







mme.modares.ac.ir

تحلیل ریاضی خمش غیرار تجاعی چرخهای مقاطع لولهای فولادی با مدل تنش - کرنش پيوسته

 3 محمد معتمدی¹، مصطفی زینالدینی^{$^{*}}، جواد فاخری$ </sup>

1 - دانشجوى دكترى، مهندسى عمران، دانشگاه خواجه نصيرالدين طوسى، تهران

2 - استاد، مهندسی عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

3- مربى، مهندسى عمران و محيط زيست، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستى 2einoddini@kntu.ac.ir ،1996715433 تهران، صندوق پستى

اطلاعات مقاله	چکیدہ
مقاله پژوهشی کامل دریافت: 26 مرداد 1395 پذیرش: 03 آذر 1395 ابائه در سابت: 15 دہ، 1395	در این تحقیق اطلاعات حاصل از بررسی نظری رفتار نرمشوندگی/ سختشوندگی و پدیده خرابی خمیری پیشرونده اعضای فولادی با مقطع لولهای، تحت بارگذاری خمش خالص در محدوده غیرارتجاعی ارائه میشود. در این مطالعه برای حل مسئله، از تحلیل ریاضی استفاده شده است. پدیدههای فیزیکی مورد توجه در تحلیل شامل رفتار غیرارتجاعی مصالح، بیضیشدگی چرخهای تجمعی سطح مقطع (مشابه رفتارخزش) و رفتار
کید واژگان: لولدهای فولادی بارگذاری یکسویه و چرخهای خمش خالص رفتار نرم شوندگی ا سختشوندگی چرخهای	خمیری چرخهای شامل اثرات بوشینگر، رفتار نرمشوندگی/ سختشوندگی چرخهای مصالح و پدیده خرابی خمیری پیشررونده است. روابط لنگر- انحنا بر پایه مقطع بیضیشده استخراج شدهاند. رفتار مصالح در محدوده غیرخطی بر اساس معادله تنش - کرنش تورگارد لحاظ شده است که این امر موجب سادهسازی تحلیل شده است. یک مدل رفتاری ترکیبی شامل قانون سختشوندگی پویای غیرخطی بعلاوه سختشوندگی همسانگرد به منظور مدل سازی رفتار تنش - کرنش محوری چرخهای در نظر گرفته شده است. تحلیل ها تحت بارگذاری خمش خالص تکرارشونده کمچرخه به صورت انحنا - کنترل انجام شده است. رشد چرخه به چرخه بیضیشدگی مقطع با استفاده از قانون اصلاح شده خرش بایلی - نیوتن در محاسبات لنگر خمشی آورده شده است پیشیبییهای مدل با تعدادی از دادههای تجربی در دسترس که به صورت آزمایش یکسویه و چرخهای در محاربده ضربی بر بی ایرامهای فیلادی انجام شده مقار می تعدادی از دادههای تجربی در دسترس که به صورت آزمایش یکسویه و چرخهای

Closed form solutions for inelastic cyclic bending of steel tubulars using continuous stress-strain model

Mohammad Mo'tamedi¹, Mostafa Zeinoddini^{1*}, Javad Fakheri²

1- Department of Civil Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

2- Department of Civil and Environmental Engineering, Tehran University, Tehran, Iran.

قطر متوسط، D، به ضخامت، t، عضو لولهای مورد استفاده در این سازهها در

محدوده $D/t \leq 80$ قرار دارد [1]. در شرایط بهرهبرداری، این لولهها

ممکن است در معرض بارگذاری چرخهای¹ خمشی، محوری یا ترکیبی از

* P.O.B. 1996715433, Tehran, Iran, zeinoddini@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	ABSTRACT
Original Research Paper Received 16 August 2016 Accepted 23 November 2016 Available Online 04 January 2017	The current paper deals with the cyclic softening/hardening and strain ratcheting behavior of circular steel tubes under repeated inelastic pure bending. A relatively simple mathematical solution is proposed to tackle the problem. Key physical features involved are the elastic after-effect, accumulated cyclic (creep type) ovalisation of the cross-section, cyclic plasticity including the Bauschinger effect, cyclic
Keywords: Steel circular tubular Monotonic and cyclic inelastic pure bending Cyclic softening/ hardening behavior	softening/hardening of the material and ratcheting effect. The moment-curvature formulation of the tube is derived in an ovalised configuration. Tvergaard stress-strain relation is used to describe the elasto- plastic stress-strain relationship of the material. This continuous nonlinear constitutive model considerably abridges the solution. A combined nonlinear kinematic/nonlinear isotropic hardening rule is used to describe the cyclic uniaxial stress-strain. The analysis of the low cycle pure inelastic bending of the tube is performed under a curvature-control regime. The cycle by cycle growth (creep type) in the ovalization of the cross-section is modeled using a modified version of the Bailey–Norton creep law. The model predictions are examined against a number of available test data on the inelastic monotonic and cyclic bending of tubes and reasonable agreements are observed.

1- مقدمه

اعضای لولهای فولادی کاربریهای فراوانی در سازههای مهندسی دارند. در ساخت نیروگاههای اتمی، پالایشگاهها، سکوهای دریایی، خطوط لوله خشکی و خطوط لوله دریایی همگی از اعضای لولهای استفاده می شود. معمولاً نسبت

¹ Cyclic

Please cite this article using: M. Mo'tamedi, M. Zeinoddini, J. Fakheri, Closed form solutions for inelastic cyclic bending of steel tubulars using continuous stress-strain model, *Modares Mechanical U* Engineering, Vol. 16, No. 12, pp. 756-766, 2016 (in Persian)

2018

Jownloaded from mme.modares.ac.ir at 13:59 IRDT on Wednesday May 9th

آنها قرار گیرند. تحت این شرایط، تجمع تغییرشکلها و کرنشهای خمیری میتواند منجر به کاهش کارایی و در نهایت واماندگی¹ شود. تجمع کرنش ناشی از بارگذاری چرخهای، خرابی خمیری پیشرونده² نامیده میشود. این پدیده میتواند ناشی از تکرار فرآیندهای حرارتی یا بارگذاری چرخهای مکانیکی باشد. پاسخ خرابی خمیری پیشرونده مصالح³ خصوصاً متأثر از تاریخچه تنش است که به بارگذاری خارجی و همچنین هندسه بستگی دارد. رفتارهایی از قبیل سختشوندگی/ نرمشوندگی چرخهای به طور ویژه به خرابی خمیری پیشرونده مرتبط است[2].

سیستمها و اجزای لولهای نیروگاهها ممکن است به علت نیروهای ناشی از زمین لرزه یا سایر حوادث پیش بینی نشده تحت لنگرهای تکرار شونده، وارد محدوده خمیری شوند، طی چنین بارگذاری های چرخهای، در صورتی که بارگذاری در یک جهت به صورت نیرو-کنترل باشد، آنگاه تجمع کرنش خمیری در آن جهت می تواند به خرابی خمیری پیش رونده منجر شود [3]. تداوم بارگذاری چرخهای که توأم با خرابی خمیری پیش رونده است ممکن است به خرابی از نوع شکست خمیری یا خستگی در سازه منجر شده [4] و به علت تغییر شکل بیش از حد سازه دچار واماندگی شود[5].

تحقیق حاضر با رویکرد تحلیل ریاضی به مطالعه رفتار سختشوندگی *ا* نرمشوندگی چرخهای و پدیده خرابی خمیری پیشرونده در مقاطع لولهای فولادی تحت چرخههای خمش خالص در محدوده غیرخطی می پردازد. این موضوع پیش از این به صورت تجربی و عددی توسط دیگر محققین مورد بررسی قرار گرفته است. در مطالعه اخیر تلاش شده است یک تحلیل ریاضی برای رفتار چرخه ای مقاطع لوله ای فولادی به نسبت جدار ضخیم ($D/t \leq 30$) با در نظر گرفتن هر دو نوع خرابی پیش رونده خمیری سازه ای (هندسی) و مصالح ارائه گردد. راه حل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی موجود در ادبیات فنی مقایسه شده و تطابق خوبی مشاهده شده است.

2- مرور ادبیات فنی

در تحلیل خرابی خمیری پیشرونده میتوان از سه رویکرد تجربی، شبیهسازی عددی و تحلیل ریاضی استفاده کرد. چن و همکاران [6] مرور جامعی از کارهای انجامشده توسط محققین با رویکرد تجربی و شبیهسازی عددي ارائه كردهاند. اين مطالعه بهخوبي نشان ميدهد كارهاي تجربي حجم عمدهای از پژوهشهای قبلی را به خود تخصیص دادهاند. مدلهای پیشنهادشده برای رفتار مصالح و شبیهسازی عددی ازنظر فراوانی به ترتیب در رتبههای بعدی قرار می گیرند. بر اساس مرور ادبیات فنی که چن و همکاران [6] تا سال 2013 و زهساز و همکاران [7] تا سال 2016 نتیجه گیری کردهاند، هنوز راهحل بسته رياضي دقيقي براي تحليل رفتار خرابي خميري پيشرونده لولهها تحت چرخههای غیرارتجاعی خمش در دسترس نیست. بر اساس نظر برادفورد و تیپینگ [8] تا سال 2015 تنها چند مورد حل ریاضی روش بسته دقیق برای مسائل خرابی خمیری پیشرونده ارائه شده که عمدتاً ناظر به هندسههای بسیار ساده و حالات بارگذاری ایدهآل هستند. در سالهای اخیر حتى موضوع بسيار سادهتر ارائه حل بسته رياضي براى خمش يكسويه غيرارتجاعى اعضاى لولهاى از موضوعات موردتوجه محققين بوده است. بهعنوان نمونه می توان به کار پونایا و همکاران [9] در سال 2009 اشاره کرد. آنها تلاش نمودهاند یک رابطه حل بسته برای پیشبینی پاسخ لنگر-انحنای لولههای فلزی تحت خمش خالص یکسویه ارائه دهند. شاهین و الچالاکانی

[10] در سال 2014 ضمن تأکید بر پیچیده و شدیداً غیرخطی بودن رفتار خمش خالص لولههای فولادی عنوان میدارند تعدادی رابطه ریاضی برای تحلیل رفتار یکسویه در ادبیات فنی وجود دارد اما اغلب این روابط فاقد کاربرد طراحی هستند زیرا از نوع حل بسته نمیباشند. آنها تلاش نمودهاند تا یک رابطه ساده حل بسته با کاربرد آسان برای پیشبینی لنگر نقطه حدی لولههای فولادی تحت خمش خالص ارائه دهند. دآنیلو و همکاران [11] در 2015 یک رابطه صریح ریاضی برای پیشبینی ضریب اضافه ظرفیت تیرهای لولهای فولادی تحت خمش خالص ارائه کردند. در سال 2016 چن و همکاران [21] بر پایه نظریه خمیری کرنش کل هِنکی⁴ روشی تحلیلی برای تعیین ظرفیت خمش نهایی لولههای فولادی ارائه دادند که در آن سختشوندگی پارامتری انجامشده در این تحقیق، سختشوندگی کرنشی تأثیر عمدهای در ظرفیت خمشی نهایی لولههای فولادی دارد.

ازجمله محققین قبلی که در راستای ارائه حل بسته ریاضی برای رفتار غیرارتجاعی اعضای لولهای تحت خمش خالص چرخهای تلاش کردهاند میتوان از الچالاکانی [13] نام برد که نتایج مطالعات تحلیلی و آزمایشگاهی خود را در سال 2007 ارائه دادند. در این تحقیق رفتار مصالح بهصورت دوخطی فرض شده و برای پاسخ غیرارتجاعی اعضای لولهای در یک چرخه کامل بارگذاری خمشی خالص یک حل بسته ریاضی ارائه شده است. همچنین بیضی شدگی سطح مقطع لوله با استفاده از یک رابطه تجربی در راهحل متوسط⁶ را بر پاسخ و شکل خرابی لولههای جدار نازک تحت لنگر خمشی متوسط⁶ را بر پاسخ و شکل خرابی لولههای جدار نازک تحت لنگر خمشی استفاده از ترکیب نظریه اندوکرونیک⁷ و اصل کار مجازی روابطی بین لنگر، انحنا و بیضی شدگی مقطع برای لولههای جدار نازک تحت بارگذاری خمشی انحنا و بیضی شده است.

ازنظر محققين قبلى رفتار لولههاى فولادى تحت لنكر خمشى خالص موضوعی پیچیده و شدیداً غیرخطی است [10]. به این دلیل تحلیلهای اجزاء محدود پیشرفته، علیرغم به کارگیری مدل های رفتاری جدید و پیچیده، هنوز در شبیهسازی توأمان خرابی خمیری پیشرونده در هر دو بعد سازهای (شبیه سازی بیضی شدگی مقطع یا وقوع چین خوردگی) و مصالح (تجمع کرنشهای خمیری) ناکارآمد هستند. بهعنوان نمونه رحمان و همکاران [15] کارایی تعدادی از مدل های خمیری چرخهای را برای شبیهسازی پاسخ خرابی خميرى پيشرونده لولههاى فولادى تحت خمش تكرارشونده مورد ارزيابى قرار دادند. آنها گزارش کردند که هیچکدام از مدلها نتوانستهاند در حد قابل قبولی تغییرات همزمان لنگر-چرخش، بیضی شدگی مقطع و کرنش خمیری پیشرونده محیطی را شبیهسازی نمایند. آنها نتیجه گیری کردند که علی رغم پیشرفتهای قابل توجه در مدلسازی خمیری چرخهای، روشهای اجزای محدود هنوز توانایی لازم برای شبیهسازی پاسخهای چرخهای سازهای را ندارند. این به آن دلیل است که پارامترهای این مدلها فقط بر اساس پاسخهای مصالح تعیین میشوند. زکوی و همکاران [16] و زهساز و همکاران [7] از روش اجزای محدود بر مبنای یک مدل سختشوندگی ترکیبی ایزوتروپیک/کینماتیک برای شبیهسازی خرابی خمیری پیشرونده لولههای فولادی تحت لنگر خمشی خالص استفاده نمودند. نتایج کار آنها نشان

¹ Failure ² Ratcheting

³ Material ratcheting

⁴ Hencky's total strain theory ⁵ Strain hardening material

⁶ Mean moment

⁷ Endochronic

میدهد که مدل اجزای محدود مقادیر دست بالایی را برای نرخ رشد کرنش خمیری پیشرونده در مقایسه با دادههای آزمایشگاهی ارائه میدهد.

تعدادی از محققین نیز مقالاتی در خصوص خرابی خمیری پیشرونده در مراجع داخل کشور منتشر نمودهاند. ازجمله در سال 2014 پیکانو و همکاران [17] در یک مطالعه آزمایشگاهی موضوع کمانش موضعی خطوط لولهی دریایی دارای خوردگی تحت بارگذاری محوری متناوب را مورد بررسی قرار دادند. در سال 2016 شریعتی و همکاران [18] در مطالعهای آزمایشگاهی رفتار پدیده خرابی خمیری پیشرونده و نرمشوندگی پوستههای جدار نازک فولادی زنگنزن SS304L را تحت بارگذاری خمش خالص تناوبی موردمطالعه قراردادند.

مرور ادبیات فنی ارائه شده در بالا به خوبی بیانگر آن است که در مقایسه با گزینه های پرهزینه آزمایشگاهی و هنوز کم دقت عددی در شبیه سازی توأمان رفتار لوله های فولادی تحت چرخه های غیرار تجاعی خمش در هر دو بعد سازه ای و مصالح، تحلیل ریاضی یک رویکرد مطرح در مواجهه با مسئله است. عمده کارهای تحلیل های ریاضی انجام شده در گذشته تحت رژیم بارگذاری یک سویه بوده است. راه حل های ریاضی برای تحلیل رفتار خرابی خمیری پیشرونده بسیار نادر می باشند. در اکثر مدل های ریاضی پیشین رابطه تنش - کرنش به صورت دو خطی بوده و این مدل ها قابلیت شبیه سازی رفتارهای سخت شوندگی ازم شوندگی چرخه ای و پدیده خرابی خمیری پیش رونده را به صورت جامع نداشته اند. لذا توسعه راه حل های ریاضی ریاضی - برای موضوع خرابی خمیری پیش رونده در مقاطع لوله ای فولادی در معرض خمش خالص غیرار تجاعی چرخه ای دارای اه میت است.

3- تحلیل ریاضی رفتار غیرخطی مقطع لولهای تحت خمش خالص یکسویه

در این بخش رفتار یک عضو لولهای فولادی نسبتاً جدار ضخیم $\geq D/t$ (D/t تحت بارگذاری خمش خالص یکسویه در حالت ارتجاعی- خمیری به صورت تحلیلی بررسی میگردد. از نتایج تحلیل یکسویه در بخش بعدی برای تحلیل رفتار ارتجاعی- خمیری¹ لوله تحت خمش خالص چرخهای استفاده خواهد شد. فرضیههای به کار رفته در این تحلیل به شرح زیر است:

- این تحلیل برای حالت قبل از وقوع هر نوع ناپایداری جزئی یا کلی² معتبر است.
- تحلیل انجام شده بر مبنای تنشهای تک محوره در راستای محور لوله بوده و از تأثیر دیگر تنشها صرفنظر شده است.
- مقطع لوله تحت کرنشهای ایجاد شده (کرنشهای فراتر حد تناسب) مسطح باقی میماند.
- رفتار مصالح فراتر حد تناسب³ از یک منحنی پیوسته بر اساس رابطه تورگاد⁴ تبعیت میکند.
- ضریب ارتجاعی مصالح و منحنی تنش-کرنش تحت فشار و کشش یکسان است.
- تحت خمش مقطع لوله از حالت مدور خارج می شود مقطع لوله پس از خمش به صورت یک بیضی در نظر گرفته شده است.

 بیضی شدگی مقطع در حالت بارگذاری یکسویه بر اساس رابطه مرجع [19] و حالت بارگذاری تکرارشونده بر اساس رابطه پیشنهادی نگارندگان مقاله حاضر در نظر گرفته شده است.



Fig. 1 Schematic strain profiles in a tubular section subject to inelastic monotonic pure bending

شکل 1 طرحواره توزیع کرنش در یک عضو با سطح مقطع لولهی تحت خمش خالص ارتجاعی- خمیری



Fig. 2 Schematic stress profiles in a tubular section subject to inelastic monotonic pure bending

شکل 2 طرحواره توزیع تنش در یک عضو با سطح مقطع لولهی تحت خمش خالص ارتجاعی- خمیری

بر پایه فرضیههای درنظرگرفتهشده، تحت خمش خالص، طرحواره[°] توزیع کرنش در مقطع عضو مطابق شکل 1 و طرحواره توزیع تنش در مقطع عضو مطابق شکل 2 خواهد بود.

در شکلهای 1 و 2، پارامترهای $\overline{\sigma}$ و $\overline{\mathbf{e}}$ به ترتیب تنش و کرنش کششی یا فشاری در تارهای طولی تیر تحت خمش است که با استفاده از پارامترهای و σ_{pr} و σ_{pr} به عنوان تنش حد تناسب و کرنش حد تناسب به صورت رابطه (1) بی بعد شدهاند:

$$\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_{pr} \qquad , \qquad \overline{\mathbf{e}} = e / e_{pr} \tag{1}$$

همچنین پارامترهای $\overline{\sigma}_1$ و $\overline{\mathbf{0}}$ و $\overline{\mathbf{0}}$ به ترتیب معرف تنش و کرنش بی بعد در دورترین تار از تار خنثی است و $\overline{\mathbf{0}}$ ، زاویه نسبی چرخش سطح مقطع است. در شکلهای فوق، η ، فاصله بی بعد هر تار از تار خنثی است که در رابطه (7) تعریف شده است. $\eta_1 = \mathbf{0.5}$ فاصله بی بعد دورترین تار از تار خنثی و η_{pr} فاصله بی بعد دورترین تار ارتجاعی از تار خنثی است.

M طبق قانون تعادل در مقطع یک تیر تحت بارگذاری خمش خالص M میتوان نوشت:

Elastoplastic

² Local or global instability

³ Proportional limit ⁴ Tvergaard

⁵ Schematic

تحلیل ریاضی خمش غیرار تجاعی چرخهای مقاطع لولهای فولادی با مدل تنش -کرنش پیوسته

پیوسته بر اساس رابطه تورگارد (راب
$$\int_{A} \sigma \, dA = \mathbf{0}$$

dA

$$\int_{A} \sigma y \, dA = M \tag{3}$$

(2)

که در آن dA جزء سطح (یک نوار باریک از مقطع موازی محور x) در فاصله y از محور تقارن و σ تنش در این جزء سطح است (شکل 3). با جایگذاری رابطه (1) در معادلات (2) و (3) خواهیم داشت:

$$\int_{A} \sigma_{pr} \cdot \overline{\sigma} \, dA = \mathbf{0} \tag{4}$$

$$\int_{A} \sigma_{pr} \cdot \overline{\sigma} y \, dA = M \tag{5}$$

در حالت ارتجاعی، محور تقارن بر محور تار خنثی مقطع منطبق است. خمش خالص در اعضای با مقطع لولهای منجر به بیضی شدگی مقطع می شود لذا معادلات رفتاری لوله برای حالت مقطع بیضی شده نوشته می شود که بدیهی است مقطع دایره (بدون بیضی شدگی) حالت خاصی از حل مسئله محسوب می شود.

در شکل 3، a^2 قطر بزرگتر، d^2 قطر کوچکتر از بیضی بیرونی است همچنین 2a قطر بزرگتر، d^2 قطر کوچکتر از بیضی داخلی است. با در نظر 2a نمین m به عنوان نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک بیضی، p به عنوان نسبت قطر کوچک داخلی به قطر کوچک خارجی مقطع بیضی شده لوله و به عنوان نسبت قطر بزرگ داخلی به قطر بزرگ خارجی مقطع بیضی شده لوله مطابق شکل 3 خواهیم داشت:

$$a = m \cdot b \quad b' = p \cdot b \quad a' = q \cdot a$$
 (6)
مطابق شکل 3 فاصله هر تار از تار خنثی، y ، است که این پارامتر در

محاسبات به صورت بی بعدشده مطابق رابطه (7) در نظر گرفته می شود: $\eta = y/2b$ (7)

برای عضو لولهای در حالت بیضی شده، المان سطح، *dA،* را می توان به صورت زیر نوشت:

$$dA = 2m\sqrt{b^2 - y^2}dy \qquad b' \le |y| \le b$$
$$dA = 2m(\sqrt{b^2 - y^2} - q\sqrt{b^2 - \frac{1}{p^2}y^2})dy \quad |y| \le b'$$
(8)

$$0.5p \le |\eta| \le p$$
$$dA = 4mb^2 \left(\sqrt{1 - 4\eta^2} - q \sqrt{1 - \frac{4}{p^2} \eta^2} \right) d\eta$$
$$|\eta| \le 0.5p \qquad (9)$$



Fig. 3 The ovalised cross section of the tube.

شكل 3 سطح مقطع بيضى شده لوله

پيوسته بر اساس رابطه تورگارد (رابطه (10)) تعريف مىشود:

$$\sigma = \sigma_{pr} \left(\frac{nEe}{\sigma_{nr}} + 1 - n \right)^{1/n}$$
(10)

که در آن، E، ضریب ارتجاعی مصالح است و n پارامتر سختشوندگی است. با استفاده از رابطه (1)، رابطه (10) در حالت بی بعد به صورت رابطه (11) قابل بازنویسی است:

 $\overline{\sigma} = (n\overline{e} + 1 - n)^{1/n}$ (11) پارامتر E_T به عنوان شیب خط مماس بر منحنی تنش-کرنش در محدوده سختشوندگی تعریف میشود که در حالت بی بعد به صورت $G_T = E_T/E$ نوشته میشود و مقدار عددی \mathbf{G}_T بر اساس دادههای آزمایش کشش یکسویه بر روی نمونه استاندارد بدست می آید. بنابراین با حل معادله (12) پارامتر n قابل تعیین خواهد بود:

$$G_T = \frac{d\overline{\sigma}}{d\overline{\mathbf{e}}} = (n\overline{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{1} - n)^{\frac{1}{n}-1}$$
(12)

فراتر از حد تناسب، برای تارهای واقع در ناحیه کششی و فشاری ناشی از خمش، مشابه حالت کشش ساده، از منحنی تنش -کرنش تورگاد مطابق رابطه (11) استفاده میشود که در ناحیه فشاری مقادیر تنش و کرنش منفی در نظر گرفته شده است:

$$\bar{\sigma}_1 = (n\bar{e} + 1 - n)^{1/n}$$
(13)
$$\bar{\sigma}_2 = -(-n\bar{e} + 1 - n)^{1/n}$$
(14)

بدیهی است با فرض اینکه حد تناسب، e_{pr} در کشش و فشار یکسان باشد و رفتار مصالح فراتر از حد تناسب در فشار و کشش به طور کامل مشابه باشد، محور تار خنثی منطبق بر محور تقارن مقطع خواهد بود. بدون در نظر گرفتن این فرض، موقعیت تار خنثی از محور تقارن عضو منحرف میشود. بر اساس شکل 1 رابطه بین زاویه نسبی چرخش سطح مقطع، $\overline{\Theta}$ ، وکرنش بی بعد شده، $\overline{\bullet}$ ، به صورت رابطه (15) است:

$$\mathbf{e} = \mathbf{0} \cdot \boldsymbol{\eta}$$
(13)
با جایگذاری رابطه (15) در رابطه های (13) و (14) خواهیم داشت:
 $\overline{\sigma}_1 = (n\overline{\Theta} \cdot \boldsymbol{\eta} + \mathbf{1} - n)^{1/n}$ (16)
 $\overline{\sigma}_2 = -(-n\overline{\Theta} \cdot \boldsymbol{\eta} + \mathbf{1} - n)^{1/n}$ (17)

ر ۲۰ میلی مقطع تیر حالت ارتجاعی دارد. در تارهای واقع در این محدوده، خواهیم داشت:

$$\overline{\sigma} = \overline{\Theta} \cdot \eta \tag{18}$$

$$\overline{M} = \frac{1}{\pi (m + 1)^{3} (1 - n^{4})} \cdot \left\{ \int_{-0.5p}^{-0.5p} \left[-(-n\overline{\Theta} \cdot \eta + 1 - n)^{\frac{1}{n}} \right] \eta \sqrt{1 - 4\eta^{2}} d\eta + \int_{-0.5p}^{-1/\overline{\Theta}} \left[-(-n\overline{\Theta} \cdot \eta + 1 - n)^{\frac{1}{n}} \right] \cdot \eta \left(\sqrt{1 - 4\eta^{2}} - q \sqrt{1 - \frac{4}{p^{2}}} \eta^{2} \right) d\eta + \int_{-1/\overline{\Theta}}^{1/\overline{\Theta}} \left[\overline{\Theta} \cdot \eta \right] \cdot \eta \left(\sqrt{1 - 4\eta^{2}} - q \sqrt{1 - \frac{4}{p^{2}}} \eta^{2} \right) d\eta + \int_{-1/\overline{\Theta}}^{1/\overline{\Theta}} \left[(n\overline{\Theta} \cdot \eta + 1 - n)^{\frac{1}{n}} \right] \cdot \eta \left(\sqrt{1 - 4\eta^{2}} - q \sqrt{1 - \frac{4}{p^{2}}} \eta^{2} \right) d\eta + \int_{-1/\overline{\Theta}}^{0.5p} \left[(n\overline{\Theta} \cdot \eta + 1 - n)^{\frac{1}{n}} \right] \cdot \eta \left(\sqrt{1 - 4\eta^{2}} - q \sqrt{1 - \frac{4}{p^{2}}} \eta^{2} \right) d\eta + \int_{0.5p}^{0.5p} \left[(n\overline{\Theta} \cdot \eta + 1 - n)^{\frac{1}{n}} \right] \eta \sqrt{1 - 4\eta^{2}} d\eta + \int_{0.5p}^{0.5p} \left[(n\overline{\Theta} \cdot \eta + 1 - n)^{\frac{1}{n}} \right] \eta \sqrt{1 - 4\eta^{2}} d\eta \right\}$$
(19)

$$M = M_{pr} \cdot \overline{M} , \qquad n_t = \frac{R'}{R}$$

$$R = \frac{a+b}{2} , \qquad R' = \frac{a'+b'}{2}$$
(20)

و لنگر خمشی خالص متناظر با تنش حد تناسب برابر است با:

$$M_{pr} = \frac{\sigma_{pr}}{32} \pi b^3 (m+1)^3 (1-n_t^4)$$
(21)

رابطه تنش-کرنش مورد استفاده در انتگرالهای بدست آمده در معادله خمش، قابل جایگذاری با معادلههای تنش - کرنش بهصورت دوخطی یا روابط تجربی تنش-کرنش از قبیل لودویک¹، ووس²، تورگارد، رمبرگ- اسگود³ و ... یا تعریف رابطه تنش و کرنش بهصورت نقطه – نقطه است که بر اساس شکل تابع زیر انتگرال می توان از حل بسته ریاضی یا روش های عددی برای حصول جواب بهره برد. از آنجا که انتگرالهای بدست آمده در معادله خمش به ازای هر رابطه تنش- کرنش به شکل توابع چندجملهای دارای حل بسته است در تحلیل جاری انتگرال مربوط به ناحیه ارتجاعی دارای حل بسته میباشد ولی انتگرالهای مربوط به ناحیه خمیری به صورت نامعین قابل حل نیست لذا بهمنظور حصول حل بسته رياضي ابتدا رابطه تنش- كرنش تورگارد به كمك بسط تیلور بسط داده شده و سپس بسط حاصل از آن با جایگذاری در معادله انتگرالی "لنگر - انحنا" تحلیل شده است که با توجه به طولانی بودن پاسخها فقط نتايج بهدست آمده ارائه شده است.

معادله (19) بهصورت (M = f (e) است که رابطه بین کرنش بی بعد شده، با لنگر خمشی بی بعد را بیان می کند. با در نظر گرفتن رابطه بین کرنش و انحنا⁴ بەصورت رابطە (22) معادلە (19) قابل بازنویسی برحسب پارامتر انحنا، ٢، خواهد بود.

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{\overline{\mathbf{e}}_1 \cdot \mathbf{e}_{pr}}{R} \tag{22}$$

ملاحظه اثرات بيضى شدكى مقطع در تخمين پاسخ لنگر-انحنا از نكات برجسته این کار بوده که در آن از یک رابطه نیمه تجربی برای لحاظ کردن اثر بيضى شدكى مقطع استفاده شده است. با فرض رفتار كاملاً ارتجاعى لوله و تغييرشكل مقطع بهصورت بيضى كامل، بر پايه مطالعات كالادينه [20] و نستر و همکاران [21]، رابطه سادهشده بین بیضی شدگی مقطع و انحنای لوله بەصورت رابطە (23) تعیین می شود:

$$\frac{\Delta D_o}{D_o} = \frac{(1 - v^2)^2}{16} \left(\frac{\kappa}{\kappa_o}\right)^2 \tag{23}$$

که در آن D_o قطر خارجی لوله بدون درنظر گرفتن بیضی شدگی مقطع D_o است، ΔD_o اختلاف قطر كاهش يافته به علت وقوع بيضى شدگى نسبت به ΔD_o است و انحنا با جمله $\kappa_0 = t/D_0^2$ بی بعد شده است که در آن t ضخامت اولیه لوله است. قابل توجه است که در معادله (23) بیضی شدگی مقطع متناسب با مجذور انحنا بوده و وابسته به ضریب ارتجاعی مصالح نیست. بر اساس دادههای آزمایشگاهی بر روی لولههای فلزی تحت بارگذاری یکسویه غیرارتجاعی، کایریاکیدس و همکاران [22] گزارش کردند که رابطه بین بيضي شدكي مقطع با انحنا روندي درجه دو دارد. يوادا [19] رابطه نيمه تحليلي بيضي شدكي مقطع- انحنا براي لولهها تحت خمش خالص غیرار تجاعی را به صورت رابطه (24) ارائه کرد:

$$\frac{\Delta D_o}{D_o} = C e_1^{\ 2} \tag{24}$$

با در نظر گرفتن رابطه e₁ و انحنا بهصورت رابطه (22)، رابطه "بيضى شدكى - انحناى بى بعد" لوله به صورت رابطه (25) قابل بازنويسى است.

$$\frac{\Delta D_o}{D_o} = C_1 \left(\frac{\kappa}{\kappa_o}\right)^2 \tag{25}$$

¹ Ludwik

Voce Ramberg-Osgood

Curvature

محمد معتمدی و همکاران

که در آن ، C، بر اساس تعریف یوادا [19]، پارامتری است که مرتبط با خصوصیات مصالح و نسبت لاغری **(**D/**t)** است و بر اساس دادههای آزمایشگاهی تعیین میشود. توجه شود که رابطه (25) تحت بارگذاری خمش غیرار تجاعی، روندی توان دو برای "بیضی شدگی - انحنا" ارائه میدهد.

1-3- صحتسنجي مدل يکسويه

بهمنظور صحتسنجی رابطه (19)، از یکسری دادههای آزمایشگاهی استفاده شده که این آزمایشها توسط دیگر محققین بر روی لولههای فولادی انجام شده است. هندسه و خصوصیات مصالح بکار رفته در این آزمایشها در جدول آورده شده است. در این جدول، پارامترهای σ_v و n به ترتیب تنش حد 1تناسب و پارامتر سختشوندگی مربوط به رابطه تورگارد است. قابل ذکر است كه نتايج مورد استفاده از مرجع [23] بر اساس حل اجزاء محدود است.

شکل 4 مقایسه بین دادههای تجربی مرجع [22] و نتایج بهدستآمده از رابطه (25) به ازای $C_1 = 0.032$ را به صورت بیضی شدگی مقطع – انحنا $C_1 = 0.032$ ارائه مىدهد. شكل 5 مقايسه بين دادههاى تجربى مرجع [22] و نتايج حاصل از تحلیل ریاضی بر اساس معادله (19) بر روی لولههای فولادی تحت بارگذاری یکسویه را نمایش میدهد. محورهای قائم و افقی این نمودار به ترتيب با عبارات $M_0 = \sigma_{pr} D_o^2 t$ و $K_0 = t/D_o^2$ بيبعد شدهاند.

مطابق شکل 5 دو نمودار در قسمت اولیه، بر هم منطبق هستند و از یک نقطه به بعد با افزایش تأثیر بیضی شدگی مقطع، دو منحنی از هم جدا مىشوند.

جدول 1 پارامترهای هندسی و خواص مصالح ارائه شده توسط محققین پیشین و مورد استفاده در صحتسنجی مدل ریاضی تحت بارگذاری یکسویه

Table 1 Geometric and material parameters in the previous experiments used for validation of the current monotonic analytical solution.

منابع	п	σ _y (MPa)	E (GPa)	D_o/t	t (mm)	D _o (mm)	نوع مصالح
[22]	12.9	280	201	25.7	1.232	31.69	فولاد زنگنزن 304
[23]	9.05	246	205	26	1.016	26.42	فولاد X52
[24]	21	512	207	35.7	0.889	31.78	فولاد كربنى 1018
[25]	00	277.2	205	24.6	1.293	31.84	فولاد کربنی 1020



Fig. 4 Comparison of the ovalization-curvature curves from the experiments conducted by [22] with Eq. (25)

شکل 4 نمودار مقایسه منحنی بیضی شدگی- انحنا بر اساس دادههای آزمایشگاهی مرجع [22] و نتايج بهدست آمده از رابطه (25)



Fig. 8 Comparisons between the moment-curvature responses in experiments conducted by [24] and the analytical solution in the current study.

شکل 8 مقایسه پاسخ لنگر - انحنا بر اساس دادههای آزمایشگاهی مرجع [24] و حل ریاضی ارائه شده



Fig. 9 Comparison of the ovalization-curvature curves from the experiments conducted by [24] with Eq. (25) شکل **9** نمودار مقایسه منحنی بیضی شدگی - انحنا بر اساس دادههای آزمایشگاهی



Fig. 10 Comparisons between the moment-curvature responses in experiments conducted by [25] and the analytical solution in the current study.

شکل 10 مقایسه پاسخ لنگر - انحنا بر اساس دادههای آزمایشگاهی مرجع [25] و حل ریاضی ارائه شده

مشاهده میشود سازگاری مناسبی بین حل ریاضی ارائه شده و دادههای آزمایشگاهی بر روی لولههای فولادی تحت بارگذاری خمش خالص یکسویه غیر ارتجاعی وجود دارد.





Fig. 5 Comparisons between the moment-curvature responses in experiments conducted by [22] and the analytical solution in the current study.



Fig. 6 Comparisons between the moment-curvature responses in experiments conducted by [23] and the analytical solution in the current study.



experiments conducted by [23] with Eq. (25)

شکل 7 نمودار مقایسه منحنی بیضی شدگی- انحنا بر اساس دادههای آزمایشگاهی مرجع [23] و نتایج بهدستآمده از رابطه (25)



Fig. 11 Comparison of the ovalization-curvature curves from the experiments conducted by [25] with Eq. (25)

شکل 11 نمودار مقایسه منحنی بیضی شدگی- انحنا بر اساس دادههای آزمایشگاهی مرجع [25] و نتایج بهدستآمده از رابطه (25)

4- بررسي تحليلي مقطع لولهاي تحت خمش تكرارشونده

در این بخش رفتار ارتجاعی- خمیری عضو لولهای فولادی تحت بارگذاری خمش خالص تکرارشونده به صورت تحلیلی بررسی میگردد. به این منظور معادلات بهدست آمده در بخش 3 در خصوص رفتار لوله تحت خمش خالص یکسویه، برای تحلیل رفتار لوله تحت بارگذاری خمش خالص تکرارشونده توسعه داده شده است.

تاریخچه تنش و رفتار خمیری چرخهای ایجاب میکند که مدل رفتاری مناسبی به منظور شبیهسازی رفتار نرمشوندگی و سختشوندگی، کرنش خمیری تجمعی چرخه به چرخه و تغییرات حلقه هیسترزیس¹ تنش و کرنش، در نظر گرفته شود. در این بخش به لحاظ قابل حل بودن معادلات، یک مدل سادهشده برای رفتار هیسترزیس مصالح انتخاب شده است که رابطه تنش-کرنش در هر نیم چرخه ² بارگذاری را تعریف میکند. با تعریف رابطه تنش-کرنش در هر نیم چرخه و تعیین میزان بیضیشده مقطع، پاسخ غیرخطی لنگر– انحنا لوله در هر نیم چرخه مشابه حل ارائه شده در بخش 3 برای بارگذاری یکسویه قابل تحلیل خواهد بود و با تکرار حل در نیم چرخههای متوالی معادلات حاکم بر رفتار عضو لولهای فولادی تحت بارگذاری خمش خالص تکرارشونده در محدوده غیرار تجاعی به دست میآید.

حل ارائه شده حالت غیرخطی مصالح، اثرات هیسترزیس و غیرخطی بودن هندسی به علت بیضی شدگی مقطع را در نظر می گیرد. به منظور صحت سنجی مدل ریاضی ارائه شده از یکسری داده های آزمایشگاهی استفاده شده که همخوانی قابل قبول بین داده های آزمایش و نتایج مدل حاضر مشاهده شده است.

1-4- روابط تنش - كرنش تكرارشونده محوري مصالح

در هر نیمچرخه، رابطه تنش - کرنش در ناحیه ارتجاعی بهصورت خطی و فراتر از ناحیه ارتجاعی با استفاده از رابطه تورگاد تعریف شده است. شکل 12 طرحواره نمودار تنش– کرنش تکرارشونده را برای مصالح لوله نشان می دهد. رابطه تنش - کرنش در نیمچرخه ابتدایی (مسیر OAB که در حقیقت فاز بارگذاری یکسویه است) به کمک سیستم مختصات σ - σ تعریف می شود (k = 0) که پارامتر k شماره نیمچرخه بارگذاری است.) مسیر OAB بارگذاری ارتجاعی- خمیری یکسویه (کشش) را نشان می دهد. نقطه B نشان دهنده

¹ <u>Hysteresis</u> ² <u>Semi-cycle</u>

در شکل 12، در نیم چرخه اول (مسیر BDE) نقطه B بهعنوان مرکز سیستم مختصات جدید S - s در نظر گرفته می شود که برای تعریف رابطه تنش - کرنش در نیم چرخه اول (k=1) از این سیستم مختصات استفاده می شود. در اینجا پارامتر s معرف کرنش تکرار شونده و پارامتر S معرف تنش تکرار شونده است. مسیر تنش – کرنش نیم چرخه اول از نقطه B شروع می شود که در آن خط BD موازی خط OA ناحیه ارتجاعی در بارگذاری یکسویه است. نقطه D بر اساس رفتار نرم شوند گی یا سخت شوند گی تکرار شونده مصالح تعریف می شود.

تغییرات چرخهای اندازه سطح تسلیم در هر نیمچرخه، با پارامتر ایزوتوپیک *R*_k تعریف میشود که این پارامتر وابسته به کرنش خمیری تجمعی در هر نیمچرخه *k* است (*p*_k) و با استفاده از قانون سختشوندگی ایزوتوپیک غیرخطی بهصورت معادله (26) تعریف میشود:

(26)

$$R_k = Q(1 - e^{-b_p p_k})$$

که پارامتر Q حداکثر تغییر در اندازه سطح تسلیم از شروع بارگذاری تا رسیدن به چرخه پایدار و پارامتر b_p نرخ پایدار شدن چرخهها است. Q و b_p پارامترهای سختشوندگی مصالح است که بر اساس دادههای بهدستآمده از آزمایش محوری تکرارشونده بر روی نمونههای استاندارد تعیین میشود. در معادله (26) پارامتر p_k بهصورت تقریبی با استفاده از رابطه (27) تعیین میشود که توسط مرجع [26] ارائه شده است:

$$p_k = \frac{kp_0}{2} \tag{27}$$

در رابطه (27) p_0 عرض اولین حلقه تنش و کرنش است (فاصله O_1 تا O_2 در شکل 12). با ترکیب قانون سختشوندگی ایزوتروپیک غیرخطی O_2 (معادله (26)) و قانون سختشوندگی کینماتیک، خواهیم داشت:

$$\bar{\mathbf{S}}_{pr,k} = \mathbf{2} + \frac{Q(\mathbf{1} - e^{-b_p p_k})}{\sigma_{nr}}$$
(28)

$$\bar{\mathbf{S}}_{\text{pr,k}} = \frac{S_{pr,k}}{\sigma_{pr}} \tag{29}$$



Fig. 12 Definition for the stress and strain path in the first and zeroth half-cycle $% \left[{{{\rm{T}}_{\rm{T}}} \right]$

شکل 12 نمودار طرحواره منحنی تنش - کرنش در نیم چرخههای صفر و یک

که σ_{pr} تنش حد تناسب در نیم چرخه صفرم بارگذاری (بارگذاری یکسویه) است و $S_{pr,k}$ تنش حد تناسب در نیم چرخه kم است. با استفاده از رابطه (30) مسیر غیرخطی رابطه تنش و کرنش، فراتر از تنش حد تناسب تعریف می شود.

$$\overline{\sigma} = \overline{\mathbf{S}}_{\mathrm{pr},k} \left(\frac{n\overline{e}}{\overline{S}_{pr,k}} + \mathbf{1} - n \right)^{\frac{1}{n}}$$
(30)

مشابه حالت بار گذاری یکسویه، پارامتر *G*_k. به عنوان شیب خط مماس بر منحنی تنش-کرنش بی بعدشده در محدوده سختشوندگی تعریف می شود. می توان *G*_k را با استفاده از یک قانون توانی ساده در نیم چرخه های مختلف تعریف کرد. با اعمال اصلاحاتی از مرجع [27]، پارامتر *G*_k به صورت رابطه (31) تعریف می شود.:

$$G_{k} = \frac{1}{1+X_{1}k^{\xi}}$$
برای نیمچرخههای فرد

$$G_{k} = \frac{1}{1+X_{2}(k-1)^{\xi}}$$
برای نیمچرخههای زوج (31)

که در آن، ζ، ثابت مصالح است که بر پایه نرخ تغییرات شیب خط مماس بر منحنی تنش-کرنش بیبعدشده در محدوده سختشوندگی نسبت به تعداد نیمچرخهها تعیین میشود. و X و X به صورت زیر تعریف میشوند:

$$X_{1} = \frac{1}{G_{1}} - 1$$

$$X_{2} = \frac{1}{G_{2}} - 1$$
(32)

که در آن G_1 و G_2 شیب خط مماس بر منحنی تنش -کرنش بی بعدشده در محدوده سختشوندگی در نیم چرخه اول و دوم است. که G_1 و G_2 را می توان بر اساس آزمایش تنش - کرنش محوری تکرارشونده تعیین کرد. با معلوم بودن تنش حد تناسب در هر نیم چرخه مطابق رابطه (28) و شیب خط مماس بر ناحیه سختشوندگی در هر نیم چرخه، م G_k ، با استفاده از مشتق رابطه (30) مقدار پارامتر n در هر نیم چرخه، از حل معادله (33) قابل محاسبه خواهد بود.

$$G_{k} = \left(\frac{n\bar{e}_{1}}{\bar{\mathbf{S}}_{pr,k}} + 1 - n\right)^{\frac{1}{n}-1}$$
(33)

با تعیین پارامتر n و مختصات تنش حد تناسب، مطابق رابطه (30)، تنش در نقطه E (نقطه انتهایی نیمچرخه اول) قابل تعیین خواهد بود. قابل ذکر است که شرایط بارگذاری خمشی تکرارشونده انحنا-کنترل کرنش در نقطه E مقدار از پیش تعیین شده در نظر گرفته میشود.

مدل رفتاری مورد استفاده در کار حاضر، بهصورت مدل سختشوندگی پویای غیرخطی است که با سختشوندگی همسانگرد غیرخطی ترکیب شده است. در مدل سختشوندگی پویای غیرخطی اندازه سطح تسلیم ثابت بوده و به واسطه جابجایی سطح تسلیم تغییرات غیرخطی تنش - کرنش در ناحیه خمیری، شیب سختشوندگی در هر نیمچرخه و همچنین نقطه شروع تسلیم در هر نیمچرخه تعیین میشود. در مدل حاضر با استفاده از رابطه تورگارد رفتار تنش - کرنش در ناحیه خمیری به صورت غیرخطی است و تغییرات شیب سختشوندگی در هر نیمچرخه بهواسطه تغییرات n (پارامتر مشیب سختشوندگی در هر نیمچرخه بهواسطه تغییرات n (پارامتر سختشوندگی رابطه تورگارد) ایجاد میشود که محاسبه n بر اساس شیب شروع تسلیم در هر نیمچرخه بر اساس موقعیت و اندازه دایره تسلیم تعریف میشود (رابطه (23)). با ترکیب مدل سختشوندگی پویای غیرخطی با سختشوندگی همسانگرد غیرخطی امکان تغییرات اندازه سطح تسلیم جهت شبیه سازی رفتارهای سختشوندگی و نرمشوندگی مهیا میشود (جمله دوم شبیه سازی رفتارهای سختشوندگی و نرمشوندگی مهیا میشود (جمله دوم رابطه (28)). بر اساس مرجع [26] مدل ترکیبی سختشوندگی پویای

غیرخطی با سختشوندگی همسانگرد غیرخطی برای شبیهسازی رفتارهای سختشوندگی یکسویه، اثر بوشینگر، نرمشوندگی و سختشوندگی چرخهای و اثرات پدیده خرابی خمیری پیشرونده معتبر است هرچند میزان دقت این مدلها در شبیهسازی هر چه دقیقتر پدیدههای چرخهای جای بحث و بررسی دارد.

برای فرمول بندی مسئله در نیم چرخه دوم (k = 2) سیستم مختصات جرای فرمول بندی مسئله در نیم چرخه دوم (k = 2) سیستم مختصات نقطه E منتقل می کنیم. مسیر تنش-کرنش در نیم چرخه های بعدی مشابه شرایط توصیف شده برای نیم چرخه اول در نظر گرفته می شود. نقطه شروع هر نیم چرخه بر اساس تحلیل نیم چرخه قبلی اش تعیین می شود. هر نیم چرخه با یک مسیر ارتجاعی شروع می شود که شیب آن برابر شیب ناحیه ارتجاعی نیم چرخه صفرم (ضریب ارتجاعی) است. ناحیه ارتجاعی هر نیم چرخه بر اساس رابطه مفرم (ضریب ارتجاعی) است. ناحیه ارتجاعی هر نیم چرخه بر اساس رابطه (28) تعیین می شود. برای اکثر فولادها حد تسلیم در کشش و فشار تقریباً یکسان است، لذا می توان نوشت:

$$\overline{\mathbf{e}} = \frac{\overline{o}}{2}$$
 , $\overline{\epsilon}_k = \frac{\overline{o}}{2}$
to any the second states of the second states

بنابراین معادله انتگرالی (19) را برای بهصورت معادله (35) نوشت:

(34)

$$\overline{M} = \frac{256m}{\pi (m + 1)^{3} (1 - n^{4})} \cdot \left\{ \int_{-0.5}^{-0.5p} \left[-\lambda_{k} \left(-\frac{n\overline{\Theta} \cdot \eta}{\lambda_{k}} + 1 - n \right)^{\frac{1}{n}} \right] \eta \sqrt{1 - 4\eta^{2}} d\eta + \int_{-0.5p}^{-1/\overline{\Theta}} \left[-\lambda_{k} \left(-\frac{n\overline{\Theta} \cdot \eta}{\lambda_{k}} + 1 - n \right)^{\frac{1}{n}} \right] \cdot \eta \left(\sqrt{1 - 4\eta^{2}} - q \sqrt{1 - \frac{4}{p^{2}}} \eta^{2} \right) d\eta + \int_{-1/\overline{\Theta}}^{1/\overline{\Theta}} \left[\overline{\Theta} \cdot \eta \right] \cdot \eta \left(\sqrt{1 - 4\eta^{2}} - q \sqrt{1 - \frac{4}{p^{2}}} \eta^{2} \right) d\eta + \int_{1/\overline{\Theta}}^{0.5p} \left[\lambda_{k} \left(\frac{n\overline{\Theta} \cdot \eta}{\lambda_{k}} + 1 - n \right)^{\frac{1}{n}} \right] \cdot \eta \left(\sqrt{1 - 4\eta^{2}} - q \sqrt{1 - \frac{4}{p^{2}}} \eta^{2} \right) d\eta + \int_{0.5p}^{0.5p} \left[\lambda_{k} \left(\frac{n\overline{\Theta} \cdot \eta}{\lambda_{k}} + 1 - n \right)^{\frac{1}{n}} \right] \cdot \eta \sqrt{1 - 4\eta^{2}} d\eta + \int_{0.5p}^{0.5} \left[\lambda_{k} \left(\frac{n\overline{\Theta} \cdot \eta}{\lambda_{k}} + 1 - n \right)^{\frac{1}{n}} \right] \eta \sqrt{1 - 4\eta^{2}} d\eta \right\}$$
(35)

$$\iota = 2 + \frac{Q(1 - e^{-bp_{k}(2\eta\overline{e_{1}} - 1)}{\sigma_{pr}}$$
(36)

بهمنظور دستیابی به پاسخ دقیقتر "لنگر- انحنا" در لولههای فولادی تحت خمش خالص غیرارتجاعی چرخهای لازم است مسیر بیضی شدگی مقطع لوله در هر نیم چرخه از بارگذاری مشخص باشد. در اینجا بر اساس فیزیک مسئله و روابط پیشنهادی دیگر محققین یک فرمول برای مسیر "بیضی شدگی- انحنا" تحت خمش خالص غیرارتجاعی چرخهای ارائه می شود.

یک لوله ارتجاعی تحت خمش خالص بیضی شدگی برگشت پذیر از خود نشان می دهد که مسیرهای بارگذاری و باربرداری بر روی هم قرار می گیرد و مقطع لوله پس از باربرداری حالت دایره کامل به خود می گیرد. تحت بارگذاری خمش خالص تکرار شونده مسیرهای "بیضی شدگی - انحنا" در تمام نیم چرخه ها بر روی هم قرار می گیرد و هیچ بیضی شدگی پیشرونده یا پسماند در لوله های ارتجاعی مشاهده نمی شود.

در یک لوله غیرارتجاعی، ابتدا مسیر "بیضی شدگی- انحنا" بارگذاری يكسويه منطبق بر مسير "بيضي شدكي- انحنا" لوله ارتجاعي رشد مي كند و با شروع رفتار غیرارتجاعی لوله دو منحنی از هم جدا میشوند و نرخ بيضى شدكى مقطع در مقايسه با لوله ارتجاعي كاهش مى يابد. طى باربردارى مصالح ابتدا رفتار ارتجاعي از خود نشان ميدهند بنابراين نرخ كاهش بيضى شدكى مقطع در ابتدا بالا بوده و در ادامه فرآيند باربردارى، رفتار مصالح بهصورت غیرارتجاعی بوده و بهتبع آن نرخ کاهش بیضی شدگی کاهش مییابد. به علت اینکه مسیرهای بارگذاری و باربرداری در لوله غیرارتجاعی بر هم منطبق نیست بیضی شدگی پسماند در $\kappa=0$ به وجود میآید. تحت چرخههای انحنا-کنترل بیضی شدگی در هر نیم چرخه، بالاتر از بیضی شدگی در نیمچرخه قبلی قرار میگیرد، بدین ترتیب بیضی شدگی پیش رونده در نیم چرخه های متوالی اتفاق می افتد و مقدار بیضی شدگی در $\kappa=0$ نیز به طور پیشرونده با تکرار هر نیمچرخه افزایش می یابد. در کل می توان این گونه جمعبندی کرد که مسیر بیضی شدگی مقطع لوله در هر نیم چرخه نسبت انحنا (مشابه حالت بارگذاری یکسویه) رفتاری درجه دو دارد و با تکرار چرخهها، به علت وقوع بیضی شدگی پسماند در هر نیم چرخه، مسیر بیضی شدگی لوله رفتاری پیشرونده از خود نشان میدهد، بهعبارتدیگر مسیر بیضی شدگی لوله ترکیبی از دو رفتار درجه دو نسبت به انحنا و رفتار ییش ونده است.

چانگ و پان [28] در توصیف رفتار پیشرونده بیضی شدگی مقطع لوله، رابطه (37) را بین حداقل بیضی شدگی $\Delta D_o/D_0$ در هر چرخه، (مقدار (37) بیضی شدگی در K=0) دامنه بیبعد انحناء چرخه ای κ_c/κ_o و تعداد چرخه Nارائه دادند:

$$\frac{\Delta D_o}{D_o} = C_2 \left(\kappa_c / \kappa_0 \right)^{m_1} N^{n_1} \tag{37}$$

که در آن، K_c مداکثر انحنای لوله تحت آزمایش خمش چرخهای، m_1 و m_1 مال جرآن، D_c/t و C_2 فریب بیبعد وابسته به نسبت D_c/t و خصوصیات مصالح است. با ترکیب رفتار درجه دو بیضی شدگی لوله نسبت به انحنا (رابطه (25)) با رفتار پیشرونده بیضی شدگی (رابطه (37)) مسیر کامل بیضی شدگی لوله تحت خمش خالص تکرار شونده در محدوده انحنا K_c احما می توان به مورت رابطه (38) نوشت:

$$\frac{\Delta D}{D_o} = C_1 \left(\frac{\kappa}{\kappa_0} \right)^2 + C_2 \left(\kappa_c / \kappa_0 \right)^{m_1} N^{n_1}$$
(38)

2-4- صحت سنجی مدل چرخهای

به منظور صحتسنجی مدل تحلیلی، از دادههای تجربی ارائه شده در مرجع [24] استفاده شده است که در آن لولهای با مشخصات هندسی $D_o = 31.75 \text{ mm}$ و $D_o = 31.75 \text{ mm}$ قرار گرفته است. جنس لوله از نوع فولاد 1018 و پارامترهای مربوط به خصوصیات مصالح بر اساس رابطه تورگارد مطابق جدول 2 تعریف شده است. این آزمایش به صورت انحنا ثابت با حداکثر انحنای $\kappa = 8.95e - 4 \text{ mm}^{-1}$ این آزمایش به است.

در مدل تحلیلی حاضر رابطه تنش - کرنش بهصورت غیرخطی تعریف شده و پارامترهای لازم بر اساس دادههای آزمایشگاهی مرجع [24] به صورت ξ = 0.01 ، G_1 = G_2 = 0.025 ، G_T = 0.02 ، σ_{pr} = 468.3 MPa و Q = -87.5 و D_p = 5.5 , Q = -87.5

با استفاده از روابط (28) و (30) رفتار نرمشوندگی تکرارشونده فولاد

جدول 2 پارامترهای مربوط به خصوصیات مصالح فولاد 1018 بر اساس رابطه تورگارد ارائه شده در مرجع [24]

Table 2 Mechanical properties of the carbon steel 1018 based on

 Tvergaad relation in tests conducted by [24]

	E (Gpa)	σ_{pr} (MPa)	n
منحنی تنش-کرنش تکرارشونده	207	320	6.64
منحنی حلقه پایدار هیسترزیس	207	960	17.7

1018 تحت کرنش ثابت 0.02 **±** به صورت منحنیهای هیسترزیس شکل 13 شبیهسازی میشود.

با در نظر گرفتن مقادیر پارامترهای C₁=0.018 *m*₁=2 *n*₁=0.95 و C₂=0.006 در شکل 14 منحنیهای بیضیشدگی مقطع برحسب انحنای لوله بر اساس دادههای آزمایشگاهی مرجع [24] و نتایج بهدست آمده از رابطه (38) ترسیم شده است.

بهمنظور بررسی دقیقتر میزان انطباق در منحنی در شکل 14، نمودار Q -Q مقادیر بیضیشدگی مقطع در انحنای صفر در هر نیمچرخه برای دادههای آزمایشگاهی مرجع [24] و مقادیر بهدستآمده از رابطه (38) در



Fig. 13 Comparisons between the predictions from the cyclic material model in the current study with the cyclic coupon test data from [24] شكل 13 مقايسه بين روابط تنش و كرنش حل تحليلي حاضر و دادههاى آزمايشگاهى مرجع [24]



Fig. 14 Comparisons between the "ovalization-curvature" loops from Eq. (38) with the corresponding experimental data from [24] شكل 14 مقايسه منحنى هاى بيضى شدگى مقطع برحسب انحناى لوله براى داده هاى آزمايشگاهى مرجع [24] و مقادير بهدستآمده از رابطه (38)

شکل 15 ترسیم شده است همچنین در شکل 16 نمودار Q - Q مقادیر بیضی شدگی مقطع در انحنای کمینه و بیشینه در هر نیم چرخه برای داده های آزمایشگاهی مرجع [24] و مقادیر به دست آمده از رابطه (38) ارائه شده است. مشاهده می شود میزان خطای دو منحنی به دست آمده بر اساس رابطه (38) و داده های آزمایشگاهی کمتر از 1% است و همخوانی قابل قبول بین دو منحنی وجود دارد.

با در نظر گرفتن رفتار بیضی شدگی مقطع بر اساس رابطه (38) و حل معادله انتگرالی (35) منحنی های لنگر - انحنا مطابق شکل 17 به دست میآید. به منظور نمایش بهتر از صحت سنجی، نتایج آزمایشگاهی در اولین و آخرین چرخه بارگذاری [24] با چرخه های به دست آمده از مدل تحلیلی مقایسه شده است. همچنین نمودار مقایسه مقادیر بیشینه و کمینه لنگر در رابطه (35) در شکل 18 ارائه شده است. مشاهده می شود تطابق قابل قبولی مقادیر بیشینه و کمینه لنگر در هر نیم چرخه وجود دارد. اختلاف موجود در شکل 17 بین دو منحنی حاصل از رابطه (35) و داده های آزمایشگاهی در محدوده انتقال از لنگر ارتجاعی به لنگر خمیری به نظر می رسد ناشی از



Fig. 15 A Q–Q plot of the ovalization at κ =0 in any half-cycle between the predictions of Eq. (38) with the corresponding experimental data from [24]

شکل 15 نمودار Q- Q مقادیر بیضیشدگی مقطع در انحنای صفر در هر نیمچرخه برای دادههای آزمایشگاهی مرجع [24] و مقادیر بهدستآمده از رابطه (38)



 Fig. 16 A Q–Q plot of the ovalization at maximum and minimum curvatures in any half-cycle between the predictions of Eq. (38) with the corresponding experimental data from [24]

 شكل 16 نمودار Q-Q مقادير بيضىشدگى مقطع در انحناى كمينه و بيشينه در هر (38)



Fig. 17 Simulation of the inelastic cyclic "moment-curvature" path for a steel tube in Ref. [24]experiments provided by Eq. (35) شکل 17 شبیه سازی ریاضی منحنی لنگر -انحنا برای لوله فولادی مورد آزمایش در مرجع [24] با معادله (35)



Fig. 18 Maximum and minimum moments in different half-cycles: Predictions from Eq. (35) and the corresponding experimental data from [24]

شکل 18 مقایسه مقادیر کمینه و بیشینه لنگر در هر نیمچرخه برای دادههای آزمایشگاهی مرجع [24] و مقادیر بهدستآمده از رابطه (35)

اختلاف در منحنی تنش- کرنش واقعی و منحنی تنش- کرنش لحاظ شده در مسئله باشد که این اختلاف در شکل 13 مشهود است.

5- نتايج

خلاصه نتايج تحقيق حاضر بهقرار زير هستند:

- 1- مرور ادبیات فنی حاکی از آن است که هنوز راهحل بسته دقیقی برای تحلیل رفتار خرابی خمیری پیشرونده لولهها تحت چرخههای غیرارتجاعی خمش در دسترس نیست. تنها چند مورد حل ریاضی برای مسائل خرابی خمیری پیشرونده ارائهشده که عمدتاً ناظر به هندسههای بسیار ساده و حالات بارگذاری ایدهآل هستند. مقاله حاضر یک حل تحلیلی بسته برای رفتار خمش خالص غیرارتجاعی چرخهای مقاطع لولهای فولادی ارائه میدهد. نتایج مدل ارائهشده در مقایسه با دادههای آزمایشگاهی از دقت قابل قبولی برخوردار است.
- 2- مدلهای حل بسته ارائه شده توسط محققین قبلی بسیار معدود هستند که در اغلب آن ها از فرض دوخطی برای رفتار مصالح استفاده شده است. طبعاً این مدل رفتار تفاوت قابل توجهی با رفتار واقعی مصالح فولادی دارد. ناپیوستگی موجود در مدل دوخطی موجب انحراف نتایج حل ریاضی از رفتار چرخهای واقعی خواهد شد. در تحقیق حاضر، علیرغم دشواری های ریاضی آن، از یک مدل پیوسته

parameters using stabilized cycle tests to predict thermal ratchetting, UPB Scientific Bulletin, Series D, Vol. 78, No. 2, pp.17-30, 2016.

- [8] R. Bradford, D. Tipping, The ratchet-shakedown diagram for a thin pressurised pipe subject to additional axial load and cyclic secondary global bending, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 134, No.1, pp. 92-100, 2015.
- [9] S. Poonaya, U. Teeboonma, C. Thinvongpituk, Plastic collapse analysis of thin-walled circular tubes subjected to bending, *Thin-walled structures*, Vol. 47, No. 6, pp. 637-645, 2009.
- [10] M. A. Shahin, M. F. Elchalakani, A new model based on evolutionary computing for predicting ultimate pure bending of steel circular tubes, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 94, No. 1, pp. 84-90, 2014.
- [11] M. D'Aniello, E. M. Güneyisi, R. Landolfo, K. Mermerdaş, Predictive models of the flexural overstrength factor for steel thin-walled circular hollow section beams, *Thin-Walled Structures*, Vol. 94, pp. 67-78, 2015.
- [12] Y.-f. Chen, J. Zhang, H. Zhang, X. Li, J. Zhou, J. Cao, Ultimate bending capacity of strain hardening steel pipes, *China Ocean Engineering*, Vol. 30, pp. 231-241, 2016.
- [13] M. Elchalakani, Plastic mechanism analyses of circular tubular members under cyclic loading, *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, No. 12, pp. 1044-1057, 2007.
- [14] K.-H. Chang, W.-F. Pan, K.-L. Lee, Mean moment effect on circular thinwalled tubes under cyclic bending, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 28, No. 5, pp. 495-514, 2008.
- [15] S. M. Rahman, T. Hassan, E. Corona, Evaluation of cyclic plasticity models in ratcheting simulation of straight pipes under cyclic bending and steady internal pressure, *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, No. 10, pp. 1756-1791, 2008.
- [16] S. Zakavi, M. Zehsaz, M. Eslami, The ratchetting behavior of pressurized plain pipework subjected to cyclic bending moment with the combined hardening model, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 240, No. 4, pp. 726-737, 2010.
- [17] M. Peykanu, M. Zeinoddini, M. Motamedi, Experimental modeling of local buckling of corroded offshore pipelines under axial cyclic loadings, *Sharif Civil Engineering Journal*, Vol. 29, No. 4, pp. 17-24, 2014. (in Persian فارسى)
- [18] M. Shariati, K. Kolasangiani, B. Jahangiri, A. Saber, Experimental study on ratcheting and softening behavior of stainless steel 304L thin-walled shells under cyclic pure bending load, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 324-332, 2016. (in Persian فارسى)
- [19] S. Ueda, Moment-rotation relationship considering flattening of pipe due to pipe whip loading, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 85, No. 2, pp. 251-259, 1985.
- [20] C. R. Calladine, *Theory of shell structures*, pp. 595-625, Cambridge University Press, 1989.
- [21] J. Knaster, G. Tortora, R. Veness, The Brazier effect and its influence in the design of beampipes for particle colliders, *Vacuum*, Vol. 64, No. 2, pp. 91-98, 2001.
- [22] S. Kyriakides, E. Corona, *Mechanics of offshore pipelines: volume 1 buckling and collapse*, pp. 226, Elsevier, 2007.
 [23] Y. Bai, R. Igland, T. Moan, Collapse of thick tubes under combined tension
- [23] Y. Bai, R. Igland, T. Moan, Collapse of thick tubes under combined tension and bending, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 32, No. 3, pp. 233-257, 1995.
- [24] S. Kyriakides, P. Shaw, Inelastic buckling of tubes under cyclic bending, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 109, No. 2, pp. 169-178, 1987.
- [25] J. F. Hallai, S. Kyriakides, On the effect of lüders bands on the bending of steel tubes. part i: Experiments, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 48, No. 24, pp. 3275-3284, 2011.
- [26] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, *Mechanics of solid materials*, pp. 228-238, Cambridge university press, 1994.
- [27] M. Daunys, S. Rimovskis, Analysis of circular cross-section element, loaded by static and cyclic elastic-plastic pure bending, *International journal of fatigue*, Vol. 28, No. 3, pp. 211-222, 2006.
 [28] K.-H. Chang, W.-F. Pan, Buckling life estimation of circular tubes under
- [28] K.-H. Chang, W.-F. Pan, Buckling life estimation of circular tubes under cyclic bending, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 2, pp. 254-270, 2009.

غیرخطی (مدل تورگارد) برای بیان رفتار مصالح هم در حالت یکسویه و هم در حالت چرخهای استفاده شده است که دقت نتایج را به میزان زیادی افزایش داده است. مدل ارائه شده حساسیت بالایی به مسیر تنش – کرنش تعریفشده دارد که با دسترسی به منحنی دقیق تنش – کرنش چرخهای در محدوده کرنشهای موردمطالعه در بررسی رفتار خمشی تکرارشونده دقت بالاتری قابل حصول است.

- 5- یکی از دشواریهای تحلیل ریاضی یا اجرای محدود پدیده خرابی خمیری پیشرونده در اعضای لولهای شبیهسازی توأمان خرابی خمیری پیشرونده در بعد سازهای (بیضیشدگی) و در بعد مصالح (تجمع کرنشهای خمیری) است. تحقیق حاضر بهخوبی قادر بوده است با تأثیر دادن بیضیشدگی مقطع در حل مسئله خمش یکسویه و چرخهای در محدوده غیرارتجاعی، هر دو نوع خرابی خمیری پیش-رونده مصالح و سازهای را بهصورت توأم پیش بینی و تحلیل نماید. این مهم در حل مسئله خمش چرخهای به کمک یک رابطه نیمه تجربی که توسط نگارندگان پیشنهاد شده انجام شده است. این رابطه بهصورت ترکیبی شامل دو رفتار درجه دو بیضی شدگی نسبت به انحنا و رفتار پیشرونده بیضی شدگی چرخهای است که اجزای آن از مراجع مختلفی استخراج و تلفیق شدهاند. توسط این رابطه مسیر بیضی شدگی مقطع با دقتی منطقی پیش بینی شده و در حل ریاضی لنگر -انحنای عضو لولهای دخالت داده می شود.
- 4- رفتارهای غیرخطی و خمیری چرخهای مصالح (شامل اثر بوشینگر و اثرات نرمشوندگی/سختشوندگی چرخهای) در این تحقیق به کمک یک مدل سختشوندگی پویای غیرخطی در ترکیب با سختشوندگی همسانگرد غیرخطی شبیهسازی ریاضی شده است.

6- مراجع

- S. Kyriakides, P. Shaw, Response and stability of elastoplastic circular pipes under combined bending and external pressure, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 18, No. 11, pp. 957-973, 1982.
- [2] S. Kulkarni, Y. Desai, T. Kant, G. Reddy, Y. Parulekar, K. Vaze, Uniaxial and biaxial ratchetting study of SA333 Gr. 6 steel at room temperature, *International journal of pressure vessels and piping*, Vol. 80, No. 3, pp. 179-185, 2003.
- [3] T. Hassan, E. Corona, S. Kyriakides, Ratcheting in cyclic plasticity, part II: multiaxial behavior, *International journal of plasticity*, Vol. 8, No. 2, pp. 117-146, 1992.
- [4] P. Benham, Axial-load and strain-cycling fatigue of copper at low endurance, *J INST MET*, Vol. 89, pp. 328-338, 1961.
- [5] E. Weiß, B. Postberg, T. Nicak, J. Rudolph, Simulation of ratcheting and low cycle fatigue, *International journal of pressure vessels and piping*, Vol. 81, No. 3, pp. 235-242, 2004.
- [6] X. Chen, X. Chen, D. Yu, B. Gao, Recent progresses in experimental investigation and finite element analysis of ratcheting in pressurized piping, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 101, No. 1, pp. 113-142, 2013.
- [7] M. Zehsaz, F. V. Tahami, H. Akhani, Experimental determination of material