



## مدل سازی عددی جریان ورودی به یک مخزن با بستر مرطوب با استفاده از یک الگوریتم پخش موج اصلاح شده

صادق مودی<sup>1</sup>، حسین مهدیزاده<sup>2\*</sup>، مهدی ازدری مقدم<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان  
2- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه بیرجند، بیرجند  
3- دانشیار، مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان  
\* بیرجند، صندوق پستی 97175/615، hossein.mahdizadeh@birjand.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 27 اسفند 1395  
پذیرش: 01 فروردین 1396  
ارائه در سایت: 23 فروردین 1396  
کلید واژگان:

الگوریتم پخش موج  
معادلات آب های کم عمق  
معادلات ناویر استوکس  
مدل سازی عددی  
نرم افزار استار سی دی

یکی از چالش های مهم در علوم مهندسی، بررسی دقیق پدیده های فیزیکی می باشد. پژوهش حاضر مربوط به یک مخزن با بستر تر می باشد که ورود آب به داخل آن در سه حالت بررسی می شود. هنگام ورود آب به مخزن، حالت های مختلفی از جریان رخ می دهد که از نظر مدل سازی هیدرولیکی بسیار پیچیده می باشد. این پیچیدگی به طور کلی مرتبط با مکانیزم های مختلف جریان در هنگام ورود آب به مخزن و پخش جریان روی بستر می باشد که بایستی با استفاده از معادلات ناویر استوکس با سطح آزاد و به صورت سه بعدی مدل سازی گردد. به دلیل پیچیدگی زیاد و زمان بر بودن مدل سازی معادلات ناویر استوکس، از معادلات آب های کم عمق با فرض فشار هیدرواستاتیک استفاده می شود. حالت اول مربوط به ورود آب به داخل مخزن از کف می باشد. در حالت دوم، جریان ورودی از بالا و وسط مخزن مورد بررسی قرار می گیرد و سپس ورود آب از بالا و کناره های مخزن مدل سازی می گردد. برای هر کدام از این حالت ها، یک عدد بدون بعد بر اساس سرعت ورودی، طول دهانه و ارتفاع سقوط تعریف می گردد که نشان دهنده ای محدودی قابل اطمینان برای همخوانی میان نتایج می باشد. در نهایت، نتایج حاصل از حل عددی با استفاده از معادلات آب های کم عمق با نتایج نرم افزار استار سی دی که حل کننده معادلات ناویر-استوکس می باشد، مقایسه می گردد. طبق بررسی ها، نتایج از مطابقت خوبی برخوردار می باشند.

## Numerical Modelling of Water Entrance into a Wet Tank Using a Modified Wave Propagation Algorithm

Sadegh Moodi<sup>1</sup>, Hossein Mahdizadeh<sup>2\*</sup>, Mehdi Azhdary Moghaddam<sup>1</sup>

1- Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran  
2- Department of Civil Engineering, Birjand University, Birjand, Iran  
\* P.O.B. 97175/615, Birjand, Iran, hossein.mahdizadeh@birjand.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 17 March 2017  
Accepted 21 March 2017  
Available Online 12 April 2017

#### Keywords:

Wave Propagation Algorithm  
Shallow Water Equations  
Navier-Stokes Equations  
Numerical Modelling  
STAR-CD software

### ABSTRACT

Accurate investigation of physical phenomena is one of the important challenges in engineering fields. The present study investigates a wet tank in which entrance of water is investigated in three cases. When the water wave moves into a tank, complex flow regimes are created. This complexity is mainly associated with different flow mechanisms during the entrance of water and propagation of waves at the bottom bed that should be modelled by means of Navier-Stokes equations with free-surface capability and in 3D phase. Due to complexity and time consumption of Navier-Stokes equations modelling, shallow water equations are used with the assumption of hydrostatic pressure. First case is about efflux over a wet bed. Second, water influx from the middle top is investigated and then influx from top edges is modelled. A dimensionless number is introduced for each case based on water velocity, gap length and drop height which shows acceptable domain for appropriate compatibility between results. Finally, results of numerical modelling are compared with Navier-Stokes solutions which are obtained from STAR-CD software. Results show admissible compatibility with each other based on observations and inspections.

### 1- مقدمه

به نتایج قابل قبولی برسند و همخوانی بیشتری میان واقعیت و مدل عددی برقرار نمایند. این نیاز امروزه و با توجه به هزینه بالای مراکز آزمایشگاهی و همچنین احتمال خطای بیشتر در آزمایشات، بیش از پیش حس می گردد. با بهره گیری از مدل سازی عددی می توان با دقت قابل قبولی پدیده های پیچیده

همواره در علوم مهندسی، فهم دقیق پدیده های فیزیکی یکی از چالش های اساسی بوده است. دانشمندان همیشه در پی یافتن راهی برای شبیه سازی پدیده های پیچیده طبیعی بوده اند به طوری که با صرف نظر از برخی جزئیات،

### Please cite this article using:

S. Moodi, H. Mahdizadeh, M. Azhdary Moghaddam, Numerical Modelling of Water Entrance into a Wet Tank Using a Modified Wave Propagation Algorithm, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 4, pp. 168-176, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

ریمان تقریبی اثبات شده است [2,1]. از جمله روش های خوب موازنه شده دیگری که در گذشته پیشنهاد شده اند می توان به حل کننده خوب موازنه شده پیشنهاد شده توسط اودوسه و همکاران [3] اشاره نمود. لیانگ و مارک [4] نیز روش جدیدی تعریف نمودند که یک مجموعه از معادلات حاکم از پیش موازنه شده را با استفاده از حل کننده ریمان اچ ال<sup>9</sup> حل می نماید.

در این جا از یک نسخه از الگوریتم پخش موج به نام روش موج شار استفاده می شود. این روش برای کنترل مولفه های منبع در عین حفظ مشخصات بقای بسیار مناسب می باشد. این روش بعدها با استفاده از ترکیبی از حل کننده های ریمان دقیق و تقریبی به منظور برطرف نمودن بعضی محدودیت های روش موج شار گسترش یافت [5].

از دیگر پژوهش های انجام شده در زمینه جریان های ورودی/خروجی با استفاده از معادلات آب های کم عمق یا دیگر روش ها می توان به موارد زیر به عنوان نمونه اشاره نمود:

عبدالرزاق و همکاران در سال 2009 پخش سریع سیلاب در مناطق شهری پس از یک بارش سیل آسا یا شکست سد/بند را به صورت عددی دوبعدی مدل سازی نمودند. آن ها از معادلات آب های کم عمق با عمق متوسط دوبعدی با شبکه ای از چهارضلعی و مثلث برای عوارض بستر استفاده کردند. سپس معادلات آب های کم عمق را با روش صریح مرتبه دوم گرفته شده از ماسیل<sup>11</sup> حل کرده و در ادامه به بررسی سه کاربرد برای نشان دادن مزایا و محدودیت های مدل سازی دوبعدی خویش پرداختند [6]. لیاندر و همکاران در سال 2009 دو مدل ترکیبی، اول مدل یک بعدی شبکه فاضلاب ترکیب شده با مدل یک بعدی شبکه سطحی و دیگری مدل یک بعدی شبکه فاضلاب ترکیب شده با مدل جریان سطحی دوبعدی مورد آزمایش قرار دادند. آن ها مقایسه ای میان نتایج شبیه سازی این دو حالت ارائه نمودند [7]. در سال 2011 مهدیزاده و همکاران برهم کنش جریان خروجی از شبکه فاضلاب اشباع و پخش آن روی سطح خشک و تر با جریان سیلاب را با استفاده از معادلات آب های کم عمق یک بعدی مدل سازی نمودند. آن ها یک سرعت اصلاح شده برای موج به منظور ایجاد قابلیت شبیه سازی روی سطح خشک یا تقریباً خشک ارائه و نتایج حاصل را با نتایج نرم افزار استار سی دی مقایسه نمودند [8]. آن ها یک سال بعد، روش آب های کم عمق را به حالت دوبعدی شامل مولفه های منبع برای لوله ها به صورت ورودی یا خروجی، اصطکاک بستر و گرادیان عمق سنجی گسترش داده و حل کننده شبکه لوله را با جریان سطح آزاد ترکیب نمودند. هم چنین پخش جریان ناشی از شکست سد دوبعدی روی سطح خشک و برهم کنش آن با دبی خروجی از مجرای ورودی را مدل سازی و نتایج را با نتایج نرم افزار استار سی دی مقایسه نمودند [9]. در همان سال، جورجویچ و همکاران برهم کنش های بین جریان سیلاب سطحی در مناطق شهری و جریان در سیستم های زهکشی (شامل لوله های فاضلاب و مجراهای ورودی) را با استفاده از نرم افزار آپن فوم<sup>12</sup> به صورت عددی مدل سازی و با نتایج مدل تجربی مقایسه نمودند. روش عددی آن ها براساس معادلات ناوبر استوکس میانگین گیری شده توسط رینولدز برای سیال تراکم ناپذیر چگال می باشد. هم چنین به منظور مدل سازی سطح آزاد از روش واف<sup>13</sup> با مدل آشفتگی کی-اُمگا<sup>14</sup> استفاده نمودند که جواب آن با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم پیرو<sup>15</sup> برای ترکیب فشار- سرعت به دست آمده است

فیزیکی را بررسی نمود که البته این امر نیاز به مهارت بالا در ایجاد برنامه ها و انتخاب روش صحیح مدل سازی دارد.

در این پژوهش، یک مخزن روباز با طول و ارتفاع مشخص در حالت یک بعدی و با فرض فشار هیدرواستاتیک در نظر گرفته شده است. هم چنین فرض شده است که به مقدار هشت میلی متر آب در کف این مخزن موجود می باشد که در نتیجه آن، حالت پخش موج روی سطح تر<sup>1</sup> وجود خواهد داشت. هم چنین مولفه های مربوط به اصطکاک لحاظ شده است. در این مخزن، ورود آب و پخش موج در سه حالت مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در حالت اول به ورود آب از کف مخزن و از فاصله ده سانتی متری وسط آن پرداخته می شود. حالت دوم، مربوط به ورود آب از بالا و به همان مقدار فاصله از وسط مخزن می باشد. در حالت سوم نیز ورود آب از بالا و در فاصله ده سانتی متری از دو گوشه تانک بررسی می گردد.

به طور کلی این جریان ها با بستی با استفاده از معادلات ناوبر استوکس سه بعدی حل گردند ولی به دلیل زمان بر بودن و پیچیدگی این معادلات، در این جا از معادلات آب های کم عمق یک بعدی استفاده می شود. این معادلات، یک دسته از معادلات بقای هذلولی می باشند. شرایط استفاده از معادلات آب های کم عمق، همان طور که از اسم آن نیز بر می آید، حالتی است که عمق آب نسبت به پهنای آن ناچیز باشد. بر این اساس باید سرعت قائم سیال اندک باشد تا پایستگی جرم برقرار بماند. علاوه بر این به علت این که مخزن روباز در نظر گرفته شده و در مدل نرم افزاری وجود فشار هوا لحاظ شده است، لذا در مدل آب های کم عمق نیز فشار هیدرواستاتیک در نظر گرفته می شود. از معادله اندازه حرکت می توان نشان داد که گرادیان فشار قائم تقریباً هیدرواستاتیک می ماند و گرادیان فشار افقی وابسته به تغییرات سطح فشار است و نتیجه آن، ثابت بودن سرعت افقی در عمق سیال است. با متوسط گیری در عمق، می توان سرعت قائم را از معادلات حذف کرد.

در دینامیک سیالات، نمونه های زیادی از ناچیز بودن مقیاس عمودی نسبت به مقیاس افقی وجود دارد؛ بنابراین معادلات آب های کم عمق، کاربرد زیادی دارند. این معادلات در مدل سازی جوی و اقیانوسی برای ساده سازی معادلات اولیه جریان جوی به کار می روند. هم چنین از این معادلات به طور گسترده در مدل سازی جریان گذار در کانال های باز و جریان های سطحی استفاده می شود. در مدل های کامپیوتری نظیر هک رس<sup>2</sup>، اِس دَبلیو ام ام 5<sup>3</sup>، اینفو ورکس<sup>4</sup>، سو بک<sup>5</sup>، مایک 11<sup>6</sup> و... نیز از این معادلات بهره برده می شود. تاکنون نیز از معادلات آب های کم عمق در مدل سازی شکست سد، مسیریابی جریان در رودخانه ها، جریان در شبکه های فاضلاب و شبیه سازی امواج سونامی و ... استفاده شده است.

در همه موارد مدل سازی شده در این مقاله، پس از حل با استفاده از معادلات آب های کم عمق، نتایج حاصل با نتایج معادلات ناوبر استوکس که از نرم افزار حل کننده این معادلات، استار سی دی<sup>7</sup>، گرفته شده، مقایسه شده اند.

در طول سال های اخیر، جواب های عددی مختلفی برای معادلات آب های کم عمق غیر خطی بر پایه روش حجم محدود گسترش یافته است. کارایی روش های نوع گودونو برای تسخیر موج ایستا<sup>8</sup> با استفاده از حل کننده های

<sup>9</sup> HLL<sup>10</sup> term<sup>11</sup> MUSCL<sup>12</sup> Open FOAM<sup>13</sup> VOF<sup>14</sup>  $k - \omega$ <sup>15</sup> PISO<sup>1</sup> Wet<sup>2</sup> HEC-RAS<sup>3</sup> SWMM5<sup>4</sup> InfoWorks<sup>5</sup> SOBEK<sup>6</sup> MIKE11<sup>7</sup> STAR-CD<sup>8</sup> Shock wave

روش‌های حجم محدود صریح که به منظور تسخیر موج ایستا [15] استفاده می‌شوند، از نوع روش‌های گودونو می‌باشند که در مسائل ناپوسته، نتایج غیرنوسانی می‌دهند.

برای رسیدن به جواب در روش گودونو، بایستی مساله ریمان حل گردد. این مساله به صورت ناپوستگی در مکان تعریف می‌شود. حل کننده‌های مساله ریمان به طور گسترده‌ای در حل معادلات اولر و همچنین معادلات آب‌های لزج کم‌عمق مورد استفاده قرار می‌گیرند. در دو دهه اخیر تلاش‌های فراوانی به منظور دستیابی به جواب‌های دقیق‌تر برای این مسائل انجام شده‌است. اگرچه به دلیل وجود ناپوستگی‌ها مانند موج‌های ایستا و ناپوستگی تماسی در مسائل ریمان، تعریف یک جواب قابل اطمینان کار سختی می‌باشد. همچنین بسیاری از جواب‌های ریاضی ریمان که برای حل معادلات اولر شامل معادلات آب‌های کم‌عمق استفاده می‌شوند، غیرمتحد و نوسانی می‌باشند [16]. مشکل دیگر در معادلات آب‌های لزج کم‌عمق ناشی از پخش تراشک در جایی می‌باشد که سطح آزاد آب به عوارض بستر نزدیک می‌شود و عمق سیال تقریباً به صفر می‌رسد یا در آن‌جا که برهم‌کنش حفره‌ای روی سطح خشک یا تقریباً خشک رخ می‌دهد. بسیاری از جواب‌های عددی برای معادلات غیرخطی آب‌های کم‌عمق بر پایه‌ی حل کننده‌های ریمان، در طول سال‌ها و بیشتر براساس روش حجم محدود گسترش یافته‌اند. معادلات استاندارد آب‌های کم‌عمق بیشتر به شکل انتگرالی بقا بیان می‌شوند و بنابراین بهتر است از روش‌های حجم محدود برای حل آن‌ها استفاده گردد.

### 3- مسائل ریمان

در جواب سیستم‌های هذلولی، ممکن است در پاره‌ای از موارد یک ناپوستگی پرشی ساده در طول منحنی (خط) مشخصه گسترش یابد. به عنوان نمونه یک سیستم یک‌بعدی را با مقادیر اولیه‌ای که به صورت پاره‌ای ثابت است، در نظر بگیرید:

$$U(x, 0) = \begin{cases} U_l & x < 0 \\ U_r & x > 0 \end{cases} \quad (1)$$

مقدار اولیه برای معادله (1) به عنوان مساله ریمان شناخته می‌شود.

### 4- روش‌های حجم محدود نوع گودونو

یک دسته از روش‌های صریح که به طور گسترده برای سیستم‌های هذلولی استفاده می‌شوند، روش‌های نوع گودونو نام دارند. در این روش‌ها، مساله ریمان در هر گام زمانی برای محاسبه شار عددی در زمان موردنظر، حل می‌گردد. برای حل سیستمی از قوانین بقا براساس روش گودونو، ابتدا بایستی مقادیر چپ و راست سطح مشترک سلول برابر با مقادیر میانگین سلول قرار داده شوند. یعنی:

$$U_l = \bar{U}_{i-1}^n, \quad U_r = \bar{U}_i^n \quad (2)$$

که باعث تعریف مقدار تازه‌ای در سطح مشترک سلول می‌گردد. این مقدار به صورت  $\bar{U}_{i-1/2} = U(\bar{U}_{i-1}, \bar{U}_i)$  می‌باشد و با حل مساله ریمان در این نقطه بدست می‌آید. روش گودونو استاندارد با دقت مرتبه اول می‌باشد اما مولفه‌های مرتبه دوم را می‌توان با استفاده از بسط سری تیلور به آن اضافه نمود. اگرچه بیشتر این مولفه‌ها در نزدیکی ناپوستگی‌ها کارایی ندارند و به منظور جلوگیری از جواب‌های نوسانی، بایستی از محدود کننده‌های شیب مناسب برای مولفه‌های مرتبه دوم استفاده کرد.

### 5- معادلات آب‌های کم‌عمق یک‌بعدی و الگوریتم پخش موج

به طور کلی معادلات آب‌های کم‌عمق یک‌بعدی به صورت زیر بیان می‌گردند:

[10]. چن و همکاران در سال 2015 روش جدیدی برای شبیه‌سازی حرکات دینامیکی جریان فاضلاب سرریز شده از مجرای ورودی و جریان سطحی در مدل‌سازی حالت ترکیبی جریان فاضلاب و سطحی پیشنهاد کردند [11]. فراگا و همکاران در سال 2015 مدل زهکشی یک/دوبعدی برای محاسبه انتقال بارش-رواناب در محیط‌های شهری ارائه و با نتایج مشاهدات تجربی در ابعاد واقعی یک خیابان مقایسه نمودند. برای مدل‌سازی جریان روی سطح زمین از معادلات آب‌های کم‌عمق دوبعدی و برای جریان در شبکه فاضلاب از معادلات سنت-ونانت یک‌بعدی استفاده نمودند. سپس جریان سطحی و زیرزمینی را به وسیله مجراهای ورودی با هم ترکیب نمودند که از طریق آن جریان به صورت ورودی یا خروجی قابلیت انتقال دارد. برای مجرای ورودی نیز بسته به ارتفاع آب، از فرمول‌های مربوط به سرریز استفاده کردند [12]. کسروانی و همکاران در سال 2015 با استفاده از معادلات آب‌های کم‌عمق با عمق متوسط، جریان سیلاب را مدل‌سازی نمودند که در آن جریان آب خروجی از مجرا به روی سطح زمین به عنوان یک مولفه منبع اضافی در نظر گرفته شد. آن‌ها از یک روش تسخیر موج ایستا حجم محدود برای حل معادلات آب‌های کم‌عمق بر روی یک شبکه دوبعدی غیریکنواخت مطابق مدل فیزیکی استفاده و نتایج عددی را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند [13].

بنابر اطلاعات نویسندگان این مقاله، تاکنون هیچ مدلی برای مخزن و پخش موج در داخل آن در حالت خشک یا تر و با استفاده از الگوریتم پخش موج اصلاح‌شده، شبیه‌سازی نشده است. از جمله تفاوت‌های میان مدل حاضر و مدل ایجاد شده توسط مهدیزاده و همکاران [8] این است که در مقاله حاضر به یک مخزن روباز با بستر مرطوب پرداخته شده که ورود آب به آن در سه حالت شامل یک حالت ورودی از کف و دو حالت ورودی از بالا می‌باشد؛ این در حالی است که در [8]، ورود آب تنها از کف و پخش موج روی بستر خشک و تر بررسی شده است. همچنین ذکر این نکته ضروری به نظر می‌رسد که براساس اطلاع نویسندگان، تاکنون معادلات آب‌های کم‌عمق با مدلی که قابلیت شبیه‌سازی جریان را به صورت سقوط آزاد بر روی یک سطح تر داشته باشد، ارائه نگردیده است. از دیگر نوآوری‌های این پژوهش این است که برای هر کدام از حالت‌ها، یک عدد بدون بعد براساس ارتفاع سقوط، اندازه دهانه ورودی و سرعت جریان ورودی به مخزن تعریف شده است. همچنین آزمایشات مختلفی با تغییر این پارامترها توسط نویسندگان انجام شده است که نتیجه آن‌ها معرفی یک محدوده برای عدد بدون بعد می‌باشد به طوری که اگر مشخصات یک مخزن بعد از محاسبه بر طبق فرمول، در این بازه قرار بگیرد، مطابقت مناسبی میان نتایج نرم‌افزار استار سی‌دی و برنامه کامپیوتری نوشته‌شده براساس معادلات آب‌های کم‌عمق به دست خواهد آمد.

### 2- روش حجم محدود

روش حجم محدود برای نخستین بار در سال 1971 توسط مک دونالد [14] معرفی گردید. ویژگی اساسی روش‌های حجم محدود این است که قوانین بقا در یک بازه ثابت به نام حجم کنترل اعمال می‌شوند. این روش‌ها بر پایه شکل انتگرالی قوانین فیزیکی هستند و بنابراین می‌توانند مشکلات به وجود آمده در مسائل ناپوسته مانند قوانین بقای هذلولی را برطرف نمایند.

در روش حجم محدود، فضای محاسباتی به سلول‌های عددی تقسیم می‌شوند در حالی که در روش تفاضل محدود این فضا به نقاط در شبکه تبدیل می‌گردد. همچنین بردار مجهولات در سلول‌های عددی در هر گام زمانی، فقط به کمک تفاضل شار بین کناره‌های سلول تصحیح می‌شود.

همان طور که گفته شد، برای یک مساله یک بعدی ورودی/خروجی، مولفه های منبع و شار به صورت  $F(U)$  و  $S_1$  می باشند. اگر بردارهای ویژه در ضرایب ثابت  $\beta_{k,i-1/2}$  ضرب شده و جایگزین  $\xi_{k,i-1/2}$  شوند، معادله (10) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{c} h_i u_i - h_{i-1} u_{i-1} - \Delta x \omega_{i-\frac{1}{2}} \\ \left( h_i u_i^2 + \frac{1}{2} g h_i^2 \right) - \left( h_{i-1} u_{i-1}^2 + \frac{1}{2} g h_{i-1}^2 \right) \\ + \Delta x \frac{\tau_{fx}}{\rho} + \frac{1}{2} g (h_{i+1} + h_i) (z_{b_i} - z_{b_{i-1}}) \end{array} \right] \\ & = \beta_{1,i-1/2} \left[ \begin{array}{c} 1 \\ S_{1,i-1/2} \end{array} \right] + \beta_{2,i-1/2} \left[ \begin{array}{c} 1 \\ S_{2,i-1/2} \end{array} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

که  $S_{1,i-1/2}$  و  $S_{2,i-1/2}$  سرعت های موج اول و دوم می باشند. این سرعت ها بر اساس فرمول های سرعت  $S_{ARS1}$  و  $S_{ARS2}$  که توسط مهدیزاده و همکاران [8] پیشنهاد شده، به دست آمده اند. سرعت های  $S_{ARS1}$  و  $S_{ARS2}$  که در این جا برای روش شار استفاده می گردند، ترکیبی از سرعت های ریمان دقیق و تقریبی را به منظور غلبه بر مشکلات روش اصلی موج شار که توسط جورج در [5] توضیح داده شد، به کار می گیرد. ضرایب  $\beta_{k,i-1/2}$  را می توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\beta_{1,i-\frac{1}{2}} = \frac{S_{2,i-\frac{1}{2}} \Gamma_1 - \Gamma_2}{S_{2,i-\frac{1}{2}} - S_{1,i-\frac{1}{2}}} \quad (الف-12)$$

$$\beta_{2,i-1/2} = \frac{-S_{1,i-\frac{1}{2}} \Gamma_1 + \Gamma_2}{S_{2,i-1/2} - S_{1,i-1/2}} \quad (ب-12)$$

که مقادیر  $\Gamma_1$  و  $\Gamma_2$  عبارتند از:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= h_i u_i - h_{i-1} u_{i-1} - \Delta x \omega_{i-\frac{1}{2}} \quad (الف-13) \\ \Gamma_2 &= \left( h_i u_i^2 + \frac{1}{2} g h_i^2 \right) - \left( h_{i-1} u_{i-1}^2 + \frac{1}{2} g h_{i-1}^2 \right) + \Delta x \frac{\tau_{fx}}{\rho} \\ &+ \frac{1}{2} g (h_{i+1} + h_i) (z_{b_i} - z_{b_{i-1}}) \quad (ب-13) \end{aligned}$$

با محاسبه ضرایب روش موج شار، نوسانات راست و چپ رونده  $A^\pm \Delta U_{i\pm 1/2}$  به صورت زیر بدست می آیند [19]:

$$\begin{aligned} A^- \Delta U_{i-1/2} &= \sum_{k: S_{k,i-1/2} < 0} \xi_{k,i-1/2} = \beta_{k,i-1/2} \cdot r_{k,i-1/2}^F \\ A^+ \Delta U_{i-1/2} &= \sum_{k: S_{k,i-1/2} > 0} \xi_{k,i-1/2} = \beta_{k,i-1/2} \cdot r_{k,i-1/2}^F \quad (14) \end{aligned}$$

که در فرمول (9) جایگزین می شوند تا مقدار جدید را برای روش نوع گودونو محاسبه نمایند.

معادلات آب های کم عمق بر اساس فرض فشار هیدرواستاتیک می باشند و اثر فشار غیر هیدرواستاتیک در آن در نظر گرفته نشده است.

شرایط پایداری برای معادلات آب های کم عمق یک بعدی با عدد CFL برای گام زمانی  $\Delta t$  مشخص شده است. که:

$$\Delta t = \frac{Cr \cdot \Delta t}{\max(|s_1|, |s_2|)} \quad (15)$$

که  $Cr$  عدد کورانت یا عدد CFL می باشد و  $0 < Cr \leq 1$ .

در این جا  $Cr = 0.3$  در نظر گرفته شده است.

#### 7- شرایط مرزی

الگوریتم پخش موج یک الگوی پنج گرهی دارد که با توجه به این موضوع بایستی در مرزها، دو سلول مجازی تعریف شود. با برون یابی مرتبه صفر شرایط مرزی و با برابر قرار دادن  $U_0$  و  $U_1$  با  $U_1$  می توان به شرایط مرزی غیر بازتابی رسید [18]. به این ترتیب شرایط مرزی به صورت زیر تعریف

$$U_t + F(U)_x = S(U, x) \quad (الف-3)$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \end{bmatrix}, \quad F(U) = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2} gh^2 \end{bmatrix} \quad (ب-3)$$

که  $u$  سرعت در عمق متوسط در راستای  $x$ ، عمق آب و بردار  $S(U, x)$  مولفه منبع می باشد که در معادلات مومنتوم وارد می شود:

$$S = \begin{bmatrix} \omega \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} - \frac{\tau_{fx}}{\rho} \end{bmatrix} \quad (4)$$

که  $\omega$  جریان ورودی/خروجی در واحد عرض،  $z_b$  عوارض بستر و  $\tau_{fx}$  تنش برشی بستر در جهت افقی می باشد و  $\tau_{fx} = \frac{1}{2} C_f \rho u \sqrt{u^2}$ . اصطکاک بستر و  $\rho$  چگالی آب است. ماتریس ژاکوبین سیستم معادلات (3) به صورت زیر بدست می آید:

$$\dot{F}(U) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -u^2 + gh & 2u \end{bmatrix} \quad (5)$$

سیس معادله (3) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$U_t + \dot{F}(U) U_x = S(U, x) \quad (6)$$

مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین  $\dot{F}(U)$  عبارتند از:

$$\lambda_1^F = u - c, \quad \lambda_2^F = u + c \quad (7)$$

که  $c = \sqrt{gh}$  سرعت موج می باشد. بردارهای ویژه متناظر عبارتند از:

$$r_1^F = \begin{bmatrix} 1 \\ u - c \end{bmatrix}, \quad r_2^F = \begin{bmatrix} 1 \\ u + c \end{bmatrix} \quad (8)$$

همان طور که گفته شد، در این جا از یک الگوریتم پخش موج نوع گودونو اصلاح شده به منظور حل سیستم معادلات (3) استفاده می شود که توسط لوک استفاده شد [18,17]:

$$\begin{aligned} U_i^{n+1} &= U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (A^+ \Delta U_{i-1/2} + A^- \Delta U_{i+1/2}) \\ &- \frac{\Delta t}{\Delta x} (\tilde{F}_{i+1/2} - \tilde{F}_{i-1/2}) \quad (9) \end{aligned}$$

که  $U_i^n$  مقدار متوسط بردار مجهولات در  $t = n \Delta t$  برای سلول بردار مجهولات در گام زمانی بعدی و  $A^\pm \Delta U_{i\pm 1/2}$  نوسانات راست و چپ رونده در جهت  $x$  می باشند [1] که با حل مساله ریمان در  $x_{i\pm 1/2}$  به دست می آیند و بیان کننده دقت مرتبه اول معادلات می باشند.  $\tilde{F}_{i\pm 1/2}$  مولفه های شار اصلاحی هستند که باعث به وجود آمدن دقت مرتبه دوم شده و به طور کلی با حل مساله ریمان به دست می آیند.  $\tilde{F}_{i\pm 1/2}$  شامل انتخاب های متفاوتی از محدود کننده ها می باشند که در [18,1] توسط لوک توضیح داده شده است. اگر  $\tilde{F} = 0$  باشد، روش گودونو مرتبه اول بدست می آید.

همان طور که گفته شد برای محاسبه نوسانات راست و چپ رونده  $A^\pm \Delta U_{i\pm 1/2}$  بایستی مساله ریمان حل گردد. این حل را می توان با روش موج شار ارائه شده توسط بیل [19] و با انتخاب سرعت های ریمان مهدیزاده و همکاران [8] انجام داد.

#### 6- روش موج شار برای معادلات آب های کم عمق یک بعدی

فرمول کلی روش موج شار یک بعدی به صورت زیر نوشته می شود:

$$F(U_i) - F(U_{i-1}) - S_1 \Delta x = \sum_{k=1}^{M_w} \xi_{k,i-1/2} \quad (10)$$

که  $\xi_{k,i-1/2}$  موج شار حاصل از ضرب ضرایب ثابت  $\beta_{k,i-1/2}$  در بردارهای ویژه به فرم 8 می باشد یعنی  $\beta_{k,i-1/2} \cdot r_{k,i-1/2}^F$  و  $M_w$  نیز تعداد موج ها می باشد.

<sup>1</sup> Flux wave

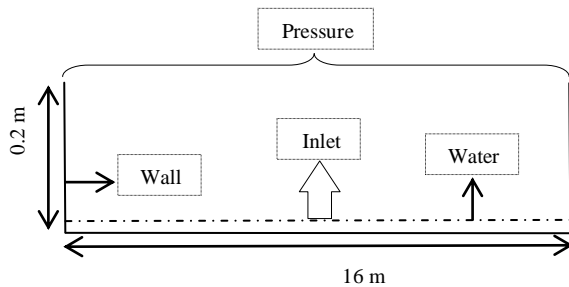


Fig. 1 schematic depiction of the tank in case of water entrance from the middle of the bed

شکل 1 نمایش شماتیک مخزن در حالت ورود آب از کف و وسط

مقدار نرم خطا از فرمول زیر محاسبه می گردد:

$$\text{NORM} = \frac{\sqrt{\sum (Y_{\text{Navier-Stokes}} - Y_{\text{Shallow water}})^2}}{n} \quad (17)$$

که در آن  $Y_{\text{Navier-Stokes}}$  ارتفاع آب در مدل نرم افزار استار سی دی،  $Y_{\text{Shallow water}}$  ارتفاع آب در برنامه عددی نوشته شده و  $n$  تعداد نقاط می باشد. مقادیر نرم خطا برای "شکل 2" در جدول 1 مشخص شده اند.

همان طور که در "شکل 2" دیده می شود، جریان آب به صورت جت از کف وارد مخزن شده و بر روی سطح تر پخش می گردد. در زمان های ابتدایی، اختلافی میان میزان حرکت جبهه آب در نتایج مشاهده می گردد که این اختلاف در زمان های بالاتر به حداقل می رسد. دلیل این اختلاف میزان حرکت در زمان های ابتدایی این است که زمان شروع محاسبات برای مدل نرم افزاری از وقتی است که آب وارد مخزن شده، به نقطه اوج رسیده و در ادامه شروع به پخش روی کف مخزن می نماید. در حالی که در مدل آب های کم عمق، این مساله وجود ندارد که باعث اختلاف زمانی چند صدم ثانیه و در نتیجه اختلاف در میزان حرکت جبهه آب می شود. به طور کلی، طبق آن چه در شکل و جدول 1 مشاهده می گردد، نتایج به دست آمده از نرم افزار با نتایج حاصل از معادلات آب های کم عمق به طور مناسبی همخوانی دارند.

به منظور دست یابی به بهترین عدد برای  $EN$ ، مدل های مختلفی با تغییر پارامترهای سرعت ورودی و اندازه دهانه به صورت  $EN = 0.303$ ،  $EN = 0.505$  و  $EN = 1.01$  آزمایش گردید. با توجه به نتایج می توان گفت در صورتی که  $EN > 0.5$  باشد، در همه زمان ها همخوانی قابل قبولی میان نتایج آب های کم عمق و ناپیر استوکس برقرار می باشد در حالی که برای زمان های خیلی طولانی،  $EN < 0.5$  مناسب تر است.

#### 2-8- جریان ورودی از بالا و وسط

در این حالت جریان با سرعت 0.5 متر بر ثانیه در فاصله بین -0.05 تا 0.05 متر از بالا و وسط و از ارتفاع 0.2 متری وارد مخزن می شود. در نرم افزار استار سی دی نیز همین فاصله از مرزهای فوقانی به صورت ورودی مشخص می گردد. در این مساله نیز عدد بدون بعد ورودی از بالا و وسط طبق فرمول

جدول 1 نرم خطای مقایسه معادلات آب های کم عمق و معادلات ناپیر استوکس برای حالت ورود آب به مخزن از وسط و کف

Table 1 Error norm of SWEs and Navier-Stokes equations comparison for middle bed efflux

| نرم خطا                 | تعداد نقاط | زمان (ثانیه) |
|-------------------------|------------|--------------|
| $5.9562 \times 10^{-5}$ | 2001       | 0.5          |
| $5.2206 \times 10^{-5}$ | 2001       | 1            |
| $2.4369 \times 10^{-5}$ | 4001       | 2            |
| $1.1307 \times 10^{-5}$ | 8001       | 4            |

می گردند:

$$h_0 = h_1, \quad h_{-1} = h_2 \\ (hu)_0 = (hu)_1, \quad (hu)_{-1} = (hu)_2 \quad (16)$$

#### 8- جریان آب در یک مخزن مستطیلی روباز

در این جا به بررسی ورود آب به یک مخزن روباز در سه حالت پرداخته می شود. طول مخزن برابر 16 متر و ارتفاع آن 0.2 متر می باشد. این ابعاد با توجه به محدودیت های موجود در نرم افزار استار سی دی از لحاظ شبکه بندی انتخاب شده است. به عنوان مثال برای رسیدن به یک جواب قابل قبول در موارد سقوط آب از بالای مخزن، مدل های مختلفی با مقادیر ارتفاع متفاوت مدل سازی گردید و در نهایت با توجه به تشدید پدیده پاشش<sup>1</sup> در ارتفاعات زیاد، مقدار 0.2 انتخاب شد. درون مخزن به مقدار 8 میلی متر آب وجود دارد و بنابراین پخش موج، پخش روی سطح تر خواهد بود. در حالت اول، ورود آب از کف و در وسط به مخزن بررسی می گردد. سپس به حالت های ورود آب از بالا در دو مورد ورود از وسط و گوشه ها پرداخته می شود. در نهایت، نتایج حاصل از حل عددی معادلات آب های کم عمق با نتایج حل معادلات ناپیر-استوکس مقایسه می گردد. بدین منظور از نرم افزار استار سی دی که یک حل کننده معادلات ناپیر استوکس می باشد، استفاده شده است. به عنوان شرایط مرزی در این نرم افزار برای دو طرف مخزن و کف آن، دیوار<sup>2</sup> در نظر گرفته شده است که جریان در مجاورت دیوارها دارای اصطکاک می باشد. هم چنین برای سطح فوقانی و محل های ورودی جریان به ترتیب فشار<sup>3</sup> و ورودی<sup>4</sup> تعیین شده است. جریان در این نرم افزار به صورت سطح آزاد می باشد که معادل فرض فشار هیدرواستاتیک در مدل آب های کم عمق است. شبکه با گام مکانی 0.01 متر در جهت های افقی و عمودی تشکیل شده است. گام زمانی و تلورانس باقی مانده نیز برابر با 0.01 در نظر گرفته شده اند. هم چنین در مدل نرم افزاری از مدل آشفنگی کی-پسیلون<sup>5</sup> با عدد رینولدز بالا استفاده می گردد. این نرم افزار بر پایه و اف<sup>6</sup> می باشد که در آن مقدار 1 مربوط به آب و صفر، هوا است. به منظور نمایش سطح آزاد، مقدار سطح مشترک و اف برابر 0.5 در نظر گرفته می شود. برای اجتناب از نتایج غیر فیزیکی، از شرایط آنتروپی هارتن [20] به همراه الگوریتم پخش موج استفاده شده است.

#### 8-1- جریان ورودی از کف مخزن

در این حالت جریان با سرعت 0.2 متر بر ثانیه در فاصله بین -0.05 تا 0.05 متر به مخزن وارد می شود که در نرم افزار به صورت شرایط مرزی ورودی تعیین می گردد. عدد خروجی بدون بعد با رابطه  $EN = V/\sqrt{gl}$  تعریف شده است که در آن  $V$  سرعت ورود آب از کف به مخزن،  $g$  شتاب ثقلی و  $l$  طول دهانه ورودی می باشد. طبق تعریف فوق در این جا  $EN = 0.202$  محاسبه می گردد. در مدل معادلات آب های کم عمق بسته به مورد، از 100 تا 500 سلول در شبکه در جهت افقی استفاده شده است. هم چنین مقدار ضریب اصطکاک  $C_f = 0.002$  در نظر گرفته شده است. "شکل 1" هندسه مساله به صورت شماتیک را نشان می دهد. در "شکل 2" مقایسه نتایج معادلات ناپیر استوکس و معادلات آب های کم عمق برای زمان های 0.5، 1، 2 و 4 ثانیه و در "شکل 3" نیز نتیجه گرافیکی حاصل از حل معادلات ناپیر استوکس در زمان 1 ثانیه نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Splashing

<sup>2</sup> Wall

<sup>3</sup> Pressure

<sup>4</sup> Inlet

<sup>5</sup>  $k - \epsilon$

<sup>6</sup> VOF

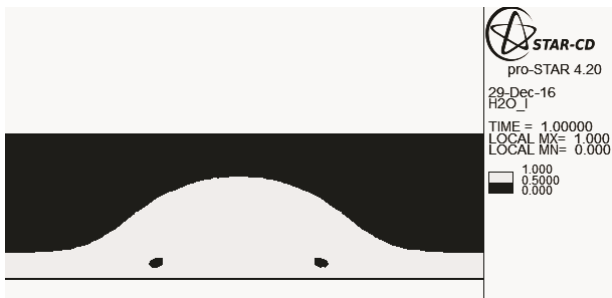


Fig. 3 STAR-CD results for middle bed efflux with 0.2m/s velocity in 2D state at 1s.

شکل 3 نتیجه حاصل از نرم افزار استار سی دی برای ورود آب به مخزن از پایین و وسط با سرعت 0.2 متر بر ثانیه در حالت دوبعدی در 1 ثانیه

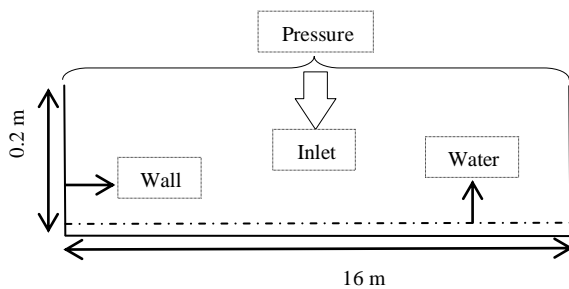


Fig. 4 schematic depiction of the tank in case of water entrance from top middle

شکل 4 نمایش شماتیک مخزن در حالت ورود آب از بالا و وسط

در مدل آب های کم عمق بسته به زمان، از 100 تا 2000 سلول و ضریب اصطکاک از  $C_f = 0.002$  تا  $C_f = 0.02$  استفاده شده است. همان طور که در "شکل 5" مشاهده می گردد، پس از سقوط آب از ارتفاع 0.2 متری به کف مخزن، ابتدا یک فرورفتگی در سطح آب در مدل نایبر- استوکس ایجاد می گردد و سپس جبهه آب پس از طی مسافتی به ارتفاع مورد نظر می رسد. دلیل عدم وجود این فرورفتگی در مدل معادلات آب های کم عمق این است که این معادلات، عمق مثبت می باشند و بنابراین نمی توان سقوط را در آن مدل سازی نمود. پس بایستی جریان را به صورت ورودی از کف در نظر گرفت. با توجه به مقادیر نرم خطا و "شکل 5"، همخوانی قابل قبولی میان نتایج وجود دارد.

در این حالت نیز مدل های مختلف با  $TMIN$  های مختلف مورد آزمایش قرار گرفت که به دلیل عدم مطابقت کامل میان نتایج در بخش سقوط آب به کف برای  $TMIN < 0.25$ ، در صورتی که  $TMIN > 0.25$  در نظر گرفته شود، در همه زمان ها همخوانی مناسبی برقرار خواهد بود.

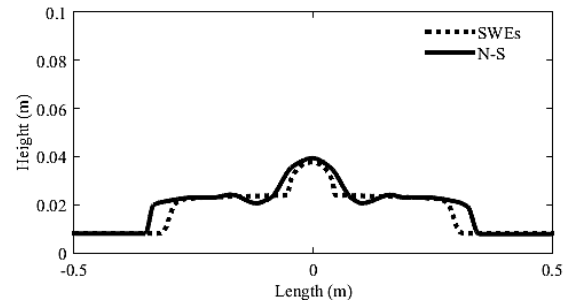
### 3-8- جریان ورودی از بالا و گوشه ها

در این حالت آب با سرعت 1 متر بر ثانیه از دو گوشه مخزن هر کدام به

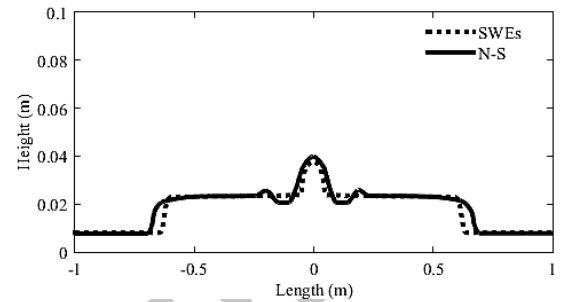
جدول 2 نرم خطای مقایسه معادلات آب های کم عمق و معادلات نایبر استوکس برای حالت ورود آب به مخزن از وسط و بالا

Table 2 Error norm of SWEs and Navier-Stokes equations comparison for top middle influx

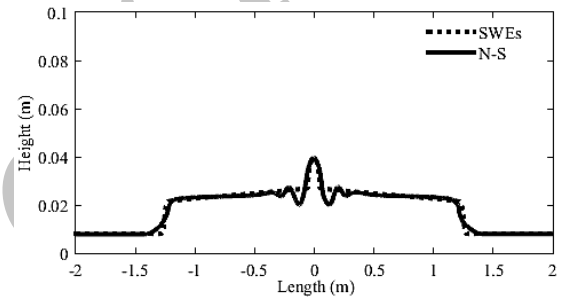
| نرم خطا                 | تعداد نقاط | زمان (ثانیه) |
|-------------------------|------------|--------------|
| $3.3297 \times 10^{-4}$ | 4001       | 0.5          |
| $3.2978 \times 10^{-4}$ | 4001       | 1            |
| $2.3815 \times 10^{-4}$ | 6001       | 2            |
| $1.8394 \times 10^{-4}$ | 10001      | 4            |



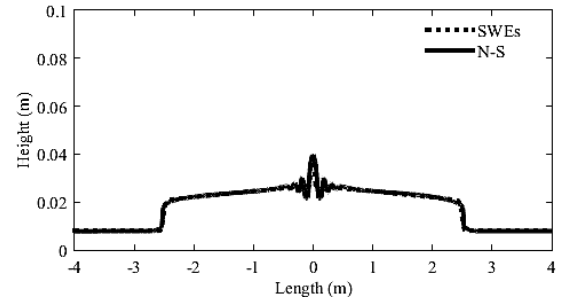
(الف) (ا)



(ب) (ب)



(پ) (ج)



(ت) (د)

Fig. 2 comparison of results of SWEs and Navier-Stokes equations for fluid movement in a wet tank- state of efflux from the middle bed in (a) 0.5, (b) 1, (c) 2 and (d) 4 s

شکل 2 مقایسه نتایج معادلات آب های کم عمق و معادلات نایبر استوکس برای حرکت سیال در یک مخزن با کف تَر در حالت ورود آب از کف و وسط در (الف) 0.5، (ب) 1، (پ) 2 و (ت) 4 ثانیه

$TMIN = V / \sqrt{g \times h^2 / l}$  تعریف می شود که مقدار آن در مساله حاضر برابر با 0.252 می باشد. در "شکل 4"، هندسه مساله به صورت شماتیک نشان داده شده است. "شکل 5" مقایسه نتایج حاصل از حل با استفاده از معادلات آب های کم عمق و معادلات نایبر- استوکس برای عمق و حرکت سیال در مخزن در زمان های 0.5، 1، 2 و 4 ثانیه را نشان می دهد. در "شکل 6" نیز حل گرافیکی معادلات نایبر استوکس در محیط نرم افزار حل کننده این معادلات نشان داده شده است.

همانند قبل مقادیر نرم خطا برای "شکل 5" عبارتند از: (جدول 2)

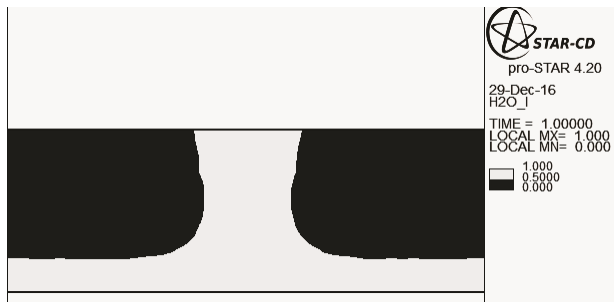


Fig. 6 STAR-CD results for top middle influx with 0.5m/s velocity in 2D state at 1s.

شکل 6 نتیجه حاصل از نرم افزار استار سی دی برای ورود آب به مخزن از بالا و وسط با سرعت 0.5 متر بر ثانیه در حالت دوبعدی در 1 ثانیه.

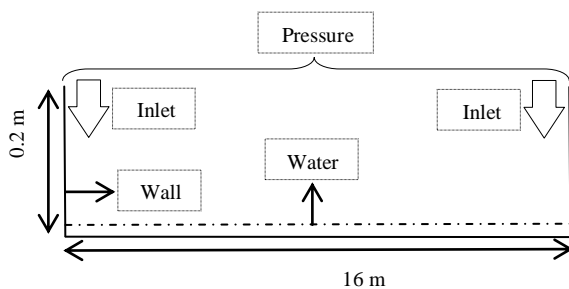


Fig. 7 schematic depiction of the tank in case of water entrance from top edges

شکل 7 نمایش شماتیک مخزن در حالت ورود آب از بالا و گوشه‌ها

معادلات آب‌های کم عمق و معادلات ناویر استوکس، "شکل 9" حل گرافیکی معادلات ناویر استوکس در محیط نرم افزاری و جدول 3 مقادیر نرم خطا و تعداد نقاط را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهند.

مقادیر نرم خطا برای "شکل 8" عبارتند از: (جدول 3)

در این حالت نیز به دلیل عدم توانایی مدل معادلات آب‌های کم عمق در لحاظ نمودن سقوط، جریان به صورت ورودی از کف فرض می‌گردد. یکی از دلایل عدم مطابقت کامل میان نتایج می‌تواند مقیاس شکل باشد. چرا که طول مخزن برابر 16 متر و ارتفاع آن 0.2 متر می‌باشد که این موضوع در شکل‌ها به خوبی قابل نمایش نمی‌باشد. همچنین عدم توانایی معادلات آب‌های کم عمق در مدل سازی سقوط و شتاب ناشی از سقوط از دیگر عوامل بروز خطا می‌باشند. اثر پاشش نیز در حالت وجود آب در کف مخزن قابل ملاحظه است.

حالت‌های مختلفی با اعداد بدون بعد متفاوت مدل سازی گردیدند و طبق نتایج در صورتی که  $TEIN > 0.3$  باشد، همخوانی قابل قبولی میان نتایج وجود خواهد داشت و هر چه این عدد بزرگ تر شود، مطابقت بهتر می‌باشد.

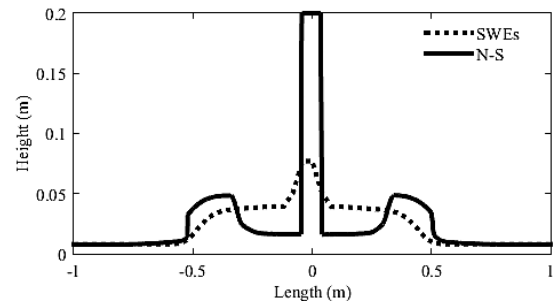
### 9- نتیجه گیری

یکی از موثرترین و دقیق ترین روش‌ها به منظور فهم پدیده‌های طبیعی در

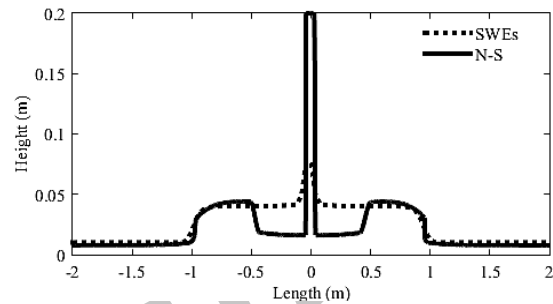
جدول 3 نرم خطای مقایسه معادلات آب‌های کم عمق و معادلات ناویر استوکس برای حالت ورود آب به مخزن از بالا و کناره‌ها

Table 3 Error norm of SWEs and Navier-Stokes equations comparison for top edges influx

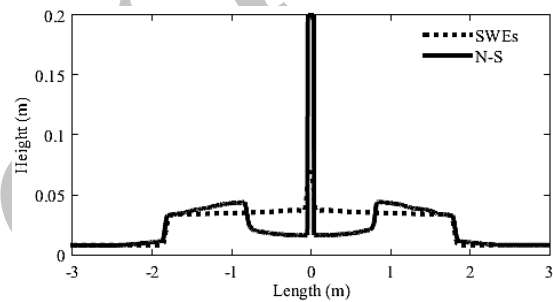
| نرم خطا                 | تعداد نقاط | زمان (ثانیه) |
|-------------------------|------------|--------------|
| $6.8525 \times 10^{-5}$ | 15851      | 0.5          |
| $7.0560 \times 10^{-5}$ | 15851      | 1            |
| $6.7539 \times 10^{-5}$ | 15851      | 2            |
| $1.0041 \times 10^{-4}$ | 15851      | 4            |



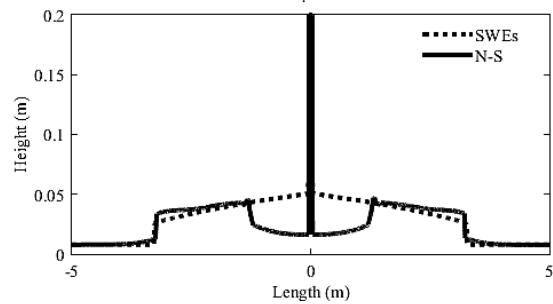
(الف) (a)



(ب) (b)



(پ) (c)



(ت) (d)

Fig. 5 comparison of results of SWEs and Navier-Stokes equations for fluid movement in a wet tank- state of influx from top middle in (a) 0.5, (b) 1, (c) 2 and (d) 4 s

شکل 5 مقایسه نتایج معادلات آب‌های کم عمق و معادلات ناویر استوکس برای حرکت سیال در یک مخزن با کف تَر در حالت ورود آب از بالا و وسط در (الف) 0.5، (ب) 1، (پ) 2 و (ت) 4 ثانیه

فاصله 0.1 متر یعنی از 8- تا 7.9- و از 7.9 تا 8 متر از ارتفاع 0.2 متری وارد می‌گردد. به طور مشابه در نرم افزار نیز این فاصله از دو گوشه‌ی بالایی مخزن به صورت ورودی و بقیه سطح فوقانی به صورت فشار تعیین می‌گردد. در این مورد نیز مانند حالت قبل عدد ورودی از بالا و گوشه با فرمول  $TEIN = V/\sqrt{g \times h^2/l}$  تعریف می‌شود که در این جا برابر با  $TEIN = 0.505$  می‌باشد. همچنین در مدل آب‌های کم عمق از 200 سلول و  $C_f = 0.001$  استفاده شده است. در "شکل 7" هندسه مساله به صورت شماتیک نشان داده شده است. "شکل 8" نتایج مقایسه حل با استفاده از

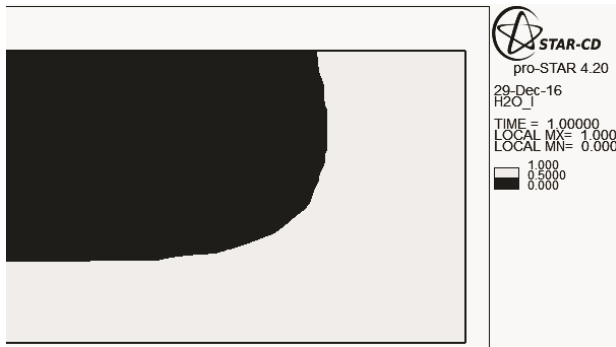


Fig. 9 STAR-CD results for top right edge influx with 1 m/s velocity in 2D state at 1s

شکل 9 نتیجه حاصل از نرم افزار استار سی دی برای ورود آب به مخزن از بالا و کناره ی سمت راست با سرعت 1 متر بر ثانیه در حالت دوبعدی در 1 ثانیه

و بالای مخزن بود. در حالت سوم نیز ورود آب از فاصله ده سانتی متری دو گوشه مخزن و از بالا مورد بررسی قرار گرفت. در هر کدام از این حالت ها، یک عدد بدون بعد تعریف شد و محدوده هایی برای این اعداد مشخص گردید که در صورت استفاده از این اعداد در این محدوده ها، همخوانی محسوسی میان نتایج مشاهده خواهد شد. همچنین همه این موارد با استفاده از نرم افزار حل کننده معادلات ناویر استوکس، استار سی دی، نیز مدل سازی گردید و در نهایت نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه شد.

همان طور که گفته شد، حالت های مربوط به سقوط آب از بالای مخزن، در مدل معادلات آب های کم عمق به صورت ورودی از کف فرض می گردد. چرا که معادلات آب های کم عمق، عمق مثبت بوده و توانایی مدل سازی سقوط را دارا نمی باشند. با توجه به سقوط آب از ارتفاع 0.2 متری با شتاب ثقلی، جریان ورودی دارای شتاب می شود در حالی که در مدل آب های کم عمق این شتاب ناشی از سقوط، وجود ندارد.

در حالت های ورود آب از بالا، مبدا زمانی در معادلات ناویر استوکس از لحظه رسیدن آب به کف در نظر گرفته شد. زیرا در مدل آب های کم عمق نیز با توجه به فرض ورود آب از کف، مبدا شروع حرکت از کف مخزن می باشد. در مدل نرم افزاری پس از سقوط جریان آب و رسیدن آن به کف مخزن و با توجه به وجود آب در مخزن، حالت پاشش رخ می دهد. همچنین در اثر سقوط، مقداری فرورفتگی در پروفیل آب و در قسمت ورودی مشاهده می گردد که این حالت به دلیل ورود آب از کف در مدل آب های کم عمق، وجود ندارد.

همان طور که در ابتدای این مقاله گفته شد، حل معادلات ناویر استوکس بسیار پیچیده و زمان بر می باشد. به عنوان مثال زمان اجرای برنامه برای مدل سازی حالت ورود آب از کف و وسط به مخزن تا 4 ثانیه با استفاده از پردازنده core i7 3770 با 8 گیگابایت رم، در معادلات آب های کم عمق برابر 37 ثانیه و در معادلات ناویر استوکس 11855 ثانیه می باشد. در حالی که با کوچک تر نمودن گام زمانی، مکانی یا خطای قابل قبول، این زمان به طور بسیار قابل توجهی افزایش می یابد.

در مجموع با توجه به بررسی های انجام شده از روی شکل ها و جداول مربوط به نرم خطا، نتایج حاصل به طور مطلوبی با یکدیگر تطابق دارند.

#### 10- فهرست علائم

$$A \pm \Delta U_{i \pm 1/2} \quad \text{نوسانات راست و چپ رونده در جهت } x$$

$$C_f \quad \text{ضریب اصطکاک بستر}$$

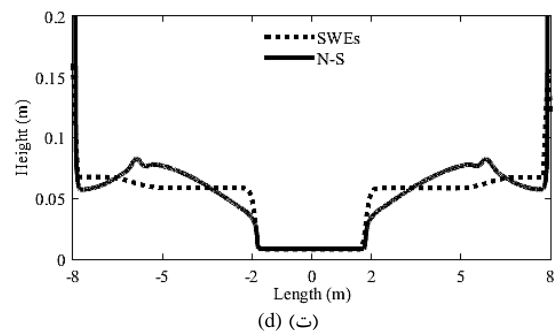
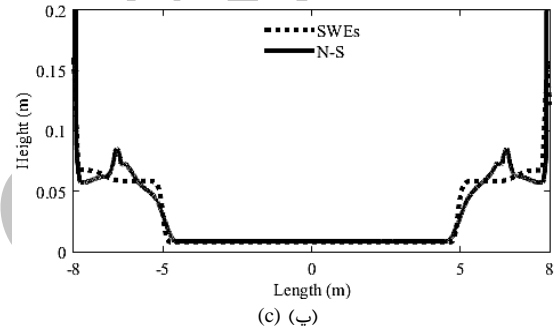
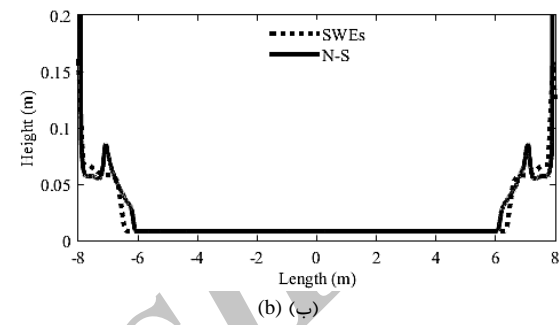
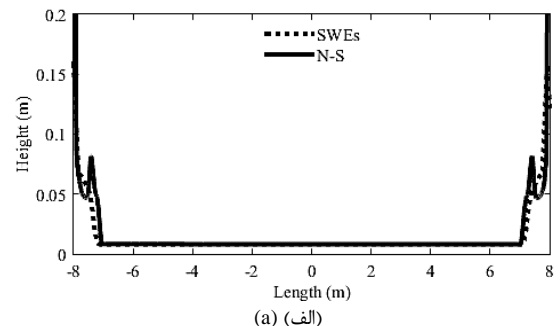


Fig. 8 comparison of results of SWEs and Navier-Stokes equations for fluid movement in a wet tank - state of influx from top edges in (a) 0.5, (b) 1, (c) 2 and (d) 4 s

شکل 8 مقایسه نتایج معادلات آب های کم عمق و معادلات ناویر استوکس برای حرکت سیال در یک مخزن با کف تر در حالت ورود آب از بالا و کناره ها در (الف) 0.5، (ب) 1، (پ) 2 و (ت) 4 ثانیه

علوم مهندسی، مدل سازی عددی می باشد. همچنین به دلیل وجود محدودیت های مختلف شامل هزینه های بسیار بالای آزمایشگاه ها و وجود خطای بیشتر در آزمایشات نسبت به مدل سازی عددی، این نیاز بیشتر حس می گردد.

در این پژوهش به بررسی جریان آب در یک مخزن با بستر تر پرداخته شد. در حالت اول ورود آب از کف و در فاصله ده سانتی متری وسط آن مدل سازی گردید. حالت دوم مربوط به جریان ورودی در همان فاصله از وسط



- over variable topography with steady states and inundation, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 6, pp. 3089-3113, 2008 .
- [6] K. E. K. Abderrezak, A. Paquier, E. Mignot, Modelling flash flood propagation in urban areas using a two-dimensional numerical model, *Natural Hazards*, Vol. 50, No. 3, pp. 433-460, 2009 .
- [7] J. Leandro, A. S. Chen, S. Djordjević, D. A. Savić, Comparison of 1D/1D and 1D/2D coupled (sewer/surface) hydraulic models for urban flood simulation, *Hydraulic Engineering*, Vol. 135, No. 6, pp. 495-504, 2009 .
- [8] H. Mahdizadeh, P. K. Stansby, B. D. Rogers, On the approximation of local efflux/influx bed discharge in the shallow water equations based on a wave propagation algorithm, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, No. 10, pp. 1295-1314, 2011 .
- [9] H. Mahdizadeh, P. K. Stansby, B. D. Rogers, Flood wave modeling based on a two-dimensional modified wave propagation algorithm coupled to a full-pipe network solver, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 138, No. 3, pp. 247-259, 2011 .
- [10] S. Djordjević, A. J. Saul, G. R. Tabor, J. Blanksby, I. Galambos, N. Sabtu, G. Sailor, Experimental and numerical investigation of interactions between above and below ground drainage systems, *Water Science and Technology*, Vol. 67, No. 3, pp. 535-542, 2012 .
- [11] A. S. Chen, J. Leandro, S. Djordjević, Modelling sewer discharge via displacement of manhole covers during flood events using 1D/2D SIPSON/P-DWave dual drainage simulations, *Urban Water Journal*, Vol. 13, pp. 830-840, 2016 .
- [12] I. Fraga, L. Cea, J. Puertas, Validation of a 1D-2D dual drainage model under unsteady part-full and surcharged sewer conditions, *Urban Water Journal*, Vol. 14, pp. 74-84, 2017 .
- [13] G. Kesserwani, S. Lee, M. Rubinato, J. Shucksmith, Experimental and numerical validation of shallow water flow around a surcharging manhole, *Proceedings of The 10th Urban Drainage Modelling Conference*, Quebec, pp. 145-154, 2015 .
- [14] P. McDonald, The computation of transonic flow through two-dimensional gas turbine cascades, *Proceedings of ASME International Gas Turbine Conference and Products Show*, Texas, pp. 82-89, 1971 .
- [15] J. VonNeumann, R. D. Richtmyer, A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks, *Applied Physics*, Vol. 21, No. 3, pp. 232-237, 1950 .
- [16] F. Bouchut, *Nonlinear stability of finite Volume Methods for hyperbolic conservation laws: And Well-Balanced schemes for sources*, pp. 1-74, Berlin: Springer Science & Business Media, 2004 .
- [17] R. J. LeVeque, Wave propagation algorithms for multidimensional hyperbolic systems, *Journal of Computational Physics*, Vol. 131, No. 2, pp. 327-353, 1997 .
- [18] R. J. LeVeque, Balancing source terms and flux gradients in high-resolution Godunov methods: the quasi-steady wave-propagation algorithm, *Journal of computational physics*, Vol. 146, No. 1, pp. 346-365, 1998 .
- [19] D. S. Bale, R. J. LeVeque, S. Mitran, J. A. Rossmanith, A wave propagation method for conservation laws and balance laws with spatially varying flux functions, *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 24, No. 3, pp. 955-978, 2003 .
- [20] A. Harten, High resolution schemes for hyperbolic conservation laws, *Computational Physics*, Vol. 49, No. 3, pp. 357-393, 1983 .

|                                    |                        |
|------------------------------------|------------------------|
| بردار شار                          | $F(U)$                 |
| مولفه های اصلاح شار                | $\tilde{F}_{i\pm 1/2}$ |
| شتاب ثقلی                          | $g$                    |
| عمق کلی آب                         | $h$                    |
| تعداد موجها                        | $M_w$                  |
| بردار ویژه                         | $r$                    |
| بردار مولفه های منبع               | $S$                    |
| بردار مجهولات                      | $U$                    |
| سرعت افقی در عمق متوسط             | $u$                    |
| تراز بستر                          | $z_b$                  |
| <b>علايم يوناني</b>                |                        |
| ضريب محاسبه موج شار                | $\beta_k$              |
| بردار تفاضل شار                    | $\Gamma$               |
| طول سلول                           | $\Delta x$             |
| مقدار ویژه                         | $\lambda$              |
| موج شار در روش موج شار             | $\xi$                  |
| چگالی آب                           | $\rho$                 |
| تنش برشی بستر در جهت افقی          | $\tau_{fx}$            |
| سرعت ورودی/خروجی در سطح مشترک سلول | $\omega$               |

**11- مراجع**

- [1] R. J. LeVeque, *Finite volume methods for hyperbolic problems*, pp. 64-312, Cambridge: Cambridge university press, 2002.
- [2] E. F. Toro, *Shock-capturing methods for free-surface shallow flows*, pp. 15-253, Michigan: John Wiley, 2001.
- [3] E. Audusse, F. Bouchut, M.-O. Bristeau, R. Klein, B. Perthame, A fast and stable well-balanced scheme with hydrostatic reconstruction for shallow water flows, *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 25, No. 6, pp. 2050-2065, 2004 .
- [4] Q. Liang, F. Marche, Numerical resolution of well-balanced shallow water equations with complex source terms, *Advances in Water Resources*, Vol. 32, No. 6, pp. 873-884, 2009 .
- [5] D. L. George, Augmented Riemann solvers for the shallow water equations