) \end{split}$$
(35)

نیروهای ایرودینامیکی b₂ و b₃ را با استفاده از رابطهی (36) میتوان بهدست آورد.

$$b_i = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} Vr(C_d[\gamma] \vec{V} + C_l[\gamma] \vec{a_3} \times \vec{V})$$

 ho_{air} که در آن γ زاویهی حمله، \overline{V} سرعت نسبی باد نسبت به مقطع، ho_{air} چگالی هوا، r شعاع مشخصهی کابل و $\|\overline{V}\| = V$ اندازهی سرعت نسبی است، همچنین C_a و C_a ضرایب آیرودینامیکی لیفت و درگ هستند که به شکل مقطع و زاویهی حمله بستگی دارند و با رابطهی (37) تعریف میشوند.

$$C_{l}[\gamma] = aa_{1,0} + aa_{1,1}\chi + \frac{1}{2}aa_{1,2}\chi^{2} + \frac{1}{6}aa_{1,3}\chi^{3}$$

$$C_{a}[\gamma] = aa_{2,0} + aa_{2,1}\chi + \frac{1}{2}aa_{2,2}\chi^{2} + \frac{1}{6}aa_{2,3}\chi^{3}$$
(37)

$$\sum_{k=0}^{3} aa_{i,1} + \sum_{k=0}^{3} aa_{i,2}\chi^{2} + \frac{1}{6}aa_{2,3}\chi^{3}$$
(37)

آیرودینامیکی در پیکربندی مرجع میباشند که با استفاده از نتایج تجربی بهدست میآیند و بهصورت روابط (39) و (40) تعریف میشود.

$$\chi = -\vartheta + \frac{\dot{v}}{U}\cos(\varphi) - \frac{\dot{w}}{U}\sin(\varphi)$$
(38)

$$aa_{1,0} = \overline{c_l[\gamma]} , aa_{1,1} = \overline{c_l[\gamma]}'$$

$$aa_{1,0} = \overline{c_l[\gamma]}' , aa_{1,1} = \overline{c_l[\gamma]}'$$
(39)

$$aa_{1,2} = (c_1 v_1)' + aa_{1,3} = (c_1 v_1)'$$

$$aa_{2,0} = (c_0 v_1)' + aa_{2,1} = (c_0 v_1)'$$
(3)

$$aa_{2,2} = \overline{(c_d I \gamma I)}''$$
, $aa_{2,3} = \overline{(c_d I \gamma I)}'''$ (40)



Fig. 3 Inclined cable subjected to wind with slope α and yaw angle β شکل 3 کابل شیبدار با شیب α و زاویه انحراف β در معرض باد

 $\ddot{q}_2 + \omega_2^2 - ((n_3 + g_{3,1}\eta\dot{f} + g_{3,2}\eta^2\dot{f}^2)q_1$ + $(g_1\eta \dot{f} + g_2\eta^2 \dot{f}^2 + g_3\eta f + g_4\eta^2 f^2)q_2$ + $(n_5 + g_{5,1}\eta\dot{f})q_1^2 + (n_7 + g_{7,1}\eta\dot{f})q_2^2 + n_{15}q_1^3$ $+n_{18}q_2^3 + (n_6 + g_{6,1}\eta f + g_{6,2}\eta f)q_1q_2$ + $(n_8 + g_{8,1}\eta \dot{f})q_1\dot{q}_1 + (n_9 + g_{9,1}\eta \dot{f})q_2\dot{q}_1$ + $(n_{11} + g_{11,1}\eta f)q_1\dot{q}_2 + (n_{12} + g_{12,1}\eta f)q_2\dot{q}_2$ $+n_{16}q_1^2q_2 + n_{17}q_1q_2^2 + n_{19}\dot{q}_1q_1^2 + n_{21}\dot{q}_1q_2^2$ $+n_{25}\dot{q}_2q_1^2 + n_{27}\dot{q}_2q_2^2 + n_{22}\dot{q}_1^2q_1 + n_{23}\dot{q}_1^2q_2$ $+n_{31}\dot{q}_{2}^{2}q_{1} + n_{32}\dot{q}_{2}^{2}q_{2} + n_{20}q_{1}q_{2}\dot{q}_{1} + n_{26}q_{1}q_{2}\dot{q}_{2}$ $+n_{28}q_1\dot{q}_1\dot{q}_2+n_{29}q_2\dot{q}_1\dot{q}_2+n_{34}\dot{q}_2$ $+(n_{14} + g_{14,1}\eta \dot{f})\dot{q}_2^2$ + $(n_2 + g_{2,1}\eta\dot{f} + g_{2,2}\eta^2\dot{f}^2)\dot{q}_2 + n_{24}\dot{q}_1^3$ $+(n_{10} + g_{10,1}\eta\dot{f})\dot{q}_{1}^{2}$ $+ \big(n_1 + g_{1,1} \eta \dot{f} + g_{1,2} \eta^2 \dot{f}^2 \big) \dot{q}_1$ + $(n_{13} + g_{13,1}\eta f)\dot{q}_1\dot{q}_2 + n_{30}\dot{q}_1^2\dot{q}_2 + n_{33}\dot{q}_1\dot{q}_2^2$ $+g_{35,1}\eta\dot{f} + g_{35,2}\eta^2\dot{f}^2 + h_{35,3}\eta^3\dot{f}^3) = 0$ (45)

به به به در آن $q_1(t)$ و $q_2(t)$ به ترتیب دامنه درون صفحه و خارج از صفحه را نمایش می دهند و که در آن w_1 و w_2 فرکانس های دایروی $n_i \, m_i$ به ترتیب در جهت عمود بر کابل و عمود بر صفحه یکابل و ضرایب $n_i \, m_i$ و h_i ضرایب ثابت میباشند. g_i

4- تئوري اغتشاشات

در این مقاله روش مقیاسهای چندگانه (MSM)، بهمنظور توصیف دینامیک آرام سیستم، در معادلات (44) و (45) به کار می رود. از آن جا که در این معادلات ترمهای غیرخطی مرتبه دو و مرتبه سه وجود دارند، معادلات تئوری اغتشاشات تا مرتبهی سه مورد نیاز است. در این مقاله رزونانس داخلی 1:1 مورد بررسی قرار می گیرد یعنی $\omega_2 = \omega_1 + \varepsilon \sigma$ و متغیرهای زمانی جدید T_2 به صورت (46) تعریف می شوند .که در آن T_0 مقیاس زمانی سریع و T_1 و مقیاسهای زمانی آرام میباشند. حرکت پایه از نوع سینوسی بهصورت فرض می شود که در آن η دامنه تحریک پایه و از $f(t) = \eta sin(\Omega t)$ مرتبه ع است. فرض می شود که ضرایب (n₁ ،m₄ ،m₂ ،m₁) و n₂) از مرتبهی ٤ باشند و ترمهای تحریک خارجی به گونهای مرتبهبندی می شوند که در مرتبه سوم ظاهر شوند.

(46)

(51)

$$q_{i}(t, \varepsilon) = \sum_{j=1}^{3} \varepsilon^{j} q_{i,j-1}(T_{0}, T_{1}, T_{2}) , \quad i = 1,2$$
 (47)

 $m_i = \varepsilon m m_i$, $n_i = \varepsilon n n_i$, i = 1 - 4(48)مشتق زمانی اول و دوم نیز به صورت رابطهی (48) و (49) تعریف

$$\frac{dt}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \cdots$$
(49)

$$\frac{a^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) + \cdots$$
(50)

با قرار دادن معادلات (46) تا (50) در معادلات (43) و (44) و مرتب

 $T_n = \epsilon^n t_1$, n = 0,1,2

 $D_0^2 q_{1,0} + \omega_1^2 q_{1,0} = \mathbf{0}$ ² س

$$D_0^2 q_{2,0} + \omega_2^2 q_{2,0} = \mathbf{0}$$
(52)

 $D_0^2 q_{1,1} + \omega_1^2 q_{1,1} = -2D_0 D_1 q_{1,0} + m_{12} q_{2,0} D_0 q_{2,0}$ $+m_7q_{2,0}^2 + m_8q_{1,0}D_0q_{1,0} + m_{14}(D_0q_{2,0})^2$

با قرار دادن معادلات (34) و (35) و معادلات (37) تا (40) در معادله ی $\vec{a_2}$ (36)، بسط آن تا مرتبه سوم و سپس تصویر کردن آن بر روی محورهای $\vec{a_2}$ و $\overrightarrow{a_3}$ ، مؤلفههای نیرو به صورت رابطهی (41) بهدست میآیند.

$$b_{i} = \bar{b}_{i} + \sum_{j=1}^{3} c_{ij}(\varphi)\xi_{j} + \sum_{j,k=1}^{3} c_{ijk}(\varphi)\xi_{j}\xi_{k}$$
$$+ \sum_{j,k,l=1}^{3} c_{ijkl}\xi_{j}\xi_{k}\xi_{l}$$
(41)

که برای i = 2,3 برقرار است و $\xi \coloneqq (artheta, \dot{v}, \dot{w})^T \equiv \xi$ برداری است که در i = 2,3آن تمامی متغیرهای مستقل قرار دارند. Cijk ، Ciji و Cijkl ضرایبی هستند که به C_d و C_d و مشتق آنها نسبت به arphi بستگی دارند و تمامی این متغیرها در پیکربندی اولیه محاسبه شده است. ضرایب آیرودینامیکی در پیوست ذکر شده است. \overline{b}_i بخش استاتیکی نیروهای آیرودینامیکی باد و $b_i - \overline{b}_i$ بخش شده است. دینامیکی نیروهای باد است، از آنجایی که فرض شده که پیکربندی مرجع در زمان $t = 0^+$ تحت قسمت استاتیکی نیروهای باد قرار گرفته است و از آنجا که این نیروها در طول کابل یکنواخت می اشد، در نتیجه این پیکربندی صفحهای است و با صفحهی عمودی زاویهی arphi را ایجاد میکند در نتیجه تعادل نیازمند این است که برآیند نیروها در صفحه یکابل قرار گیرد، برای حذف مولفهی برآیند در جهت عمود بر صفحهی کابل رابطهی (42) برقرار است.

$$\bar{b}_3(\varphi, U) + mg\sin(\varphi) = 0 \tag{42}$$

3- گىستەسازى

در این قسمت معادلات (30) تا (32) با استفاده از روش گلرکین با درنظر $\vartheta = f_3[s]q_3[t]$ و $w = f_2[s]q_2[t]$ $v = f_1[s]q_1[t]$ و گسسته می شود که در آن f₁[s] و f₂[s] شکل مُد در جهت عمود بر q_{3} [t] و q_{2} [t]، q_{1} [t] و q_{3} [t] دامنهی آن میباشد، با قرار دادن این توابع در معادلهی (22) رابطهی (43) بهدست مى آيد [18]، همچنين با استفاده از رابطهى (43) و توابع تعريف شده، مدل گسسته به صورت رابطهی (44) و (45) به دست می آید. (43) $q_3 = \beta_1 q_1 + \beta_2 q_2$

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 - ((h_1\eta f + h_2\eta^2 f^2 + h_3\eta f + h_4\eta^2 f^2)q_1$$

+
$$(m_4 + h_{4,1}\eta f + h_{4,2}\eta^2 f^2)q_2$$

- + $(m_5 + h_{5,1}\eta \dot{f} + h_{5,2}\eta f)q_1^2$
- + $(m_7 + h_{7,1}\eta f + h_{7,2}\eta f)q_2^2$ + $m_{15}q_1^3$ + $m_{18}q_2^3$
- + $(m_6 + h_{6,1}\eta \dot{f})q_1q_2$ + $(m_8 + h_{8,1}\eta \dot{f})q_1\dot{q}_1$
- + $(m_9 + h_{9,1}\eta\dot{f})q_2\dot{q}_1$ + $(m_{11} + h_{11,1}\eta\dot{f})q_1\dot{q}_2$
- + $(m_{12} + h_{12,1}\eta \dot{f})q_2\dot{q}_2$ + $m_{16}q_1^2q_2$ + $m_{17}q_1q_2^2$
- $+m_{19} \dot{q}_1 {q_1}^2 + m_{21} \dot{q}_1 {q_2}^2 + m_{25} \dot{q}_2 {q_1}^2 + m_{27} \dot{q}_2 {q_2}^2$
- $+m_{22}\dot{q}_{1}^{2}q_{1}+m_{23}\dot{q}_{1}^{2}q_{2}+m_{31}\dot{q}_{2}^{2}q_{1}+m_{32}\dot{q}_{2}^{2}q_{2}$
- $+m_{20}q_1q_2\dot{q}_1+m_{26}q_1q_2\dot{q}_2+m_{28}q_1\dot{q}_1\dot{q}_2$ $+m_{29}q_2\dot{q}_1\dot{q}_2 + m_{34}\dot{q}_2^3 + (m_{14} + h_{14,1}\eta\dot{f})\dot{q}_2^2$
- + $(m_2 + h_{2,1}\eta\dot{f} + h_{2,2}\eta^2\dot{f}^2)\dot{q}_2 + m_{24}\dot{q}_1^2$
- + $(m_{10} + h_{10,1}\eta\dot{f})\dot{q}_1$
- + $(m_1 + h_{1,1}\eta\dot{f} + h_{1,2}\eta^2\dot{f}^2)\dot{q}_1$
- + $(m_{13} + h_{13,1}\eta \dot{f})\dot{q}_1\dot{q}_2$ + $m_{30}\dot{q}_1^2\dot{q}_2$ + $m_{33}\dot{q}_1\dot{q}_2^2$
- $+h_{35,1}\eta f + h_{35,2}\eta^2 f^2 + h_{35,3}\eta^3 f^3 + h_{35,4}\eta \dot{f}$
- $+h_{35,5}\eta^2\dot{f}^2 + h_{35,6}\eta^3\dot{f}^3 + h_{35,7}\eta\ddot{f}$ = 0

(44)

(53)

(54)

(55)

 $+g_{1,2}\eta^2 \dot{f}^2 D_0 q_{1,0} + g_{8,1}\eta \dot{f} q_{1,0} D_0 q_{1,0} + g_{6,2}\eta f q_{1,0} q_{2,0}$ $+m_{13}D_0q_{1,0}D_0q_{2,0} + m_6q_{1,0}q_{2,0} + m_{11}q_{1,0}D_0q_{2,0}$ $+g_{14,1}\eta \dot{f}(D_0q_{2,0})^2 + g_{2,1}\eta \dot{f}D_0q_{2,0} + g_{2,2}\eta^2 \dot{f}^2 D_0q_{2,0}$ + $mm_1D_0q_{1,0}$ + $m_{10}(D_0q_{1,0})^2$ + $m_9q_{2,0}D_0q_{1,0}$ $+g_{6,1}\eta f q_{1,0}q_{2,0} + g_{12,1}\eta f q_{2,0}D_0q_{2,0} + g_{9,1}\eta f q_{2,0}D_0q_{1,0}$ $+mm_4q_{2,0} + mm_2D_0q_{2,0} + m_5q_{1,0}^2$ $+g_{11,1}\eta \dot{f}q_{1,0}D_0q_{2,0} + g_{13,1}\eta \dot{f}D_0q_{1,0}D_0q_{2,0} + g_{35,1}\eta \dot{f}$ $+g_{35,2}\eta^2\dot{f}^2 + g_4\eta^2f^2q_{2,0} + g_{7,1}\eta\dot{f}q_{2,0}^2 + g_{5,1}\eta\dot{f}q_{1,0}^2$ $D_0^2 q_{2,1} + \omega_2^2 q_{2,1} = -2D_0 D_1 q_{2,0} + n_{10} (D_0 q_{1,0})^2$ $+g_{3,1}\eta f q_{1,0} + g_{3,2}\eta^2 f^2 q_{1,0} + g_1\eta f q_{2,0} + g_2\eta^2 f^2 q_{2,0}$ $\begin{array}{l} +n_{11}q_{1,0}D_0q_{2,0}+n_6q_{1,0}q_{2,0}+nn_3q_{1,0}+n_7q_{2,0}{}^2\\ +n_{13}D_0q_{1,0}D_0q_{2,0}+n_5q_{1,0}{}^2+nn_1D_0q_{1,0}\end{array}$ $+g_3\eta f q_{2,0}$ (56) $+n_{12}q_{2,0}D_0q_{2,0} + n_9q_{2,0}D_0q_{1,0} + nn_2D_0q_{2,0}$ $+n_8q_{1,0}D_0q_{1,0}+n_{14}(D_0q_{2,0})$ پاسخ معادلات (51) و (52) بهترتیب به شکل رابطهی (57) و (58) 0(ε³) بهدست میآید، که در آن $ar{A_1}$ و $ar{A_2}$ بهترتیب مزدوج مختلط A_1 و A_2 هد $D_0^2 q_{1,2} + \omega_1^2 q_{1,2} = -2D_0 D_2 q_{1,0} - D_1^2 q_{1,0} - 2D_0 D_1 q_{1,1}$ و هردو تابعی از **(**۲₁,T₂) میباشند، با جایگذاری q_{1,0} و q_{2,0} در معادلهی $+m_{23}q_{2,0}(D_0q_{1,0})^2 + m_9q_{2,0}D_0q_{1,1} + m_9q_{2,0}D_1q_{1,0}$ و معادلهی $(arepsilon^3)$ و حذف عبارتهایی که منجر به عبارات سکولار $0(arepsilon^2)$ $+m_{21}q_{2,0}{}^{2}D_{0}q_{1,0}+m_{20}q_{1,0}q_{2,0}D_{0}q_{1,0}+m_{9}q_{2,1}D_{0}q_{1,0}$ مىشوند، روابط (59) تا (62) بەدست مىآيند. $+m_{29}q_{2,0}D_0q_{1,0}D_0q_{2,0} + m_{28}q_{1,0}D_0q_{1,0}D_0q_{2,0}$ $q_{1,0} = A_1 e^{i\omega_1 T_0} + \bar{A_1} e^{-i\omega_1 T_0}$ $+m_{13}D_0q_{1,0}D_0q_{2,1} + m_{13}D_0q_{1,0}D_1q_{2,0} + m_{13}D_0q_{1,1}D_0q_{2,0}$ (57) $q_{2,0} = A_2 e^{i\omega_2 T_0} + \bar{A}_2 e^{-i\omega_2 T_0}$ (58)+ $m_{13}D_1q_{1,0}D_0q_{2,0}$ + $m_{30}(D_0q_{1,0})^2D_0q_{2,0}$ $+m_{33}D_{0}q_{1,0}(D_{0}q_{2,0})^{2} +m_{19}q_{1,0}^{2}D_{0}q_{1,0}$ $+m_{22}q_{1,0}(D_{0}q_{1,0})^{2} +m_{8}q_{1,0}D_{1}q_{1,0} +m_{34}(D_{0}q_{2,0})^{3}$ $D_1A_1 = f_1(A_1, A_2)$ (59) (60) $D_1A_2 = f_2(A_1, A_2)$ $+m_6q_{1,0}q_{2,1}+m_6q_{1,1}q_{2,0}+m_{32}q_{2,0}(D_0q_{2,0})^2$ $D_2A_1 = g\mathbf{1}(A_1, A_2, A_1^2 \bar{A}_1, A_1 A_2 \bar{A}_1, A_2^2 \bar{A}_1, A_1^2 \bar{A}_2, A_1 A_2 \bar{A}_2, A_2^2 \bar{A}_2)$ $+m_{17}q_{1,0}q_{2,0}^{2}+m_{27}q_{2,0}^{2}D_{0}q_{2,0}+2m_{7}q_{2,0}q_{2,1}$ (61)+2 $m_5q_{1,0}q_{1,1}$ + $m_{24}(D_0q_{1,0})^3$ + $m_{16}q_{1,0}^2q_{2,0}$ $D_2A_2 = g2(A_1, A_2, A_1^2\bar{A}_1, A_1A_2\bar{A}_1, A_2^2\bar{A}_1, A_1^2\bar{A}_2, A_1A_2\bar{A}_2, A_2^2\bar{A}_2)$ $+m_{12}q_{2,0}D_1q_{2,0}+mm_4q_{2,1}+m_{18}q_{2,0}{}^3+m_{15}q_{1,0}{}^3$ (62) $+m_{11}q_{1,0}D_0q_{2,1} + m_{11}q_{1,0}D_1q_{2,0} + m_{11}q_{1,1}D_0q_{2,0}$ با استفاده از تعریف شکل قطبی برای A₁ و A₂ بهصورت (63) که در آن $+m_{25}q_{1,0}{}^2D_0q_{2,0}+m_{26}q_{1,0}q_{2,0}D_0q_{2,0}$ $+m_{31}q_{1,0}(D_0q_{2,0})^2 + m_{12}q_{2,0}D_0q_{2,1} + m_{12}q_{2,1}D_0q_{2,0}$ و $lpha_i$ و فاز متغیر با زمان هستند، معادلات کاهشیافتهی a_i مدولاسيون دامنه با تعريف (64)، بهصورت روابط (65) تا (67) بهدست $+2m_{14}D_0q_{2,0}D_0q_{2,1}+2m_{14}D_0q_{2,0}D_1q_{2,0}+m_8q_{1,0}D_0q_{1,1}$ $+m_8q_{1,1}D_0q_{1,0} + 2m_{10}D_0q_{1,0}D_0q_{1,1} + 2m_{10}D_0q_{1,0}D_1q_{1,0}$ مىآيد. $+mm_2D_0q_{2,1} + mm_2D_1q_{2,0} + mm_1D_0q_{1,1} + mm_1D_1q_{1,0}$ $A_j = \frac{1}{2} a_j[t] \exp(i\alpha_j[t])$ j = 1,2 (63) $+h_{35,6}\eta^3\dot{f}^3 + h_{35,3}\eta^3f^3 + h_{12,1}\eta\dot{f}q_{2,0}D_0q_{2,0}$ $+h_{2,1}\eta \dot{f} D_0 q_{2,0} + h_{2,2}\eta^2 \dot{f}^2 D_0 q_{2,0} + h_{14,1}\eta \dot{f} (D_0 q_{2,0})^2$ (64) $\Psi[t] = \alpha_2[t] - \alpha_1[t] + \varepsilon \sigma$ $+h_{6,1}\eta \dot{f} q_{1,0} q_{2,0} + h_{8,1}\eta \dot{f} q_{1,0} D_0 q_{1,0} + h_{10,1}\eta \dot{f} (D_0 q_{1,0})^2$ $\dot{a}_1 = p p_{1,1} a_1 + \frac{1}{4} p p_{3,1} a_1^3$ $+h_{11,1}\eta \dot{f} D_0 q_{1,0} + h_{1,2}\eta^2 \dot{f}^2 D_0 q_{1,0} + h_{9,1}\eta \dot{f} q_{2,0} D_0 q_{1,0}$ $+ h_{11,1} \eta \dot{f} q_{1,0} D_0 q_{2,0} + h_{13,1} \eta \dot{f} D_0 q_{1,0} D_0 q_{2,0} + h_{35,5} \eta^2 \dot{f}^2$ + $(\cos(\Psi) pp_{2,1} - \sin(\Psi) pp_{2,2})a_2$ $+h_{35,4}\eta \dot{f}+h_{35,1}\eta f+h_{35,2}\eta^2 f^2+h_{35,7}\eta \ddot{f}+h_{4,1}\eta \dot{f}q_{2,0}$ + $\frac{1}{4}$ (cos(Ψ) $pp_{4,1}$ - sin(Ψ) $pp_{4,2}$ + cos(Ψ) $pp_{6,1}$ $+h_{4,2}\eta^2 \dot{f}^2 q_{2,0} + h_{7,1}\eta \dot{f} q_{2,0}^2 + h_{7,2}\eta f q_{2,0}^2 + h_1\eta \dot{f} q_{1,0}$ + $\sin(\Psi) p p_{6,2} a_1^2 a_2 + \frac{1}{4} (\cos(2\Psi) p p_{5,1})$ $+h_2\eta^2\dot{f}^2q_{1,0}+h_3\eta fq_{1,0}+h_4\eta^2f^2q_{1,0}+h_{5,1}\eta\dot{f}q_{1,0}{}^2$ $+h_{5,2}\eta f q_{1,0}^{2}$ $-\sin(2\Psi) pp_{5,2} + pp_{7,1})a_1a_2^2 + \frac{1}{4}(\cos(\Psi) pp_{8,1})$

(65)

(66)

 $D_0^2 q_{2,2} + \omega_2^2 q_{2,2} = -2D_0 D_2 q_{2,0} - D_1^2 q_{2,0} - 2D_0 D_1 q_{2,1}$ $+n_{29}q_{2,0}D_0q_{1,0}D_0q_{2,0} + n_{28}q_{1,0}D_0q_{1,0}D_0q_{2,0}$ $+n_{13}D_1q_{1,0}D_0q_{2,0} + n_{13}D_0q_{1,0}D_0q_{2,1} + n_{13}D_0q_{1,0}D_1q_{2,0}$ + $n_{13}D_0q_{1,1}D_0q_{2,0}$ + $n_{30}(D_0q_{1,0})^2D_0q_{2,0}$ $+n_{33}D_0q_{1,0}(D_0q_{2,0})^2 + n_{32}q_{2,0}(D_0q_{2,0})$ $+ n_{27} q_{2,0}{}^2 D_0 q_{2,0} + n_6 q_{1,0} q_{2,1} + n_6 q_{1,1} q_{2,0} + n_{17} q_{1,0} q_{2,0}{}^2$ $+n_{16}q_{1,0}^2q_{2,0} + n_{19}q_{1,0}^2D_0q_{1,0} + 2n_7q_{2,0}q_{2,1}$ $+2n_5q_{1,0}q_{1,1} + n_{22}q_{1,0}(D_0q_{1,0})^2 + n_{34}(D_0q_{2,0})^3$ $+n_{12}q_{2,0}D_1q_{2,0} + n_{24}(D_0q_{1,0})^3 + n_8q_{1,0}D_1q_{1,0} + n_{15}q_{1,0}^3$ $+ n_{18} q_{2,0}{}^3 + 2 n_{14} D_0 q_{2,0} D_1 q_{2,0} + n_{12} q_{2,0} D_0 q_{2,1}$ $+n_{12}q_{2,1}D_0q_{2,0}$ + $2n_{10}D_0q_{1,0}D_1q_{1,0}$ + $n_8q_{1,0}D_0q_{1,1}$ $+n_8q_{1,1}D_0q_{1,0}+2n_{10}D_0q_{1,0}D_0q_{1,1}+n_{23}q_{2,0}(D_0q_{1,0})^2$ $+n_{20}q_{1,0}q_{2,0}D_0q_{1,0}+n_9q_{2,0}D_0q_{1,1}+n_9q_{2,0}D_1q_{1,0}$ + $n_9q_{2,1}D_0q_{1,0}$ + $n_{31}q_{1,0}(D_0q_{2,0})^2$ + $n_{25}q_{1,0}^2D_0q_{2,0}$ $+n_{26}q_{1,0}q_{2,0}D_0q_{2,0}+n_{11}q_{1,0}D_0q_{2,1}+n_{11}q_{1,0}D_1q_{2,0}$ $+n_{11}q_{1,1}D_0q_{2,0}+n_{21}q_{2,0}{}^2D_0q_{1,0}+nn_1D_0q_{1,1}$ $+nn_1D_1q_{1,0} + nn_2D_0q_{2,1} + nn_2D_1q_{2,0} + nn_3q_{1,1}$ $+g_{35,3}\eta^3\dot{f}^3+g_{10,1}\eta\dot{f}(D_0q_{1,0})^2+g_{1,1}\eta\dot{f}D_0q_{1,0}$

 $sin(\Psi) pp_{8,2} a_2^3$

 $+\sin(\Psi)qq_{3,2}a_1^3 + qq_{2,1}a_2$

+sin(Ψ)qq_{7,2}) $a_1a_2^2$ + $\frac{1}{4}$ qq_{8,1} a_2^3

+ $\frac{1}{4}(qq_{4,2} - \sin(2\Psi) qq_{6,1})$

+ $\cos(2\Psi) qq_{6,2} a_1^3 a_2$

 $a_1 a_2 \dot{\Psi} = (-\sin(\Psi) q q_{1,1} + \cos(\Psi) q q_{1,2}) a_1^2$

+ $\frac{1}{4}(-\sin(\Psi) qq_{3,1} + \cos(\Psi) qq_{3,2})a_1^4$

+ $(\varepsilon\sigma - pp_{1,2} + qq_{2,2})a_1a_2 - \frac{1}{4}pp_{3,2}a_1^2a_2$

 $\dot{a}_2 = (\cos(\Psi) qq_{1,1} + \sin(\Psi) qq_{1,2})a_1 + \frac{1}{4}(\cos(\Psi) qq_{3,1})a_1 + \frac{1}{4}(\cos(\Psi) qq_{3,1})a_2 + \frac{1}{4}(\cos(\Psi) qq_{3,1})a_1 + \frac{1}{4}(\cos(\Psi) qq_{3,1})a_2 + \frac{1}{4}(\cos(\Psi) qq_{3,1})a_3 + \frac{1}{4}(\cos($

+ $\frac{1}{4}(qq_{4,1} + \cos(2\Psi) qq_{6,1} + \sin(2\Psi) qq_{6,2})a_1^2a_2$

+ $\frac{1}{4}$ (cos(Ψ) $qq_{5,1}$ - sin(Ψ) $qq_{5,2}$ + cos(Ψ) $qq_{7,1}$



Fig 4 Initial orientation of U shaped cable under wind flow (γ =0) شکل 4 جهت گیری اولیه یکابل U شکل در برابر جریان باد

$\overline{c_d[\gamma]} = 4.5712\gamma^3 + 1.3518\gamma^2 - 1.7591\gamma + 0.9874$ (69) $\overline{c_l[\gamma]} = 8.483\gamma^3 + 3.3187\gamma^2 - 1.4791\gamma - 0.3046$ (70)

زاویهی حمله در پیکربندی جاری با سرعت باد تغییر میکند و خود

تابعی از زاویهی دوران میباشد، "شکل 8" تغییرات زاویهی دوران را با سرعت



Fig. 5 Eigen function of the in-plane mode for different resonance condition

شکل 5 تابع ویژه مُد درون صفحه برای شرایط رزونانسی مختلف



Fig. 6 Out-of-plane mode Eigen function of the w component شکل 6 تابع ویژه مُد خارج از صفحه مؤلفه ی w





که در آن ضرایب pp_{i,j} و qq_{i,j} تابعی از سرعت باد میباشند.

5- نتایج عددی

1-5- پارامترهای عددی

بهمنظور به دست آوردن نتایج عددی مطالعات انجام شده، کابل -4XLGJ 400/50 با سطح مقطع U شکل مانند "شکل 4"، مورد بررسی قرار می گیرد. مقادیر پارامترهای این مدل در جدول 1 آمده است.

با این مشخصات کابل به اولین نقطه تقاطع نزدیک است در نتیجه اولین فرکانسهای طبیعی آن تحت شرایط نبود باد با استفاده از مرجع [2] دارای مقادیر (68) می باشد.

$$\omega_{si} = 3.11 \qquad \omega_{ai} = 6.1 \\
\omega_{so} = 3.05 \qquad \omega_{ao} = 6.1 \tag{68}$$

که در آن زیرنویس s نشاندهندهی مُد متقارن، a مُد پادمتقارن، i مُد درون صفحه و 0 مُد خارج از صفحه است. بنابراین قابل مشاهده است که اولین مُد درون صفحهی متقارن با اولین مُد خارج از صفحهی متقارن دارای شرایط تشدید داخلی 1:1 و مدهای متقارن با مدهای پادمتقارن دارای شرایط تشدید داخلی 1:2 می باشد. توابع ویژه مربوط به این مدها در "شکل 5 و شکل 6" آورده شده است [2].

با توجه به مشخصات آیرودینامیکی، ضرایب آیرودینامیکی این نوع از مقطع بهصورت تجربی بهدست آمده است در این مقاله با توجه به "شکل 4" $\mathbf{0} = \mathbf{\gamma}$ در پیکربندی مرجع درنظر گرفته شده است. چندجملهای برازش شده با این دادههای تجربی در رابطهی (69) و (70) آمده است و تغییرات آن با زاویهی حمله در "شکل 7" رسم شده است.

جدول 1 خواص كابل [18]

Table I Cable p	roperties [18]	
نماد	مقدار	پارامتر
EA	31.3 × 10 ⁶ N	سفتى محورى
GJ	393 Nm ²	سفتى پيچشى
EI	1965 Nm ²	سفتى خمشى
ξ_s	0.45%	نسبت میرایی سازهای
m	1.8 kg/m	جرم واحد طول
x_l	99.6 m	موقعیت x پایه
y_l	—70.3 m	موقعيت y پايه
ω_1	3.11	فرکانس طبیعی در جهت 1
ω_2	3.05	فرکانس طبیعی در جهت 2
α	-35.2°	زاویهی آویز کابل
\overline{T}	107.19 kN	كشش اوليه
β	0°	زاويەي انحراف باد
3	0.1	ضريب تئوري اغتشاشات

باد نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود زاویه دوران در ابتدا با شیب ملایم تری تغییر می کند اما با بالاتر رفتن سرعت تغییرات سریع تر اتفاق می افتد.

2-5- حل حالت پايا

بهمنظور بررسی پایداری سیستم در حالت رزونانس داخلی 1:1، با قرار دادن $\dot{a}_2 = \mathbf{0}$ و $\dot{a} = \mathbf{0}$ در معادلات مدولاسیون - فاز کاهشیافتهی (60) تا (62) میتوان نقاط تعادل سیستم را بهدست آورد.

در ابتدا بمنظور اعتبارسنجی نتایج، حل حالت پایا در مطالعه حاضر و مرجع [18] با یک دیگر مقایسه می شوند از آنجا که در این مرجع گالوپینگ غیرخطی یک کابل با پایه های ثابت که در یک سطح باهم قرار گرفته اند مورد بررسی قرار گرفته است، نتایج کار حاضر با درنظر گرفتن حالت خاص کابل با پایه های هم سطح (زاویه آویز صفر درنظر گرفته شده است) و بدون تحریک پایه با نتایج مرجع [18] در "شکل 9" مورد مقایسه قرار گرفته است. همان طور که مشاهده می شود رفتار دو نمودار مشابه یک دیگر می باشد یعنی ادون درنظر گرفتن خروج از مرکزی در محدوده سرعت مورد بررسی با افزایش سرعت، دامنه ی ارتعاشات افزایش می یابد، اختلاف موجود به این علت است که نتایج پدیده ی گالوپینگ به شدت تحت تاثیر زاویه حمله می باشد و از آن جا که پارامترهای لازم برای به دست آوردن زاویه ی حمله در این مرجع ذکر نشده است بین دو نمودار اختلاف وجود دارد.

"شکل 10" تغییرات دامنهی a₁ و a₂ را با سرعت باد نشان میدهد در



شکل 8 مسیر غیرخطی تعادل



Fig. 9 the Steady-State results of a cable with fixed supports at the same level for current study (----) and [18] (____)

شکل 9 نتایج حل حالت پایا برای کابل افقی با پایههای ثابت در مطالعه حاضر (---) و نیز مرجع [18] (___)

این حالت خروج از مرکزی سطح مقطع نادیده گرفته شده است و همان طور که مشاهده می شود تغییرات دامنه در محدودهی سرعت مورد بررسی با افزایش سرعت، افزایش پیدا می کند همچنین دامنهی a_1 نسبت به دامنهی a_2 تغییرات محسوس تری با سرعت باد دارد. به عبارتی دامنه ارتعاشات در جهت عمود بر صفحه کابل افزایش بیشتری نسبت به دامنه ارتعاشات عرضی کابل خواهد داشت.

"شکل 11" تغییرات دامنه n را با سرعت باد، با در نظر گرفتن خروج از مرکزی مقطع نشان میدهد. همان طور که مشاهده می شود با افزایش سرعت دامنه n مانند حالت بدون در نظر گرفتن خروج از مرکزی، افزایش می ابد، اما با افزایش سرعت دامنه شروع به کاهش می کند که کاملا برخلاف رفتاری است که در "شکل 10" آمده است.

به عبارت دیگر خروج از مرکزی در این کابل از سرعت حدود 14 متر بر ثانیه به بعد همانند یک میراکننده عمل کرده و دامنه ارتعاشات عمود بر صفحه کابل را کاهش داده و در نهایت آن را حذف میکند. به عبارتی در این محدوده سرعتی، نقش میراکنندگی خروج از مرکزی کاملا مشهود میباشد.

3-5- نتيجه گيرى

در این پژوهش به بررسی تأثیر درنظر گرفتن خروج از مرکزی مقطع برروی دامنه ارتعاشات گالوپینگ یک کابل مایل تحت حرکت پایه سمت راست پرداخته شد. در محدوده سرعت مورد بررسی، بدون اعمال تأثیر خروج از مرکزی سطح مقطع کابل، با افزایش سرعت باد دامنهی ارتعاشات نیز افزایش



Fig. 10 amplitude versus wind speed of 1:1 resonant case without considering eccentricity



Fig. 11 amplitude versus wind speed of 1:1 resonant case considering eccentricity

شکل 11 تغییرات دامنه با سرعت باد در حالت تشدید داخلی 1:1 با درنظر گرفتن خروج از مرکزی

پیدا میکند. درصورتیکه با اعمال اثر خروج از مرکزی مقطع برای این نمونه کابل در محدوده سرعت مورد بررسی، دامنه در ابتدا افزایش می یابد که با آنچه از رفتار ارتعاشات گالویینگ انتظار می رفت منطبق است، اما پس از آن خروج از مرکزی تأثیری بهصورت یک میراکننده در ارتعاشات دارد و با تحت تأثير قرار دادن زاويه حمله، از دامنه ارتعاشات كاسته مى شود تا به صفر برسد. این دو رفتار متفاوت نشان میدهد که درنظر گرفتن خروج از مرکزی سطح مقطع یکی از پارامترهای بسیار مهم در مدلسازی میباشد؛ تا آنجایی که صرفنظر کردن از آن ممکن است رفتاری کاملاً متفاوت با آنچه در واقعیت اتفاق میافتد را پیشبینی کند. از طرف دیگر، از این رفتار کاهش ارتعاشی می توان به عنوان راه حلی برای کنترل ار تعاشات گالوپینگ در کابل ها استفاده کرد.

6- فهرست علائم

مساحت سطح مقطع کابل (m ²)	Α
دامنهی مرکب وابسته به زمان آرام در جهت عمود بر ک	A_1
دامنهی مرکب وابسته به زمان آرام در جهت عمود بر	A_2
صفحهی کابل	
دامنهی متغیر با زمان t در جهت عمود بر کابل	<i>a</i> ₁
دامنهی متغیر با زمان t در جهت عمود بر صفحه کابل	<i>a</i> ₂
نيروى آيروديناميكي ليفت (Nm ⁻¹)	b_2
نیروی آیرودینامیکی در گ (Nm ⁻¹)	b_3
مومنتوم آیرودینامیکی (N)	C_1
ضريب آيروديناميکي درگ	C_d
ضريب أيروديناميكي ليفت	C_l
ضرایب میرایی ساختاری برای i = u,v,w,v	c _i
شکم کابل (m)	d
سفتی محوری کابل (N)	EA
سفتی خمشی (Nm ²)	EI_i
تابع ويژه	f_i
سفتی پیچشی (Nm ²)	GJ
کرنش پیچشی (m)	k_1
کرنش خمشی (m)	k_2
کرنش خمشی (m)	k_3
طول اوليه كابل (m)	l
جرم واحد طول کابل (kgm ⁻¹)	m
$(\mathrm{Nm}) \; a_1$ خمش اولیه کابل حول محور	M_1
$(\mathrm{Nm})~a_2$ خمش اولیه کابل حول محور	M_2
پیچش اولیه کابل (Nm)	M_3
مقدار ویژه	q_i
پارامتر طول منحنی کابل (m)	S
ممان اول سطح در جهت 1 (m ³)	S_1
ممان اول سطح در جهت 2 (m ³)	S_2
زمان (s)	t
کشش اولیه کابل (N)	\overline{T}
مقیاس زمانی سریع (s)	T_0
مقیاس زمانی آرام (s)	T_1
مقیاس زمانی بسیار آرام (s)	T_2

\vec{u}	بردار جابهجایی
и	\overline{a}_3 مولفه بردار جابهجایی در جهت
v	$ar{a}_1$ مولفه بردار جابهجایی در جهت
ŵ	u مولفه شبه پایای $ u$
\widetilde{v}	v مولفه ديناميکی v
w	\overline{a}_2 مولفه بردار جابهجایی در جهت
علايم يونانى	
α	زاویهی آویز کابل (rad)
β	زاویه انحراف باد نسبت به کابل (rad)
γ	زاویه حمله باد نسبت به کابل (rad)
ε	کرنش کششی (m)
η	دامنهی حرکت پایه (m)
к	t = 0 انحنای کابل در جهت \overline{a}_2 در زمان
θ	زاویه پیچش سطح مقطع (rad)
ρ	چگالی کابل (kgm ⁻³)
arphi	دوران سطح مقطع در اثر وزش باد (rad)
$arphi_0$	دوران سطح مقطع در اثر وجود يخ (rad)
ω_1	فرکانس دایروی در جهت عمود برکابل (¹⁻ rads)

زيرنويسها

هوا Air

 ω_1

 ω_2

كابل

 $b_2 = -kU^2 (-\sin(\varphi) a a_{2,0} + \cos(\varphi) a a_{1,0})$ $c_{21} = -kU^2$ (sin(φ) $aa_{2,1} - \cos(\varphi)aa_{1,1}$) $c_{22} = -kU(2aa_{2,0} - \cos(\varphi)\sin(\varphi)aa_{2,1})$ $c_{23} = kU(\cos^2(\varphi) aa_{2,1} - aa_{21} + aa_{10})$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{2,0} + \cos^2(\varphi)aa_{1,0}$ + sin(φ) cos(φ) $aa_{1,1}$) $c_{211} = -\frac{1}{2}kU^{2}(-\sin(\varphi) aa_{2,2} + \cos(\varphi) aa_{1,2})$ $c_{212} = kU(-\cos^2(\varphi) aa_{2,1} - \sin(\varphi) \cos(\varphi) aa_{2,2}$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{1,1} + 2aa_{2,1} + \cos^2(\varphi)aa_{1,2})$ $c_{213} = -kU(-aa_{2,2} + \cos^2(\varphi) aa_{2,2})$ + $\sin(\varphi) \cos(\varphi) aa_{1,2} + aa_{1,1} + \cos^2(\varphi) aa_{1,1}$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{2,1}$ $c_{222} = k(\sin(\varphi) a a_{2,0} + \frac{1}{2}\cos^2(\varphi) \sin(\varphi) a a_{2,2}$ $-\frac{1}{2}\cos^{3}(\varphi) aa_{1,2} - 2\cos(\varphi) aa_{2,1}$ + $\overline{\cos^3(\varphi)} aa_{2,1}$ + $\sin(\varphi)\cos^2(\varphi)aa_{1,1}$) $c_{223} = k(\cos^3(\varphi) a a_{2,2} + \cos(\varphi) a a_{2,0} - \cos(\varphi) a a_{2,2}$ +2 sin(φ) $aa_{2,1}$ + sin(φ) cos²(φ) $aa_{1,2}$ $-2\sin(\varphi)\cos^{2}(\varphi)aa_{2,1}+2\cos^{3}(\varphi)aa_{1,1}$ $-\sin(\varphi)aa_{1,0}$) $c_{233} = k(-sin(\varphi) aa_{2,2} - \cos^3(\varphi) aa_{2,1})$ $-\frac{1}{2}\sin(\varphi)\cos^2(\varphi)aa_{2,2}+\frac{1}{2}\cos^3(\varphi)aa_{1,2}$ $-\sin(\varphi)\cos^{2}(\varphi)aa_{1,1}-\cos(\varphi)aa_{1,0}$ $-\sin(\varphi) aa_{1,1} + \cos(\varphi) aa_{2,1} - \frac{1}{2}\cos(\varphi) aa_{1,2})$ $c_{2111} = \frac{1}{6} k U^2 (-\sin(\varphi) a a_{2,3} + \cos(\varphi) a a_{1,3})$

فرکانس دایروی در جهت عمود بر صفحهی کابل (rads⁻¹)

+ $\frac{1}{2}\cos^2(\varphi)\sin(\varphi)aa_{1,2} - 2\cos(\varphi)aa_{1,1}$) $c_{323} = k(-2\cos^2(\varphi) aa_{2,1} + \cos^3(\varphi) aa_{1,2})$ +2 sin(φ) $aa_{1,1}$ - sin(φ) cos²(φ) $aa_{2,2}$ $-\cos(\varphi) a a_{1,2} + \cos(\varphi) a a_{1,0}$ $-2\cos^2(\varphi)\sin(\varphi)aa_{1,1}+\sin(\varphi)aa_{2,0}$ $c_{333} = \frac{k}{6U} (\sin(\varphi)(3\cos^2(\varphi) aa_{1,2} + \cos^3(\varphi) aa_{2,3}))$ $-\cos(\varphi) aa_{2,3} - 3\cos(\varphi) aa_{1,2} - 6\cos(\varphi) aa_{2,1}$ + $\sin(\varphi) \cos^2(\varphi) a a_{1,3} - 3 \sin(\varphi) \cos^2(\varphi) a a_{2,2}$ $-\sin(\varphi)aa_{1,3} - 3\sin(\varphi)aa_{2,2}))$ $c_{3111} = -\frac{kU^2}{6} (\sin(\varphi) aa_{1,3} + \cos(\varphi) aa_{2,3})$ $c_{3112} = \frac{kU}{2} (\cos^2(\varphi) aa_{1,2} - \sin(\varphi) \cos(\varphi) aa_{2,2})$ + $\bar{n}(\varphi) \cos(\varphi) aa_{1,3} - 2aa_{1,2} + \cos^2(\varphi) aa_{2,3}$ $c_{3113} = \frac{1}{2} k U (-\cos^2(\varphi) a a_{2,2} - a a_{1,3})$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{2,3} + \cos^2(\varphi)aa_{1,3} - aa_{2,2}$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{1,2})$ $c_{3122} = k(-\frac{1}{2}\cos^3(\varphi) aa_{2,3} - \cos^3(\varphi) aa_{1,2})$ $-\sin(\varphi \overline{)} a a_{1,1} + 2\cos(\varphi) a a_{1,2}$ + $\sin(\varphi) \cos^2(\varphi) a a_{2,2} - \frac{1}{2} \sin(\varphi) \cos^2(\varphi) a a_{1,3}$ $c_{3123} = k(-\sin(\varphi) a a_{2,1} + \cos(\varphi) a a_{1,3})$ $-\cos^{3}(\varphi) aa_{1,3} - 2\sin(\varphi) aa_{1,2}$ +2 sin(φ) cos²(φ) $aa_{1,2}$ + sin(φ) cos²(φ) $aa_{2,3}$ +2 cos³(φ) $aa_{2,2} - cos(\varphi)aa_{1,1}$) $c_{3133} = k(-\frac{1}{2}\sin(\varphi) aa_{1,3} - \frac{1}{2}\cos(\varphi) aa_{2,3}$ $-\cos(\varphi) aa_{2,1} + \frac{1}{2}\cos^3(\varphi) aa_{2,3}$ + $\frac{1}{2}$ sin(φ) cos²(φ) $aa_{1,3}$ + cos³(φ) $aa_{1,2}$ $-\overline{\sin(\varphi)}\cos^2(\varphi)aa_{2,2}-\sin(\varphi)aa_{2,2}$ -cos(φ)aa_{1,2}) $c_{3222} = \frac{k}{6U} (\cos(\varphi) (6 \sin(\varphi) a a_{1,1} + 3 \cos^3(\varphi) a a_{1,2}))$ $-3\sin(\varphi)\cos^2(\varphi)aa_{2,2}-6\cos(\varphi)aa_{1,2}$ $+\cos^{3}(\varphi) aa_{2,3} + \sin(\varphi) \cos^{2}(\varphi) aa_{1,3}))$ $c_{3223} = \frac{k}{2U} (4 \cos^2(\varphi) a a_{1,1} + \cos^4(\varphi) a a_{1,3})$ $-\cos^{2}(\varphi) aa_{1,3} - 2aa_{1,1} - \sin(\varphi) \cos^{3}(\varphi) aa_{2,3}$ + $\cos^2(\varphi) aa_{2,2} - 3\cos^4(\varphi) aa_{2,2}$ +2 sin(φ) cos(φ) $aa_{2,1}$ + 4 sin(φ) cos(φ) $aa_{1,2}$ $-3\sin(\varphi)\cos^3(\varphi)aa_{1,2})$ $c_{3233} = \frac{-\kappa}{2U} (\sin(\varphi) \cos^3(\varphi) a a_{1,3} - 4 \cos^2(\varphi) a a_{2,1}$ -k+2 sin(φ) cos(φ) $aa_{1,1}$ + 3 cos⁴(φ) $aa_{1,2}$ $-\cos^2(\varphi) aa_{2,3} - \sin(\varphi) \cos(\varphi) aa_{1,3}$ + $\cos^4(\varphi) aa_{2,3} - aa_{2,2} \sin(\varphi) \cos(\varphi)$ + $2aa_{1,2}$ $-3\sin(\varphi)\cos^{3}(\varphi)aa_{2,2}+2aa_{2,1}$ $-5\cos^2(\varphi)aa_{1,2}$) $c_{3333} = \frac{k}{6U} (\sin(\varphi)) (3 \cos^3(\varphi)) a a_{1,2} + \cos^3(\varphi) a a_{2,3}$ - cos(φ) aa_{2,3} - 3 cos(φ) aa_{1,2} - 6 cos(φ) aa_{2,1} + $\sin(\varphi) \cos^2(\varphi) aa_{1,3} - 3 \sin(\varphi) \cos^2(\varphi) aa_{2,2}$ $-\sin(\varphi) a a_{1,3} - 3\sin(\varphi) a a_{2,2}))$

8- مراجع

 M. Sadeghi, A. Rezaei, Extending "Energy Balance Method" for Calculating Cable Vibration with Arbitrary Number of Dampers and their Optimal Placement, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 438-448, $\begin{aligned} c_{2112} &= \frac{1}{2} k U (-\cos^2(\varphi) \, a a_{1,3} + \sin(\varphi) \cos(\varphi) \, a a_{1,2} \\ &- 2 a a_{2,2} + \sin(\varphi) \cos(\varphi) \, a a_{2,3} + \cos^2(\varphi) a a_{2,2}) \end{aligned}$ $c_{2113} = \frac{1}{2} k U (-a a_{2,3} + \cos^2(\varphi) a a_{2,3})$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{2,2} + \cos^2(\varphi)aa_{1,2} + aa_{1,2}$ + sin(φ) cos(φ) $aa_{1,3}$) $c_{2123} = k(-2\cos^3(\varphi)aa_{1,2} - \cos^3(\varphi)aa_{2,3})$ + $\cos(\varphi) a a_{2,3} - \cos(\varphi) a a_{2,1}$ $-\sin(\varphi)\cos^{2}(\varphi)aa_{1,3}-2\sin(\varphi)aa_{2,2}$ + $\sin(\varphi) aa_{1,1}$ + $2\sin(\varphi)\cos^2(\varphi)aa_{2,2}$ $c_{2122} = k (\frac{1}{2} \cos^3(\varphi) a a_{1,3} + 2 \cos(\varphi) a a_{2,2})$ $-\frac{1}{2}\sin(\varphi)\cos^{2}(\varphi)aa_{2,3}-\cos^{3}(\varphi)aa_{2,2}$ $-\overline{\sin(\varphi)} aa_{2,1} - \sin(\varphi) \cos^2(\varphi) aa_{1,2}$ $c_{2133} = k(-\cos(\varphi) a a_{2,2} - \frac{1}{2}\cos^3(\varphi) a a_{1,3}$ + $\frac{1}{2}\cos(\varphi) aa_{1,3}$ + $\sin(\varphi) \cos^2(\varphi) aa_{1,2}$ $\begin{array}{l} 2 & 1 \\ + \cos(\varphi) \, aa_{1,1} + \sin(\varphi) \, aa_{1,2} \\ + \frac{1}{2}\sin(\varphi) \cos^2(\varphi) \, aa_{2,3} - \frac{1}{2}\sin(\varphi) \, aa_{2,3} \end{array}$ + $\cos^{3}(\varphi) aa_{2,2}$) $c_{2222} = \frac{-k}{6U} (\cos(\varphi)) (-3\cos^3(\varphi)) aa_{2,2}$ +6 cos(φ) $aa_{2,2}$ - 6 sin(φ) $aa_{2,1}$ $-3 \sin(\varphi) \cos^2(\varphi) a a_{1,2} - \sin(\varphi) \cos^2(\varphi) a a_{2,3}$ + cos³(φ) aa_{1,3})) $c_{2223} = \frac{k}{2U} \left(-\cos^2(\varphi) a a_{2,3} - 2a a_{2,1}\right)$ $3\cos^{3}(\varphi) aa_{1,3}\sin(\varphi) aa_{2,2} - \cos^{2}(\varphi) aa_{1,2}$ +4 sin(φ) cos(φ) $aa_{2,2}$ + cos⁴(φ) $aa_{2,3}$ $-2\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{1,1} + 4\cos^2(\varphi)aa_{2,1}$ + $\cos^{3}(\varphi) \sin(\varphi) aa_{1,3}^{+}$ + 3 $\cos^{4}(\varphi) aa_{1,2}^{+}$ $c_{2233} = \frac{\kappa}{2U} (2aa_{1,1} - 2aa_{2,2} - 3\cos^4(\varphi) aa_{2,2})$ +5 cos²(φ) $aa_{2,2}$ - sin(φ) cos(φ) $aa_{1,2}$ $-4\cos^2(\varphi) aa_{1,1}^2 - \cos^2(\varphi) aa_{1,3}$ + $\cos^4(\varphi) a a_{1,3}$ - 3 $\sin(\varphi) \cos^3(\varphi) a a_{1,2}$ + $\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{2,3}$ - 2 $\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{2,1}$ $-\sin(\varphi)\cos^3(\varphi)aa_{2,3}$ -k $c_{2333} = \frac{-\kappa}{6U} (\sin(\varphi) (-3\cos^3(\varphi) aa_{2,2} + \cos^3(\varphi) aa_{1,3})$ $-\cos(\varphi) aa_{1,3} + 3\cos(\varphi) aa_{2,2} - 6\cos(\varphi) aa_{1,1}$ $-3\sin(\varphi)\cos^2(\varphi)aa_{1,2}-\sin(\varphi)\cos^2(\varphi)aa_{2,3}$ $-3\sin(\varphi)aa_{1,2}+\sin(\varphi)aa_{2,3}))$ $b_3 = kU^2(\cos(\varphi) aa_{2,0} + \sin(\varphi) aa_{1,0})$ $c_{31} = -kU^2$ (sin(φ) $aa_{1,1} + \cos(\varphi)aa_{2,1}$) $c_{32} = kU(\cos^2(\varphi) aa_{2,1} + \cos^2(\varphi) aa_{1,0}$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{2,0}^2 - 2aa_{1,0}^2$ + sin(φ) cos(φ) $aa_{1,1}$) $c_{33} = kU(-aa_{1,1} + \cos^2(\varphi) aa_{1,1} - \cos^2(\varphi) aa_{2,0}$ $\sin(\varphi) \cos(\varphi) a a_{2,1} - a a_{2,0}$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{1,0}$) $c_{311} = \frac{1}{2} k U^2 (\cos(\varphi) a a_{2,2} + \sin(\varphi) a a_{1,2})$ $c_{312} = -kU(\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{1,2} + \cos^2(\varphi)aa_{1,1})$ + $\cos^{2}(\varphi) aa_{2,2} - 2aa_{1,1} - \sin(\varphi) \cos(\varphi) aa_{2,1}$) $c_{313} = -kU(-\cos^2(\varphi) aa_{2,1} - aa_{1,2} + \cos^2(\varphi) aa_{1,2}$ $-\cos(\varphi)\sin(\varphi)aa_{1,1}-aa_{2,1}$ $-\sin(\varphi)\cos(\varphi)aa_{2,2}$)

6, pp. 465-490, 1992.

- [13] A. Luongo, G. Piccardo, On the Influence of the Torsional Stiffness of Nonlinear Galloping of Suspended Cables, in Proceeding of Suspended Cables." EUROMECH 2nd European Nonlinear Oscillations Conference, 1996
- [14] K. McConnell, C.-N. Chang, A study of the axial-torsional coupling effect on a sagged transmission line, Experimental Mechanics, Vol. 26, No. 4, pp. 324-329, 1986.
- [15] W. N. White, S. Venkatasubramanian, P. M. Lynch, C.-L. D. Huang, The equations of motion for the torsional and bending vibrations of a stranded cable, Journal of Applied Mechanics, Vol. 59, No. 28, pp. S224-S229, 1992.
- [16] A. Luongo, D. Zulli, G. Piccardo, A linear curved-beam model for the analysis of galloping in suspended cables, Journal of Mechanics of Materials and Structures, Vol. 2, No. 4, pp. 675-694, 2007.
- [17] A. Luongo, D. Zulli, G. Piccardo, On the effect of twist angle on nonlinear galloping of suspended cables, Computers & Structures, Vol. 87, No. 15, pp. 1003-1014, 2009
- [18] Z. Yan, Z. Yan, Z. Li, T. Tan, Nonlinear galloping of internally resonant iced transmission lines considering eccentricity, Journal of Sound and Vibration, Vol. 331, No. 15, pp. 3599-3616, 2012.
- [19] F. Foti, L. Martinelli, Finite element modeling of cable galloping vibrations. Part II: Application to an iced cable in 1: 2 multiple internal resonance, Journal of Vibration and Control, 2016.
- [20] D. Srivastava, D. Chandra, Transmission Line Conductor Galloping Analysis using FEM, International Journal of Applied Engineering Research, Vol. 11, No. 10, pp. 6972-6982, 2016.
- [21] A. Raeesi, Wind-induced response of bridge stay cables in unsteady wind, Ph.D. Thesis, Windsor, Ontario, 2015.

فارسی in Persian) (فارسی

- H. Max Irvine, Cable Structure, pp. 90-107, Cambridge, Massachusetts: The [2] MIT Press, 1981.
- [3] J. Den Hartog, Transmission line vibration due to sleet, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Vol. 4, No. 51, pp. 1074-1076, 1932.
- [4] G. Parkinson, Phenomena and modelling of flow-induced vibrations of bluff
- bodies, Progress in Aerospace Sciences, Vol. 26, No. 2, pp. 169-224, 1989.
 [5] K. F. Jones, Coupled vertical and horizontal galloping, Journal of engineering mechanics, Vol. 118, No. 1, pp. 92-107, 1992.
- A. Luong, G. Piccardo, Non-linear galloping of sagged cables in 1: 2 internal resonance, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 214, No. 5, pp. [6] 915-940, 1998.
- [7] R. Blevins, W. Iwan, The galloping response of a two-degree-of-freedom system, Journal of Applied Mechanics, Vol. 41, No. 4, pp. 1113-1118, 1974.
- [8] P. Yu, A. Shah, N. Popplewell, Inertially coupled galloping of iced conductors, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 59, No. 1, pp. 140-145, 1992.
 [9] P. Yu, Y. Desai, A. Shah, N. Popplewell, Three-degree-of-freedom model for
- galloping. Part I: Formulation, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No. 12, pp. 2404-2425, 1993.
- [10] P. Yu, Y. Desai, N. Popplewell, A. Shah, Three-degree-of-freedom model for galloping. Part II: Solutions, Journal of engineering mechanics, Vol. 119, No. 12, pp. 2426-2448, 1993.
- [11] A. Luongo, G. Rega, F. Vestroni, Planar non-linear free vibrations of an elastic cable, International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 19, No. 1, pp. 39-52, 1984.
 [12] C. L. Lee, N. C. Perkins, Nonlinear oscillations of suspended cables
- containing a two-to-one internal resonance, Nonlinear Dynamics, Vol. 3, No.