مجله مهندسی مکانیک مدرس، مرداد 1396، دوره 17، شماره 5، ص‌ص 394-404

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

استخراج معادلات حرکت یک ربات چرخ‌دار و کنترل آن با استفاده از استراتژی امپدانس چندگانه تعمیم یافته

رامبد رستگاری[1*]، خلیل عالی‌پور[2]

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند، پرند

2- استادیار، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستی 1494916377، r_rastegari@piau.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 اسفند 1395

پذیرش: 12 فروردین 1396

ارائه در سایت: 25 اردیبهشت 1396

کلید واژگان:

اکتشافات فضایی

ربات چرخ‌دار

امپدانس چندگانه اصلاح‌شده

چکیده

استفاده از سیستم‌های خودکار جهت اکتشافات فضایی، می‌تواند به صورت چشمگیر هزینه‌های انجام ماموریت مورد نظر را کاهش دهد. یکی از ساختارهایی که قبلاً در اکتشافات فضایی مورد استفاده قرار گرفته است، ربات‌های چرخ‌دار بوده است. ربات‌های چرخ‌دار دارای فضای کاری بسیار وسیعی هستند و همچنین می‌توانند با سرعت مناسب حرکت کنند. این سیستم‌ها معمولاً دارای مکانیزم‌های ساده بوده و از حیث مصرف انرژی مناسب هستند. در بسیاری از پژوهش‌های گذشته، پایه‌ی این نوع ربات‌های چرخ‌دار دارای شاسی صلب است؛ ولی چنانچه حرکت سیستم بر روی زمین‌های نسبتاً ناصاف مد نظر باشد، بهتر است سیستم دارای تعلیق انعطاف‌پذیر باشد. به علاوه، در بسیاری از تحقیقات گذشته از مدل کردن نیروهای اصطکاک غیرخطی بین چرخ‌ها و زمین صرفنظر گردیده است. بر این اساس، در این مقاله، معادلات دینامیک حرکت یک ربات چرخ‌دار با در نظر گرفتن چرخ‌های بادی و مجهز به سیستم تعلیق انعطاف‌پذیر، استخراج می‌گردد. برای شبیه‌سازی اصطکاک و لغزش چرخ‌ها از مدل دوگاف استفاده شده است. با در نظر گرفتن گشتاور چرخ‌ها به‌عنوان ورودی، به ارائه یک قانون تنظیم حرکت دولایه جدید می‌پردازیم. در این قانون امکان کنترل زاویه فراز پلتفرم با تنظیم نیروی اصطکاک چرخ‌ها فراهم می‌گردد. در لایه‌ی نخست کنترل‌گر، حرکت ربات چرخ‌دار با استفاده از استراتژی امپدانسی چندگانه‌ی اصلاح‌شده برآورده شده و در لایه‌ی دوم، که هدایت موضعی نامیده می‌شود، گشتاور اعمالی به چرخ‌ها و زوایای فرمان آن‌ها به شکلی تنظیم می‌شود که نیروها/گشتاورهای خروجی مطلوب لایه‌ی نخست محقق گردد. نتایج شبیه‌سازی، قابلیت‌های مطلوب الگوریتم جدید را برای ربات‌های چرخ‌دار نشان می‌دهد.

Deriving equations of motion of a wheeled mobile robot and its control using extended multiple impedance strategy

Rambod Rastegari[1*], Khalil Alipour[2]

1- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Parand Branch, Parand, Iran
2- Department of Mechatronics Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
*P.O.B. 1494916377, Tehran, Iran, r_rastegari@piau.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 11 March 2017
Accepted 01 April 2017
Available Online 15 May 2017

Keywords:
Space Explorations
Wheeled Robot
Modified Multiple Impedance

ABSTRACT

The use of automatic systems for space exploration can dramatically decrease the cost of desired mission. One of the structures that has previously been utilized for space exploration is the wheeled rovers. Wheeled rovers have wide work space and can move with a proper velocity. Their mechanisms are simple and are energy efficient. In most of the previous studies, it has been assumed that the wheeled robot chassis is rigid. However, if the wheeled robot motion on relatively rough terrain is required, then it should be equipped with flexible suspension. Also, in most of the earlier studies, the nonlinear friction between the wheels and the ground has not been modeled. Consequently, in this paper, the dynamics equations of a wheeled robotic system with flexible suspension are derived. To model the friction and wheels slip, the Dugoff friction model is utilized. Considering the wheels torque as inputs, a novel two-layer driver is proposed. Adopting the suggested algorithm, the control of pitch angle is possible. In the first layer, the motion of the system is adjusted using modified multiple impedance approach. Also, in the second layer, which is called local controller, the actuating torque of wheels is adjusted so that output forces/torques of the first layer can be realized. The obtained simulation results support the merits of the proposed new motion strategy control.

1- مقدمه

استفاده از کاوشگرها جهت انجام ماموریت‌های فضایی دقیق و نیز اکتشافات کرات آسمانی دیگر، می‌تواند ریسک انجام مأموریت و هزینه‌های آن را به صورت چشمگیری کاهش دهد [1-2]. امروزه در حوزه‌ی کاوشگرها ساختارهای متنوعی وجود دارد. سیستم‌های پایه متحرک در مقایسه با نمونه‌های پایه ثابت، فضای کاری نامحدودی دارند و از این جهت بسیار مورد

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

R. Rastegari, Kh. Alipour, Deriving equations of motion of a wheeled mobile robot and its control using extended multiple impedance strategy, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 5, pp. 394-404, 2017 (in Persian)

توجه قرار گرفته‌اند. یکی از ساختارهای متداول کاوشگرهای پایه متحرک، سامانه‌های چرخ‌دار می‌باشند. مزایای کاوشگرهای چرخ‌دار، آنها را برای طیف زیادی از کاربردهای فضایی در محیط‌های ساختار یافته و غیرساختار یافته مناسب می‌سازد که به‌عنوان نمونه می‌توان به کاوشگر مریخ ناسا اشاره نمود. این کاوشگر، قابلیتش را برای دستیابی به اهداف مأموریت اکتشاف و انجام آزمایش‌ها بر سیاره سرخ به شکل موفقیت‌آمیزی ارائه داده است، "شکل 1". با توجه به جذابیت‌ها و کاربردهای فراوان ربات‌های چرخ‌دار، تحقیقات فراوانی بر روی مدل‌سازی و تنظیم حرکت آنها ارایه گردیده است [3].

در [4]، یک روش سامانمند برای استخراج مدل دینامیک خودروهای خودکار ارائه گردیده است. در این مراجع از ایده‌ی مکمّل متعامد طبیعی[1] برای به دست آوردن معادلات مستقل حرکت یک AGV[2] که دارای قید غیرهولونومیک است استفاده‌شده است. ایده‌ی روش مسیر مستقیم[3] باعث سادگی در محاسبات سینماتیکی سامانه‌های پیچیده‌ای نظیر فضاپیماهای پرواز فعال[4] است [5]. همچنین در [6]، با استفاده از این ایده، مدل صریح دینامیک سامانه‌های با حرکت آزاد در فضا که دارای چند بازوی عامل هستند ارائه‌شده است. برمبنای مدل ارائه‌شده در [6]، مدل دینامیکی ربات چرخ‌دار زمینی که دارای پایه‌ی دیفرانسیلی بوده و مجهز به چرخ‌های غلتشی رایج هستند در مرجع [7] استخراج گردیده است. در مرجع [8]، سینماتیک دو نوع ربات چرخ‌دار با پایه‌های شبه خودرو و دیفرانسیلی مورد بررسی قرارگرفته و دینامیک ربات‌های چرخ‌دار با پایه‌ی دیفرانسیلی استخراج‌شده است. همچنین سینماتیک، سینتیک و کنترل ربات‌های چرخ‌دار که دارای پایه‌ی شبه خودرو هستند در [9] ارائه گردیده است. برای صحه‌گذاری دینامیک بدست آمده به دو روش، ماتریس‌هایی که مبین دینامیک سیستم هستند محاسبه گردیده و با مقایسه‌ی آن‌ها با یکدیگر، صحت‌وسقم مدل دینامیکی موردبحث قرارگرفته است. با استفاده از روش فرمولاسیون کار مجازی، دینامیک صریح سامانه‌ی متحرک که دارای پایه‌ی شبه خودرو بوده و قید غیرهولونومیک بر حرکت آن تحمیل گردیده است، استخراج‌شده است، [10]. رهیافت ارائه‌شده، کلی بوده و برای انواع سیستم‌های سامانه‌های چرخ‌دار که دارای قید غیرهولونومیک هستند، قابل‌استفاده است.

مدل دینامیکی چند ربات پایه متحرک چرخ‌دار که جسم الاستیکی را باهم جابجا می‌کنند با استفاده از دینامیک کین ارائه‌شده است [11]. قیود غیرهولونومیک به حرکت پایه‌ها اعمال‌شده است. همچنین مجموعه‌ی تمامی قیدها آنالیز شده و مشخصات مناسبی برای ارائه‌ی جواب مجاز برای نیروهای عکس‌العمل زمین پیشنهاد گردیده است. در [12]، دینامیک یک سامانه‌ی بستر پویا با چرخ‌های دیفرانسیلی و مجهز به چند بازوی عامل استخراج‌شده و سپس، جابجایی یک جسم توسط قانون امپدانس چندگانه کنترل گردیده است. در [13]، سینماتیک مستقیم، سینماتیک معکوس و پایداری یک بازوی متحرک چرخ‌دار مورد بررسی قرارگرفته است. پایه‌ی سیستم در نظر گرفته دارای دوچرخ بارانش دیفرانسیلی و یک چرخ هرز گرد، جهت بهبود تعادل سیستم، می‌باشد. جهت محاسبه‌ی سینماتیک مستقیم سیستم، به‌جای استفاده از ژاکوبین از تحلیل موقعیت و مشتق‌گیری مستقیم استفاده گردیده است. در مراجع گوناگونی [14-17] نیز، به استخراج مدل سینماتیکی/دینامیکی و کنترل حرکت سامانه‌های چرخ‌دار به همراه تریلر پرداخته شده است.

[1] Natural Orthogonal Complement, NOC
[2] Automated Guided Vehicle, AGV
[3] Direct Path Method
[4] Space Free-Flyer

Fig. 1 NASA rover for space exploration [1]

شکل 1 کاوشگر ناسا جهت اکتشافات فضایی [1]

با وجود تحقیقات اشاره شده در بالا، در همه‌ی آنها فرض بر آن است که چرخهای ربات دارای هیچ گونه لغزشی نیستند. از این رو همواره مسأله نیروی اصطکاک در این کارها آشکار نیست. از این رو در برخی از تحقیقات صورت گرفته در سال‌های اخیر، مدل واقع‌بینانه‌تری از سامانه‌ای که شامل لغزش و نیروهای اصطکاکی است در نظر گرفته شده است [18-21].

علی‌رغم این مطلب در هیچ یک از کارهای فوق، ربات چرخ‌دار دارای سیستم تعلیق انعطاف‌پذیر نمی باشد.

در حوزه‌ی بازوهای چرخ‌دار پژوهش‌های بسیار معدودی ارایه گردیده است که در آنها سامانه مجهز به سیستم تعلیق انعطاف‌پذیر باشد [22-24]. علیرغم این مطلب در [23,22] ربات در نظر گرفته تحت قیود ایده‌آل عدم لغزش فرض گردیده است. همچنین، در مرجع [24] نیز علی‌رغم در نظر گرفتن اثرات لغزش، کنترل ربات، بدون نظر گرفتن مدل اصطکاک صورت پذیرفته است.

در این مقاله، مدل دینامیکی یک ربات چرخ‌دار با در نظر گرفتن چرخ‌های بادی و مجهز به سیستم تعلیق انعطاف‌پذیر، با در نظر گرفتن مدل دوگاف[5] برای شبیه‌سازی اصطکاک و لغزش چرخ‌ها، استخراج می‌شود. همچنین با در نظر گرفتن گشتاور چرخ‌ها به‌عنوان ورودی، به ارائه یک قانون کنترل حرکت دولایه جدید می‌پردازیم. در این قانون، امکان تنظیم زاویه فراز پلتفرم با تنظیم نیروی اصطکاک چرخ‌ها فراهم می‌گردد. در لایه‌ی نخست کنترل‌گر، حرکتِ سامانه، با استفاده از قانون کنترلی امپدانسی چندگانه‌ی اصلاح‌شده تنظیم شده و در لایه‌ی دوم، که تنظیم رفتار موضعی نامیده می‌شود، گشتاور اعمالی به چرخ‌ها به شکلی تنظیم می‌شود که نیروها/گشتاورهای خروجی مطلوب لایه‌ی نخست محقق گردد.

در ادامه و پس از این مقدمه، در بخش دوم، مدل ربات چرخ‌دار مجهز به سیستم تعلیق انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن مدل اصطکاکی چرخ‌ها و اثر لغزش استخراج می‌گردد. در بخش سوم، سناریوی تنظیم حرکت پیشنهادی ارایه می‌گردد. برای این منظور، ابتدا در لایه‌ی نخستِ کنترل‌گر، به علت وجود مفاصل غیرفعال، استراتژی امپدانس چندگانه (MIC) را برای حالاتی که از مفاصل غیرفعال بهره می‌گیریم، اصلاح می‌کنیم. همچنین با استفاده از لایه‌ی دوم، نحوه‌ی تنظیم ورودی‌های اصلی کنترلی جهت تحقق نتایج لایه ی اول به صورت مشروح بحث خواهد گردید. نتایج شبیه‌سازی‌های به دست آمده در بخش چهارم، قابلیت‌های مطلوب الگوریتم جدید را برای ربات‌ها

[5] Dugoff

نشان می‌دهد. در بخش پنجم نیز به صورت اجمالی، به اصلاحات مدل ارایه شده برای حرکت عمومی پرداخته خواهد شد.

2- مدل‌سازی دینامیک ربات چرخ‌دار

2-1- استخراج معادلات حرکت ربات چرخ‌دار صفحه‌ای

در این بخش، هدف استخراج معادلات دینامیکی سیستم بستر متحرک صفحه‌ای چرخ‌دار است. در این راستا ابتدا برای ساده‌سازی کار، از اثرات مستقیم نیروی اصطکاک بین چرخ و زمین چشم‌پوشی می‌شود و در مراحل بعد، این اثرات در محاسبات لحاظ می‌گردد. همچنین برای تعیین مقادیر متغیرها در وضعیت استاتیکی، از معادلات تعادل سیستم استفاده می‌شود.

2-2- تعیین متغیرهای تعمیم یافته در حالت تعادل استاتیکی

یک بازوی پایه متحرک چرخ‌دار را مطابق "شکل 2" در نظر بگیرید. این سیستم شامل یک شاسی است که توسط سیستم تعلیق بر دو چرخ سوار است و بر سطحی صاف/ناصاف می‌تواند در جهات x و y و حول محور عمود بر صفحه دوران نماید. همچنین بازویی یک درجه آزادی با مفصل دورانی به آن متصل شده است. "شکل 2" این سیستم را در وضعیت تعادل استاتیکی نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم بعد از تحت بار قرار گرفتن سیستم تعلیق، مرکز جرم شاسی به میزان Y_0 به سمت پایین و خود شاسی به میزان θ_0 در جهت پادساعت‌گرد دوران نماید تا به وضعیت تعادل برسد. در "شکل 2"، متغیر H ارتفاع مرکز جرم شاسی را نسبت به مرکز چرخ‌ها در وضعیتی که فنرهای تعلیق در طول طبیعی خود هستند نشان می‌دهد. همچنین L مبین طول بازوی ربات بوده و سایر پارامترها نیز در "شکل‌های 2 و 3" نشان داده شده‌اند. به علاوه، L_0 فاصله محل اتصال دو فنر به شاسی است که مرکز جرم شاسی در وسط آن قرار دارد. وضعیت اولیه بازو نسبت به شاسی را نیز ψ_0 در نظر می‌گیریم. طول آزاد فنرها نیز باهم برابر فرض شده‌اند. متغیرهای سیستم در وضعیت دینامیکی نسبت به وضعیت تعادل استاتیکی در نظر گرفته می‌شوند. خاطرنشان می‌شود که متغیر Y را نسبت به وضعیت تعادل و به سمت بالا در نظر گرفته‌ایم. همچنین متغیر $\theta_0+\theta$ در حالت دینامیکی وضعیت شاسی در هرلحظه را نمایش می‌دهد.

معادلات تعادل استاتیکی برای ربات صفحه‌ای جهت تعیین متغیرهای سیستم در وضعیت تعادل را به شکل زیر می‌توان نوشت:

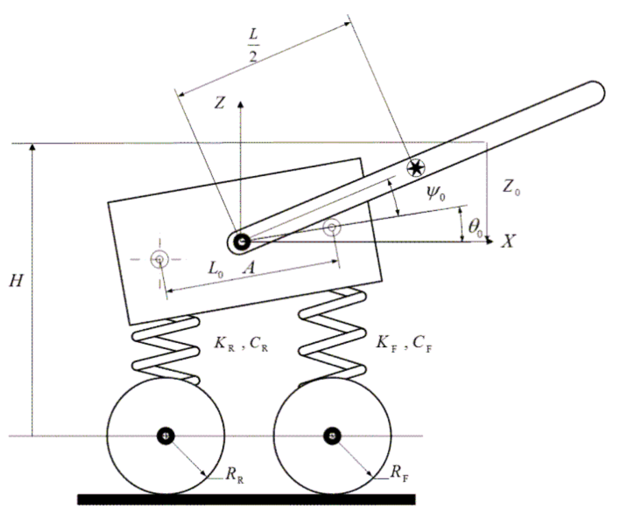

Fig. 2 Wheeled planar robot in static equilibrium situation

شکل 2 ربات صفحه‌ای چرخ‌دار در وضعیت تعادل استاتیکی

$$\sum F=0 \quad \Rightarrow F_{\mathrm{SR}}+F_{\mathrm{SF}}-(m_0+m_{\mathrm{arm}})g=0 \tag{1}$$

$$\sum M_{\mathrm{A}}=0 \quad \Rightarrow -F_{\mathrm{SR}}\times\frac{L_0}{2}\cos\theta_0+F_{\mathrm{SF}}\times\frac{L_0}{2}\cos\theta_0 - m_{\mathrm{arm}}\,g\frac{L}{2}\cos(\theta_0+\psi_0)=0 \tag{2}$$

در این روابط، F_{SF} و F_{SR} به ترتیب، مبین نیروهای اعمالی از سوی تعلیق جلو عقب شاسی می‌باشد. در معادله (2) با توجه به وضعیت تعادل، از اثرات نیروهای رانش صرف‌نظر شده است. در اینجا، $\psi_0=45^{\circ}$ را در نظر می‌گیریم. نیروهای ایجادشده در سیستم تعلیق جلو و عقب در وضعیت تعادل استاتیکی نیز به ترتیب از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$F_{\mathrm{SF}}=K_{\mathrm{F}}\left(Z_0-\frac{L_0}{2}\sin\theta_0\right) \tag{3}$$

$$F_{\mathrm{SR}}=K_{\mathrm{R}}\left(Z_0+\frac{L_0}{2}\sin\theta_0\right) \tag{4}$$

با جایگذاری معادلات (3) و (4) در معادلات (1) و (2) و حل دستگاه معادلات حاصله، می‌توان مقادیر Y_0 و θ_0 را تعیین نمود.

2-3- استخراج معادلات دینامیکی بدون در نظر گرفتن نیروی اصطکاک چرخ

"شکل 3" وضعیت عمومی ربات چرخ‌دار را حین حرکت، نشان می‌دهد. نیروهای اعمالی از سیستم تعلیق جلو و عقب در وضعیت دینامیکی به ترتیب برابر هستند با:

$$F_{\mathrm{SF}}=K_{\mathrm{F}}\left(Z_0-Z-\frac{L_0}{2}\sin(\theta_0+\theta)\right) \tag{5}$$

$$F_{\mathrm{SR}}=K_{\mathrm{R}}\left(Z_0-Z+\frac{L_0}{2}\sin(\theta_0+\theta)\right) \tag{6}$$

همچنین بردار موقعیت مرکز جرم بازوی مفصل شده در مرکز جرم پلتفرم به شکل زیر قابل‌محاسبه است:

$$x_{\mathrm{arm}}=X_{\mathrm{p}}+\frac{L}{2}\cos(\psi+\theta+\theta_0) \tag{7}$$

$$z_{\mathrm{arm}}=Z_{\mathrm{p}}+\frac{L}{2}\sin(\psi+\theta+\theta_0) \tag{8}$$

که در روابط فوق X_{p} و Z_{p} مبین موقعیت پایه‌ی سیستم در امتداد افق و قائم می‌باشد. برای بررسی وضعیت دینامیکی سیستم لازم است ماتریس

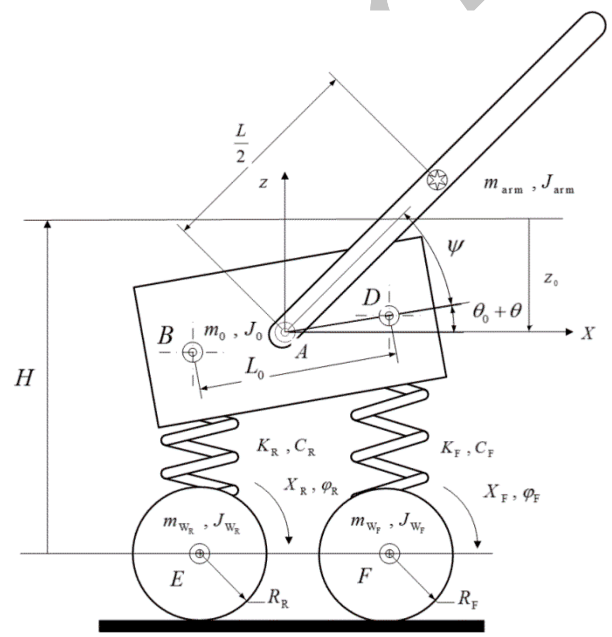

Fig. 3 Wheeled planar explorer in general situation

شکل 3- ربات صفحه‌ای چرخ‌دار در وضعیت کلی

ژاکوبین بین متغیرهای فضای کاری و مفاصل تعیین شود. به این منظور متغیرهای فضای کاری را چنین تعریف می‌کنیم:

$$\mathrm{X}=\begin{Bmatrix}X_{\mathrm{p}}\\ \theta\\ z_{\mathrm{arm}}\end{Bmatrix} \tag{9}$$

و متغیرهای فضای مفاصل عبارت‌اند از:

$$\mathrm{q}=\begin{Bmatrix}X_{\mathrm{p}}\\ Z_{\mathrm{p}}\\ \theta\\ \psi\end{Bmatrix} \tag{10}$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان از معادله‌ی (8) و در نظر گرفتن متغیرهای سرعت فضای کاری و فضای مفاصل که در روابط (9) و (10) تعریف‌شده‌اند، ماتریس ژاکوبین می‌تواند به شکل زیر محاسبه شود:

$$J=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & \frac{L}{2}\cos(\theta+\theta_0+\psi) & \frac{L}{2}\cos(\theta+\theta_0+\psi)\end{bmatrix} \tag{11}$$

همچنین با دو بار مشتق‌گیری نسبت به زمان از معادله (7) و معادله (8) می‌توان شتاب مرکز جرم بازو را به شکل زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{\mathrm{arm}}=\ddot{X}_p-\frac{L}{2}\left(\ddot{\psi}+\ddot{\theta}\right)\sin(\psi+\theta+\theta_0)\\ -\frac{L}{2}\left(\dot{\psi}+\dot{\theta}\right)^2\cos(\psi+\theta+\theta_0)\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\ddot{z}_{\mathrm{arm}}=\ddot{Z}_p+\frac{L}{2}\left(\ddot{\psi}+\ddot{\theta}\right)\cos(\psi+\theta+\theta_0)\\ -\frac{L}{2}\left(\dot{\psi}+\dot{\theta}\right)^2\sin(\psi+\theta+\theta_0)\end{aligned} \tag{13}$$

با توجه به دیدگاه دالامبر می‌توان معادلات دینامیکی سیستم را در راستاهای x و y به شکل زیر نوشت:

$$\sum F_{\mathrm{x}}=0 \quad\Rightarrow\quad F_{\mathrm{T}}-m_0\ddot{X}_{\mathrm{p}}-m_{\mathrm{arm}}\,\ddot{x}_{\mathrm{arm}}=0 \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\sum F_{\mathrm{z}}=0 \quad\Rightarrow\quad -m_0\ddot{Z}_{\mathrm{p}}-m_{\mathrm{arm}}\,\ddot{z}_{\mathrm{arm}}+F_{\mathrm{SF}}+F_{\mathrm{SR}}\\ -(m_0+m_{\mathrm{arm}})\mathrm{g}=0\end{aligned} \tag{15}$$

F_{T} نیروی رانش است که تأمین‌کننده آن نیروی اصطکاک می‌باشد. سومین معادله از نوشتن معادله گشتاور حول نقطه‌ی A برای بازو به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}\sum M_{\mathrm{A}}=0 \quad\Rightarrow\quad &\tau_{\mathrm{arm}}-m_{\mathrm{arm}}\,g\,\frac{L}{2}\cos(\theta_0+\theta+\psi)\\ &+m_{\mathrm{arm}}\,\ddot{x}_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\sin(\theta_0+\theta+\psi)\\ &-m_{\mathrm{arm}}\,\ddot{z}_{\mathrm{arm}}\frac{L}{2}\cos(\theta_0+\theta+\psi)\,\ddot{z}_{\mathrm{arm}}\\ &-J_{\mathrm{arm}}\left(\ddot{\theta}+\ddot{\psi}\right)=0\end{aligned} \tag{16}$$

برای دست‌یابی به معادله چهارم حرکت می‌توان معادله گشتاور را حول مرکز جرم پلتفرم به‌صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}\sum M_{\mathrm{A}}=0 \quad\Rightarrow\quad &-\tau_{\mathrm{arm}}+F_{\mathrm{Sus_F}}\,\frac{L_0}{2}\cos(\theta_0+\theta)\\ &-F_{\mathrm{Sus_R}}\,\frac{L_0}{2}\cos(\theta_0+\theta)\ -J_0\,\ddot{\theta}\ +M_{\mathrm{T}}=0\end{aligned} \tag{17}$$

M_{T} معرف گشتاورهای ناشی از اصطکاک می‌باشد که نحوه‌ی محاسبه آن تشریح خواهد شد. با جایگذاری مقادیر بردار شتاب مرکز جرم بازو از معادله (12) و معادله (13) در چهار معادله فوق و همچنین جایگذاری مقدار گشتاور τ از معادله (16) در معادله (17) ، معادلات حرکت سیستم بدون در نظر گرفتن تأثیرات چرخ‌ها به شکل زیر قابل‌بیان است:

$$M\,\ddot{q}+C+G=\Gamma^{T}Q_{\mathrm{m}}=\begin{Bmatrix}F_{\mathrm{T}}\\ 0\\ \tau_{\mathrm{arm}}\\ M_{\mathrm{T}}\end{Bmatrix} \tag{18}$$

که در آن:

$$\Gamma=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{19}$$

و

$$Q_{\mathrm{m}}=\begin{Bmatrix}F_{\mathrm{T}}\\ \tau_{\mathrm{arm}}\\ M_{\mathrm{T}}\end{Bmatrix} \tag{20}$$

از معادلات حرکت حاصله، ماتریس جرمی به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{aligned}
&M(1\ ,1)=m_0+m_{\mathrm{arm}}\,,\quad M(1\ ,2)=0\\
&M(1\ ,3)=-m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\,\sin(\psi+\theta+\theta_0)\\
&M(1\ ,4)=-m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\,\sin(\psi+\theta+\theta_0)\\
&M(2\ ,1)=0\ ,\quad M(2\ ,2)=m_0+m_{\mathrm{arm}}\\
&M(2\ ,3)=m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\cos(\psi+\theta+\theta_0)\\
&M(2\ ,4)=m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\,\cos(\psi+\theta+\theta_0)\\
&M(3\ ,1)=-m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\sin(\psi+\theta+\theta_0)\\
&M(3\ ,2)=m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\cos(\psi+\theta+\theta_0)\\
&M(3\ ,3)=m_{\mathrm{arm}}\,\left(\frac{L}{2}\right)^2+J_0+J_{\mathrm{arm}}\\
&M(3\ ,4)=m_{\mathrm{arm}}\,\left(\frac{L}{2}\right)^2+J_{\mathrm{arm}}\\
&M(4\ ,1)=-m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\sin(\psi+\theta+\theta_0)\\
&M(4\,,2)=m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\cos(\psi+\theta+\theta_0)\\
&M(4\ ,3)=m_{\mathrm{arm}}\,\left(\frac{L}{2}\right)^2+J_{\mathrm{arm}}\\
&M(4\ ,4)=m_{\mathrm{arm}}\,\left(\frac{L}{2}\right)^2+J_{\mathrm{arm}}
\end{aligned} \tag{21}$$

همچنین بردارهای جملات غیرخطی و ثقلی نیز از روابط زیر قابل‌محاسبه هستند:

$$\begin{aligned}
C(1)=&-m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\left(\dot{\psi}+\dot{\theta}\right)^2\cos(\psi+\theta+\theta_0)\\
C(2)=&\ -m_{\mathrm{arm}}\,\frac{L}{2}\left(\dot{\psi}+\dot{\theta}\right)^2\sin(\psi+\theta+\theta_0)\\
&-\mathrm{K_F}\left(Z_0-Z-\frac{L_0}{2}\sin(\theta_0+\theta)\right)\\
&-\mathrm{K_R}\left(Z_0-Z+\frac{L_0}{2}\sin(\theta_0+\theta)\right)\\
C(3)=&\ \ -\mathrm{K_F}\left(Z_0-Z-\frac{L_0}{2}\sin(\theta_0+\theta)\right)\frac{L_0}{2}\cos(\theta+\theta_0)\\
&+\mathrm{K_R}\left(Z_0-Z+\frac{L_0}{2}\sin(\theta_0+\theta)\right)\frac{L_0}{2}\cos(\theta+\theta_0)\\
C(4)=&\ \ 0
\end{aligned} \tag{22}$$

$$G=\begin{Bmatrix}0\\ (m_0+m_{\mathrm{arm}})g\\ m_{\mathrm{arm}}\,g\ \ \frac{L}{2}\cos(\psi+\theta+\theta_0)\\ m_{\mathrm{arm}}\,g\ \ \frac{L}{2}\cos(\psi+\theta+\theta_0)\end{Bmatrix} \tag{23}$$

در بردار نیروها و گشتاورها در فضای مفاصل، معادله (20)، مؤلفه‌های F_{T} و M_{T} مقادیری هستند که با توجه به مقدار نیروی اصطکاک بین چرخ و زمین تعیین می‌گردند. در ادامه برای تکمیل معادلات حرکت اثرات دینامیک

چرخ‌های جلو و عقب و همچنین اثرات گشتاورهای موجود بین سیستم تعلیق و چرخ‌ها را به همراه اثرات نیروی اصطکاک در نظر می‌گیریم.

2-4- اضافه کردن معادلات دوچرخ به سامانه‌ی بستر پویای صفحه‌ای

در معادلات حرکت سیستم (18)، لازم است نیروها و گشتاورهای ناشی از اصطکاک و همچنین اینرسی چرخ‌ها را در نظر بگیریم. در این راستا بر مبنای "شکل 3"، می‌توان نیروها و گشتاورهای مربوطه را به شکل زیر محاسبه نمود:

$$F_{\mathrm{T}} = F_{\mathrm{R_X}} + F_{\mathrm{F_X}} \tag{24}$$

بردار موقعیت نیروهای وارده از محور چرخ‌های عقب و جلو را می‌توان به شکل زیر نشان داد:

$$\vec{r}_{\mathrm{R}} = -\left(\frac{L_0}{2}\cos(\theta+\theta_0)\right)\hat{\imath} - \left(H_1 - Z_0 + Z - \frac{L_0}{2}\sin(\theta_0+\theta)\right)\hat{\jmath} \tag{25}$$

$$\vec{r}_{\mathrm{F}} = \left(\frac{L_0}{2}\cos(\theta+\theta_0)\right)\hat{\imath} - \left(H_1 - Z_0 + Z + \frac{L_0}{2}\sin(\theta_0+\theta)\right)\hat{\jmath} \tag{26}$$

با بهره‌گیری از دیاگرام آزاد "شکل 3" می‌توان اثرات گشتاوری نیروهای اعمالی به محور دو چرخ را حول مرکز جرم پلتفرم محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{T}} &= \vec{r}_{\mathrm{R}} \times \vec{F}_{\mathrm{R_X}} + \vec{r}_{\mathrm{F}} \times \vec{F}_{\mathrm{F_X}} \\ &= -F_{\mathrm{R_X}}\left(H_1 - Z_0 + Z - \frac{L_0}{2}\sin(\theta+\theta_0)\right) \\ &\quad - F_{\mathrm{F_X}}\left(H_1 - Z_0 + Z + \frac{L_0}{2}\sin(\theta+\theta_0)\right) \end{aligned} \tag{27}$$

می‌توان با معادله (24) و معادله (27)، دستگاه معادلات زیر را تشکیل داد:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{\mathrm{R_X}} \\ F_{\mathrm{F_X}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{\mathrm{T}} \\ M_{\mathrm{T}} \end{Bmatrix} \tag{28}$$

که در آن:

$$\alpha_1 = -\left(H - Z_0 + Z - \frac{L_0}{2}\sin(\theta+\theta_0)\right)$$

$$\alpha_2 = -\left(H - Z_0 + Z + \frac{L_0}{2}\sin(\theta+\theta_0)\right) \tag{29}$$

بنابراین برای تعیین F_{T} و M_{T} کافی است مقادیر $F_{\mathrm{R_X}}$ و $F_{\mathrm{F_X}}$ تعیین شوند. به این منظور معادلات چرخ‌های جلو و عقب نشان داده‌شده در "شکل 4" را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} -F_{\mathrm{R_X}} + F_{\mathrm{T_R}} - m_{\mathrm{W_R}}\ddot{X}_{\mathrm{R}} = 0 \\ N_{\mathrm{R}} - F_{\mathrm{R_Y}} = 0 \\ T_{\mathrm{R}} - F_{\mathrm{T_R}}R_{\mathrm{R}} - J_{\mathrm{W_R}}\ddot{\phi}_{\mathrm{R}} = 0 \end{cases} \tag{30}$$

$$\begin{cases} -F_{\mathrm{F_X}} + F_{\mathrm{T_F}} - m_{\mathrm{W_F}}\ddot{X}_{\mathrm{F}} = 0 \\ N_{\mathrm{R}} - F_{\mathrm{R_Y}} = 0 \\ T_{\mathrm{F}} - F_{\mathrm{T_F}}R_{\mathrm{R}} - J_{\mathrm{W_F}}\ddot{\phi}_{\mathrm{F}} = 0 \end{cases} \tag{31}$$

در معادله (30) و معادله (31) لازم است شتاب مرکزهای چرخ‌های چپ و راست را از روابط زیر برحسب متغیرهای سامانه تعیین کنیم:

$$X_{\mathrm{F}} = X_{\mathrm{p}} + \frac{L_0}{2}\cos(\theta_0+\theta)$$

$$X_{\mathrm{R}} = X_{\mathrm{p}} - \frac{L_0}{2}\cos(\theta_0+\theta) \tag{32}$$

با دو بار مشتق‌گیری از این معادلات به دست می‌آید:

$$\ddot{X}_{\mathrm{F}} = \ddot{X}_{\mathrm{p}} - \frac{L_0}{2}\,\dot{\theta}^2\cos(\theta_0+\theta) - \frac{L_0}{2}\,\ddot{\theta}\sin(\theta_0+\theta)$$

$$\ddot{X}_{\mathrm{R}} = \ddot{X}_{\mathrm{p}} + \frac{L_0}{2}\,\dot{\theta}^2\cos(\theta_0+\theta) + \frac{L_0}{2}\,\ddot{\theta}\sin(\theta_0+\theta) \tag{33}$$

با جایگذاری معادله (33) در معادله (30) و معادله (31) مقادیر نیروهای مورد نیاز در معادله (28) به شکل زیر تعیین می‌شود:

$$F_{\mathrm{F_X}} = F_{\mathrm{T_F}} - m_{\mathrm{W_F}}\left(\ddot{X}_{\mathrm{p}} - \frac{L_0}{2}\,\dot{\theta}^2\cos(\theta_0+\theta) - \frac{L_0}{2}\,\ddot{\theta}\sin(\theta_0+\theta)\right)$$

$$F_{\mathrm{R_X}} = F_{\mathrm{T_R}} - m_{\mathrm{W_R}}\left(\ddot{X}_{\mathrm{p}} + \frac{L_0}{2}\,\dot{\theta}^2\cos(\theta_0+\theta) + \frac{L_0}{2}\,\ddot{\theta}\sin(\theta_0+\theta)\right) \tag{34}$$

بنابراین با معلوم بودن نیروهای اصطکاک چرخ‌های جلو و عقب می‌توان از معادله (28) مقادیر F_{T} و M_{T} را تعیین نمود. همچنین از سومین معادله از سری معادلات (30) می‌توان معادلات دینامیکی دوران چرخ‌ها را به شکل زیر تعیین نمود:

$$T_{\mathrm{R}} = F_{\mathrm{T_R}}R_{\mathrm{R}} + J_{\mathrm{W_R}}\,\ddot{\phi}_{\mathrm{R}} \tag{35}$$

$$T_{\mathrm{F}} = F_{\mathrm{T_F}}R_{\mathrm{F}} + J_{\mathrm{W_F}}\,\ddot{\phi}_{\mathrm{F}} \tag{36}$$

برای محاسبه $F_{\mathrm{T_R}}$ و $F_{\mathrm{T_F}}$ از معادلات دوگاف بهره می‌گیریم که در ادامه مورداشاره قرار می‌گیرد.

2-5- محاسبه نیروهای اصطکاک از مدل دوگاف

در مدل دینامیکی به‌دست‌آمده در بخش 2-4 نیاز به محاسبه‌ی نیروی اصطکاک اعمالی به چرخ‌ها وجود دارد. در این بخش، با در نظر گرفتن تایرهای نیوماتیکی به تشریح نحوه محاسبه نیروهای اصطکاک با استفاده از مدل دوگاف[1] می‌پردازیم. به‌علاوه مشخص گردیده است که استفاده از فرض

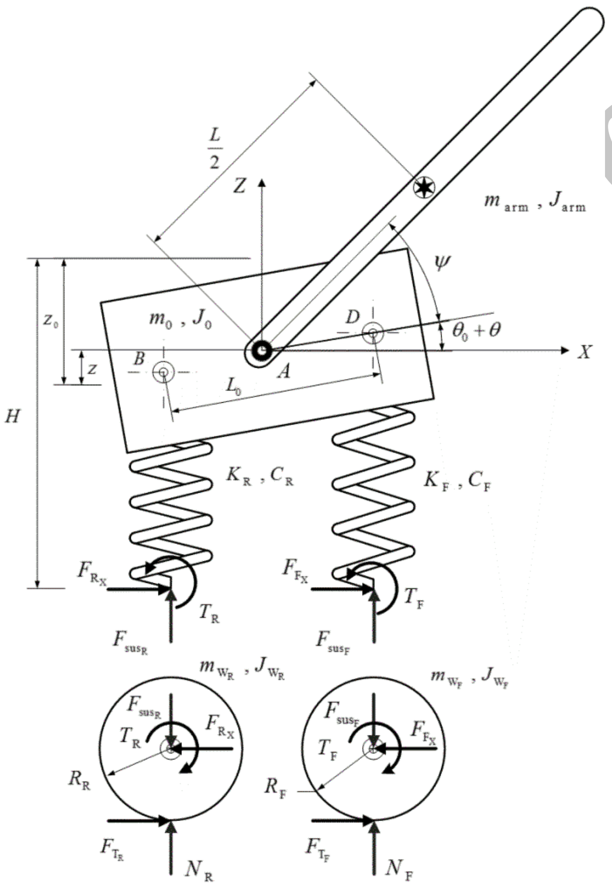

Fig. 4 Free body diagram of Wheeled planar robot with considering the effects of wheels and friction forces

شکل 4 دیاگرام آزاد ربات صفحه‌ای چرخ‌دار جهت در نظر گرفتن اثرات چرخ‌ها و نیروی اصطکاک

[1] Dugoff

قید غیرهولونومیک محدود به زمانی است که وزن سیستم کم بوده و سرعت و شتاب قابل‌ملاحظه‌ای نداشته باشد [21]؛ ازاین‌رو مدل‌سازی سیستم در حالتی که لغزش تایرها نیز مدل می‌شود، کاملاً مناسبت دارد. شکل 5 تصویر از بالای پلتفرم را در حالت کلی نشان می‌دهد.

زاویه‌ی لغزش جانبی عبارت است از، زاویه‌ای که امتداد بردار سرعت مرکز جرم تایر با صفحه‌ی طولی تایر می‌سازد. بنابراین با دانستن مؤلفه‌ی عرضی سرعت تایر i ام، v_{iy}، و مؤلفه‌ی طولی آن، v_{ix}، زاویه‌ی لغزش جانبی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta_i=\tan^{-1}(\frac{v_{iy}}{v_{ix}})-\delta_i \qquad ;\ i=1,\dots,4 \tag{37}$$

که در رابطه‌ی بالا، δ_i مبین زاویه‌ی فرمان تایر است. چنانچه مؤلفه‌های طولی و عرضی بردار سرعت تایر را با سرعت نقطه‌ی مرجع C_0 جایگزین نماییم، در این صورت زاویه‌ی لغزش جانبی برای تایرهای مختلف به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\beta_1=\tan^{-1}\left(\frac{-\dot{X}_{\mathrm{p}}s\varphi+\dot{Y}_{\mathrm{p}}c\varphi+L_{\mathrm{F}}\dot{\varphi}}{\dot{X}_{\mathrm{p}}c\varphi+\dot{Y}_{\mathrm{p}}s\varphi+W_{\mathrm{R}}\dot{\varphi}}\right)-\delta_1 \tag{38-a}$$

$$\beta_2=\tan^{-1}\left(\frac{-\dot{X}_{\mathrm{p}}s\varphi+\dot{Y}_{\mathrm{p}}c\varphi+L_{\mathrm{F}}\dot{\varphi}}{\dot{X}_{\mathrm{p}}c\varphi+\dot{Y}_{\mathrm{p}}s\varphi-W_{\mathrm{L}}\dot{\varphi}}\right)-\delta_2 \tag{38-b}$$

$$\beta_3=\tan^{-1}\left(\frac{-\dot{X}_{\mathrm{p}}s\varphi+\dot{Y}_{\mathrm{p}}c\varphi-L_{\mathrm{B}}\dot{\varphi}}{\dot{X}_{\mathrm{p}}c\varphi+\dot{Y}_{\mathrm{p}}s\varphi+W_{\mathrm{R}}\dot{\varphi}}\right)-\delta_3 \tag{38-c}$$

$$\beta_4=\tan^{-1}\left(\frac{-\dot{X}_{\mathrm{p}}s\varphi+\dot{Y}_{\mathrm{p}}c\varphi-L_{\mathrm{B}}\dot{\varphi}}{\dot{X}_{\mathrm{p}}c\varphi+\dot{Y}_{\mathrm{p}}s\varphi-W_{\mathrm{L}}\dot{\varphi}}\right)-\delta_4 \tag{38-d}$$

که در روابط فوق، φ زاویه‌ی یاو پلتفرم بوده و برای حرکت طولی ربات $\varphi=0$ در نظر گرفته می‌شود. نسبت لغزش طولی تایر، s_i، نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s_i=\frac{V_i-R_{\mathrm{e}}\omega_i}{V_i} \quad ;R_{\mathrm{e}}\omega_i<V_i \tag{39-a}$$

$$s_i=\frac{V_i-R_{\mathrm{e}}\omega_i}{R_{\mathrm{e}}\omega_i} \quad ;R_{\mathrm{e}}\omega_i\geq V_i \tag{39-b}$$

که در این رابطه، R_{e} مبین شعاع مؤثر تایر بوده، [25]؛ ω_i سرعت زاویه‌ای تایر iام و V_i مبین مؤلفه‌ی سرعت خطی مرکز آن است، که به‌موازات صفحه‌ی تایر می‌باشد. نیروهای تایرها می‌توانند با استفاده از مدل ساده‌شده‌ی زیر بدست آیند [25]:

$$F_{\mathrm{x}_i}=-f_iC_{\mathrm{x}_i}s_i \tag{40-a}$$

$$F_{\mathrm{y}_i}=-f_i\,C_{\mathrm{y}_i}\,\beta_i \tag{40-b}$$

که در این روابط:

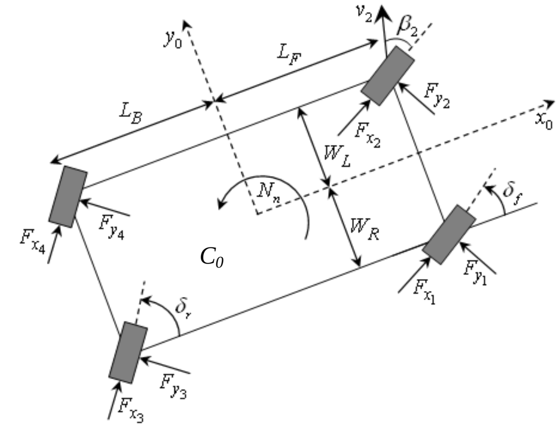

Fig. 5 Platform top view by considering the applied forces on tires

شکل 5 تصویر از بالای پایه با در نظر گرفتن نیروهای اعمالی به تایرها

$$f_i=\begin{cases}1 & ;F_{\mathrm{R}_i}\leq\dfrac{\mu_iF_{\mathrm{z}_i}}{2}\\ \left(2-\dfrac{\mu_iF_{\mathrm{z}_i}}{2F_{\mathrm{R}_i}}\right)\dfrac{\mu_iF_{\mathrm{z}_i}}{2F_{\mathrm{R}_i}} & ;F_{\mathrm{R}_i}>\dfrac{\mu_iF_{\mathrm{z}_i}}{2}\end{cases} \tag{41}$$

$$F_{\mathrm{R}_i}=\sqrt{\left(C_{\mathrm{x}_i}s_i\right)^2+\left(C_{\mathrm{y}_i}\beta_i\right)^2},\ \ (i=1,\dots,4) \tag{42}$$

در روابط فوق F_{z_i}، مبین نیروی عمودی اعمالی به تایر است که تابع وزن ربات، نیروهای اعمالی از سوی بازوها به پایه و انتقال بار دینامیکی ناشی از شتاب‌های طولی و عرضی می‌باشد. μ_i ضریب اصطکاک لغزشی و C_{x_i} و C_{y_i} مبین سختی تایر در جهت‌های به ترتیب طولی و عرضی می‌باشد. با در نظر گرفتن معادلات (41,40)، نیروهای پیشران اعمالی به بدنه‌ی پایه در جهت‌های طولی و عرضی، می‌توانند به‌صورت زیر نوشته شوند:

$$F_{\mathrm{T}}=X_1+X_2+X_3+X_4 \tag{43-a}$$

$$F_{\mathrm{l}}=Y_1+Y_2+Y_3+Y_4 \tag{43-b}$$

که در آن‌ها:

$$X_i=F_{\mathrm{x}_i}\cos\delta_i-F_{\mathrm{y}_i}\sin\delta_i \tag{44-a}$$

$$Y_i=F_{\mathrm{x}_i}\sin\delta_i+F_{\mathrm{y}_i}\cos\delta_i \tag{44-b}$$

یادآوری می‌شود که مدل تایر دوگاف، یک مدل سه پارامتری است که بر اساس محاسبه‌ی لغزش‌های طولی و عرضی، نیروهای طولی و عرضی را که در محل تماس چرخ‌ها با زمین ایجاد می‌گردد، بدست می‌دهد. در مدل صفحه‌ای به‌دست‌آمده در این بخش بدیهی است که از اثرات لغزش عرضی چشم پوشی شده و زاویه فرمان ثابت در نظر گرفته می‌شود.

معادله (18) رفتار دینامیکی روبات چرخ‌دار را ارائه می دهد که در آن اثرات دینامیک چرخ‌ها و بازو و همچنین نیروی اصطکاک دیده شده است. نحوه تعیین فرامین کنترلی $\tilde{Q}_{\mathrm{m}}$ نیز در بخش 3 به تفصیل تشریح می‌شود. برای حل عددی این معادلات در نرم‌افزار متلب[1]، ابتدا معادلات را به فرمت معادلات حالت (معادلات دیفرانسیل مرتبه اول) تبدیل نموده، سپس با استفاده از روش عددی رانج-کوتا[2] مرتبه 4، معادلات را حل و نتایج به دست آمده را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

3- کنترل بازوی متحرک چرخ‌دار برای حرکت صفحه‌ای

کنترل‌گر اولیه مدل مبنای مورداستفاده جهت کنترل ربات چرخ‌دار دارای لغزش در این مقاله را کنترل امپدانس چندگانه[3] انتخاب کرده‌ایم. علت این انتخاب قابلیت منعطف این الگوریتم کنترلی برای ربات‌های پایه ثابت و متحرک و حتی در صورت نیاز جسم جابجا شونده می‌باشد. همان‌طور که می‌دانید در سامانه‌های چرخ‌دار ورودی‌های کنترلی پلتفرم همان گشتاورهای اعمالی به چرخ‌های عقب و جلو می‌باشند. درنتیجه تعداد درجات آزادی پلتفرم از عملگرهای آن بیشتر است. در اینجا ما درصدد کنترل جابجایی پلتفرم در جهت x و هم دوران آن حول محور عمود بر صفحه و هم کنترل ارتفاع مرکز جرم بازو با تنظیم نیروهای اصطکاک چرخ‌های جلو و عقب و گشتاور محرک بازوی سیستم هستیم. در این راستا با توجه به غیرفعال بودن جابجایی شاسی در راستای قائم، ابتدا به اصلاح فرمولاسیون کنترلی MIC می‌پردازیم.

3-1- تعمیم قانون MIC در صورت غیرفعال بودن تعدادی از عملگرها

در قانون امپدانس چندگانه همان‌طور که در [26] نیز قابل مشاهده است،

1 MATLAB
2 Runge-kutta
3 Multiple Impedance Control, MIC

فرامین کنترلی به‌تمامی مفاصل سامانه فضایی با پایه متحرک اعمال می‌گردد درصورتی‌که ممکن است تعدادی از آن‌ها غیرفعال باشند که در این صورت امکان اعمال نیروها یا گشتاورهای موردنیاز را نخواهند داشت. در این راستا درصدد اصلاح این موضوع در فرمولاسیون کلی MIC هستیم. به این منظور در ابتدا لازم است وضعیت عملگرهای فعال و غیرفعال در معادلات سامانه تعیین گردد که در این راستا ماتریس Γ را مابین فضای مفاصل و فضای عملگرها به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\dot{q}_{\mathrm{act}} = \Gamma\ \dot{q} \qquad (45)$$

که در رابطه فوق $\dot{q}$ بردار فضای مفاصل با بعد $n \times 1$ و $\dot{q}_{\mathrm{act}}$ بردار مفاصل فعال با بعد $m \times 1$ می‌باشد که $m < n$. ماتریس Γ ماتریسی $m \times n$ است که ستون‌های متناظر با مفاصل غیرفعال در آن برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. تعداد متغیرهای فضای وظیفه با تعداد مفاصل فعال (دارای عملگر) یکسان در نظر گرفته می‌شود. بنابراین ماتریس ژاکوبین تعریف‌شده بین متغیرهای فضای مفاصل و فضای وظیفه، یک ماتریس غیر مربع با بعد $m \times n$ خواهد بود که در شبیه سازی انجام پذیرفته در این مقاله، $n = 4$ و $m = 3$ درنظر گرفته شده است.

$$\dot{\tilde{X}} = J\ \dot{q} \qquad (46)$$

بنا بر قضیه کارمجازی می‌توان ارتباط بین نیروها/گشتاورهای عملگرها در فضای مفاصل و فضای وظیفه را به شکل زیر برقرار نمود:

$$Q^{\mathrm{T}}_{\mathrm{m\,act}}\ \dot{q}_{\mathrm{act}} = \tilde{Q}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{m}}\ \dot{\tilde{X}} \qquad (47)$$

لازم به ذکر است که در صورت وجود اجزای منعطف در سیستم، از اثرات کار نیروهای داخلی این المان‌ها، با فرض جابجایی‌های کوچک دو سر المان چشم‌پوشی می‌شود. با جایگذاری معادلات (46) و (45) در معادله (47) به دست می‌آید:

$$Q^{\mathrm{T}}_{\mathrm{m\,act}}\ \Gamma = \tilde{Q}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{m}}\ J \qquad (48)$$

با گرفتن ترانهاده رابطه (48) و ضرب طرفین معادله در معکوس Γ^{T} به دست می‌آید:

$$Q_{\mathrm{m\,act}} = \Gamma\ J^{\mathrm{T}}\ \tilde{Q}_{\mathrm{m}} \qquad (49)$$

لازم به ذکر است که

$$\Gamma\ \Gamma^{\mathrm{T}} = I_{m \times m} \qquad (50)$$

معادله حرکت سامانه‌ی پایه متحرک با در نظر گرفتن جملات ثقلی در فضای مفاصل به شکل زیر قابل بیان است:

$$H\ \ddot{q} + C + G = J^{\mathrm{T}}\ \tilde{Q}_{\mathrm{m}} \qquad (51)$$

با مشتق‌گیری از معادله (46) مقدار $\ddot{q}$ به دست می‌آید:

$$\ddot{q} = J^{\#}\left(\ddot{\tilde{X}} - \dot{J}\ \dot{q}\right) \qquad (52)$$

لازم به ذکر است با توجه به غیر مربع بودن ماتریس ژاکوبین، معکوس آن از رابطه معکوس مجازی به شکل زیر تعیین می‌شود:

$$J^{\#} = J^{\mathrm{T}}(J\,J^{\mathrm{T}})^{-1} \qquad (53)$$

با جایگذاری معادله (52) در (51) و ضرب طرفین معادله در Γ به دست می‌آید:

$$\Gamma\left[H\,J^{\#}\left(\ddot{\tilde{X}} - \dot{J}\ \dot{q}\right) + C + G\right] = \Gamma\,J^{\mathrm{T}}\ \tilde{Q}_{\mathrm{m}} \qquad (54)$$

با پیش‌ضرب معادله (54) در $(\Gamma\,J^{\mathrm{T}})^{-1}$، معادله حرکت در فضای دکارتی به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{H}_{\mathrm{final}}\ \ddot{\tilde{X}} + \tilde{C}_{\mathrm{final}} + \tilde{G}_{\mathrm{final}} = \tilde{Q}_{\mathrm{m}} \qquad (55)$$

که در آن:

$$\tilde{H}_{\mathrm{final}} = (\Gamma\,J^{\mathrm{T}})^{-1}(\Gamma\,H)\ J^{\#} \qquad (56)$$

$$\tilde{C}_{\mathrm{final}} = (\Gamma\,J^{\mathrm{T}})^{-1}\Gamma\,C\ - (\Gamma\,J^{\mathrm{T}})^{-1}(\Gamma\,H)J^{\#}\dot{J}\ \dot{q}$$
$$= (\Gamma\,J^{\mathrm{T}})^{-1}\Gamma\,C\ - \tilde{H}_{\mathrm{final}}\,\dot{J}\ \dot{q} \qquad (57)$$

$$\tilde{G}_{\mathrm{final}}\ = (\Gamma\,J^{\mathrm{T}})^{-1}\Gamma\,G \qquad (58)$$

برای قانون کنترلی در فضای دکارتی می‌توان نوشت:

$$\tilde{Q}_m = \tilde{H}_{\mathrm{final}}\ M^{-1}_{\mathrm{des}}\left(M_{\mathrm{des}}\ \ddot{\tilde{X}}_{\mathrm{d}} + K_{\mathrm{d}}\ \dot{\tilde{e}} + K_{\mathrm{p}}\ \tilde{e}\right) + \tilde{C}_{\mathrm{final}} + \tilde{G}_{\mathrm{final}} \qquad (59)$$

که در رابطه‌ی فوق، $\tilde{X}_{\mathrm{d}}$ مبین مسیر حرکت زمانی مطلوب متغیرهای خروجی می‌باشد. همچنین $\tilde{e} = \tilde{X}_{\mathrm{d}} - \tilde{X}$ بوده و بیانگر خطای ردیابی متغیرهای کاری می‌باشد. خاطرنشان می‌شود که در روابط فوق، M_{des}، K_{d} و K_{p} ماتریسهای بهره‌ی مربعی قطری مثبت معین می‌باشد.

با جایگزینی معادله‌ی (59) در سمت راست رابطه‌ی (55)، می‌توان به رابطه‌ی ذیل رسید.

$$M_{\mathrm{des}}\ddot{\tilde{e}} + K_{\mathrm{d}}\ \dot{\tilde{e}} + K_{\mathrm{p}}\ \tilde{e} = 0 \qquad (60)$$

با در نظر گرفتن مقادیر مناسبی برای ماتریس‌های M_{des}، K_{d} و K_{p} می‌توان هر خطا را به صورت نمایی به سمت صفر میل داد.

خاطرنشان میشود که قانون کنترلی ارایه شده برای حالتی درست است که ربات با محیط تعاملی نداشته یا باری را جابجا نکند. چنانچه ربات به محیط نیرویی را بخواهد اعمال نماید یا باری را جابجا کند، لازم است ترمی جهت جبران این نیروی مورد نیاز به نام $\tilde{Q}_{\mathrm{f}}$ به $\tilde{Q}_{\mathrm{m}}$ اضافه گردد [26].

3-2- قانون کنترلی با استراتژی دو درجه‌ی آزادی روبات چرخ‌دار صفحه‌ای

همچنان که در "شکل 6" مشاهده می‌شود، استراتژی کنترل حرکت ربات، یک استراتژی دو درجه‌ی آزادی می‌باشد. در بخش نخست، با استفاده از الگوریتم کنترل امپدانس چندگانه اصلاح‌شده می‌توانیم نیروی تعمیم‌یافته مطلوب در امتداد محور X (F_{X})، گشتاور کنترل زاویه‌ی پیچ مطلوب پلتفرم (τ_{θ}) و نیز گشتاور مطلوب اعمالی به مفصل بازو (τ_{arm}) را استخراج نماییم. سپس F_{X} و τ_{θ} به عنوان ورودی به کنترل‌گر دوم (که کنترل‌گر موضعی نامیده شده است) وارد می‌شوند تا در آن با استفاده از این ورودی‌ها، گشتاور هر یک از چرخ‌ها محاسبه گردد.

ساختار کنترل‌گر موضعی به این صورت است که ابتدا به کمک معادله (28) نیروهای مطلوب پیشران بین چرخ‌ها با زمین ($F_{\mathrm{r}}^{\mathrm{des}}$ و $F_{\mathrm{f}}^{\mathrm{des}}$) استخراج می‌گردد.

$$\begin{bmatrix} F_{\mathrm{f}}^{\mathrm{des}} \\ F_{\mathrm{r}}^{\mathrm{des}} \end{bmatrix} = B^{-1}\begin{bmatrix} F_{\mathrm{X}} \\ \tau_{\theta} \end{bmatrix} \qquad (61\text{-a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{bmatrix} \qquad (61\text{-b})$$

هدف آن است که گشتاور اعمالی به چرخ‌ها (T_{r} و T_{f}) به‌گونه‌ای باشد که

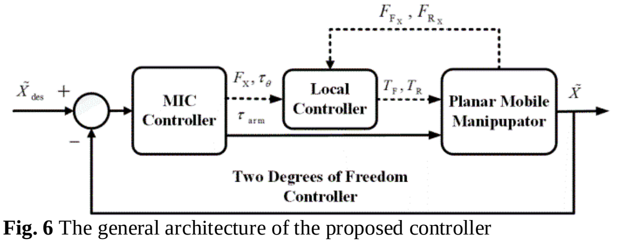

Fig. 6 The general architecture of the proposed controller

شکل 6 دیاگرام کلی معماری کنترل‌گر پیشنهادی

نیروی ایجادشده بین چرخ‌ها و سیستم تعلیق با زمین ($F_{\mathrm{R_X}}$ و $F_{\mathrm{F_X}}$) برابر با مقادیر مطلوب آن‌ها گردد. ازاین‌رو، کنترل‌گر موضعی درواقع یک کنترل‌گر صریح نیرو[1] می‌باشد.

دیاگرام کنترل صریح نیروی رانش چرخ‌های جلو و عقب، در "شکل 7" ارائه گردیده است. جهت کنترل نیروهای رانش دو چرخ از یک کنترل‌گر تناسبی[2]، استفاده گردیده است. این کنترل‌گر به تنظیم گشتاورهای اعمالی به دو چرخ، مقدار نیروی اصطکاک اعمالی از زمین به چرخ‌ها را به‌گونه‌ای تنظیم می‌کند که نیرو و گشتاور موردنیاز جهت کنترل طولی و دورانی پلتفرم مطابق خواسته کنترل‌گر اولیه، MIC، حاصل شود. از مزایای بسیار جالبی که الگوریتم پیشنهادی داراست، عدم وابستگی به مدل بسیار پیچیده در بخش کنترل موضعی نیروست که این به‌نوبه‌ی خود منجر به افزایش قوام کنترل‌گر پیشنهادی در مقابل عدم قطعیت‌های پارامتری و ساختاریافته خواهد گردید.

بدیهی است که در ساختار کنترل‌گر دو درجه آزادی پیشنهاد شده جهت کارهای پیاده‌سازی، وجود یک مجموعه حسگر/تخمین‌گر برای محاسبه نیروهای اصطکاک و رانش دو چرخ ضروری می‌باشد. به عنوان نمونه در معادلات (35) و (36) با دانستن شتاب زاویه‌ای چرخ ها و گشتاور اعمالی به چرخ ها مقدار نیروی اصطکاک رانشی قابل تخمین است. در زمینه تخمین نیروی اصطکاک، پژوهش‌های متنوعی صورت گرفته است، [28,27]، که از رویکردهای مشابه پیشنهاد شده می‌توان استفاده نمود.

همچنین لازم به ذکر است که در فضای مفاصل سیستم صفحه‌ای، دارای چهار متغیر مستقل می‌باشد که عملاً حرکت پلتفرم در جهت Z غیرفعال است. در این راستا، برای صدور فرمان کنترلی، از قانون کنترلی امپدانس چندگانه اصلاح‌شده که به‌تفصیل فرمولاسیون آن بخش 3-1 استخراج‌شده است، بهره خواهیم گرفت و در ادامه با اعمال قانون کنترلی ارائه‌شده در بخش 3-2 متغیرهای فضای کاری را به شکل کامل کنترل خواهیم کرد.

3-3- تحلیل پایداری کنترل کننده‌ی پیشنهادی

برای بررسی پایداری قانون امپدانسی اصلاح شده از روش مستقیم لیاپانوف استفاده می‌کنیم. در این راستا تابع اسکالر مربعی[3] ذیل را در نظر می‌گیریم.

$$V(\tilde{e},\dot{\tilde{e}}) = \frac{1}{2}\dot{\tilde{e}}^{\mathrm{T}} M_{\mathrm{des}}\dot{\tilde{e}} + \frac{1}{2}\tilde{e}^{\mathrm{T}} K_{\mathrm{p}}\tilde{e} \tag{62}$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی (62) نسبت به زمان داریم:

$$\dot{V}(\tilde{e},\dot{\tilde{e}}) = \dot{\tilde{e}}^{\mathrm{T}} M_{\mathrm{des}}\ddot{\tilde{e}} + \dot{\tilde{e}}^{\mathrm{T}} K_{\mathrm{p}}\tilde{e} \tag{63}$$

رابطه‌ی بالا را می‌توان به شکل ذیل نوشت:

$$\dot{V}(\tilde{e},\dot{\tilde{e}}) = \dot{\tilde{e}}^{\mathrm{T}}\left(M_{\mathrm{des}}\ddot{\tilde{X}}_d - M_{\mathrm{des}}\ddot{\tilde{X}} + K_{\mathrm{p}}\tilde{e}\right) \tag{64}$$

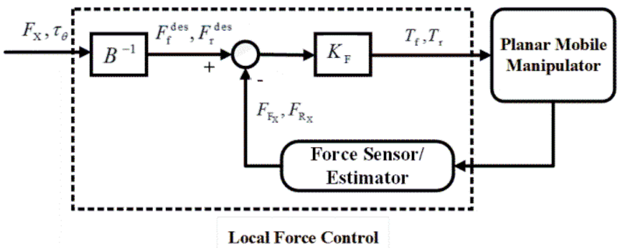

Fig. 7 Explicit force control for tuning of the torques applied on the wheels

شکل 7 کنترل صریح نیرو جهت تنظیم گشتاورهای موردنیاز اعمالی به چرخ‌ها

[1] Explicit Force Control
[2] P_action
[3] quadratic

با استفاده از رابطه‌ی (55) می‌توان نتیجه گرفت که:

$$M_{\mathrm{des}}\ddot{\tilde{X}} = M_{\mathrm{des}}\tilde{H}_{\mathrm{final}}^{-1}\left(\tilde{Q}_{\mathrm{m}} - \tilde{C}_{\mathrm{final}} - \tilde{G}_{\mathrm{final}}\right) \tag{65}$$

با جایگزینی رابطه‌ی (59) در رابطه‌ی (65) و قراردادن نتیجه در معادله‌ی (63) به دست می‌دهد:

$$\dot{V}(\tilde{e},\dot{\tilde{e}}) = -\frac{1}{2}\dot{\tilde{e}}^{\mathrm{T}} K_{\mathrm{d}}\dot{\tilde{e}} \tag{66}$$

رابطه‌ی (66) بیانگر یک تابع نیمه معین منفی است. علی‌رغم این مطلب براساس قضیه‌ی لاسال[4] به سادگی می‌توان نتیجه گرفت که نقطه‌ی تعادل سیستم $(\tilde{e},\dot{\tilde{e}}) = 0$ پایدار مجانبی است. بنابراین الگوریتم پیشنهادی امپدانس اصلاح یافته درصورت فراهم آمدن نیروهای مطلوب رانش $F_{\mathrm{R_X}}$ و $F_{\mathrm{F_X}}$ قانون امپدانسی می تواند به صورت فراگیر هر خطای موقعیت در حوزه‌ی کاری را به صفر برساند. از سوی دیگر همچنان که ذیلاً نشان داده می‌شود، با استفاده از الگوریتم کنترل صریح نیرو و با انتخاب بهره‌های بزرگ می‌توان سرعت، مقادیر نیروی مورد نظر رانشی را در چرخ ها ایجاد نمود. برای این منظور، در روابط دینامیک دورانی چرخها، یعنی روابط (35) و (36)، گشتاور چرخها را از رویکرد پیشنهادی در "شکل 7" جایگزین می‌نماییم، داریم:

$$K_{\mathrm{F}}(F_{\mathrm{r}}^{\mathrm{des}} - F_{\mathrm{T_R}}) - F_{\mathrm{T_R}}R_{\mathrm{R}} - J_{\mathrm{W_R}}\ddot{\phi}_{\mathrm{R}} = 0 \tag{67}$$

چنانچه از ترم شامل اینرسی چرخ بتوان در مقابل سایر ترمها چشم‌پوشی نمود در این صورت از رابطه‌ی بالا می‌توان نتیجه گرفت:

$$F_{\mathrm{T_R}} = \frac{K_{\mathrm{F}}}{K_{\mathrm{F}}+1}F_{\mathrm{r}}^{\mathrm{des}} \tag{68}$$

چنانچه $1 \ll K_{\mathrm{F}}$ در نظر گرفته شود می‌توان نتیجه گرفت که $F_{\mathrm{T_R}} \cong F_{\mathrm{r}}^{\mathrm{des}}$.

4- شبیه‌سازی عملکرد کنترل‌کننده دو درجه آزادی بر سامانه صفحه‌ای چرخ‌دار یک بازویی

در اینجا می‌خواهیم رفتار یک ربات چرخ‌دار مجهز به سیستم تعلیق منعطف که دارای یک بازوی یک درجه‌ی آزادی از نوع دورانی می‌باشد را بررسی نماییم. برای این منظور، سیستمی مشابه "شکل 2" در نظر گرفته که مشخصات هندسی/جرمی و دینامیکی آن در "جدول 1" ذکر گردیده است. لازم به ذکر است که اختصاص چنین پارامترهایی برای سیستم تعلیق خیز استاتیکی در حدود چهار سانتی‌متر و میرایی کمتر از میرایی بحرانی را باعث می‌گردند.

در "شکل 8 "، "شکل 9" و "شکل 10"، مسیرهای مطلوب و واقعی حرکت سیستم نشان داده‌شده‌اند. در این شبیه‌سازی‌ها، متغیرهای خروجی و

جدول 1 پارامترهای هندسی-جرمی بازوی رباتیک چرخ‌دار

Table 1 The mass and geometric parameters of the wheeled explorer

پارامترهای شبیه‌سازی	مقادیر	واحدها
m_0	600	kg
L_0	2	m
H_1	0.6	m
m_{arm}	20	kg
L	1	m
$K_{\mathrm{f}} = K_{\mathrm{r}}$	28700	N/m
$C_{\mathrm{f}} = C_{\mathrm{r}}$	2870	Ns/m
R_{F}	0.1	m
R_{R}	0.3	m
J_0	20	$\mathrm{kgm^2}$
m_{w}	10	kg
μ_{k}	0.9	-
g_{mars}	3.71	$\mathrm{m/s^2}$

[4] La Salle's Principle

موردنظر به‌صورت $\tilde{X} = [X \quad \theta \quad Z_{\text{arm}}]^T$ در نظر گرفته‌شده است. ماتریس‌های بهره در بخش الگوریتم کنترلی امپدانس چندگانه اصلاح‌شده به‌صورت $M_{\text{des}} = \text{diag}(1,1,1)$، $K_d = \text{diag}(20,20,20)$ و $K_p = \text{diag}(200,200,200)$ در نظر گرفته‌شده است. همچنین ماتریس بهره کنترلی در بخش کنترل موضعی به صورت $K_F = \text{diag}(200,200)$ انتخاب گردیده است.

در "شکل 8"، حرکت مرکز جرم پلتفرم در امتداد محور x برحسب زمان رسم گردیده است. همچنان که مشاهده می‌گردد، ربات چرخ‌دار به‌خوبی توانسته است مسیر موردنظر را تعقیب نماید.

در "شکل 9"، مقادیر مطلوب و واقعی زاویه‌ی فراز پلتفرم رسم گردیده است. همچنان که مشاهده می‌گردد، پس از گذشت مدت‌زمان کوتاهی سیستم توانسته است به مقادیر مطلوب زاویه‌ی فراز دست یابد. این متغیر در پلتفرم از نوع غیرفعال بود که با استفاده از تنظیم نیروی اصطکاک دو چرخ توسط کنترل‌گر دولایه طراحی‌شده قابل‌کنترل گردید.

"شکل 10" نحوه‌ی تغییرات مختصات مجری نهایی را در امتداد قائم نشان می‌دهد. همچنان که ملاحظه می‌گردد، مجری نهایی پس از گذشت تقریباً یک ثانیه از آغاز حرکت، خطا را تقریباً به مقدار صفر رسانده و مسیر موردنظر را به‌خوبی ردیابی می‌نماید.

"شکل 11" و "شکل 12" مقادیر ورودی‌های کنترلی چرخ‌های جلو و عقب پلتفرم را برحسب زمان نشان می‌دهد.

5- تعمیم الگوریتم ارایه شده برای حالت حرکت فضایی

در این بخش برآن هستیم تا اصلاحاتی که مورد نیاز است تا آنچه که در مورد

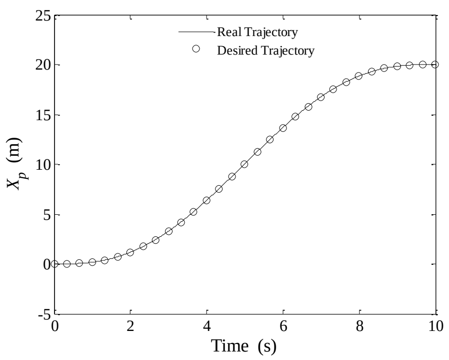

Fig. 8 The trajectory of the platform center of mass along x direction

شکل 8 مسیر حرکت زمانی مرکز جرم پلتفرم در امتداد محور x

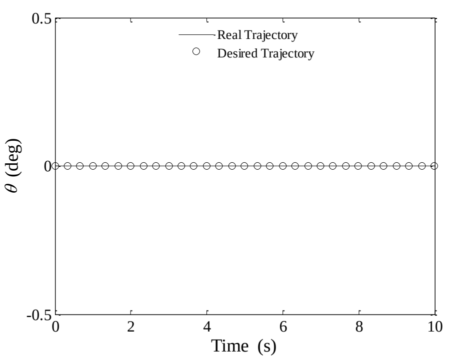

Fig. 9 The trajectory of platform pitch angle

شکل 9 مسیر حرکت زمانی زاویه فراز پلتفرم

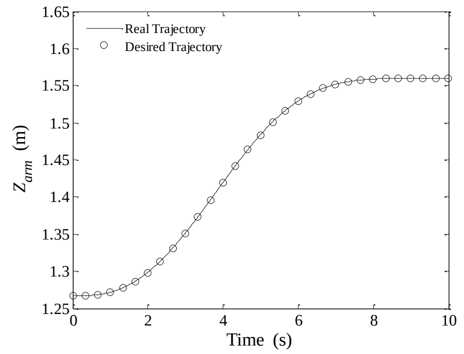

Fig. 10 The trajectory of the end-effector along vertical direction

شکل 10 مسیر حرکت زمانی حرکت مجری نهایی در امتداد قائم

مانور طولی ربات گفته شد، به مانور حرکت کلی آن تعمیم داده می‌شود را به صورت اجمالی مورد بررسی قرار دهیم. با توجه به محدودیت فضا، تنها به صورت فشرده به اهم مطالب پرداخته خواهد شد و از بیان بسیاری از جزییات چشم‌پوشی می‌شود. در این راستا، ابتدا لازم است توجه کنیم که در این حالت، دیاگرام آزاد پایه‌ی ربات به صورت نشان داده شده در "شکل 13" می‌باشد. توجه داشته باشیم که در این دیاگرام نیروهای f_{T} و f_{l} مبین نیروهای پیشران سیستم در جهت‌های طولی و عرضی پایه می‌باشند که در اثر اندرکنش چرخ با زمین به وجود آمده‌اند و براساس روابط (43) به دست می‌آیند. همچنین N_{T} و N_{l} بیان‌کننده‌ی گشتاور نیروهای تعاملی چرخها با زمین هستند که به بدنه‌ی پایه اعمال می‌شوند. F_{FR}، F_{FL}، F_{BR} و F_{BL} بیانگر نیروهایی هستند که از طرف تعلیق به بدنه‌ی پایه اعمال می‌شوند؛ به‌علاوه، N_{n} بیانگر کوپلی است که زاویه‌ی یاو پایه را تنظیم می‌نماید و به صورت مشابه با کوپل های قبلی از گشتاور نیروهای تعاملی چرخها با زمین نشأت می‌گیرد. توجه داشته باشیم که در این دیاگرام، رنچ اعمالی از سوی بازوی اتصالی به بدنه‌ی پایه نیز نشان داده شده‌است. با در نظر گرفتن این دیاگرام آزاد و استفاده از روابط نیوتن-اویلر می توانیم معادلات کل حرکت سیستم را استخراج نماییم. خاطرنشان می‌گردد که چنانچه بستر ربات، یک پایه‌ی شامل چهار چرخ باشد که همگی فرمان‌پذیر بوده و دارای نیروی پیشران مجزا و مستقل باشند، در این حالت، پلتفرم دارای هشت ورودی است و زاویای رول، پیچ، یاو و موقعیت ربات در امتداد محورهای X و Y کنترل‌پذیر می‌باشند. بنابراین چنانچه حتی کاربر علاقمند به تنظیم زوایای رول و پیچ پلتفرم باشد، در این صورت همچنان هشت ورودی داشته و پنج متغیر باید به کمک آنها تنظیم گردد بنابراین با افزونگی در ورودی‌های عملگری مواجه خواهیم بود. اکنون وضعیتی را بررسی می‌نماییم که متغیرهای خروجی پلتفرم، موقعیت آن در امتداد محورهای X و Y و نیز زاویه‌ی یاو می‌باشد. در این حالت، با استفاده از الگوریتم کنترلی امپدانسی اصلاح یافته می‌توان نیروهای f_{T}، f_{l} وکوپل N_{n} را استخراج نمود. اکنون اگر نیروهای بین چرخها و زمین را به عنوان خروجی در نظر بگیریم می‌توان دید که سه معادله ی خطی با هشت مجهول داریم. طبیعتاً حل چنین دستگاههایی پاسخ های متنوع دارد و به کمک بهینه‌سازی می‌توان یک پاسخ مناسب به دست آورد.

پس از محاسبه‌ی نیروهای اعمالی به هر چرخ (X_i و Y_i)، "شکل 5" و معادله‌ی (44) را ببینید، با کمک کنترل موضعی باید گشتاور اعمالی به هر چرخ و زاویه‌ی فرمان آن را محاسبه نمود.

در اینجا تنها حالتی را شرح میدهیم که در آن نیروی طولی اعمالی به

چرخ از نیروی عرضی آن به مراتب بیشتر باشد یعنی، $F_{xi} \geq F_{yi}$، در این صورت داریم

$$X_i = F_{x_i}\cos\delta_i - F_{y_i}\sin\delta_i \cong F_{x_i}\cos\delta_i \quad \text{(69-a)}$$

$$Y_i = F_{x_i}\sin\delta_i + F_{y_i}\cos\delta_i \cong F_{x_i}\sin\delta_i \quad \text{(69-b)}$$

با استفاده از دو رابطه‌ی فوق می‌توان زاویه‌ی فرمان را به صورت ذیل نوشت:

$$\delta_i \approx \operatorname{atan2}(Y_i, X_i) \quad (70)$$

اکنون با توجه به معلوم بودن زاویه‌ی فرمان و به کمک روابط (69)، میزان نیروی رانشی مورد نیاز به دست می‌آید. با استفاده از روند ارایه شده در "شکل 7"، گشتاور اعمالی به هر چرخ به دست می‌آید.

به منظور نشان دادن صحت الگوریتم پیشنهادی، ربات چرخداری با مشخصات ارایه شده در "جدول 1" در نظر گرفته شده است. جهت سادگی، ربات مذکور فاقد بازوی رباتیک در نظر گرفته شده است. این سیستم باید مانوری را در صفحه‌ی افقی XY انجام دهد، "شکل 14" و "شکل 15". همچنان که در " شکل 14" و "شکل 15" ملاحظه میگردد، ربات به خوبی توانسته است مسیرهای حرکت زمانی مطلوب را تعقیب نماید.

6- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک ربات چرخدار با در نظر گرفتن چرخ‌های بادی و مجهز به سیستم تعلیق انعطاف‌پذیر، با در نظر گرفتن مدل دوگاف برای شبیه‌سازی اصطکاک و لغزش چرخ‌ها، مدل‌سازی دینامیکی شد. همچنین با در نظر گرفتن نیروی اصطکاک چرخ‌ها به‌عنوان ورودی‌های کنترلی، به ارائه یک قانون کنترلی دولایه جدید پرداختیم. در این قانون امکان کنترل زاویه رول پلتفرم با تنظیم نیروی اصطکاک چرخ‌ها فراهم گردید. در لایه‌ی نخست کنترل‌گر، حرکت روبات چرخدار با استفاده از قانون کنترلی امپدانسی

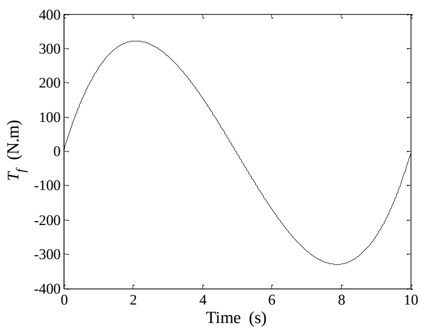

Fig. 11 The torque applied on the front wheel

شکل 11 گشتاور اعمالی به چرخ جلو

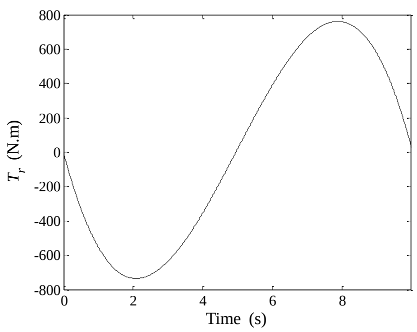

Fig. 12 The torque applied on the rear wheel

شکل 12 گشتاور اعمالی به چرخ عقب

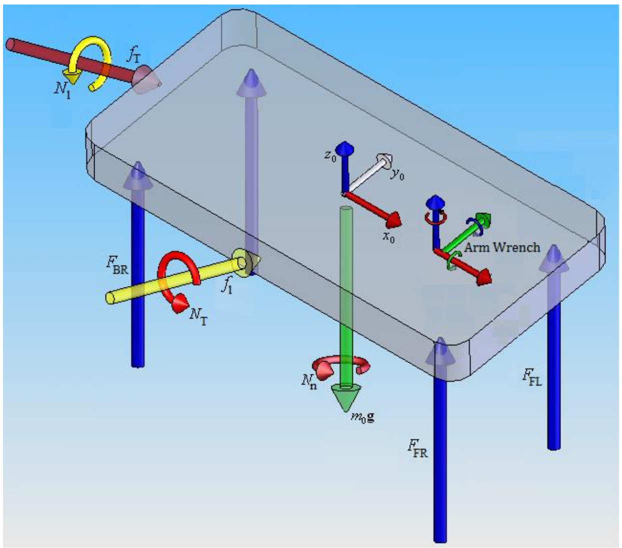

Fig. 13 The free body diagram of platform in 3D motion

شکل 13 پیکره آزاد پلتفرم در حرکت سه بعدی

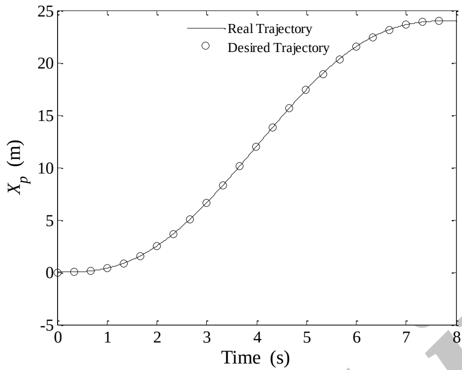

Fig. 14 The trajectory of platform along X axis

شکل 14 مسیر حرکت زمانی پلتفرم در امتداد محور X

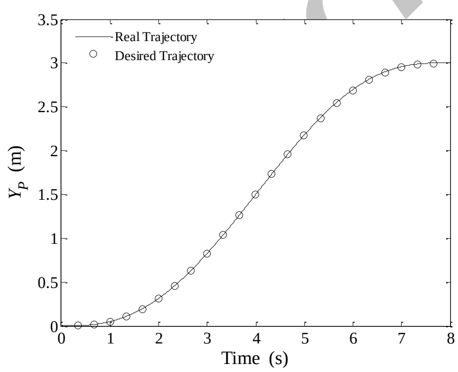

Fig. 15 The trajectory of platform along Y axis

شکل 15 مسیر حرکت زمانی پلتفرم در امتداد محور Y

چندگانه‌ی اصلاح‌شده کنترل‌شد و در لایه‌ی دوم، که کنترل موضعی نامیده می‌شود، گشتاور اعمالی به چرخ‌ها و زوایای فرمان آن‌ها به شکلی تنظیم گردید که نیروها/گشتاورهای خروجی مطلوب لایه‌ی نخست محقق گردد. در لایه نخستِ کنترل‌کننده، به علت وجود مفاصل غیرفعال، استراتژی کنترلی امپدانس چندگانه (MIC) برای حالاتی که از مفاصل غیرفعال بهره گرفته می‌شود، اصلاح شد. نتایج شبیه‌سازی، قابلیت‌های مطلوب الگوریتم کنترلی

جدید را برای ربات چرخ‌دار مجهز به سیستم تعلیق با در نظر گرفتن مدل اصطکاک نشان می‌دهد.

7- تشکر و قدردانی

این مقاله از محل حمایت‌های مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند، جهت انجام طرح پژوهشی داخلی این واحد استخراج شده است.

8- مراجع

[1] *Artist's conception of rover on Mars*, Accessed on 20 January 2017; https://en.wikipedia.org/wiki/Mars_Exploration_Rover.
[2] S. A. A. Moosavian, E. Papadopoulos, Free-flying robots in space: an overview of dynamics modeling, planning and control, *Robotica*, Vol. 25, No. 5, pp. 537–547, 2007.
[3] A. Salerno, J. Angeles, A new family of two-wheeled mobile robots: Modeling and controllability, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 23, No. 1, pp. 169-173, 2007.
[4] S. K. Saha, J. Angeles, Dynamics of nonholonomic mechanical systems using a natural orthogonal complement, *Applied Mechanics*, Vol. 58, No. 1, pp. 238-243, 1991.
[5] S. A. A. Moosavian, E. Papadopoulos, On the kinematics of multiple manipulator space free-flyers and their computation, *Robotic Systems*, Vol. 15, No. 4, pp. 207-216, 1998.
[6] S. A. A. Moosavian, E. Papadopoulos, Explicit dynamics of space free-flyers with multiple manipulators via SPACEMAPLE, *Advanced robotics*, Vol. 18, No. 2, pp. 223-244, 2004.
[7] R. Rastegari, S. A. A. Moosavian, Multiple impedance control of non-holonomic wheeled mobile robotic systems performing object manipulation tasks, *Engineering Faculty*, Tehran University, Vol. 39, No. 1, pp. 15-30, 2005. (in Persian فارسی)
[8] E. Papadopoulos, J. Poulakakis, Planning and model-based control for mobile manipulators, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on in Intelligent Robots and Systems*, Takamatsu, Japan, pp. 1810-1815, 2000.
[9] S. A. A. Moosavian, A. Mirani, Dynamics and motion control of wheeled robotic systems, *Esteghlal Engineering*, Isfahan University of Technology, Vol. 24, No. 2, pp. 193-214, 2006. (in Persian فارسی)
[10] Q. Yu, I.-M. Chen, A general approach to the dynamics of nonholonomic mobile manipulator systems, *dynamic systems, measurement, and control*, Vol. 124, No. 4, pp. 512-521, 2002.
[11] H. G. Tanner, K. J. Kyriakopoulos, N. Krikelis, Modeling of multiple mobile manipulators handling a common deformable object, *Robotic Systems*, Vol. 15, No. 11, pp. 599-623, 1998.
[12] S. A. A. Moosavian, M. Eslamy, Object manipulation by multiple arms of a wheeled mobile robotic system, *IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, Chengdu, China, pp. 1124-1129, 2008.
[13] Y. Li, Y. Liu, Kinematics and tip-over stability analysis for the mobile modular manipulator, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C:Mechanical Engineering Science*, Vol. 219, No.3, pp. 331-342, 2005.
[14] A. K. Khalaji, S. A. A. Moosavian, Dynamic modeling and tracking control of a car with n trailers, *Multibody System Dynamics*, Vol. 37, No. 2, pp. 211–225, 2016.
[15] A. Khanpoor, A. K. Khalaji, S. A. A. Moosavian, Dynamics and control of wheeled mobile robot attached by trailer with passive spherical wheels, *Modares Mechanical Enginnering*, Vol. 15, No. 8, pp. 216-226, 2015.(in Persian فارسی)
[16] A. K. Khalaji, S. A. A. Moosavian, Design and Implementation of a Fuzzy Sliding Mode Control Law for a Wheeled Robot Towing a Trailer, *Modares Mechanical Enginnering*, Vol. 14, No. 4, pp. 91-98, 2014.(in Persian فارسی)
[17] A. K. Khalaji, S. A. A. Moosavian, Stabilization of a tractor-trailer wheeled robot, *Mechanical Science and Technology*, Vol 30, No. 1, pp. 421–428, 2016.
[18] C. B. Low, D. Wang, Maneuverability and path following control of wheeled mobile robot in the presence of wheel skidding and slipping, *Field Robotics*, Vol. 27, No. 2, pp.127-144, 2010.
[19] Y. Tian, N. Sarkar, Control of a mobile robot subject to wheel slip, *Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 74, No. 3-4, pp.915-929, 2014.
[20] N. Sidek, N. Sarkar, Exploiting wheel slips of mobile robots to improve navigation performance, *Advanced Robotics*, Vol. 27, No. 8, pp.627–639, 2013.
[21] J. H. Chung, S. Velinsky, Modeling and control of a mobile manipulator, *Robotica*, Vol. 16, No.6, pp. 607-613, 1998.
[22] M. Eslamy, S. A. A. Moosavian, Dynamics modelling of suspended mobile manipulators: An explicit approach with verification, *Modelling and Simulation*, Vol. 31, No. 2, pp. 112-119, 2011.
[23] M. Eslamy, S. A. A. Moosavian, Dynamics and cooperative object manipulation control of suspended mobile manipulators, *Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 60, No. 2, pp. 181-199, 2010.
[24] K. Alipour, S. A. A. Moosavian., Effect of terrain traction, suspension stiffness and grasp posture on the tip-over stability of wheeled robots with multiple arms, *Advanced Robotics*, Vol. 26, No. 8-9, pp. 817-842, 2012
[25] S. Horiuchi, K. Okada, S. Nohtomi, Effects of integrated control of active four wheel steering and individual wheel torque on vehicle handling and stability: A comparison of alternative control strategies, *Proceedings of the 16th IAVSD*, Pretoria, Soth Africa, 1999.
[26] S. A. A. Moosavian, E. Papadopoulos, Cooperative object manipulation with contact impact using multiple impedance control, *Control, Automation, and Systems*, Vol. 8, No. 2, pp. 314-327, 2010.
[27] C. Ahn , H. Peng, H. E. Tseng, Robust estimation of road friction coefficient using lateral and longitudinal vehicle dynamics, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 50, No. 6, pp. 961-985 , 2012.
[28] K. B. Singh, S. Taheri, Estimation of tire–road friction coefficient and its application in chassis control systems, *Systems Science & Control Engineering*, Vol. 3, No. 1, pp. 39-61 , 2015.