



مدل سازی دینامیکی، شبیه سازی کنترل کوادروتور با استفاده از کننده های فیدبک خطی ساز و پی آی دی بر پایه داده های آزمایشگاهی سنسور های ممز

مسعود نوری مطلق^۱، پدرام صفرپور^{۲*}، مهدی پورقلی^۳

۱- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

۳- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۷۱۹-۱۹۷۶۵، p_safarpour@sbu.ac.ir

چکیده

هدف از این مقاله مدل سازی و کنترل زاویه رول و پیچ یک کوادروتور براساس تخمین وضعیت بدست آمده از سنسور های ممز است. این رو پس از استخراج معادلات دینامیک کوادروتور با اعمال کنترل کننده های تابعی - انتگرالی - مشتقی و خطی سازی فیدبک به بررسی نتایج وضعیت زاویه های کوادروتور پرداخته شده است. به جهت کاربرد گسترده سنسور های ممز در اندازه گیری وضعیت سیستم های مختلف و همچنین تطابق نتایج حاصل از شبیه سازی های کوادروتور با واقعیت پیروزی در این مقاله از داده های این نوع سنسور ها در شبیه سازی کنترل کننده ها استفاده شده است. با توجه به خطا های ذاتی سنسور های ممز تأثیر پذیری آن ها از ارتعاشات بدنه و موتورها و نویزی بودن اطلاعات خروجی آن ها از فیلتر کالمون برای تخمین زوايا به طور مستقیم و سرعت های زاویه های به طور غیر مستقیم بهره گرفته شد. از آن جایی که یکی از اهداف این مقاله استفاده از نتایج آن در عملیاتی کردن کنترل یک کوادروتور است از مدل موتور برای تعیین سیگنال های کنترلی بی دبلیو - ام نیز استفاده شده و این سیگنال های کنترلی در هر دو نوع کنترلر بررسی شد. نتایج حاصل از شبیه سازی مدل کوادروتور در نرم افزار سیمولینک نشان از عملکرد مطلوب هر دو کنترل کننده در کنترل زوايا رول و پیچ دارد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دربافت: 29 اردیبهشت 1395

پذیرش: 31 شهریور 1395

ارائه در سایت: 21 اذر 1395

کلید واژگان:

کوادروتور

سنسور های ممز

کنترل کننده پی ای دی

فیدبک خطی سازی شده

فیلتر کالمون

Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using feedback linearization and PID controller based on MEMS sensors' experimental data

Masoud Nourimotagh¹, Pedram Safarpour^{1*}, Mahdi Pourgholi²

1- Department of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

2- Department of Electrical and Computer Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

*P.O.B. 1719-19765, Tehran, Iran, p_safarpour@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 18 May 2016

Accepted 21 September 2016

Available Online 11 December 2016

Keywords:

Quadrotor

MEMS Sensor

PID Control

Kalman

linearization feedback

ABSTRACT

The purpose of this article is dynamic modeling of a quadrotor and control of its Roll and Pitch angles based on the experimentally measured sensors data. So, after driving nonlinear model of quadrotor equations, the control of the quadrotor's angular situation was simulated using PID and feedback linearization algorithms. Due to the widespread application of MEMS sensors in measuring the status of various systems and to have a more realistic simulation, sensors data was measured and used in simulation of controllers. Due to errors of MEMS sensors, vibration of motors and airframe, and noise on outputs, Kalman filter was used for estimation of angular situation. As one of the purposes of this paper was the use of its results in actual control of a quadrotor, motor model was used to determine PWM control signals. The results obtained from simulation in Simulink showed good performance of both controllers in controlling roll and pitch angles.

بر پایه برخاستن و فرود عمودی بنا شده و سعی می کند با رسیدن به یک وضعیت پایداری ایستا موقعیت خود را ثابت نگاه داشته و با موازنۀ نیروهای تولیدی توسط 4 روتور خود عملیات پروازی و مانورهای مختلفی را انجام دهد. این وسایل پرنده از نظر کنترلی رفتاری کاملاً غیرخطی داشته و به دلیل این که دارای 6 درجه آزادی حرکت و 4 ورودی کنترلی هستند یک سیستم زیرفعال محسوب می شوند. دینامیک غیرخطی، چند متغیره و کاملاً کوپل شده این وسیله آن را به لحاظ اعمال کنترلرهای مختلف مورد توجه قرار داده است.

کوادروتورها وسایل پرندهای با قابلیت نشست و برخاست عمودی هستند که در مقایسه با وسایل پرنده کلاسیکی مانند هلیکوپترها از مکانیزم مکانیکی ساده تر برخوردار بوده و توانایی انجام مانورهای پیچیده تری را دارد. کوادروتور از ترکیب دو جزء کواد به معنای 4- تایی و روتور تشکیل شده که در کل به معنای 4 روتور یا 4 ملخ است. کوادروتور نوعی یو- ای- وی است که به جهت برخی مزایا و ویژگی ها مورد توجه قرار گرفته است. یو- ای- وی ها در کاربردهای نظامی و غیرنظامی مورد استفاده قرار می گیرند. کوادروتور

Please cite this article using:

M. Nourimotagh, P. Safarpour, M. Pourgholi, Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using feedback linearization and PID controller based on MEMS sensors' experimental data, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 175-185, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.SID.ir

هدایت دستی با استفاده از نتایج کارهای عملی از اهداف اصلی این مقاله است، به طوری که در نهایت وضعیت زاویه‌ای آن با کنترل کننده طراحی شده کنترل گردد. برخی متغیرهای حالت از طریق سنسورهای ممز اندازه گرفته شده و زاویه و سرعت زاویه‌ای مجموعه با استفاده از فیلتر کالمن تخمین زده می‌شوند. سنسورهای ممز با وجود مزیت‌های بسیار به دلیل ماهیت خود دارای نقاط ضعف و محدودیت‌هایی است که استفاده از آن‌ها را با چالش‌هایی روبرو می‌کند. این سنسورها معمولاً دارای خطاهایی چون باوس، عدم تنظیم محور، خطای مقیاس گذاری است، همچنین خروجی این سنسورها نویزی بوده و می‌تواند در خروجی پایدار کننده‌ها و کنترل کننده‌ها تأثیر بسیاری داشته باشد. مطالعات مشابه پیشین کمتر به بررسی سنسورها و تخمین وضعیت سیستم با استفاده از فیلتر کالمن پرداخته و الگوریتم کنترلی مهم‌ترین بخش را شامل می‌شده، و کارهای عملی انجام گرفته نیز صرف‌باً به دست آمده است کارآیی کنترل در پایداری سیستم و بهتر کردن نتایج آن مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله نخست مدل دینامیکی کوادروتور با استفاده از روش نیوتون-اویلر استخراج شده و سپس براساس تخمین وضعیت به دست آمده از سنسورهای ممز، به شبیه‌سازی کنترل کوادروتور با استفاده از روش‌های بی‌ای دی معکوس و خطی‌سازی پس خورد پرداخته شده است. از آن جایی که داده‌های آزمایشگاهی سنسورها نشان از خط و نویز بودن آن‌ها داشت، از یک فیلتر کالمن برای کاهش نویز سنسورها استفاده و نتایج عملکرد کنترل کننده‌ها با استفاده از خروجی سنسورها و خروجی فیلتر کالمن با یکدیگر مقایسه شد.

2- مدل‌سازی دینامیکی

در این نوع سیستم‌ها عوامل بسیاری به دلیل وجود قطعات دوران کننده بر حركت آن‌ها تأثیرگذار است که مانع کارکرد درست پونده می‌شود و به صورت نیروی مقاوم خود را نشان می‌دهند. در جدول 1 این عوامل تأثیرگذار به اختصار مشاهده می‌شود [21].

برای نوشتun معادلات دینامیکی معمولاً نمی‌توان تمام پارامترهای دخیل در یک پدیده را با هم در نظر گرفت. سیستم‌های واقعی و به ویژه کوادروتور سیستم‌های پروازی پیچیده‌ای هستند و پارامترهای فراوانی در دینامیک و رفتار حرکتی آن‌ها تأثیرگذار است؛ بنابراین برای سادگی تحلیل و کنترل سیستم موردنظر یک سری از پارامترها در نظر گرفته نمی‌شود. البته با این

جدول 1 نیروها و گشتاورهای تأثیرگذار بر حرکت کوادروتور

Table 1 Effective forces and torques on Quadrotor movement

اثر	منبع
ناشی از حرکت دورانی پروانه‌ها و نیروهایی که به آن‌ها حکم اثرات آبیرو دینامیکی	
یک ایرفویل را دارند اثر می‌کند.	
تغییر در سرعت دورانی پروانه‌ها	گشتاور اینرسی
موقعیت مرکز جرم	اثر جاذبه
تغییر در جهت‌گیری کل سیستم	اثرات ژیروسکوپی
تغییر در جهت‌گیری سطح پروانه‌ها	
اصطکاک ناشی از قطعات دوران و همچنین حرکت پرنده	اصطکاک
هنگام حرکت و دوران اجزای سیستم	اثر کربولیس

در سال‌های اخیر پژوهش‌های فراوانی بر کنترل کوادروتور انجام گرفته است، در مراجع [3-1] از روش پی‌آی دی برای پایدارسازی وضعیت کوادروتور مورد بررسی و تحقیق قرار گرفته شده است. در مرجع [4] به رهگیری مسیر مستقیم با استفاده از کنترل کننده کلاسیک پی‌آی دی برای کنترل وضعیت و کنترل کننده پی‌آی دی برای کنترل زاویه‌ی رول و پیچ پرداخته شده است. روش تناسبی - مشتقی به سبب خاصیت همگرایی نمای اش با جبران ترم‌های کربولیس و ژیروسکوپی و روش تناسبی - مشتقی - انتگرالی به دلیل عدم احتیاج به پارامترهای خاص مدل و سادگی اجرای آن کنترلرهای مناسبی محسوب می‌شوند. کنترل کننده بهینه خطی وابسته حالت در یک سیستم حلقه بسته برای پایدارسازی وضعیت زاویه‌ای کوادروتور مورد استفاده قرار گرفته است [5-7]. در مرجع [8] نیز یک کنترل کننده معادله ریکاتی وابسته حالت به کار گرفته شده است. در این نوع کنترل بهینه، ماتریس K در هر لحظه، از حل معادله ریکاتی به دست می‌آید که ماتریس A در هر لحظه وابسته به متغیرهای وضعیت همان لحظه است. در مرجع [9]، کنترل کننده H بی‌نهایت را بر یک سیستم حلقه بسته برای کنترل موقعیت مورد بررسی قرار داده است. شبیه‌سازی‌ها بر مدل غیرخطی بنا نهاده شده است که نتایج رضایت‌بخشی را دربرداشت. در مرجع [10]، ترکیب کنترل پیش‌گویانه مدل پایه را با یک کنترل کننده H بی‌نهایت دو درجه آزادی مورد بررسی قرار داده، دلایل استفاده این است که این کنترل کننده‌ها به طور طبیعی مسائل کنترلی چند متغیره را کنترل می‌نمایند و این روش ترکیبی، مقاومت کنترل کننده H بی‌نهایت را برای کنترل پایداری، کامل می‌نماید. در مرجع [11]، تأثیرات خطی‌سازی فیدبک مقاوم و کنترل کننده GH ∞ را بر کوادروتور بررسی کرده است، همچنین جهت اجتناب از مشتق‌گیری نویز در حلقه خارجی، یک مشاهده‌گر به سیستم اضافه شده است، مانند مراجع [14-12]. این سبب می‌شود که خروجی‌ها بدون وجود سنسور، تخمین زده شده و به دست آیند. کنترل بهینه غیرخطی به روش برنامه‌ریزی دینامیکی در مرجع [15] برای کنترل کوادروتور به کار گرفته شده است. هدف این شبیه‌سازی رها شدن کوادروتور از یک شرایط اولیه که نزدیک به مبدأ مختصات و حرکت به سمت مبدأ حرکت، استقرار و ایستاد در آن است. در مرجع [16,7] کنترل کننده مد لغزشی برای کنترل ارتفاع به کار گرفته شده و بر مدل واقعی کوادروتور در محیط آزاد تست شده است. در مرجع [17,16] کنترل کننده مد لغزشی برای کنترل موقعیت نیز استفاده شده است. در مرجع [18] کنترل کننده گام به عقب برای پایدارسازی وضعیت پرنده به کار گرفته شده و نتایج شبیه‌سازی و تست واقعی نشان دادند که این کنترل کننده در مقایسه با کنترل کننده مد لغزشی نتایج بهتری دارد و در مدت زمان کمتر و با اغتشاشات کمتری سیستم را پایدار می‌سازد. در مرجع [19] کنترل کننده گام به عقب برای رهگیری یک مسیر از پیش تعیین شده بر یک پنج ضلعی مورد استفاده قرار گرفته است. در مرجع [7] روش کنترل غیرخطی اشباع‌سازی تو در تو به کار گرفته شده است. از این کنترل کننده برای پایدارسازی موقعیت و وضعیت پرنده استفاده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که این کنترل کننده توانایی پایدارسازی وضعیت پرنده را دارد، حتی اگر موقعیت و وضعیت پرنده بسیار دور از مبدأ باشد. در مرجع [20] نیز از روش کنترل کننده غیرخطی اشباع‌سازی تو در تو برای پایدارسازی کوادروتور به کار گرفته است. این روش کنترلی اطمینان می‌دهد که سیستم از پایداری مجانی کامل برخوردار است و نیز کارآیی سیستم حلقه بسته را بهبود می‌بخشد. مدل‌سازی دینامیک و کنترل زاویه رول و پیچ یک کوادروتور بدون

2-1-اثرات جاذبه

نیروی جاذبه همیشه به سمت مرکز زمین است و این تنها نیروی مستقیم وارد در فریم اینرسی است. نیروی گرانش برای فریم محلی (بدنی) جهت ساده‌سازی معادلات نوشته می‌شود. رابطه (3) اثرات جاذبه بر کوادراتور در دستگاه مختصات محلی را نشان می‌دهد.

$$G_B = \begin{bmatrix} F_G^B \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_\theta^{-1} F_G^E \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_\theta^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mgsin\theta \\ -mgcos\theta sin\varphi \\ -mgcos\theta cos\varphi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

F_G^E بردار نیروی گرانشی در فریم محلی (بدنی) B . F_G^E بردار نیروی گرانشی در فریم مطلق (اینرسی) E است، همچنین ماتریس دوران R_θ ماتریس متعادل $R_\theta^T = R_\theta^{-1}$ برابر است.

2-2-اثرات ژیروسکوپی

بیشتر این اثر ناشی از دوران پروانه‌های است، به طوری که یک جفت درجه ساعتگرد و یک جفت دیگر در جهت پادساعتگرد دوران می‌کنند. اگر مجموع سرعت دوران آن‌ها (با در نظر گرفتن جهت) برابر صفر نباشد موجب ایجاد ناپایداری در سیستم کواد و اگر کوادراتور دارای چرخش پی‌آی دی و پیچ باشد نیز موجب ایجاد اثر ژیروسکوپی می‌شود. رابطه (4) بیان‌گر اثر ژیروسکوپ بر کوادراتور است.

$$O_B(v)\Omega = - \sum_{K=1}^4 J_{TP} \begin{pmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \omega^B \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \times (-1)^K \Omega_K \\ = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ -q \\ p \end{bmatrix} \Omega = J_{TP} \begin{bmatrix} q & -q & q & -q \\ -p & p & -p & p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

در عبارات بالا، پارامتر J_{TP} بیان‌گر ممان اینرسی پروانه و قسمت دوران کننده موتور و (v) ماتریس ژیروسکوپی پروانه، Ω معرف جمع جبری سرعت زاویه‌ای پروانه‌ها حول محور دوران خود است که در رابطه (5) بیان می‌شود.

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4 \quad (5)$$

که Ω_1 ، Ω_2 ، Ω_3 ، Ω_4 به ترتیب نماد سرعت زاویه‌ای پروانه مقابله، پروانه راست، پروانه عقب و پروانه چپ است. براساس رابطه بالا می‌توان دریافت که اثر ژیروسکوپی ناشی از دوران پروانه‌های است و به سرعت زاویه‌ای و یک عبارت خطی وابسته نیست.

2-3-اثرات آیروودینامیکی

اثرات آیروودینامیکی هنگام پرواز کوادراتور مانند نیروی پیش رانشی (تراس) و گشتاور پس آ وجود دارد. این گشتاور در پیرامون شفت روتور ایجاد می‌شود که ناشی از نیروهای آیروودینامیکی المان‌های پره‌های ملخ است. نیروی پیش‌رانشی و نیروی مقاوم ناشی از دوران پره‌ها با توجه به فرض از پیش بیان شده با محدود دور موتور پره‌ها رابطه مستقیم دارد که در رابطه (6) به صورت زیر آمده است.

نکته که فرضیات مورد نظر پژوهش نباید موجب شود که مسئله فاصله چشم‌گیری از حالت واقعی داشته باشد و فرضیات باید به گونه‌ای دستی باشد که سازگاری مطلوب با واقعیت داشته باشد. مفروضات زیر برای حل موضوع پژوهش در نظر گرفته شد [22].

- جسم صلب بودن سیستم (کواد و پروانه موتورها)
- قطری بودن ماتریس ممان اینرسی
- متقاضی بودن ساختار هندسی و جرمی آن
- نادیده گرفتن اثرات زمین و مفروض بودن زمین مسطح
- بر هم منطبق بودن مرکز جرم و مرکز مختصات محلی و قرار داشتن در وسط جسم
- مناسب بودن نیروی بالارونده و مقاوم ناشی از دوران پره‌ها با توان مریع سرعت زاویه‌ای

برای کوادراتور دو دستگاه مختصات در نظر گرفته می‌شود. دستگاه مطلق (فریم اینرسی) براساس تعریف آن جهت‌گیری کاملاً ثابتی دارد، ولی دستگاه محلی (بدنی) متصل به جسم با جسم حرکت کرده و جهت‌گیری می‌کند. برای سادگی کار در محاسبات و شبیه‌سازی‌ها نیاز است که تمام معادلات براساس دستگاه مطلق بیان شود و این در حالی است که بیشتر نیروها و اثرات یادشده برای آن‌ها به جسم متitrک وارد شده و تعریف آن‌ها براساس مختصات محلی است. انتخاب فریم محلی و فرموله کردن معادلات در این دستگاه مزیت‌هایی مانند ثابت بودن ماتریس اینرسی نسبت به زمان، محزز و در دسترس بودن نیروهای کنترلی وارد بر پرنده و سهولت اندازه‌گیری این نیروها در فریم محلی نسبت به فریم اینرسی است.

از آن‌جایی که مرکز جرم و مرکز هندسی کوادراتور منطبق است، رابطه (1) معادله دینامیک کوادراتور را در دستگاه محلی (بدنی) با جرم [m] و ممان اینرسی [I] نشان می‌دهد.

$$\begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}^B \\ \dot{W}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W^B \times (mV^B) \\ W^B \times (IW^B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^B \\ \tau^B \end{bmatrix} \quad (1)$$

قانون دوم نیوتن برای یک کوادراتور که در واقعیت دینامیک کاملاً غیرخطی دارد به صورت رابطه (2)، به دست آمده از بسط رابطه (1)، بازنویسی می‌شود. رابطه بالا با شرط اعمال کامل فرضیات پیشین برای جسم صلب، یک معادله کلی برای تمام اجسام صلب است. پارامتر $I_{3 \times 3}$ در رابطه بالا بیان‌گر ماتریس همانی $3 \times 3 \dot{V}^B$ ، $3 \times 3 \dot{W}^B$ بردار شتاب خطی کوادراتور در فریم B و \dot{W}^B بردار شتاب زاویه‌ای کوادراتور در فریم B است. علاوه بر این F^B بردار نیروی کوادراتور در فریم B و τ^B بردار گشتاور زاویه‌ای کوادراتور در فریم B است.

$$m[\dot{u} - vr + wq] = \sum F_x, \quad m[\dot{v} - wp + ur] = \sum F_y$$

$$m[\dot{\omega} - uq + vp] = \sum F_z,$$

$$I_{xx}\dot{P} + (I_{zz} - I_{yy})qr = \sum M_x, \\ I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp = \sum M_y, \\ I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq = \sum M_z, \quad (2)$$

رابطه (2) بیان پیشین را در فرم معادلات سیستم نشان می‌دهد. برای کل نیروهای وارد بر کوادراتور نیز فقط موارد نیاز برای شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. اثرات ژیروسکوپی، آیروودینامیکی، نیروی جاذبه، نیروها و گشتاورهای کنترلی و نیروی اصطکاک را می‌توان به عنوان نیروهای مورد استفاده در مدل‌سازی و شبیه‌سازی کوادراتور نام برد.

می‌شود. رابطه (11) معادلات دینامیکی حاکم بر کوادروتور در دستگاه مختصات مطلق را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= (\sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\sin\theta\cos\varphi)\frac{U_1}{m} \\ \ddot{Y} &= (-\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\sin\theta\cos\varphi)\frac{U_1}{m} \\ \ddot{Z} &= -g + (\cos\theta\cos\varphi)\frac{U_1}{m}, \quad \dot{p} = \frac{I_{yy}-I_{zz}}{I_{xx}}qr - \frac{J_{TP}}{I_{xx}}q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \dot{q} &= \frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}rp - \frac{J_{TP}}{I_{yy}}p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}}, \quad \dot{r} = \frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (11)$$

2- مدل دیفرانسیلی موتور

دینامیک کوادروتور و پارامترهای کنترلی آن تابعی از نیروها و گشتاورهای تولیدشده توسط ملخ است. برای کنترل کوادروتور باید رابطه‌های میان این ورودی‌های کنترلی و ولتاژ ورودی به موتورها برقرار کرد که این ارتباط از طریق مدل دیفرانسیلی موتور حاصل می‌شود. مدل موتور در اصل یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول بر حسب سرعت زاویه‌ای و ولتاژ اعمالی به موتور، نیروی تراست و گشتاور ملخ‌ها براساس بخش اثرات آیرودینامیکی وابسته به مربع سرعت زاویه‌ای است. رابطه میان سرعت زاویه‌ای موتور با ولتاژ، سرعت زاویه‌ای ملخ با نیروی تراست و همچنین رابطه بین سرعت زاویه‌ای ملخ و گشتاور ملخ (گشتاور درگ) به صورت رابطه (12) بیان می‌شود [23].

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_P(J_P + \eta N^2 J_M) &= \frac{-K_E K_M}{R} \eta N^2 \omega_P - d \omega_P^2 + \frac{K_M}{R} \eta N v \\ T &= N_B \rho_A a c R_P^3 \left(\frac{\theta_{I_0}}{6} - \frac{\theta_{I_{t\omega}}}{8} - \frac{\lambda}{8} \right) \omega_P^2 \\ Q &= N_B \rho_A c R_P^4 \left(\frac{C_D}{8} + a \lambda \left(\frac{\theta_{I_0}}{6} - \frac{\theta_{I_{t\omega}}}{8} - \frac{\lambda}{8} \right) \right) \omega_P^2 \end{aligned} \quad (12)$$

براساس شکل 1 رابطه میان تراست و سیگنال پی-دبليو-ام ورودی موتورها تقریباً خطی است. معادله (12) این رابطه خطی را برای هر موتور نمایش می‌دهد.

3- الگوریتم کنترل

این بخش به طراحی الگوریتم کنترلی کوادروتور می‌پردازد. در این الگوریتم از دو روش کنترلی پی‌آی دی و روش فیدبک خطی‌سازی شده برای کوادروتور استفاده شده است. کنترل زاویه رول و پیچ هدف هر دو روش کنترلی است. اثرات لرزش موتور و خطاهای سنسورها در شبیه‌سازی کنترلهای طراحی شده در اعمال کنترل‌ها لحاظ می‌شود. در نهایت ورودی کنترل به مدل دینامیکی کامل (با تمام اثرات) اعمال شده و نتیجه کنترل زاویه گرفته می‌شود. مشخص شدن مقدار دقیق ولتاژ ورودی به موتور هدف الگوریتم یادشده است که با مشخص شدن ولتاژ ورودی به موتور و همچنین روابط ریاضی یادشده در رابطه (12) می‌توان دور و تراست موتور را تعیین و زوایای اویلر را کنترل کرد. رابطه میان ورودی کنترل و تراست از رابطه (13) به دست می‌آید و در بلوک دیاگرام شبیه‌ساز کوادروتور شکل 1 نمایان است.

بلوک‌های مورد استفاده در کنترل زوایای اویلر در شکل 1 مشخص است.

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{4} U_1 - \frac{1}{2l} U_3 - \frac{b}{4d} U_4, & T_2 &= \frac{1}{4} U_1 - \frac{1}{2l} U_2 + \frac{b}{4d} U_4 \\ T_3 &= \frac{1}{4} U_1 + \frac{1}{2l} U_3 - \frac{b}{4d} U_4, & T_4 &= \frac{1}{4} U_1 + \frac{1}{2l} U_3 + \frac{b}{4d} U_4 \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -l & 0 & l \\ -l & 0 & l & 0 \\ \frac{b}{d} & \frac{b}{d} & -\frac{b}{d} & \frac{b}{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} T_i &= b\Omega_i^2 \\ Q_i &= d\Omega_i^2 \end{aligned} \quad (6)$$

پارامترهای T_i و Q_i به ترتیب بیانگر نیروی تراست و گشتاور پس‌آ موتور و همچنین در عبارات بالا $[Nms^2]$ بیانگر ثابت تراست و ثابت درگ است.

اثرات آیرودینامیکی (فقط شامل نیروی پیش‌رانشی و نیروی مقاوم ناشی از دوران پره‌ها) در رابطه (7) آمده است.

$$U_B(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_3^2 - \Omega_1^2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

L فاصله موتور تا مرکز هندسی (مرکز جرم) کوادروتور است.

2-4- اثرات اصطکاکی

نیروی آیرودینامیکی دیگری (غیر از لیفت) هنگام پرواز کوادروتور وجود دارد. هوا در مقابل حرکت کوادروتور مقاومت می‌کند و این نیروی مقاوم درگ نامیده می‌شود. فاکتورهای زیادی بر مقدار نیروی درگ مانند لیفت تأثیر دارند که در این راستا می‌توان به شکل کوادروتور و چسبندگی هوا و سرعت کوادروتور اشاره کرد. حرکت کوادروتور در هوا مستگی به قدرت و راستای نیروهای یادشده دارد. کوادروتور در صورت نبود تعادل در نیروها در جهت نیروی بزرگ‌تر شتاب خواهد گرفت. رابطه (8) نیروی اصطکاک (درگ) را نشان می‌دهد.

$$F_{fiction} = \frac{1}{2} \rho C_D A V^2 = \frac{1}{2} \rho C_D A (u^2 + V^2 + W^2) \quad (8)$$

پارامترهای C_D ضریب درگ (تابعی از رینولدز و زبری سطح)، V سرعت حرکت کواد در هوا، A سطح مقطع کوادروتور که با هوا برخورد دارد، ρ چگالی هواست. اصطکاک را برای افزایش پیچیدگی مساله به عنوان اغتشاش در مدل‌سازی‌ها وارد می‌کنند، ولی حضور اصطکاک در اینجا برای نشان دادن آن در مدل بیان شده است.

رابطه (9) فرم معادلات را به شکل معادلات سیستم در دستگاه مختصات محلی (بدنی) بیان می‌کند.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= (vr - wq) + g\sin\theta \\ \dot{v} &= (wp - ur) - g\cos\theta\sin\varphi \\ \dot{w} &= (uq - vp) - g\cos\theta\cos\varphi + \frac{U_1}{m} \\ \dot{p} &= \frac{I_{yy}-I_{zz}}{I_{xx}}qr - \frac{J_{TP}}{I_{xx}}q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \dot{q} &= \frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}rp - \frac{J_{TP}}{I_{yy}}p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \dot{r} &= \frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (9)$$

پارامترهای U_1, U_2, U_3, U_4 ورودی‌های کنترلی سیستم و تابعی از دوران پره‌ها، در رابطه (10) بیان شده است.

$$\begin{aligned} U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) = T_1 + T_2 + T_3 + T_4, \\ U_2 &= bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2), \quad U_3 = bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2), \\ U_4 &= d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_3^2 - \Omega_1^2) \end{aligned} \quad (10)$$

معادلات قسمت‌های پیشین در دستگاه محلی (بدنی) و متحرک بودن عیب اصلی آن است. وضعیت هر نقطه دستگاه مختصات پس از حل معادلات و به دست آوردن جایه‌جایی‌ها باید نسبت به حالت پیشین آن در نظر گرفته شود؛ بنابراین عبارات مربوط به حرکت در دستگاه محلی (بدنی) با استفاده از سیستم تبدیل اویلر و ماتریس‌های تبدیل به دستگاه مطلق (ینرسی) منتقل

کنترل زوایای اوپلر و ارتفاع از اهداف اصلی مقاله است و کنترل موقعیت کوادروتور از اهداف محسوب نمی‌شود؛ بنابراین موقعیت‌های x و y مقصود نیست و رابطه (11) با در نظر گرفتن فرضیات پیشین به صورت رابطه دینامیکی خطی شده (15) باز نویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \ddot{Z} &= -g + \frac{U_1}{m}, & \ddot{\phi} &= \frac{U_2}{I_{xx}}, \\ \ddot{\theta} &= \frac{U_3}{I_{yy}}, & \ddot{\psi} &= \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (15)$$

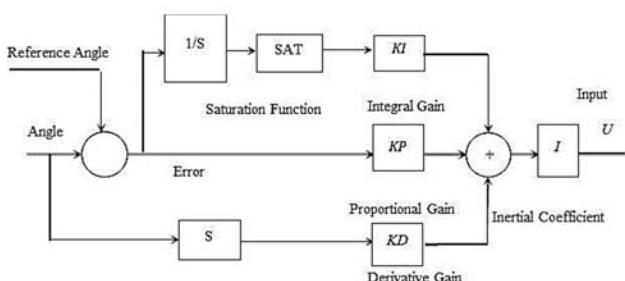
الگوریتم کنترلی زوایای پیچ، رول و یاوه به دلیل تقارن سازه‌ای و تشابه معادلات زوایه‌ای در رابطه (15) همانند استند، ولی الگوریتم کنترل ارتفاع با الگوریتم‌های پیشین به دلیل ویژگی خاص خود تفاوت دارد. شکل‌های 2 و 3 ساختار بلوکی کنترل کننده پی‌آی دی در نرم‌افزار سیمولینک را نشان می‌دهد. نخستین بخش (عامل انتگرالی) در متغیر کنترلی U با توجه به انتگرال خط تغییر می‌کند. هر چند این بخش جهش و زمان نشست را افزایش می‌دهد، ولی از بین بردن خطای حالت پایدار از ویژگی‌های منحصر به فرد آن است. دومین بخش (تناسی) متناسب با خطاست. سومین بخش (مشتقی) براساس مشتق خط تغییر و به کاهش جهش و زمان نشست کمک می‌کند.

ساختار پی‌آی دی سنتی دارای دو اشکال اصلی است. نخست عمل مشتق از خطای گرفته می‌شود. خروجی مشتق‌گیر در صورت ایجاد یک پله در مرجع یک ضربه را نشان می‌دهد. این حرکت می‌تواند محرکها را اشباع و سیستم را از محدوده خطی دور کند.

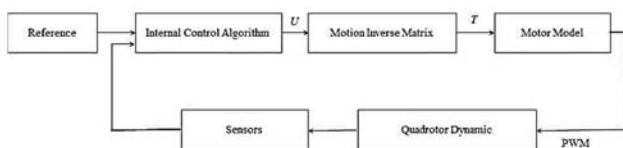
مشتق به جای خطای در معماری پی‌آی دی‌های بهینه از خروجی گرفته می‌شود. از سوی دیگر عمل انتگرال ترکیب شده با یک اشباع محرک می‌تواند یک اثر غیرخطی ایجاد کند که از عملکرد سیستم می‌کاهد. وقتی مقدار انتگرال بزرگ و خطای تغییر علامت می‌دهد نیازمند مدت زیادی انتظار است تا سیستم به حالت رفتار خطی اوپلر بازگردد (یعنی از داشارز عمل انتگرال) برای اجتناب از این حالت یک بلوک اشباع کننده پس از انتگرال افزوده می‌شود تا مقدار پیشینه و کمینه آن را محدود کند.

3-2- روشن فیدبک خطی‌سازی شده

جزایب و سادگی نسبی این روش به ویژه در مواجهه با سیستم‌هایی با عناصر به شدت غیرخطی، سبب به کارگیری آن در کنترل بسیاری از سیستم‌های عملی بوده است که از آن جمله می‌توان به کنترل دینامیک‌های پرواز در هوایپما کنترل ریات صنعتی و کنترل راکتور شیمیایی اشاره کرد. مشکل اصلی در هر دو حالت، لزوم داشتن مدلی کاملاً دقیق از سیستم است تا حذف



شکل 2 ساختار کنترل‌ر مورد استفاده برای کنترل زوایای رول، پیچ و یاو



شکل 1 بلوک‌های کنترل و دینامیک سیستم و نحوه ارتباط آن‌ها با یکدیگر

1-3- روش پی‌آی دی

در این قسمت جهت کنترل کاتال‌های مختلف از کنترل کلاسیک پی‌آی دی استفاده و کنترل‌ر هر کاتال به طور مجزا طراحی و به صورت کلی (همرا با هم) در شبیه‌سازی استفاده شد. متغیرهای مورد کنترل نیز زوایای اوپلر و ارتفاع کوادروتور بوده است. کنترل‌رها برای کنترل چهار متغیر پیچ، رول، یاو و تغییر ارتفاع طراحی و با روش آزمون و خطای انجام چندین شبیه‌سازی محاسبه شدند و توانستند خواسته‌ها را برآورده کنند. چهار سیگنال خطای از بلوک هدایت وارد این بلوک می‌شود که به ترتیب عبارتند از خطای زوایه یاو، ارتفاع، زوایه رول و زوایه پیچ. کنترل‌ر زوایه پیچ به دلیل تقارن مکانیکی این پرندۀ برای زوایه رول هم درست و پاسخ‌گوی مسئله است و از همان کنترل نیز برای کاتال رول استفاده شد. سیگنال خروجی از کنترل‌ها همان دور ملخ‌هاست که براساس مکانیزم حرکتی جدید به موتورها وارد می‌شوند. در نهایت چهار سیگنال که هر یک معرف دور یکی از موتورهاست به بلوک دینامیک سیستم وارد می‌شوند.

در این الگوریتم هدایتی جدید با استفاده از کنترل کلاسیک پی‌آی دی می‌توان سرعت و زوایای اوپلر را پایدار کرد. این امر سبب افزایش دقت و کاهش زمان اجرای شبیه‌سازی شد. کم بودن زمان اجرای شبیه‌سازی (بالا بودن سرعت حل) و اجرا شدن بی‌درنگ آن سبب امکان به کارگیری آن بر پرندۀ واقعی خواهد بود.

در روش پی‌آی دی اساس کنترل خطی و به دلیل رفتار غیرخطی حرکتی (دینامیک) کوادروتور برای اعمال کنترل‌ر پی‌آی دی نیاز به حذف دینامیک‌های غیرخطی است که این روش را می‌توان در تقریب خطی یک سیستم غیرخطی حول یک نقطه کار مشخص (پرواز هاور) اعمال کرد. برای ربطه (11) با استدلال حفظ وضعیت پرواز ایستتا کوادروتور در هدف از کنترل کوادروتور است؛ بنابراین در رفتار کوادروتور در نقطه کاری مشخص (پرواز هاور) به دلیل تغییرات بسیار اندک زوایه رول و پیچ در این نقطه کاری می‌توان آن‌ها در معادله دینامیکی حاکم بر کوادروتور نادیده انگاشت. از سوی دیگر ماتریس تبدیل سرعت دورانی به عنوان ربطه‌نده سرعت زوایه‌ای میان دستگاه مختصات محلی با دستگاه مطلق یک ماتریس همانی است. تغییرات زوایه‌ای رول و پیچ در شرایط پرواز ایستتا بسیار کم است؛ بنابراین کسینوس این تغییرات اندک یک می‌شود، در نتیجه ماتریس تبدیل سرعت دورانی یک ماتریس همانی و شتاب زوایه‌ای در دستگاه محلی با شتاب زوایه‌ای در دستگاه مطلق (اینرسی) برابر می‌شود. رابطه (14) ماتریس سرعت دورانی و همچنین ارتباط بین شتاب زوایه‌ای در دو دستگاه را نشان می‌دهد.

$$[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T = T_\theta [p, q, r]^T$$

$$T_\theta = \begin{bmatrix} 1 & \sin\theta \tan\theta & \cos\theta \tan\theta \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

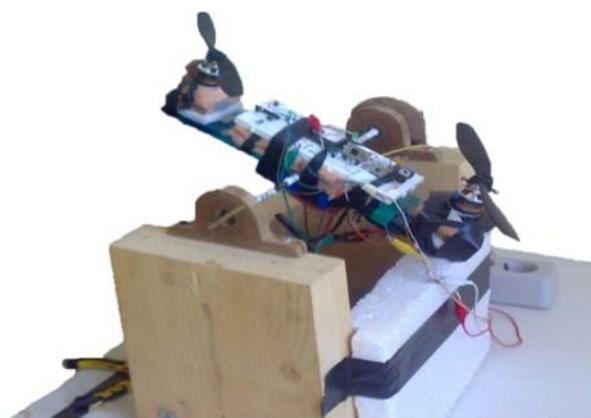


Fig. 4 Experimental specimen

شکل 4 نمایی از نمونه آزمایشگاهی

5- تئوری تخمین

فیلتر کالمن مجموعه‌ای از معادلات ریاضی است و نقش برآورد کننده اباء رویکرد پیش‌بینی و اصلاح را ایفا می‌کند. فیلتر کالمن امکان تخمین حالت یک فرآیند را به گونه‌ای فراهم می‌کند که متوسط مربع خطای را به کمینه می‌رساند. کارکرد مناسب و پاسخ‌گویی سریع و دقیق در مسائل مختلف دلیل استفاده از آن است. برای نمونه تحقیق در خصوص مکان و ارتفاع و حتی حرکت یک شی معین مانند هواپیمای بدون سرنشیک از سنسورهای ساده و کوچک استفاده می‌کند و هر یک خطای را شامل می‌شود از جمله مطالعات در راستای ویژگی‌های کاربردی است. روش تصفیه کالمن از عنوان‌های پراهمیت در تئوری کنترل و مهندسی سیستم‌های کنترلی است. دسترسی به اطلاعات دقیق کنترل فرآیند امری مهم است، از این روش‌های ترکیب اطلاعات متابع مختلف یک فرآیند جهت دستیابی به اطلاعات دقیق تر جایگاه ویژه‌ای می‌یابد. یکی از این روش‌ها استفاده از فیلتر کالمن است.

الگوریتم فیلتر کالمن فرآیند را با استفاده از بازخورد کنترلی برآورد می‌کند. معادلات فیلتر کالمن به دو دسته معادلات به روزرسانی زمانی و به روزرسانی اندازه‌گیری تقسیم می‌شود. معادلات به روزرسانی زمانی وظیفه محاسبه تخمین کواریاشن خطای و حالت کنونی جهت دستیابی به پیش‌تخمین برای گام زمانی پسین است. معادلات به روزرسانی اندازه‌گیری در فیدبک کاربرد دارد. بدین معنا که از آن در ترکیب اندازه‌گیری جدید با یک پیش‌تخمین حالت برای به دست آوردن یک تخمین پسین استفاده می‌شود. معادلات به روزرسانی زمانی را می‌توان به عنوان معادلات پیش‌بین و معادلات به روزرسانی اندازه‌گیری را به عنوان معادلات تصحیح کننده در نظر گرفت. برای حذف یا کاهش اثرات آن در خطای ذاتی یادشده در مقدمه برای سنسورهای ممز از فیلتر کالمن استفاده شده است. ورودی فیلتر کالمن مورد استفاده در مقاله از سنسور سرعت‌سنج و شتاب‌سنج است که دو کار انجام می‌دهد. نخست برآورد تقریب خطای بایوس در خروجی سنسورهای سرعت‌سنج و دوم تقریب صحیحی از زوایای اویلر است. رابطه (17) رابطه سینماتیکی فیلتر کالمن زمان پیوسته را نشان می‌دهد.

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} W dt \quad (17)$$

تمام سنسورها مورد استفاده در پروژه دیجیتال است و پردازشگر نیز براساس دیجیتال محاسبه و پردازش می‌کند؛ بنابراین در این بخش فرمولهای (18-20) فیلتر کالمن که با حالات‌ها و اندازه‌گیری‌های به صورت گستته بیان

ترم‌های غیرخطی در آن با دقیقی کامل صورت گیرد. ورودی کنترلی که ترم‌های غیرخطی را حذف می‌کند به صورت زیر تعریف شده است.

4- معرفی نمونه آزمایشگاهی

از آن جایی که هدف از انجام این پژوهش شبیه‌سازی مبتنی بر واقعیت است، مجموعه آزمایشگاهی ساخته شد که صرفاً به عنوان یک ستاپ در راستای پیشبرد اهداف مقاله بوده و شاید بتوان آن را نمونه‌ای نصف کوادروتور نامید. دوباره به این نکته اشاره می‌شود که از مجموعه آزمایشگاهی برای کالیبراسیون و استخراج داده‌های سنسورها در محیط پرنویز و مشابه با شرایط واقعی کوادروتور و سپس تأثیر فیلتر کالمن در بهبود نتایج زاویه استفاده شد. هدف نهایی این مطالعه بهره‌برداری از نتایج (داده‌های خام و تخمین‌زده شده) برای نزدیک کردن نتایج شبیه‌سازی‌ها به واقعیت (در حضور کنترلرها) است. شکل 4 نمایی از نمونه آزمایشگاهی را نشان می‌دهد.

$$\begin{cases} U_1 = \frac{m}{\cos\theta \cos\phi}(g + U'_1) \\ U_2 = I_{xx} \left[\frac{I_{zz}-I_{yy}}{I_{xx}} qr + \frac{J_{TP}}{I_{xx}} q\Omega + U'_2 \right] \\ U_3 = I_{yy} \left[\frac{I_{xx}-I_{zz}}{I_{yy}} pr + \frac{J_{TP}}{I_{yy}} p\Omega + U'_3 \right] \\ U_4 = I_{zz} \left[\frac{I_{yy}-I_{xx}}{I_{zz}} pq + U'_4 \right] \end{cases} \quad (16)$$

در این نمونه طراحی شده از شفت دوران، صفحه‌ایی مدرج به زوایا و پتانسیومتر با دو موتور بر اسلیس تعبیه شده در دو انتهای استفاده شد. از آن جایی که پتانسیومتر یک پایه ثابت دارد، در مکانی ثابت نصب می‌شود، صرفاً حساس به دوران و به ارتعاشات حساسیتیش بسیار کم است؛ بنابراین خروجی آن نسبت به سنسور شتاب‌سنج خطای بسیار کمتری دارد. در واقع سنسور شتاب‌سنج براساس خروجی پتانسیومتر کالیبره شده است.

کنترل زاویه دوران میله‌ای با دو موتور در دو انتهای از اهداف مقاله نیست. مجموعه آزمایشگاهی نشان داده شده در مقاله برای کالیبراسیون سنسورها، بررسی چگونگی عملکرد سنسورهای ممز در حالت افتکشش و نویز بالا (ناشی از روش‌بودن موتورهای تعبیه شده روی آن) و بهره‌گیری از نتایج جهت بهره‌برداری و نزدیک شدن نتایج شبیه‌سازی‌ها به واقعیت است.

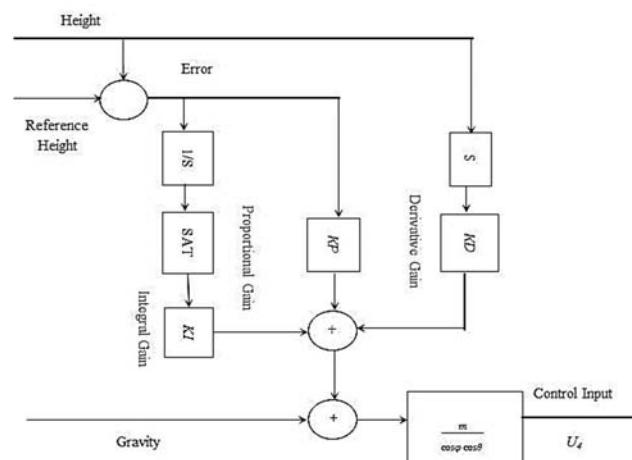


Fig. 3 structure of the applied controller for height Control

شکل 3 ساختار کنترل مورد استفاده برای کنترل ارتفاع

الگوریتمی مورد استفاده و یادشده فقط مقدار بایاس را تقریب می‌زند، برای لحظات پسین پیش‌بینی می‌کند، و خطای نویز را در سنسورهای سرعت‌سنج از بین نمی‌برد. شکل 6 به روشنی مبنی مطالب بیان شده است.

تست موتور روشین برای تخمین زوایای اوپلر انجام شد (نژدیک به واقعیت به دلیل کنترل کوادروتور در زمان پرواز) تا اغتشاشات ناشی از ارتعاش موتور به بدنه (میله) و در نهایت به سنسور شتاب‌سنج منتقل شود. سنسور شتاب‌سنج به شدت به ارتعاشات و اغتشاشات حساس بوده و مقدار ارتعاش را به عنوان شتاب خروجی لحاظ می‌کند.

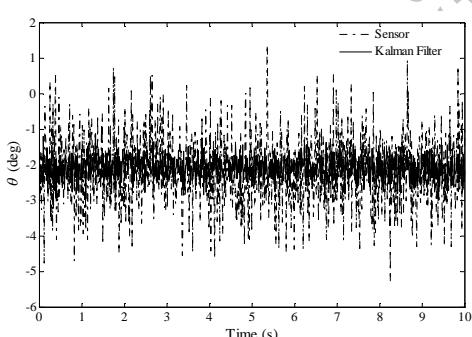
در شکل 7 فریم بدنی با فریم اینرسیال (مرجع) موازی و بدون سرعت زاویه‌ای است، ولی سیگنال خروجی سنسور نشان از وجود زاویه میان فریم بدنی با فریم اینرسیال دارد (وجود زوایای اوپلر غیر صفر). این خطای خروجی سنسور شتاب‌سنج بیانگر حساسیت سنسور به ارتعاش است.

انحراف معیار داده‌های خروجی سنسور شتاب‌سنج و تخمین گر فیلتر کالمون در جدول 2 بیان شده است. از جدول 2 می‌توان دریافت تخمین گر فیلتر کالمون داده‌ها را به میانگین نزدیک کرده و پراکنده‌گری داده‌ها اندک است.

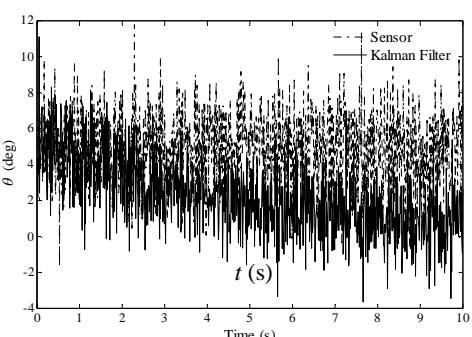
شکل‌های 8 و 9 تست موتور روشین و جابه‌جایی ستاپ با کمک دست را نشان می‌دهد. تخمین گر با اعمال فیلتر کالمون در این شرایط با دقیقی قابل قبول توانسته خروجی‌های سنسورها را بهبود و از تأثیر نویز بر زوایه بکاهد.

6- نتایج شبیه‌سازی برای کوادروتور

شبیه‌سازی نزدیک به واقعیت هدف این پژوهش است؛ بنابراین اطلاعات و داده‌های سنسورها با وجود عدم وجود فیلتر کالمون، اعمال نویز و ارتعاشات موتورها در نرم‌افزار سیمولینک شبیه‌سازی شده است. در این بخش نمودارهای شبیه‌سازی از خروجی الگوریتم کنترلهای پی‌آی دی و فیدبک



شکل 5 خروجی زاویه در حالت موتور خاموش و بی‌حرکت



شکل 6 سرعت زاویه‌ای در حالت موتور خاموش و بی‌حرکت

می‌شود.

$$\theta_{k+1} = \theta_k + W_K \times \Delta T - b \times \Delta T + \omega \quad (18)$$

$$\dot{b} = 0 \Rightarrow b_{k+1} = b_k \quad (19)$$

$$z_k = \theta_k + v = \theta_{acc} \quad (20)$$

مقدار اندازه‌گیری واقعی، W_K سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده با سنسور سرعت‌سنج به عنوان ورودی در رابطه (18)، و خروجی سنسور شتاب‌سنج (θ) نشان داده شده در رابطه (20) وارد محاسبات می‌شود. رابطه (21) صورت فضایی حالت معادلات بالاست.

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= \begin{bmatrix} \theta_{k+1} \\ b_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_k \\ b_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta T \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \omega \\ Z_k &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_k \\ b_k \end{bmatrix} + v \end{aligned} \quad (21)$$

θ_k نشان‌دهنده زاویه در زمان نمونه‌گیری k ام، b بیانگر بایاس سنسور سرعت زاویه‌ای و ΔT زمان نمونه گیری، ω و v به ترتیب نویز خروجی فرآیند و اندازه‌گیری را نشان می‌دهند. رابطه (22) فرم فضایی حالت را به صورت خطی نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} K_k &= AP_K C^T (CP_K C^T + R)^{-1} \\ \hat{X}_{k+1} &= (A\hat{X}_k + B\hat{u}_k) + K_k(y_k - C\hat{X}_k) \\ P_{k+1} &= AP_K A^T + Q - AP_K C^T R^{-1} CP_K A^T \end{aligned} \quad (22)$$

در عبارات بالا K_k بهره فیلتر کالمون، P_k ماتریس کواریانس، R و Q به ترتیب ماتریس کواریانس نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری است.

6- نتایج

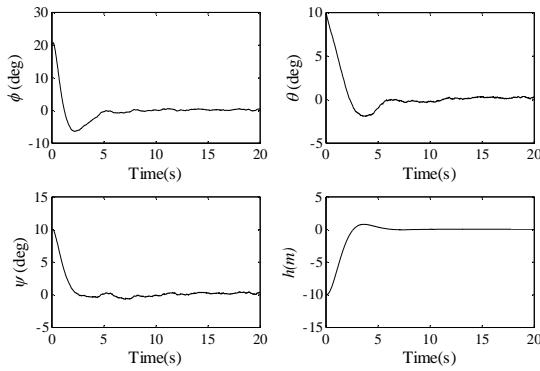
در این قسمت کنترل وضعیت کوادروتور براساس سنسورهایی با اطلاعات به دست آمده از آزمایشات تجربی و اثرات ارتعاش موتورها به همراه سایر اغتشاشات و نویزها مورد توجه قرار گرفته است. برای حذف و یا کاهش اثرات خطاهای ذاتی یادشده در مقدمه برای سنسورهای ممز از فیلتر کالمون استفاده شده است.

1- نتایج آزمایشگاهی

ماتریس‌های کواریانس r و q برای فیلتر کالمون با انجام تست‌هایی برای سنسورهای ممز مورد استفاده و با در نظر گرفتن دقیق‌ترین پاسخ در رابطه (23) آمده است.

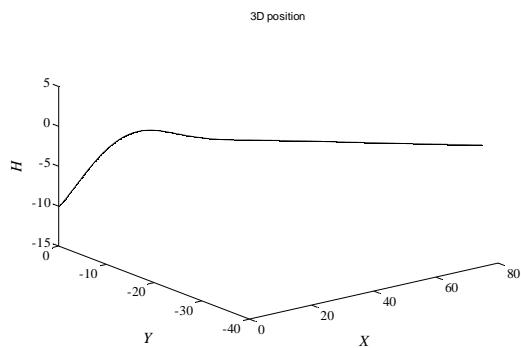
$$r = [0.0029] \quad q = \begin{bmatrix} 0.00016 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

نتایج در نمودارهای 5 و 6 از اطلاعات خروجی سنسورها با در نظر گرفتن تخمین گر فیلتر کالمون برای ستاپ موتور نظر هنگام خاموشی موتورها و بی‌حرکتی و عدم ارتعاش سیستم است. سنسورها خروجی هنگام خاموشی موتور و بی‌حرکتی سیستم غیر از صفر را نشان می‌دهد که در شکل 5 قابل مشاهده است. از سوی دیگر با دقت در شکل 6 می‌توان دریافت که سیگنال خروجی سنسور سرعت‌سنج در زمان ثابت بودن فریم بدنی و عدم وجود هرگونه سرعت زاویه‌ای سرعت زاویه‌ای غیر صفر را نشان می‌دهد. این اطلاعات نشان از نویز در خروجی سنسور سرعت‌سنج با وجود ثابت بودن فریم بدنی دارد. برای کالیبره کردن و حذف نویز باید سیگنال خروجی را پردازش و خطای نویز را حذف کرد (یعنی مقدار نویز که تقریباً ثابت بود در تمام مراحل تست از خروجی سنسور سرعت‌سنج کاسته می‌شد تا بدین روش مقدار خطاهای ذاتی سنسور سرعت‌سنج حذف شود). فیلتر کالمون با توجه به



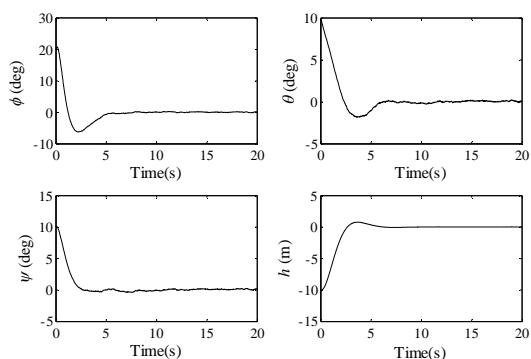
شکل 10 تغییرات زوایای اویلر و ارتفاع در حالت ایستادن فیلتر کالمن برای PID only (without using Kalman filter)

شکل 10 تغییرات زوایای اویلر و ارتفاع در حالت ایستادن فیلتر کالمن برای PID only (without using Kalman filter)



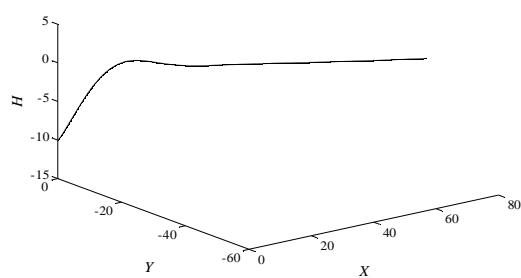
شکل 11 Quadrotor direction in motionless state using PID only (without using Kalman filter)

شکل 11 مسیر حرکت کوادروتور در حالت ایستادن بدون فیلتر کالمن برای PID



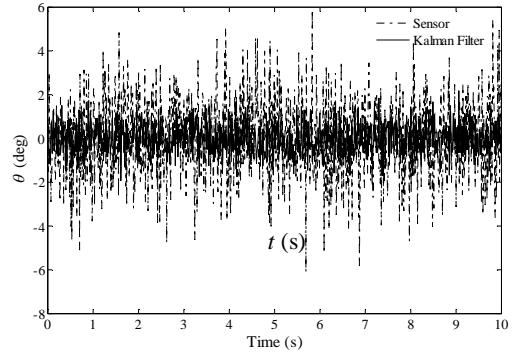
شکل 12 تغییرات زوایای اویلر و ارتفاع در حالت ایستادن با فیلتر کالمن برای PID controller

شکل 12 تغییرات زوایای اویلر و ارتفاع در حالت ایستادن با فیلتر کالمن برای PID controller



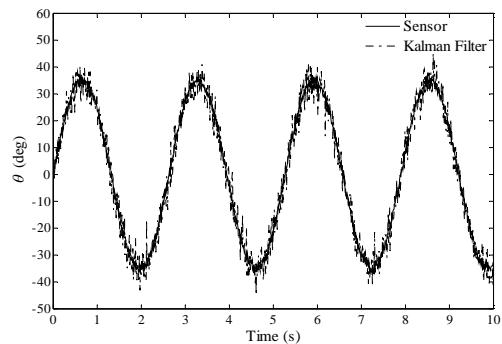
شکل 13 Quadrotor direction in motionless state using Kalman filter for PID controller

شکل 13 مسیر حرکت کوادروتور در حالت ایستادن با فیلتر کالمن برای PID



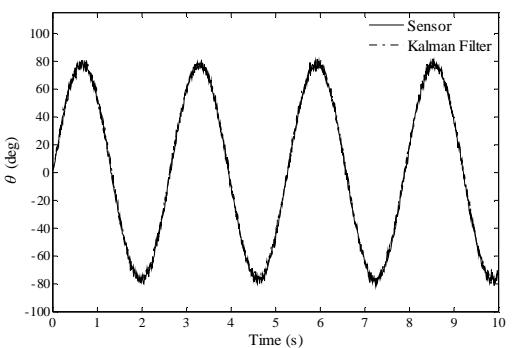
شکل 7 خروجی زاویه در حالت موتور روشن وی حرکت افقی

شکل 7 خروجی زاویه در حالت موتور روشن وی حرکت افقی



شکل 8 خروجی زاویه در حالت موتور روشن و جابه‌جایی با دست

شکل 8 خروجی زاویه در حالت موتور روشن و جابه‌جایی با دست



شکل 9 سرعت زاویه‌ای در حالت موتور روشن و جابه‌جایی با دست

شکل 9 سرعت زاویه‌ای در حالت موتور روشن و جابه‌جایی با دست

خطی‌سازی شده نشان داده شده است. اصطکاک را در طراحی کنترلر به دلیل افزایش پیچیدگی مساله به عنوان اختشاش در مدل‌سازی‌ها وارد می‌کنند. در شبیه‌سازی‌ها اثرات دیگری مانند ژیروسکوپی ساده نشده و حتی این عوامل نیز در نظر گرفته شده است. مدل در راستای طراحی کنترلر مناسب جهت خطی‌شدن معادلات دینامیک با مفروضاتی ساده شده است. در نهایت نتیجه کنترل زاویه، نشان داده شده در نمودارهای زیر، از اعمال ورودی کنترلر به مدل دینامیکی کامل (با تمام اثرات) بدست می‌آید.

نتایج کنترل حلقه بسته را می‌توان در شکل‌های 10-21 و با لحاظ شرایط اولیه جدول 3 مشاهده کرد. این شرایط در حالت پرواز ایستاد (هاور) بیان شده است. شکل‌های 11-13 زوایای اویلر، ارتفاع و مسیر حرکت کوادروتور در حالت کنترل حلقه بسته با لحاظ تخمین‌گر فیلتر کالمن و بدون آن را برای کنترلر پی‌آی دی، شکل‌های 14-17 همان شرایط اولیه برای کنترلر فیدبک خطی‌سازی شده را نشان می‌دهد.

جدول 3 بهره‌های کنترلی اعمالی به مدل

Table 3 Control gains applied to the model

h	P_e	P_n	ψ	θ	φ	R	Q	P	Z	\dot{Y}	\dot{X}	نام متغیر
-10	0	0	10	10	20	2	-5	10	-0.1	0	1	مقدار متغیر

جدول 4 بهره‌های کنترلی اعمالی به کنترلر PID

Table 4 Control gains applied to PID controller

h	ψ	θ	ϕ	
2	3	2	2	K_p
1	0.03	0.05	1	K_I
1.5	2	1	1.5	K_D

جدول 5 بهره‌های کنترلی اعمالی به فیدبک خطی‌سازی

Table 5 Control gains applied to feedback linearization

h	ψ	θ	ϕ	
5.1	8	14	10	K_p
4.3	0.66	0.8	2.7	K_I
3.5	2.4	1.9	4.4	K_D

3D position

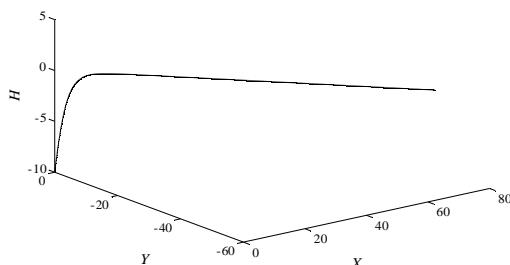


Fig. 17 Quadrotor direction in motionless state using Kalman filter for feedback linearization controller

شکل 17 مسیر حرکت کوادروتور در حالت ایستا با فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی شده

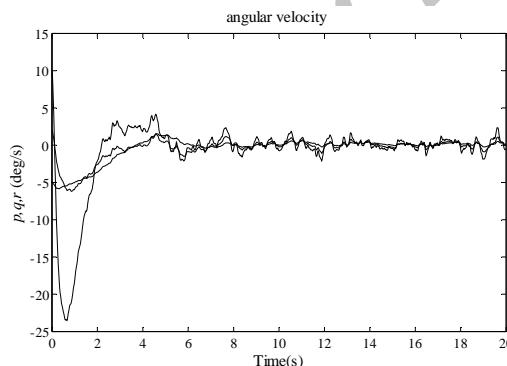


Fig. 18 Angular velocity variations in motionless state without using Kalman filter for PID controller

شکل 18 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای PID

شکل‌های 12 و 16 تغییرات زاویه‌ای اویلر با اعمال تخمین‌گر فیلتر کالمن نمودارهایی با کمترین نوسان را نشان می‌دهد. شکل‌های 15 و 16 نمودار سرعت زاویه‌ای اورشوت و نوسانات بیشتری به دلیل اعمال نشدن فیلتر کالمن را دارد.

شکل‌های 18 و 19 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت کنترل حلقه بسته برای کنترلر پی‌آی دی، شکل‌های 20 و 21 کنترل فیدبک خطی‌سازی شده را نشان داده است. بهره‌های کنترلر پی‌آی دی جهت بدست آوردن نتایج مطلوب از روش آزمون و خطأ استفاده کرده است. مقادیر بهره‌کنترلر پی‌آی دی در جدول 4 و کنترلر فیدبک خطی‌سازی شده در جدول 5 نشان داده شده است.

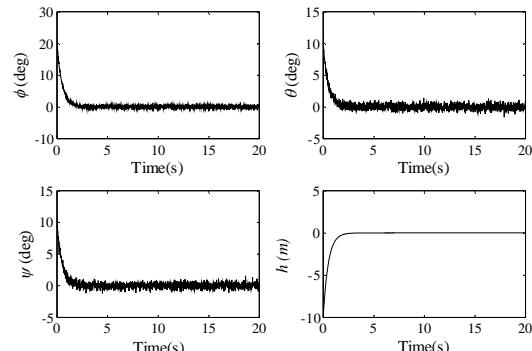


Fig. 14 Height Euler angle variations in motionless state using Kalman filter for feedback linearization controller

شکل 14 تغییرات زاویه‌ای اویلر و ارتفاع در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی شده

3D position

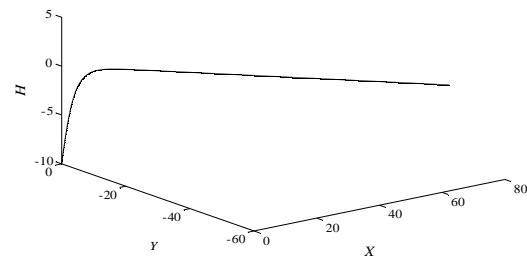


Fig. 15 Quadrotor direction in motionless state for feedback linearization controller, without Kalman Filter

شکل 15 مسیر حرکت کوادروتور در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی شده

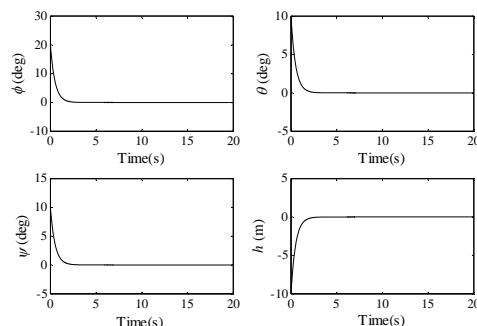


Fig. 16 Height Euler angle variations in motionless state using Kalman filter for feedback linearization controller

شکل 16 تغییرات زاویه‌ای اویلر و ارتفاع در حالت ایستا با فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی شده

جدول 2 انحراف معیار نتایج در حالت موتور روشن و خاموش

Table 2 The standard deviation of results for both off and on states

	پتانسیومتر	شتات‌سنج	موتور خاموش	موتور روشن
0.33	1.4	0.93		
0.6	1.2	2.0		

اویلر استفاده شد.

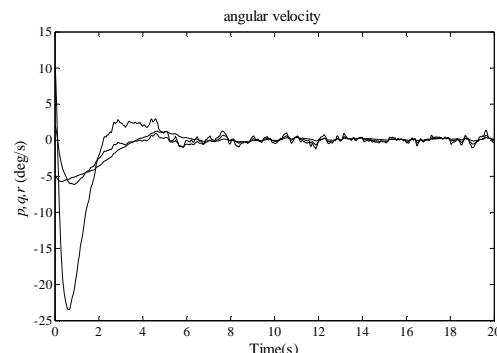
پس از بررسی نمودارهای کنترلهای طراحی شده می‌توان دریافت تبدیل دینامیکهای غیرخطی به فرم خطی با استفاده از فیدبک حالت را باید بنایی استوارتر بر پایه حذف دینامیکهای غیرخطی (روش پی‌آی دی) دانست. حذف دینامیکهای غیرخطی در روش فیدبک خطی‌سازی برای تمام شرایط کاری سیستم (کوادراتور) است، در صورتی که حذف ترم‌های غیرخطی معادلات دینامیکی در روش پی‌آی دی با در نظر گرفتن کوادراتور حول نقطه کاری مشخص (پرواز هاور) انجام گرفت. البته ذات روش فیدبک خطی‌سازی اشکالاتی را داراست که در عمل با آن مواجه شدیم.

8- فهرست علامت

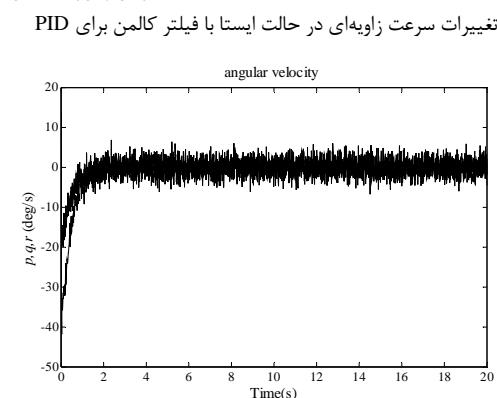
بایاس ژیروسکوپ	B
بردار نیرو در دستگاه بدنی	F^B
مان اینرسی کوادراتور حول محورهای بدنی	I_{XX}
مان اینرسی سیستم حول محور پروانه	J_{TP}
بهره فیلتر کالمون	K_K
طول بازوی کوادراتور	l
جرم (kg)	m
ماتریس کواریانس خطای تخمین	P_k
ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری	Q
ماتریس کواریانس نویز فرآیند	R
سرعت‌های زاویه‌ای در دستگاه بدنی	p, q, r
تراست پروانه i ام	T_i
زمان نمونه برداری، s	ΔT
ورودی کنترلی i ام	U_i
سرعت‌های انتقالی در دستگاه بدنی	u, v, w
بردار گشتاور در دستگاه اینرسی	τ^B
زوایای اویلر	φ, θ, ψ
زاویه بدن نسبت به افق، rad	θ
نماد سرعت زاویه‌ای، $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\dot{\theta}$
نویز اندازه‌گیری	v
نویز فرآیند	ω

9- مراجع

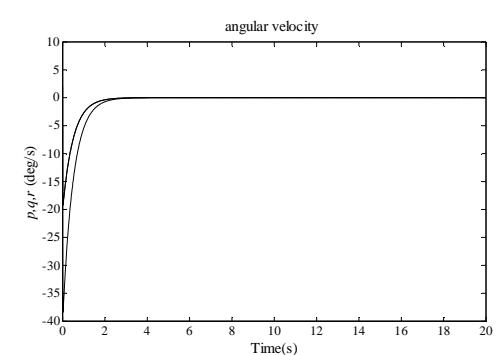
- [1] S. Bouabdallah, P. Murrieri, R. Siegwart, Design and control of an indoor micro quadrotor, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, USA, April 21-May 1, Vol. 5, pp. 4393-4398, 2004.
- [2] A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot, *IEEE Conference on Decision and Control*, The Atlantis, Paradise Islands, December 14-17, Vol. 2, pp. 1216-1221, 2004.
- [3] A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 3, pp. 562-571, 2006.
- [4] G. V. Raffo, M. G. Ortega, F. R. Rubio, An integral predictive/nonlinear control structure for a quadrotor helicopter, *Automatica*, Vol. 46, No. 1 pp. 29-39, 2010.
- [5] E. Altug, J. P. Ostrowski, R. Mahony, Control of a quadrotor helicopter using visual feedback, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington, D.C, May 11-15, Vol. 1, pp. 72-77, 2002.



شکل 19 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت ایستا با فیلتر کالمون برای PID



شکل 20 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت ایستا بدون فیلتر کالمون برای فیدبک خطی‌سازی



شکل 21 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت ایستا با فیلتر کالمون برای فیدبک خطی‌سازی

کوادراتور هنگام اعمال کنترل تا رسیدن به پایداری (پرواز ایستا) به دلیل وجود اورشوت و نوسانات تغییر مسیر و موقعیت می‌دهد و می‌توان این تغییرات مسیر تا پیش از پایداری را در شکل‌های 16, 15, 13, 11 مشاهده کرد.

7- بحث و نتیجه‌گیری

دو روش کنترلی پی‌آی دی و فیدبک خطی‌سازی در این مقاله استفاده شده است. در این مطالعه تلاش شد تا شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های سنسورها، لحظه ارتعاش موتورها و نویز سنسورها به واقعیت نزدیک باشد. از تخمین‌گر فیلتر کالمون جهت بهبود خروجی سنسورها و تقریب بهتر و دقیق‌تر زوایای

- [14] S. L. Waslander, G. M. Hoffmann, J. S. Jang, C. J. Tomlin, Multi-Agent Quadrotor Testbed Control Design: Integral Sliding Mode vs. Reinforcement Learning, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, Canada, Aug 2-6, pp. 3712-3717, 2005.
- [15] L.-C. Lai, C.-C. Yang, C.-J. Wu, Time-Optimal Control of a Hovering Quad-Rotor Helicopter, *Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 45, pp. 115-135, 2006.
- [16] S. Bouabdallah, R. Siegwart, Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247-2252, 2005.
- [17] R. Xu Ü. Özgüner, Sliding mode control of a class of underactuated systems, *Automatica*, Vol. 44, pp. 233-241, 2008.
- [18] T. Madani A. Benallegue, Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot, *IEEE Conference on Industrial Electronics, Annual*, Paris, france, Vov 07-10, pp. 700-705, 2006.
- [19] A. Soumelidis, P. Gaspar, G. Regula, B. Lantos, Control of an experimental mini quad-rotor UAV, *Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 1252-1257, 2008.
- [20] E. Borhaug K. Y. Pettersen, Adaptive way-point tracking control for underactuated autonomous vehicles, *IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4028-4034, 2005.
- [21] S. Bouabdallah, *Design control of quadrotors with application to autonomous flying*, PhD Thesis, Lausanne Polytechnic University, Lausanne, 2007.
- [22] T. Bresciani, Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter, PhD Thesis, Department of Automatic Control, Lund University, 2008.
- [23] C. Xia, *Permanent magnet brushless DC motor drives and controls*, Second Edition, pp. 25-62, Singapore: Wiley, 2012.
- [6] S. Bouabdallah, A. Noth, R. Siegwart, PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan, Sep 28-Oct 2, Vol.3, pp. 2451-2456, 2004.
- [7] B. Bluteau, R. Briand, O. Patrouix, Design and control of an outdoor autonomous quadrotor powered by a four strokes RC engine, *IEEE Annual Conference on Industrial Electronics*, Paris, France, Nov 10, pp. 4136-4240, 2006.
- [8] H. Voos, Nonlinear state-dependent Riccati equation control of a quadrotor UAV, *IEEE International Conference on Control Applications*, Munich, Germany, Oct 2-6, pp. 2547-2552, 2006.
- [9] M. chen, M. huzmezan, A simulation model and H ∞ loop shaping control of a quad rotor unmanned air vehicle, *International Conference on Modelling, Simulation and Optimization*, Banff, Canada, July 2-4, pp. 320-325, 2003.
- [10] M. chen, M. huzmezan, A combined mbpc/2 dof h controller for quadrotor UAV, *AIAA Atmospheric flight mechanics conference*, Austin, Inland, Aug 11-14, pp. 5512-5520, 2003.
- [11] A. mokhtari, A. benallegue, B. daachi, robust feedback linearization and chinfinity controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle, *IEEE international conference on intelligent robots and system*, Edmonton, Canada, Aug 2-6, pp. 1198-1203, 2005.
- [12] A. Mokhtari, A. Benallegue, Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Florida, USA, May 15-19, Vol. 3, pp. 2359-2366, 2006.
- [13] G. Hoffmann, D. G. Rajnarayan, S. L. Waslander, D. Dostal, J. Jung Soon, C. J. Tomlin, The Stanford testbed of autonomous rotorcraft for multi agent control (STARMAC), in *Digital Avionics Systems Conference*, Salt Lake, UT, Oct 24-28, Vol. 2, pp. 12.E.4-121-10, 2004.