



## کنترل غیرخطی مسیر هوای موتور دیزل پرخوران شده با استفاده از بهینه‌سازی

احمد اساسی<sup>1</sup>، مهدی میرزایی<sup>2\*</sup>، رحیم خوشبختی سرای<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

\* تبریز، صندوق پستی 51335-1996، mirzaei@sut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 01 اردیبهشت 1396

پذیرش: 17 اردیبهشت 1396

ارائه در سایت: 13 خرداد 1396

کلید واژگان:

موتور اشتعال تراکمی

نسبت هوا به سوخت

کنترل غیرخطی

بهینه‌سازی

پیش‌بینی

### چکیده

در کار حاضر به کنترل مسیر هوای موتور دیزل پرخوران شده توسط یک کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر بهینه‌سازی پرداخته می‌شود. بدین منظور نسبت هوا به سوخت و فشار چند راهه‌ی خروجی با محاسبه‌ی آهنگ جرمی گازهای پرخورانی و بازخورانی شده کنترل می‌گردند. کنترل نسبت هوا به سوخت که تأثیرگذار بر توان تولیدی موتور، مصرف سوخت و نشر آلاینده‌ها می‌باشد با محاسبه آهنگ جرمی هوا و با فرض معلوم بودن مسیر سوخت انجام می‌گیرد. برای مدل‌سازی و حصول معادلات دینامیکی مسیر هوا از روش مقدار متوسط به‌عنوان روشی مناسب با زمان محاسباتی کم، استفاده شده است. جریان جرمی هوا توسط قوانین کنترلی محاسبه شده و به‌وسیله پرخورانی و بازخورانی گازهای خروجی اعمال می‌گردد. در روش کنترلی پیشنهادی، ابتدا پاسخ غیرخطی سیستم توسط بسط تیلور پیش‌بینی شده و سپس قوانین کنترلی از طریق حداقل کردن اختلاف پاسخ مطلوب و پاسخ واقعی به دست می‌آید. برای بررسی و مقایسه عملکرد کنترل‌کننده بهینه‌ی پیشنهادی، یک کنترل‌کننده‌ی مدل‌زنی نیز طراحی شده است. نتایج تحلیل‌ها و شبیه‌سازی نشان می‌دهد که آهنگ جرمی هوا و فشار چند راهه‌ی خروجی به مقادیر مطلوب، کاملاً نزدیک است و در نتیجه نسبت کلی هوا به سوخت به‌خوبی کنترل شده است. بدین ترتیب کنترل‌کننده‌ی طراحی شده می‌تواند با مصرف انرژی بهینه با موفقیت از عهده‌ی اثرات غیرخطی موجود در مدل دینامیکی موتور برآید.

## Nonlinear Control of Air path in a Turbocharged Diesel Engine Using Optimization

Ahmad Assasi<sup>1</sup>, Mehdi Mirzaei<sup>2\*</sup>, Rahim Khoshbakhti Saray<sup>3</sup>

Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran.

\* P.O.B. 51335-1996, Tabriz, Iran, mirzaei@sut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 21 April 2017  
Accepted 07 May 2017  
Available Online 03 June 2017

#### Keywords:

Compression ignition engine  
Air fuel ratio  
Nonlinear control  
Optimization  
Prediction

### ABSTRACT

In this paper, an optimization-based nonlinear control strategy is applied to air path control of a turbocharged diesel engine. For this aim, the air-fuel ratio (AFR) and the pressure of exhaust manifold are controlled by calculating the air mass flow rates of turbocharger and exhaust gas recirculation. Controlling AFR which affects engine power, fuel consumption and exhaust emissions, is carried out by calculating the air mass flow rate with the assumption of known fuel path. For air path modelling, the mean value model which is a suitable method with low computational time is used to achieve the air path equations. Air mass flow is calculated by the developed control laws and applied by the turbocharger and exhaust gas recirculation. In the proposed control method, the nonlinear system response is firstly predicted by Taylor series expansion and then the optimal control law is developed by minimizing the difference between the desired response and the actual response. To compare the performance of the proposed optimal controller, a sliding mode controller has been also designed. The simulation results show that the rate of air mass and the pressure of exhaust manifold are close to their desired values and consequently the AFR is well controlled. Therefore, the designed controller with optimal inputs can successfully cope with the nonlinearities existing in engine dynamics model.

### 1- مقدمه

هوا به سوخت<sup>2</sup> (AFR) اشاره کرد. تمامی این پارامترها زیرمجموعه‌ی دو حلقه‌ی کنترلی مسیر هوا<sup>3</sup> و مسیر سوخت<sup>4</sup> می‌باشند [1]. موتور خودرو دارای شرایط عملکردی متفاوتی می‌باشد که دینامیک موتور به‌شدت به این شرایط وابسته است. از میان تمام متغیرهای کنترلی موتور، نسبت هوا به سوخت که مؤثر بر هر دو حلقه‌ی کنترلی است، نشر

سیستم‌های کنترل موتورهای احتراق داخلی برای دستیابی هم‌زمان به کارکرد نرم موتور با بازده بالا و کاهش مصرف سوخت و آلاینده‌ها به‌صورت چشمگیری در حال توسعه می‌باشند. در این راستا می‌توان به سیستم‌های کنترل سرعت بی‌باری<sup>1</sup>، گشتاور موتور، زمان پاشش سوخت و کنترل نسبت

<sup>2</sup> Air fuel ratio

<sup>3</sup> Air path

<sup>4</sup> Fuel path

<sup>1</sup> Idle speed

کنترل استفاده نمایند [65].

تا به امروز روش‌های کنترلی متنوعی برای کنترل موتور دیزل استفاده شده است که از این بین می‌توان به کنترل خطی با پارامتر متغیر یا  $LPV^{11}$  [8،7]، کنترل مقاوم  $H_{\infty}$  [9]، کنترل تطبیقی [10]، کنترل خطی ثابت بازمان یا  $LTI^{12}$  [11]، کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل شبکه محلی [12]، روش کنترلی خطی سازی فیدبک [13]، کنترل مدل‌گزشی [14] و کنترل پیش‌بین یا  $MPC^{13}$  [15] اشاره کرد. پژوهش‌های انجام شده نشان می‌دهد که برای کنترل مسیر هوای موتور دیزل پرخوران شده یا از روش‌های کنترل خطی استفاده شده است که توانایی بالا در ایجاد ارتباط مستقیم بین خواص عملکردی و ورودی‌ها را بدلیل ساختار غیرخطی موتور ندارند و یا از روش‌های کنترل غیرخطی بدون توجه به بهینه‌سازی استفاده شده است. بنابراین برای کنترل مناسب هر دو ورودی از روشی باید استفاده نمود که دارای عملکردی بهینه بوده و مشخصه‌های حاصل از اثرات غیرخطی سیستم موتور را در برداشته باشد. ضمن اینکه کنترل کننده طراحی شده مناسب برای پیاده‌سازی و نیازمند به حجم محاسبات کمتری باشد.

در کار حاضر، برای کنترل مسیر هوا یک روش غیرخطی مبتنی بر بهینه‌سازی توسعه داده می‌شود و ورودی‌های کنترلی برای یک سیستم چند متغیره بدست می‌آید. برای اجتناب از روش‌های حل عددی در مسائل بهینه‌سازی و به‌ویژه برای مدل غیرخطی موتور که به حجم محاسبات زیادی نیازمند است، استفاده از روش‌های تحلیلی در پیدا کردن قوانین کنترلی مورد توجه است. با توجه به آثار غیرخطی در مدل دینامیکی موتور، رسیدن به جواب‌های تحلیلی بویژه برای سیستم چند متغیره با استفاده از روش‌های کلاسیک کنترل بهینه بسیار مشکل و حتی غیرممکن است؛ بنابراین در تحقیق حاضر از روشی استفاده می‌شود که در آن پاسخ سیستم از طریق بسط تیلور<sup>14</sup> پیش‌بینی شده و قوانین کنترلی بر اساس کمینه کردن اختلاف پاسخ‌های مطلوب و پیش‌بینی شده به دست می‌آید.

در روش کنترلی موردنظر برای بالا بردن دقت پیش‌بینی، نیازی به انتخاب تعداد جملات بیشتر از بسط تیلور نیست زیرا این کار باعث پیچیدگی کنترل کننده می‌شود. از این رو با انتخاب جملات بسط که متناسب با درجه‌ی نسبی سیستم غیرخطی می‌باشد، اثر خطای قطع بسط تیلور در خطای ردیابی به حداقل می‌رسد. برای بررسی عملکرد کنترل کننده غیرخطی بهینه، یک کنترل کننده‌ی غیرخطی برای مدل موردنظر با استفاده از روش کنترل مد لغزشی مطابق با مرجع [14] طراحی می‌شود تا به مقایسه عملکرد دو کنترل کننده پرداخته شود.

در راستای رسیدن به اهداف مذکور، ادامه مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش 2 به مدل‌سازی دینامیکی مسیر هوای موتور دیزل با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و ملزومات لازم برای به دست آوردن معادلات نهایی سیستم پرداخته خواهد شد. در بخش 3 ابتدا معادلات موتور به شکل فضای حالت نمایش داده می‌شوند که سیستم کنترلی از مرتبه سوم بوده و دارای 2 ورودی کنترلی می‌باشد. سپس با تشریح روش‌های کنترلی موردنظر، قوانین کنترلی استخراج می‌شوند. در بخش آخر نیز نتایج شبیه سازی برای ردیابی مدل مطلوب توسط کنترل کننده‌های طراحی شده، ارائه و مورد بحث قرار می‌گیرد.

آلاینده‌ها و بازده تبدیل سوخت را به صورت قابل توجه تحت تأثیر قرار می‌دهد. انحراف نسبت هوا به سوخت در حالت‌های گذرا ناشی از دو عامل محاسبه‌ی نادرست میزان هوای ورودی به سیلندر و اثرات دینامیک سوخت می‌باشد.

یکی از گونه‌های پرکاربرد موتورهای احتراق داخلی، موتورهای دیزلی می‌باشند که در آن از چرخه‌ی دیزل برای ایجاد حرکت استفاده می‌شود. فرق اصلی آن‌ها با دیگر موتورها، استفاده از احتراق در اثر تراکم است [2]. موتورهای دیزلی یا اشتعال تراکمی<sup>1</sup> (CIE) به دلیل مصرف سوخت پایین و سهولت فرآوری سوخت دیزل، یکی از کارآمدترین موتورهای احتراق داخلی می‌باشند به نحوی که امروزه حدود 60 درصد خودروهای سواری موجود در اروپا از قوای محرکه‌ی دیزلی برای رانش خودرو استفاده می‌کنند [3].

موتورهای دیزلی در مقایسه با موتورهای تجاری شده‌ی دیگر نسبت تراکم‌های بالاتری دارند، در نتیجه بازده حرارتی آن‌ها (بازده تبدیل سوخت) بیشتر می‌باشد، اما به دلیل این که نسبت کلی هوا به سوخت در این موتورها، فقیر (کم‌تر از مقدار استوکیومتریک<sup>2</sup>) است، دارای دو مشکل عمده‌ی زیر می‌باشند:

1) برای یک حجم جایجایی مشخص موتور، اغلب توان خروجی ترمزی کم‌تری از این موتورها نسبت به دیگر موتورها دیده می‌شود و با توجه به این که مقدار سوخت پاشیده شده برای تقویت توان موتور دیزل با حد دوده<sup>3</sup> محدود می‌شود، سوخت تا یک حد مشخصی می‌تواند در محفظه‌ی سیلندر پاشیده شود و از آن به بعد نه تنها توان موتور بالا نمی‌رود، بلکه موتور شروع به دود کردن نیز می‌کند؛ بنابراین یکی از مهم‌ترین مشکلات موتور دیزل چگالی توان کم آن‌ها می‌باشد [4].

2) موتورهای دیزلی در کاهش نشر دی‌اکسید کربن<sup>4</sup> ( $CO_2$ ) موفق عمل می‌کنند، اما آلاینده‌های اکسیدهای نیتروژن<sup>5</sup> ( $NO_x$ ) و ذرات معلق<sup>6</sup> (PM) (PM) بیش‌تری تولید می‌نمایند [4].

در دو دهه‌ی اخیر عملگرهای پیشرفته‌ای برای رفع عیوب موتورهای دیزلی استفاده شده است. از مهم‌ترین عملگرهای مورد استفاده، باز خورانی گازهای خروجی<sup>7</sup> (EGR) و توربوشارژر هندسه متغیر<sup>8</sup> (VGT) می‌باشد. استفاده از EGR منجر به کاهش آلاینده‌ی  $NO_x$  شده و VGT باعث افزایش توان موتور و بهره‌وری بیش‌تر از سوخت پاشیده شده می‌شود. به مجموع این دو عملگر و چند راه‌های<sup>9</sup> ورودی و خروجی، مسیر هوا گفته می‌شود که ورودی‌های این مسیر، دو عملگر اشاره شده می‌باشند.

موتور دیزل پرخوران شده، یک سیستم غیرخطی چند ورودی- چند خروجی<sup>10</sup> (MIMO) می‌باشد که به روش‌های مختلف قابل کنترل است. متأسفانه به دلیل متغیر و فقیر بودن نسبت سوخت به هوا در موتورهای دیزلی، صرفاً با استفاده از حس‌گرهای فشار و اکسیژن نمی‌توان از انحراف AFR نسبت به حالت استوکیومتریک جلوگیری کرد. کنترل نسبت هوا به سوخت در موتورهای بنزینی معمولاً با کنترل مسیر سوخت امکان‌پذیر است ولی در موتورهای دیزلی، اگرچه در گذشته این مسیر برای کنترل سیستم موتور استفاده می‌شده است، به دلیل ناتوانی این مسیر در بهبود وضعیت توان و آلاینده‌ی موتور، محققان را بر آن داشت تا از مسیر هوا برای مدل‌سازی و

<sup>1</sup> Compression ignition engine

<sup>2</sup> Stoichiometric

<sup>3</sup> Smoke limit

<sup>4</sup> Carbon di oxides

<sup>5</sup> Nitrogen oxides

<sup>6</sup> Particulate matters

<sup>7</sup> Exhaust gas recirculation

<sup>8</sup> Variable geometry turbocharger

<sup>9</sup> Manifold

<sup>10</sup> Multi-Input Multi-Output

<sup>11</sup> linear parameter-varying

<sup>12</sup> Linear time invariant

<sup>13</sup> Model predictive control

<sup>14</sup> Taylor expansion

## 2- مدل سازی موتور دیزل

در این بخش به مدل‌سازی مسیر هوای موتور دیزل پرخوران شده به همراه EGR بر اساس مدل مقدار متوسط و مبتنی بر قوانین بقای جرم و انرژی می‌پردازیم.

مدل کامل موتور، یک معادله دیفرانسیل مرتبه هفت می‌باشد که برای صحت‌سنجی از آن استفاده می‌شود، اما با توجه به فرضیات انجام‌شده، شامل ثابت گرفتن دمای چند راهه‌های ورودی و خروجی، بازده‌های کمپرسور و توربین و بازده حجمی، مدل موردنظر به مرتبه سه تقلیل می‌یابد. [17,16,7]

"شکل 1" نمای مدل مسیر هوای موتور را نشان می‌دهد که در ادامه به بررسی سه زیرسیستم اصلی آن، یعنی چند راهه‌ی ورودی، چند راهه‌ی خروجی و توربوشارژر می‌پردازیم.

## 1-2- چند راهه‌ی ورودی

برای مدل‌سازی چند راهه ورودی، در ابتدا معادله‌ی بقای جرم برای چند راهه‌ی ورودی نوشته می‌شود که در آن تغییرات جرم چند راهه برابر است با:

$$\frac{dm_i}{dt} = \dot{m}_a + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_e \quad (1)$$

$\dot{m}_{egr}$  آهنگ جرمی گاز عبوری از شیربازخورانی گازهای خروجی و  $\dot{m}_e$  آهنگ جرمی گازهای ورودی به محفظه‌ی احتراق می‌باشند.  $\dot{m}_a$  مقدار آهنگ جرمی هوای خروجی از کمپرسور است.

سپس با استفاده از قانون اول ترمودینامیک برای توان کمپرسور و فرضیات موجود، رابطه‌ی نهایی آهنگ جرمی، به صورت رابطه‌ی زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{m}_a = \frac{P_c \eta_c}{c_p T_a \left( \left( \frac{p_i}{p_a} \right)^\mu - 1 \right)} \quad (2)$$

در نتیجه با مشتق‌گیری از معادله حالت گاز ایده آل و جایگذاری در (1) و با توجه به اینکه تغییرات دما در مقابل تغییرات فشار ناچیز است، تغییرات فشار چند راهه‌ی ورودی به دست می‌آید.

$$\dot{p}_i = \frac{R T_i}{V_i} (\dot{m}_a + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_e) \quad (3)$$

در روابط فوق دما و فشار ورودی به کمپرسور، به ترتیب  $p_a$  و  $T_a$  و همچنین  $T_c$  دمای جریان بعد از کمپرسور،  $\eta_c$  بازده کمپرسور،  $P_c$  توان کمپرسور و  $p_i$

هم‌فشار چند راهه‌ی ورودی است.  $\mu$  نیز برای سهولت در محاسبات به صورت  $\mu = (c_p - c_v)/c_p$  تعریف می‌شود.

$\dot{m}_{egr}$  بر پایه‌ی اختلاف فشار موجود در چند راهه‌های ورودی و خروجی و با استفاده از روابط ترمودینامیکی برای انبساط آیزنتروپیک به صورت رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [18,17].

$$\dot{m}_{egr} = C_d A_{egr}(x_e) \frac{p_x}{\sqrt{R T_x}} \psi(p_i, p_x) \quad (4)$$

که در رابطه (4)،  $A_{egr}$  سطح مقطع مؤثر بازشدگی شیر EGR و تابعی از درصد بازشدگی شیر ( $x_e$ ) می‌باشد.  $C_d$  ضریب تخلیه شیر EGR می‌باشد که عموماً در  $A_{egr}$  لحاظ می‌شود و عملاً از ظاهر معادله حذف می‌شود. همچنین  $\psi$ ، تابعی از نسبت فشار قبل و بعد از شیر می‌باشد و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\psi \left( \frac{p_{in}}{p_{out}} \right) = \begin{cases} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} & p_{out} < p_{cr} \\ \left( \frac{p_{in}}{p_{out}} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left( 1 - \left( \frac{p_{in}}{p_{out}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)} & p_{in} \geq p_{cr} \end{cases} \quad (5)$$

با توجه به اینکه قسمت اعظم مجموعه سیال ورودی به موتور هوا می‌باشد، می‌توان ضریب نسبت گرماهای ویژه ( $k$ ) را برابر با مقدار آن برای هوا یعنی 1.4 در نظر گرفت. در رابطه‌ی (5)،  $p_{cr}$  فشار بحرانی می‌باشد و زمانی که جریان در قسمت باریک یا تنگ‌شده به شرایط صوتی می‌رسد، اتفاق می‌افتد. اگر فشار بحرانی برابر  $\left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} p_{in}$  باشد و فشار ورودی و خروجی همان فشارهای چند راهه‌های ورودی و خروجی باشند،  $\psi$  به صورت رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود [1].

$$\psi \left( \frac{p_i}{p_x} \right) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \leq \frac{p_i}{p_x} \leq 0.5 \\ \sqrt{2 \frac{p_i}{p_x} \left( 1 - \frac{p_i}{p_x} \right)} & 0.5 \leq \frac{p_i}{p_x} \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

برای آهنگ جرمی ورودی به سیلندر، از رابطه‌ی سرعت چگالی استفاده می‌شود. مفهوم این روش، بر اساس چگالی هوای داخل سیلندر می‌باشد و فرض می‌شود که مقدار آن در نقطه‌ی BDC، برابر چگالی هوای درون چند راهه باشد.

$$\dot{m}_e = \frac{1}{2} \frac{N}{60} \frac{p_i}{R T_i} V_d \eta_v \quad (7)$$

دور موتور  $N$  برحسب دور بر دقیقه است. واحد آهنگ جرمی هوا به فرم  $(\text{kg}/\text{sec})_{\text{cycle}}$  به دست می‌آید و چگالی هوا نیز از معادله‌ی حالت گاز ایده آل برای چند راهه‌ی ورودی به دست می‌آید.

## 2-2- چند راهه‌ی خروجی

گازهای حاصل از فرآیند احتراق در انتهای کورس انبساط به محض باز شدن سوپاپ‌های خروجی وارد چند راهه‌ی خروجی می‌شوند. اهمیت این گازها، برای موتورهای مجهز به توربوشارژر و EGR بسیار زیاد است. چراکه بخشی از آن توسط EGR به محفظه‌ی سیلندر باز خورانی شده و بقیه‌ی آن صرف تأمین انرژی لازم برای چرخش توربین می‌شود. عامل مؤثر و متغیر در چند راهه‌ی خروجی همچون چند راهه‌ی ورودی، فشار می‌باشد و آهنگ تغییرات آن تأثیر بسزایی در عملکرد مسیر جریان هوا دارد. در این بخش، معادله‌ی حاکم بر چند راهه‌ی خروجی که همان آهنگ تغییرات فشار آن می‌باشد، به دست خواهد آمد. در ابتدا، معادله‌ی بقای جرم برای چند راهه خروجی نوشته

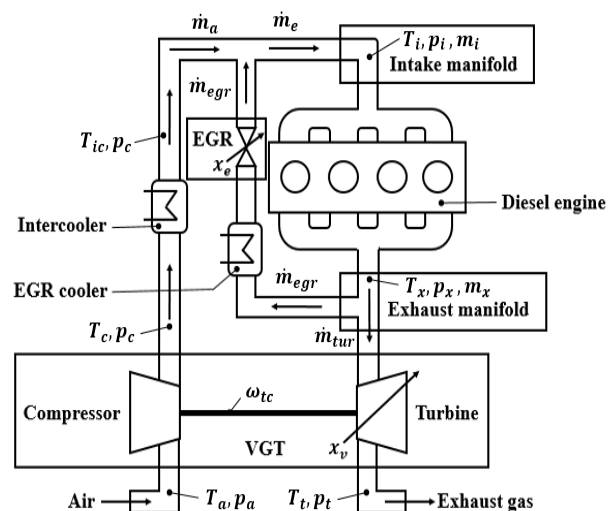


Fig. 1 Schematic diagram of turbocharged diesel engine with EGR

شکل 1 نمای کلی موتور دیزل مجهز به EGR و VGT

$$P_t = \dot{m}_{tur} c_p T_x \eta_t \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_x}\right)^\mu\right) \quad (14)$$

با توجه به روابط (3)، (11) و (13) مشاهده می‌شود که سه پارامتر متغیر در این مدل‌سازی فشار چند راهی ورودی  $p_i$ ، فشار چند راهی خروجی  $p_x$  و توان کمپرسور  $P_c$  می‌باشند که در بخش بعد به‌عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته می‌شوند.

با دقت در روابط (3)، (11) و (13) به‌وضوح تأثیر مستقیم دو عملگر EGR و VGT در معادلات موردنظر دیده می‌شود. بنابراین، دبی عبوری از این دو عملگر به‌عنوان ورودی‌های کنترلی سیستم در نظر گرفته می‌شوند. نکته‌ی آخر در بحث مدل‌سازی، انتخاب خروجی می‌باشد که  $\dot{m}_a$  به‌عنوان دبی جرمی هوای واردشده به چند راهی ورودی بیش‌ترین تأثیر را بر روی نسبت کلی هوا به سوخت دارد، بنابراین یکی از خروجی‌ها این پارامتر می‌باشد و خروجی دوم، فشار چند راهی خروجی در نظر گرفته خواهد شد، که متأثر از هردو ورودی می‌باشد.

### 3- طراحی کنترل‌کننده

#### 3-1- نمایش معادلات موتور به شکل فضای حالت

با توجه به بخش قبل، مدل پایه مسیر هوای موتور دیزل در شکل فضای حالت را می‌توان با یک سیستم غیرخطی مرتبه سه با دو ورودی و دو خروجی به‌صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= f(X) + g(X)U \\ Y &= h(X) \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن متغیرهای حالت، ورودی‌های کنترلی و خروجی‌ها به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_i \\ p_x \\ P_c \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{egr} \\ \dot{m}_{tur} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_a \\ p_x \end{bmatrix} \quad (18)$$

و عناصر توابع غیرخطی  $f_{3 \times 1}$  و  $g_{3 \times 2}$  از روی معادلات سیستم به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} f_1 &= k_1 \dot{m}_a - k_1 k_e x_1; \quad f_2 = k_2 k_e x_1 + k_2 \dot{m}_f; \\ f_3 &= \frac{-x_3}{\tau} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} g_{11} &= k_1; \quad g_{12} = 0; \quad g_{21} = -k_2; \quad g_{22} = -k_2; \\ g_{31} &= 0; \quad g_{32} = \frac{k_t}{\tau} \left(1 - \left(\frac{p_a}{x_2}\right)^\mu\right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$h_1 = \dot{m}_a; \quad h_2 = x_2 \quad (21)$$

در روابط فوق،  $\dot{m}_a$  رابطه (2) بر حسب متغیر حالت اول نوشته می‌شود. همچنین  $k_e = N V_a \eta_v / 120 R T_i$ ،  $k_2 = R T_x / V_x$ ،  $k_1 = R T_i / V_i$  و  $k_t = \eta_t c_p T_x \eta_m$  می‌باشند و قابل توجه است که دور موتور  $N$  و مقدار سوخت پاشیده شده  $\dot{m}_f$  مقادیر معلومی هستند و در هر نقطه‌ی کارکردی موتور تغییر می‌کنند. اگرچه این دو پارامتر ورودی کنترلی نمی‌باشند، اما به دلیل متغیر بودن آن‌ها در هر نقطه‌ی کارکردی، به‌عنوان متغیرهای خارجی یا اغتشاشات معلوم در نظر گرفته می‌شوند [11].

از معادلات سیستم ملاحظه می‌شود که درجه نسی هر کدام از خروجیها برابر یک می‌باشد و طبق تعریف، ورودیهای کنترلی در اولین مشتق خروجی برای اولین بار بصورت زیر ظاهر می‌شوند [20، 19]:

$$\dot{y}_1 = \dot{m}_a = z_1 + z_2 u_1 + z_3 u_2 \quad (22)$$

می‌شود که در آن  $\dot{m}_f$  آهنگ جرمی سوخت پاشیده شده و  $\dot{m}_{tur}$  آهنگ جرمی گازهای خروجی به سمت توربین می‌باشند.

$$\frac{dm_x}{dt} = \dot{m}_e + \dot{m}_f - \dot{m}_{egr} - \dot{m}_{tur} \quad (8)$$

با توجه به این که در کار حاضر حلقه‌ی کنترلی مسیر هوا مدنظر است و مسیر سوخت معلوم در نظر گرفته می‌شود، دو پارامتر اصلی مسیر سوخت یعنی دور موتور و مقدار سوخت پاشیده شده به‌عنوان متغیرهای خارجی معلوم در نظر گرفته می‌شوند. محاسبه‌ی  $\dot{m}_{tur}$  که همان آهنگ جرمی عبوری از توربین می‌باشد به این صورت است که پره‌های توربین VGT به‌صورت یک روزنه در نظر گرفته شده و جریان عبوری از آن همانند شیر EGR قابل تراکم است [17].

$$\dot{m}_{tur} = C_t A_{vgt}(x_p) \varphi \left(\frac{p_a}{p_x}\right) \quad (9)$$

در رابطه‌ی (9)،  $A_{vgt}$  سطح مقطع مؤثر بازشدگی پره‌های توربین می‌باشد که تابع درجه‌یک، از درصد بازشدگی پره‌ها در نظر گرفته می‌شود و رابطه‌ی کاربردی بیش‌تر مراجع برای  $\varphi$  به‌صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} \varphi \left(\frac{p_a}{p_x}\right) &= \left[ c \left(\frac{p_x}{p_a} - 1\right) + d \right] \frac{p_x}{p_{ref}} \sqrt{\frac{T_{ref}}{T_x}} \sqrt{2 \frac{p_a}{p_x} \left(1 - \frac{p_a}{p_x}\right)} \end{aligned} \quad (10)$$

برای به دست آوردن معادله‌ی فشار از معادله‌ی حالت گاز ایده آل در چند راهی خروجی هوا مشتق گرفته می‌شود و با جایگذاری در رابطه (8) آهنگ تغییرات فشار چند راهی خروجی به دست می‌آید.

$$\dot{p}_x = \frac{R T_x}{V_x} (\dot{m}_e + \dot{m}_f - \dot{m}_{egr} - \dot{m}_{tur}) \quad (11)$$

#### 3-2- توربوشارژر

سومین معادله‌ی لازم برای مدل‌سازی مسیر هوا، از معادله‌ی دینامیکی شفت توربوشارژر حاصل می‌شود [17، 18].

$$\dot{\omega}_{tc}(t) = \frac{1}{I_{tc}} (T r_t(t) - T r_c(t) - T r_f(t)) \quad (12)$$

در رابطه‌ی (12)،  $I_{tc}$  لختی چرخشی<sup>1</sup> شفت اتصالی توربین و کمپرسور در توربوشارژر می‌باشد و  $T r_t(t)$  و  $T r_c(t)$  و  $T r_f(t)$  به ترتیب گشتاور اتلافی ناشی از اصطکاک یاتاقان‌ها و گشتاور کمپرسور و توربین می‌باشند. با ضرب  $\omega_{tc}$ ، سرعت دورانی شفت، در دو طرف معادله و با توجه به تعریف توان و صرف‌نظر از توان اتلافی به رابطه‌ی نهایی حاصل از دینامیک شفت می‌رسیم. در این رابطه،  $\eta_m$  به‌عنوان بازده مکانیکی در توان توربین ضرب شده است تا عملکرد توان توربین واقعی تر باشد. گشتاور تولیدشده توسط موتور بلافاصله به افزایش فشار چند راهی پاسخ نشان نمی‌دهد و یک تأخیر وجود دارد که اگرچه در موتورهای مجهز به VGT این تأخیر بسیار کم است؛ اما بازم نمی‌توان آن را نادیده گرفت. بنابراین در رابطه‌ی توربوشارژر از  $\tau$  به‌عنوان پارامتر تأخیر زمانی که در این کار ثابت می‌باشد، استفاده می‌شود.

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau} (\eta_m P_t - P_c) \quad (13)$$

برای محاسبه‌ی توان توربین که در رابطه‌ی (13) به‌کاررفته است، مشابه توان کمپرسور عمل می‌شود به دلیل این که جریان خروجی از توربین وارد محیط می‌شود فشار خروجی از آن، برابر  $p_a$  می‌باشد. به‌این ترتیب سه معادله دیفرانسیل اصلی مسیر هوا از طریق مدل‌سازی به روش مقدار متوسط به دست آورده شدند.

<sup>1</sup> Rotational inertia

بدین ترتیب شاخص عملکرد بر حسب ورودی‌های کنترلی در لحظه فعلی قابل حصول است. حال با اعمال شرط لازم بهینه بودن،  $\partial J/\partial u_i = 0$ ، ورودی‌های کنترلی به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$u_1 = -\frac{k_2[e_1 + h(z_1 - \dot{y}_{1d})] + z_3[e_2 + h(f_2 - \dot{y}_{2d})]}{k_2 h(z_2 - z_3)} \quad (31)$$

$$u_2 = \frac{k_2[e_1 + h(z_1 - \dot{y}_{1d})] + z_2[e_2 + h(f_2 - \dot{y}_{2d})]}{k_2 h(z_2 - z_3)} \quad (32)$$

برای بررسی و تحلیل سیستم حلقه بسته، قوانین کنترلی (31) و (32) در معادلات دینامیک خروجی‌ها (روابط (22) و (23))، جاگذاری می‌شود. با این کار دینامیک سیستم حلقه بسته بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{e}_1 + \frac{1}{h} e_1 = 0 \quad (33)$$

$$\dot{e}_2 + \frac{1}{h} e_2 = 0 \quad (34)$$

که در آن  $e_1$  و  $e_2$  خطاهای ردیابی خروجی‌ها به صورت زیر می‌باشند.

$$e_1 = y_1 - y_{1d} \quad (35)$$

$$e_2 = y_2 - y_{2d} \quad (36)$$

با حل معادلات دیفرانسیل در روابط (34) و (35)، پاسخ دینامیک خطا به حالت زیر به دست می‌آید:

$$e_i = e_{i0} e^{-\frac{t}{h}} \quad (37)$$

از آنجا که مقدار  $h$  عددی مثبت است، پس در رابطه (37) ضرب  $t$  در توان یک عدد منفی خواهد بود. واضح است که خطای ردیابی به ازای خطای اولیه  $e_{i0}$  با گذشت زمان به صفر میل می‌کند. پس قانون کنترلی قادر به تضمین مقدار مطلوب خروجی خواهد بود. ملاحظه می‌گردد که چون معادلات دینامیک خطا خطی و مستقل از زمان است، قوانین کنترلی (31) و (32) که در حالت کنترل ارزان و بدون اعمال ضرایب وزنی روی ورودی‌های کنترلی بدست آمده‌اند، منجر به حالتی از خطی‌سازی ورودی و خروجی می‌شود. بدین ترتیب سیستم حلقه بسته، خطی و به ازای هر  $h > 0$  پایدار نمایی است. با توجه به دینامیک خطا، هنگامی که خطای اولیه صفر باشد، ردیابی کامل خروجی‌های موردنظر برای تمامی زمان‌ها حفظ می‌شود. بعلاوه در این روش دیده می‌شود که برخلاف سایر روش‌های کنترلی بهینه‌ی کلاسیک نظیر LQR [21]، با اعمال ضرایب وزنی صفر روی ورودی‌های کنترلی نه تنها انرژی کنترلی نامحدود نمی‌شود، بلکه برای رسیدن به ردیابی کامل، از کم‌ترین مقدار ورودی کنترلی به علت استفاده از حداقل مرتبه‌ی کنترلی (مرتبه‌ی صفر) استفاده می‌گردد.

نکته‌ی قابل توجه در قوانین کنترلی ارائه شده، نقش زمان پیش‌بین  $h$  به عنوان پارامتر آزاد و قابل تنظیم می‌باشد. همانطور که در دینامیک خطای (33) و (34) ملاحظه می‌شود این پارامتر به عنوان ثابت زمانی سیستم حلقه بسته بوده و با کاهش آن سرعت پاسخ دهی سیستم زیاد می‌شود. همچنین با تغییر پارامتر آزاد  $h$  می‌توان مقاومت کنترل کننده در مقابل دینامیک مدل نشده را افزایش داد. برای نشان دادن این مسئله و بررسی پایداری کنترل کننده در حضور نامعینی، فرض می‌کنیم دینامیک مدل نشده با عبارتهای  $A_1(x)$  و  $A_2(x)$  بصورت زیر به دینامیک خروجی‌های سیستم که بر حسب توابعی از متغیرهای حالت در معادلات خروجی (22) و (23) نوشته شده‌اند، اضافه می‌شود [14]:

$$\dot{y}_1 = z_1 + z_2 u_1 + z_3 u_2 + A_1(x) \quad (38)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{x}_2 = f_2 - k_2 u_1 - k_2 u_2 \quad (23)$$

که در آن

$$z_1 = \frac{-\dot{m}_a}{\tau} - \frac{k_1 \dot{m}_a^2 \mu \left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu-1}}{p_a \left(\left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu} - 1\right)} + \frac{k_1 k_e \dot{m}_a \mu x_1 \left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu-1}}{p_a \left(\left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu} - 1\right)} \quad (24)$$

$$z_2 = -\frac{k_1 \dot{m}_a \mu \left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu-1}}{p_a \left(\left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu} - 1\right)} \quad (25)$$

$$z_3 = \frac{k_c k_t \left(1 - \left(\frac{p_a}{x_2}\right)^{\mu}\right)}{\tau \left(\left(\frac{x_1}{p_a}\right)^{\mu} - 1\right)} \quad (26)$$

### 2-3- طراحی کنترل کننده غیرخطی بهینه

در این قسمت، یک روش مبتنی بر بهینه‌سازی برای طراحی کنترل کننده غیرخطی آهنگ جرمی هوای ورودی به چند راهه‌ی ورودی و فشار چند راهه‌ی خروجی توسعه داده شده و سپس تحلیل می‌گردد. اساس روش کنترلی موردنظر، پیش‌بینی پاسخ غیرخطی مدل موردنظر است. در ابتدا خروجی سیستم مدل شده و پاسخ سیستم در لحظه‌ی بعدی،  $(t+h)$ ، از روی مدل غیرخطی سیستم توسط بسط تیلور پیش‌بینی شده و سپس قانون کنترلی در لحظه‌ی فعلی از طریق کمینه کردن مقدار پاسخ مطلوب و پاسخ پیش‌بینی شده به دست می‌آید. قانون کنترلی حاصل به صورت تحلیلی بوده و به حل مسئله بهینه‌سازی به صورت هم‌زمان و عددی در هر مرحله‌ی کنترلی نیازی ندارد، بنابراین برای حل و پیاده‌سازی مناسب می‌باشد [20,19].

در این روش تابع هزینه به نحوی که خطای ردیابی را در لحظه‌ی بعدی و انرژی کنترلی را در لحظه‌ی فعلی جرمه کند، بیان می‌شود.

$$J(u_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 w_i [y_i(t+h) - y_{id}(t+h)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 w_{j+2} u_j^2 \quad (27)$$

در رابطه (27) با اعمال ضرایب وزنی بر روی ورودی‌های کنترلی، مقدار آنها محدود می‌شود، ولی در مدل مربوط به کنترل آهنگ جرمی هوا نیازی به این محدودکننده نیست چراکه در صورت وجود آن و افزایش مقدار ورودی کنترلی بیش از حد معمول، مقدار دبی هوا نسبت به مقدار مطلوب آن انحراف خواهد داشت. در اینجا کنترل کننده با این فرض طراحی می‌شود که هیچ‌گونه محدودیتی روی ورودی کنترلی نیست که این حالت همان کنترل ارزان می‌باشد و در آن  $w_3 = w_4 = 0$ .

نکته اصلی انتخاب مرتبه بسط تیلور برای هر خروجی است، به طوری که با اهداف طراحی کنترل کننده بر اساس پیش‌بینی متناسب باشد. معمولاً مرتبه‌ی بسط، درجه‌ی نسبی سیستم می‌باشد. با توجه به دو رابطه (22) و (23)، درجه‌ی نسبی هر دو خروجی برابر یک می‌باشد و استفاده از دو جمله بسط تیلور به صورت زیر برای پیش‌بینی خروجی‌ها کافی است.

$$y_1(t+h) = y_1(t) + h\dot{y}_1(t) \quad (28)$$

$$y_2(t+h) = y_2(t) + h\dot{y}_2(t) \quad (29)$$

با جایگذاری جملات بسط داده شده در شاخص عملکرد، این شاخص بر حسب متغیرها در لحظه فعلی نوشته می‌شود، یعنی:

$$J(u_i) = \frac{1}{2} w_1 [(y_1(t) - y_{1d}(t)) + h(\dot{y}_1(t) - \dot{y}_{1d}(t))]^2 + \frac{1}{2} w_2 [(y_2(t) - y_{2d}(t)) + h(\dot{y}_2(t) - \dot{y}_{2d}(t))]^2 \quad (30)$$

که در آن دینامیک خروجی‌ها از معادلات (22) و (23) جاگذاری می‌شوند.

با توجه به حضور  $h$  در مخرج قوانین کنترلی، امکان پذیر نیست. بنابراین در مسائلی که رسیدن به خطای صفر ضروری می‌باشد استفاده از روشهایی مثل فیدبک انتگرال خروجی می‌تواند کارساز باشد که اینکار قبلاً توسط نویسندگان برای یک سیستم تک‌ورودی- تک‌خروجی اعمال شده است و از اثرات آن پیچیدگی سیستم و افزایش انرژی کنترلی می‌باشد [22]. اما در بسیاری از مسائل کاربردی مثل مقاله حاضر، خطای ردیابی مجاز قابل قبول می‌باشد و انتظار می‌رود انرژی کنترلی به ازای خطای ردیابی مجاز در حداقل ممکن قرار بگیرد.

برای بررسی بهتر روش ارائه‌شده و مقایسه‌ی پاسخ‌ها در شرایط گذرا و پایا، از کنترل مدل‌غزشی که یک روش معمول و استفاده‌شده در کنترل موتور دیزل پرخوران شده می‌باشد، بهره می‌گیریم.

### 3-3- طراحی کنترل‌کننده مدل‌غزشی

در این بخش به طراحی کنترل مد لغزشی<sup>1</sup> (SMC) برای سیستم موردنظر با در نظر گرفتن نامعینی‌ها می‌پردازیم. با توجه به اینکه درجه‌ی نسبی سیستم برای هر کدام از خروجی‌ها مطابق روابط (22) و (23) برابر یک می‌باشد، لذا برای هر خروجی سطح لغزشی را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$S_i = e_i \quad i = 1, 2 \quad (50)$$

که در آن  $e_i = y_i - y_{id}$  اختلاف خروجی‌ها از مقدار مطلوب می‌باشد. دینامیک سطح لغزشی با مشتق گیری  $S_i$  نسبت به زمان بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{S}_i = \dot{y}_i - \dot{y}_{id} \quad (51)$$

با جاگذاری مشتقات زمانی هر کدام از خروجی‌ها از روابط (22) و (23)، روابط زیر برای دینامیک سطوح لغزشی قابل حصول است:

$$\dot{S}_1 = z_1 + z_2 u_1 + z_3 u_2 - \dot{y}_{1d} \quad (52)$$

$$\dot{S}_2 = f_2 - k_2 u_1 - k_2 u_2 - \dot{y}_{2d} \quad (53)$$

حال ورودی‌های کنترلی معادل از روابط  $S_1 = \dot{S}_2 = 0$  به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$u_{1eq} = \frac{-k_2(z_1 - \dot{y}_{1d}) - z_3(f_2 - \dot{y}_{2d})}{k_2(z_2 - z_3)} \quad (54)$$

$$u_{2eq} = \frac{k_2(z_1 - \dot{y}_{1d}) + z_2(f_2 - \dot{y}_{2d})}{k_2(z_2 - z_3)} \quad (55)$$

با در نظر گرفتن نامعینی‌های مدل در دینامیک خروجی‌ها مطابق روابط (38) و (39)، رابطه‌ی (51) بصورت زیر بازنویسی می‌شود [14]:

$$\dot{S}_i = \dot{y}_i - \dot{y}_{id} + A_i(x) \quad (56)$$

که در آن  $A_i(x)$  بیان‌کننده نامعینی‌های ایجاد شده توسط پارامترهای مدل می‌باشد و دارای حد بالا بصورت رابطه‌ی (40) می‌باشند. حال با تصحیح قوانین کنترلی (54) و (55) بصورت زیر می‌توان مقاومت کنترل‌کننده در مقابل نامعینی‌ها را افزایش داد و ردیابی مجانبی خروجی‌ها را تضمین نمود:

$$u_1 = \frac{-k_2(z_1 - \dot{y}_{1d} + d_1 \operatorname{sgn}(S_1)) - z_3(f_2 - \dot{y}_{2d} + d_2 \operatorname{sgn}(S_2))}{k_2(z_2 - z_3)} \quad (57)$$

$$u_2 = \frac{k_2(z_1 - \dot{y}_{1d} + d_1 \operatorname{sgn}(S_1)) + z_2(f_2 - \dot{y}_{2d} + d_2 \operatorname{sgn}(S_2))}{k_2(z_2 - z_3)} \quad (58)$$

$$\dot{y}_2 = f_2 - k_2 u_1 - k_2 u_2 + A_2(x) \quad (39)$$

فرض می‌کنیم که عبارت نامعینی‌ها محدود بوده و دارای کران بالا بصورت زیر باشند:

$$|A_i(x)| < D_i, \quad i = 1, 2 \quad (40)$$

که  $D_i$  عدد مثبت می‌باشد. با جاگذاری قوانین کنترلی (31) و (32) در معادلات خروجی‌های واقعی (روابط (38) و (39))، دینامیک سیستم حلقه بسته برحسب خطاهای ردیابی خروجی‌ها بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{e}_1 + \frac{1}{h} e_1 = A_1(x) \quad (41)$$

$$\dot{e}_2 + \frac{1}{h} e_2 = A_2(x) \quad (42)$$

برای تحلیل خطا و بررسی عملکرد قوانین کنترلی طراحی شده در حضور نامعینی‌ها، تابع لیاپانوف به شکل زیر تعریف شده و مشتق زمانی آن محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{1}{2} \|e\|^2 = \frac{1}{2} (e_1^2 + e_2^2) \quad (43)$$

$$\dot{V} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \quad (44)$$

با استفاده از روابط (41) و (42)، مشتق تابع لیاپانوف در رابطه‌ی (44) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 \left(-\frac{1}{h} e_1 + A_1\right) + e_2 \left(-\frac{1}{h} e_2 + A_2\right) \\ &= -\frac{1}{h} (e_1^2 + e_2^2) + e_1 A_1 + e_2 A_2 \end{aligned} \quad (45)$$

با در نظر گرفتن کران بالای عبارتهای نامعینی از رابطه‌ی (40)، نتیجه‌ی زیر گرفته می‌شود:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{h} (e_1^2 + e_2^2) + |e_1| D_1 + |e_2| D_2 \quad (46)$$

حال از ناتساوی معروف زیر که حاصل اتحاد دوم می‌باشد استفاده می‌کنیم:

$$ab \leq ca^2 + b^2/4c \quad (47)$$

که در آن  $a$ ،  $b$  و  $c$  اعداد حقیقی و مثبت می‌باشند. با اعمال ناتساوی فوق به دو تا از عبارتهای سمت راست رابطه‌ی (48) و با در نظر گرفتن  $c = 1/4h$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{h} (e_1^2 + e_2^2) + \frac{1}{4h} e_1^2 + h D_1^2 + \frac{1}{4h} e_2^2 \\ &\quad + h D_2^2 \\ &\leq -\frac{3}{4h} (e_1^2 + e_2^2) + h (D_1^2 + D_2^2) \\ &\leq -\frac{3}{2h} V + h N^2 \end{aligned} \quad (48)$$

که  $N^2 = D_1^2 + D_2^2$  می‌باشد. از ناتساوی فوق نتیجه می‌شود که:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \|e\|^2 \leq [V(0) - \frac{2h^2 N^2}{3}] e^{-\frac{3}{2h} t} + \frac{2h^2 N^2}{3} \\ &\leq \frac{2h^2 N^2}{3} \end{aligned} \quad (49)$$

رابطه‌ی بالا نشان می‌دهد که خطا با گذشت زمان در داخل مجموعه‌ی  $\{\|e\| \leq 2hN/\sqrt{3}\}$  محدود می‌شود و بدین ترتیب پایداری سیستم از نظر لیاپانوف تضمین می‌شود. اما از آنجا که  $h$  پارامتر آزاد کنترل‌کننده می‌باشد می‌توان با انتخاب این پارامتر، خطا را از هر مقدار دلخواه  $\varepsilon > 0$  کوچکتر نمود. به عبارتی با انتخاب پارامتر آزاد  $h$  بصورت  $0 < h < \sqrt{3}\varepsilon/2N$  خطای ردیابی به مجموعه‌ی  $\{\|e\| \leq \varepsilon\}$  همگرا خواهد شد. توجه شود که با کنترل‌کننده‌ی طراحی شده، امکان رسیدن به پایداری مجانبی و همگرایی خطا به سمت صفر وجود ندارد چرا که لازمی آن انتخاب  $h = 0$  است و این

<sup>1</sup> Sliding mode control

جدول 2 مشخصات موتور شبیه‌سازی شده [24]

مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
287 J/kg/K	R	0.006 Cqm	$V_i$
313 K	$T_i$	1014.4 J/kg/K	$c_p$
298 K	$T_{ref}, T_a$	0.002 Cqm	$V_d$
0.11 s	$\tau$	101300 Pa	$P_a, P_{ref}$
0.286	$\mu$	0.98	$\eta_m$
0.87	$\eta_v$	0.001 Cqm	$V_x$
509 K	$T_x$	-0.136	$a$
0.4	$c$	0.176	$b$
0.00015535	$a_1$	0.6	$d$
0.00000171	$c_1$	0.00034119	$b_1$

#### 4-1 نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده غیرخطی بهینه با زمان پیش‌بینی  $h$  برابر 0.05 نشان داده خواهد شد. در "شکل 2" و "شکل 3" متغیرهای حالت سیستم که فشار چند راهه‌ی ورودی و توان کمپرسور می‌باشند به نمایش گذاشته شده است و در "شکل 4" و "شکل 5" دی جرمی هوای چند راهه ورودی و فشار چند راهه خروجی به‌عنوان خروجی‌های سیستم نشان داده شده‌اند. مشاهده می‌شود که هیچ خطایی در حالت پایدار سیستم وجود ندارد و هیچ جهشی<sup>3</sup> نیز در رسیدن به این حالت دیده نمی‌شود.

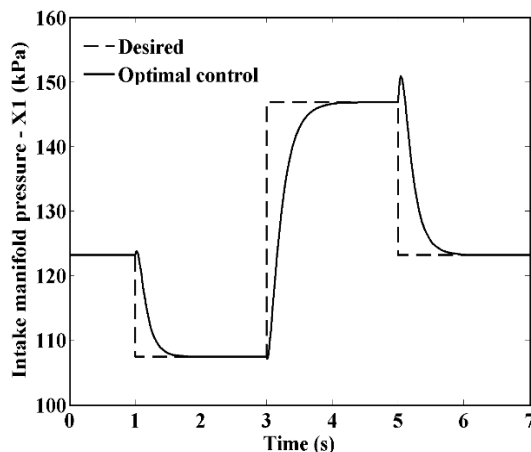


Fig. 2 Intake manifold pressure for optimal controller

شکل 2 فشار چند راهه ورودی برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

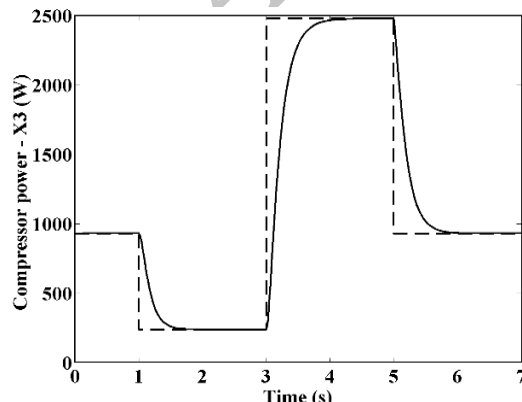


Fig. 3 Compressor power for optimal controller

شکل 3 توان انتقالی کمپرسور برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

که در آن  $d_i$  ( $i=1,2$ ) بهره‌ی سوئیچینگ<sup>1</sup> بوده و  $\text{sgn}(\cdot)$  تابع علامت می‌باشد. برای اثبات ردیابی مجانبی برای قوانین کنترلی فوق در حضور نامعینی‌ها، تابع لیاپانوف به شکل زیر تعریف شده و مشتق زمانی آن محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{1}{2}(S_1^2 + S_2^2) \quad (59)$$

$$\dot{V} = S_1 \dot{S}_1 + S_2 \dot{S}_2 \quad (60)$$

با اعمال دینامیک سطوح لغزش از رابطه‌ی (56) و استفاده از قوانین کنترلی (57) و (58)، مشتق تابع لیاپانوف در رابطه‌ی (60) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S_1(-d_1 \text{sgn}(S_1) + A_1) + S_2(d_2 \text{sgn}(S_2) + A_2) \\ &= -d_1|S_1| + S_1 A_1 - d_2|S_2| + S_2 A_2 \end{aligned} \quad (61)$$

با اعمال کران بالای نامعینی‌ها از رابطه‌ی (40)، خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq |S_1|(-d_1 + D_1) + |S_2|(-d_2 + D_2) \quad (62)$$

حال اگر بهره‌های سوئیچینگ را بزرگتر از کران بالای نامعینی‌ها انتخاب

کنیم، یعنی:

$$d_i > D_i + n \quad (63)$$

که  $n$  عددی مثبت و کوچک می‌باشد، در اینصورت خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -n(|S_1| + |S_2|) \quad (64)$$

ملاحظه می‌شود که سمت راست معادله‌ی فوق همواره منفی می‌باشد و بدین ترتیب ردیابی مجانبی در حضور نامعینی‌ها تضمین می‌شود. در ادامه برای کاهش پدیده چترینگ<sup>2</sup> از تخمین معروف زیر برای تابع علامت استفاده می‌کنیم [23,14]:

$$\text{sgn}(S) = \frac{S}{|S| + \xi} \quad (65)$$

که در آن  $\xi$  عدد مثبت می‌باشد و با تنظیم آن می‌توان به ازای خطای ردیابی مجاز، چترینگ را کاهش داد.

#### 4- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای ردیابی خروجی‌های سیستم توسط کنترل‌کننده‌های طراحی شده در بخش قبل، ارائه و مورد بحث قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی‌های مورد نظر در محیط نرم‌افزار مطلب انجام شده است. شبیه‌سازی صورت گرفته برای چهار نقطه کارکردی موتور انجام شده است که در جدول 1 مقادیر مطلوب در هر نقطه، آورده شده است. در مدل موتور پارامترهای زیادی همچون دما، فشار، بازده‌های حجمی و غیره نیاز می‌باشد. مقادیر نامی پارامترهای مدل موتور که در اینجا مورد استفاده قرار گرفته است، در جدول 2 آورده شده‌اند.

برای مقایسه بهتر دو روش کنترلی، ضرایب مورد نیاز هر کدام از روش‌ها به نحوی انتخاب گردید که انتگرال انرژی‌های کنترلی دو روش نزدیک به هم بوده و خطای ردیابی محاسبه گردید.

جدول 1 مقادیر مطلوب متغیرهای سیستم [24]

متغیر	نقطه 1	نقطه 2	نقطه 3	نقطه 4
$x_{egr}$ (%)	12.87	72.14	3.07	12.87
$x_{vgt}$ (%)	70	10	86	70
$\dot{m}_f$ (kg/s)	0.00125	0.00166	0.00138	0.00125
$N$ (1/min)	1900	2100	2000	1900
$p_i$ (Pa)	123170	107440	146860	123170
$p_c$ (Pa)	131370	108970	171590	131370
$P_c$ (W)	932	239.6	2480.8	932

<sup>1</sup> Switching gain

<sup>2</sup> Chattering

<sup>3</sup> Overshoot

## 4-2- نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده مد لغزشی

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده غیرخطی مد لغزشی آورده شده است. در "شکل 7" تغییرات فشار چند راهه ورودی با توجه به ضرایب تنظیم‌شده برای برابری انتگرال انرژی‌های کنترلی نسبت به حالت کنترل‌کننده بهینه به نمایش گذاشته شده و پارامتر دیگری که روی دبی جرمی هوا تأثیرگذار است، توان کمپرسور، در "شکل 8" مشاهده می‌شود. دبی جرمی هوای چند راهه ورودی و فشار چند راهه خروجی نیز در "شکل 9" و "شکل 10" به‌عنوان خروجی‌های سیستم نشان داده شده‌اند.

مشاهده می‌شود که پاسخ‌های این روش نیز هیچ خطایی در حالت پایدار ندارند ولی اکثر آنها برای رسیدن به حالت پایدار دارای جهش می‌باشند که این مقدار در فشار چند راهه خروجی بسیار زیاد بوده و باعث افزایش خطا در مجموع می‌شود.

حال برای بررسی مقاومت کنترل‌کننده مد لغزشی، میزان مشخصی نامعینی هم‌زمان به برخی از پارامترهای سیستم،  $k_1, k_2, k_c, k_e, k_t$  با ثابت بودن ضرایب  $d_i$  و  $\xi$  اعمال شد که در این بین  $k_c = \eta_c / c_p T_a$  بدین شکل تعریف می‌گردد. با افزایش نامعینی‌ها، پاسخ‌ها بدلیل اعمال  $\xi$  برای جلوگیری از چترینگ، از مقدار مطلوب فاصله گرفته و سبب ایجاد خطای پایا می‌شود که به‌عنوان نمونه نتایج نسبت هوا به سوخت در "شکل 11" آورده شده است.

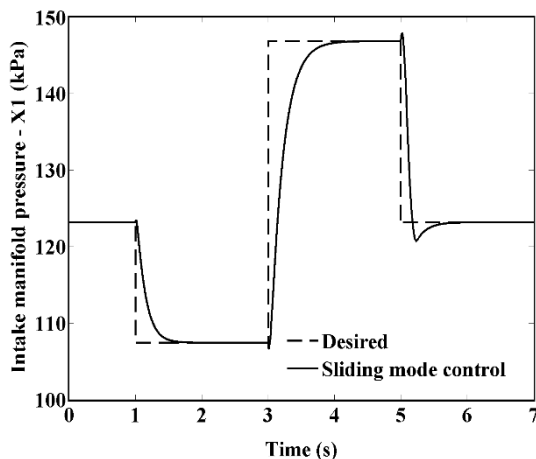


Fig. 7 Intake manifold pressure for sliding mode controller

شکل 7 فشار چند راهه ورودی برای کنترل‌کننده مد لغزشی

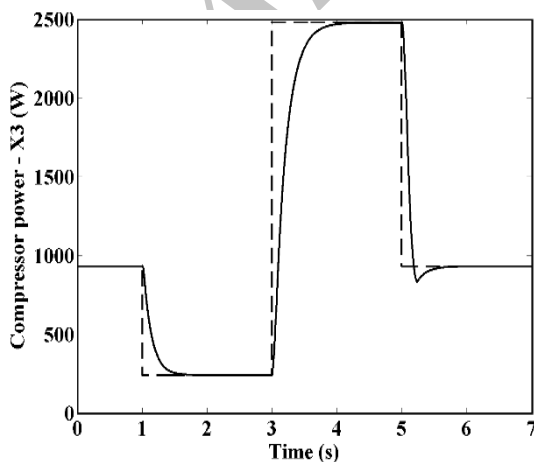


Fig. 8 Compressor power for sliding mode controller

شکل 8 توان انتقالی کمپرسور برای کنترل‌کننده مد لغزشی

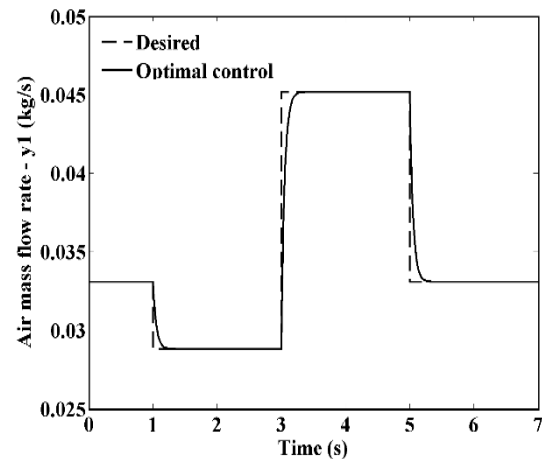


Fig. 4 Air mass flow rate for optimal controller

شکل 4 دبی جرمی هوای ورودی به چند راهه ورودی برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

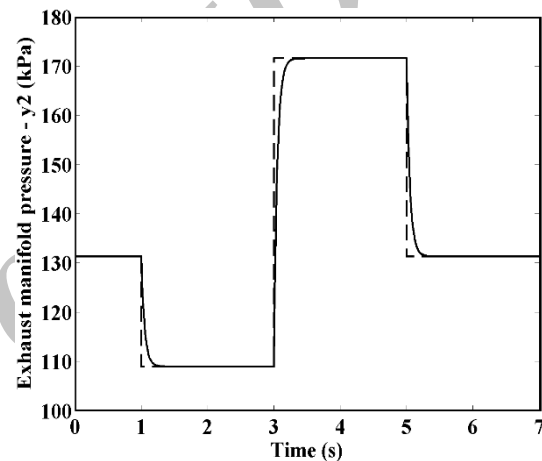


Fig. 5 Exhaust manifold pressure for optimal controller

شکل 5 فشار چند راهه خروجی برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه

برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده موردنظر، به ازای مقادیر مختلف زمان پیش‌بینی، روند تغییرات نسبت هوا به سوخت بر اساس تغییرات  $h$  در "شکل 6" نشان داده شده است و همان‌طور که مشاهده می‌شود، هرچقدر که  $h$  کاهش یافته، سرعت میل کردن نیز بهبود یافته است.

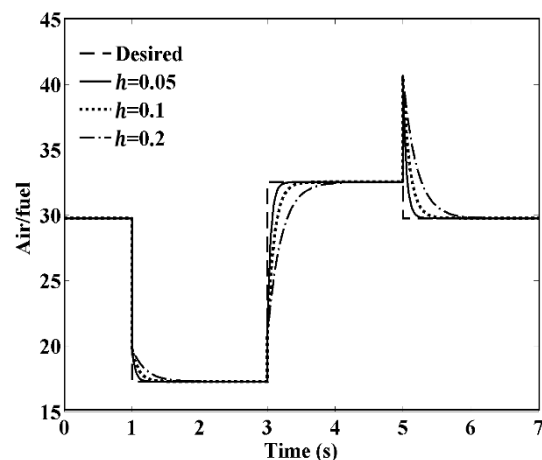


Fig. 6 Air fuel ratio based on changing  $h$  for Optimal controller

شکل 6 نسبت هوا به سوخت با تغییر  $h$  برای کنترل‌کننده غیرخطی بهینه



خطای ردیابی نیز به ترتیب در جدول 3 و جدول 4 نمایش داده شده است. همانطور که در جدول 3 مشاهده می‌شود، پارامترهای آزاد دو روش به نحوی تنظیم شده تا میزان انتگرال انرژی‌های کنترلی تقریباً برابر و حتی مقدار آن برای حالت بهینه کمتر نیز در نظر گرفته شود تا بتوان به خوبی دو روش را از نظر میزان خطای ردیابی با یکدیگر مقایسه نمود. نتایج جدول 4 نیز برتری روش مبتنی بر بهینه‌سازی نسبت به روش مدل‌گزشی از نظر مقدار خطا را بیان می‌کند. لازم به ذکر است که زمان پردازش روش بهینه نیز در مقایسه با روش مدل‌گزشی بسیار کمتر بود.

قابل ذکر است که دقت پاسخ‌دهی روش بهینه در حضور نامعینی را همانند حالت بدون نامعینی با کاهش مقدار زمان پیش‌بینی،  $h$ ، می‌توان افزایش داد که در "شکل 14" نشان داده شده است.

### 5- نتیجه‌گیری

در این کار از یک مدل کنترل محور به نام مدل مقدار متوسط برای مدل‌سازی معادلات موتور استفاده شد تا بتوان عملکرد آن را در حد موردنیاز شبیه‌سازی کرد. با توجه به مشخصه‌های دینامیکی موتور، قوانین کنترل غیرخطی بهینه مبتنی بر پیش‌بین و مدل‌گزشی توسعه داده شد.

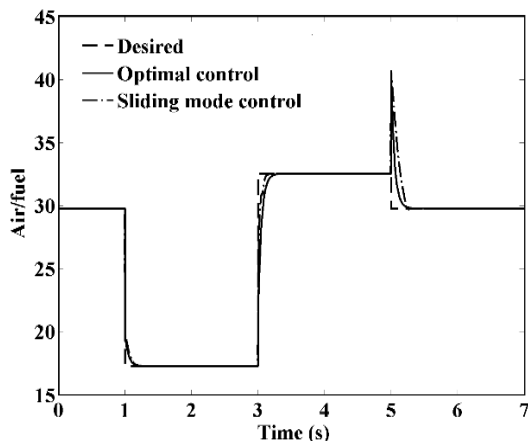


Fig. 12 Comparison of Air fuel ratio for both SMC and Optimal control without uncertainties

شکل 12 مقایسه نسبت هوا به سوخت برای دو کنترل‌کننده مدل‌گزشی و بهینه بدون نامعینی

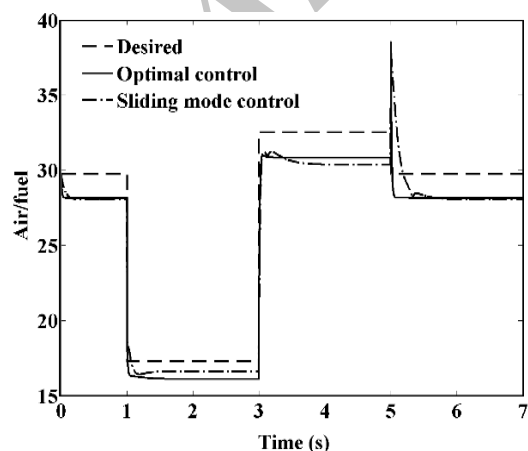


Fig. 13 Comparison of Air fuel ratio for both SMC and Optimal control with 5% uncertainties

شکل 13 مقایسه نسبت هوا به سوخت برای دو کنترل‌کننده مدل‌گزشی و بهینه دارای 5% نامعینی

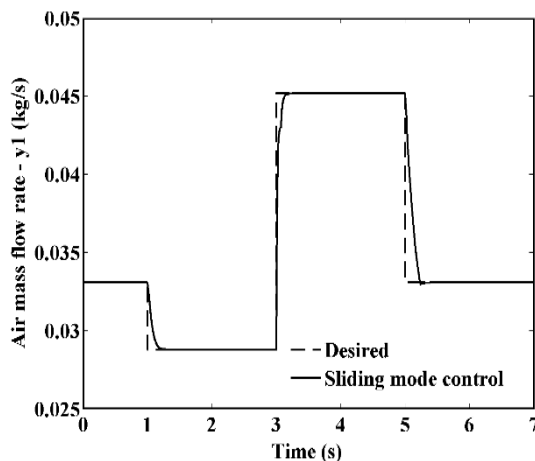


Fig. 9 Air mass flow rate for sliding mode controller

شکل 9 دبی جرمی هوای ورودی به چند راهه ورودی برای کنترل‌کننده مدل‌گزشی

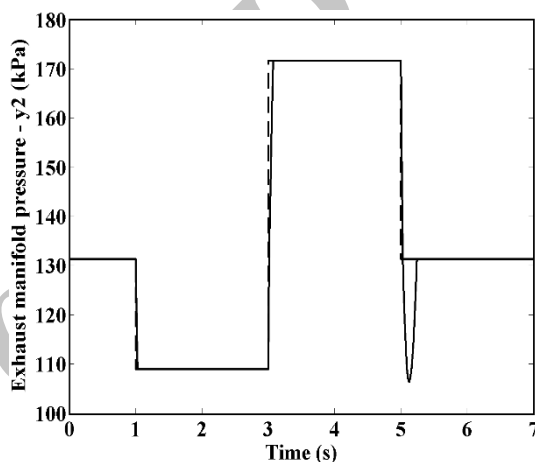


Fig. 10 Exhaust manifold pressure for sliding mode controller

شکل 10 فشار چند راهه خروجی برای کنترل‌کننده مدل‌گزشی

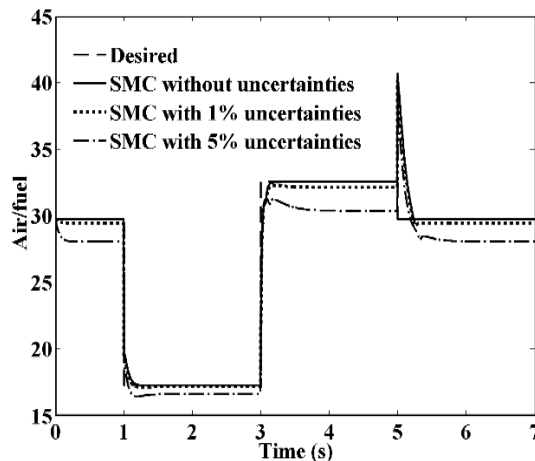


Fig. 11 Air fuel ratio based on changing the uncertainties value for sliding mode controller

شکل 11 نسبت هوا به سوخت با تغییر در میزان نامعینی‌ها برای کنترل‌کننده مدل‌گزشی

### 3-4- مقایسه دو روش کنترلی

برای مقایسه دو روش اعمالی در این کار، نسبت هوا به سوخت برای هر دو روش در "شکل 12" در حالت نبودن نامعینی و "شکل 13" برای شرایط دارای 5% نامعینی آورده شده است. میزان انتگرال انرژی‌های کنترلی و انتگرال

بوده و پیاده‌سازی آن آسان است.

2- کنترل‌کننده‌ی موردنظر قابلیت ایجاد شرایط بهینه را دارد و می‌تواند در صورت نیاز محدودیت‌های لازم را روی ورودی‌های کنترلی ایجاد کند و قابل تعمیم برای مدل‌های کامل‌تر نیز می‌باشد.

بنابراین بر اساس مدل‌سازی مقدار متوسط برای مسیر هوا و طراحی کنترل‌کننده با روش پیش‌بین، عملکرد موتور تحت شرایط پایا و به‌خصوص گذرا، مناسب ارزیابی می‌شود و در نتیجه اهداف اصلی مدل‌سازی و کنترل مسیر هوای موتور دیزل پرخوران شده که شامل کاهش آلایندگی، بهبود توان موتور، کاهش سروصدا و ارتعاشات موتور می‌باشد، محقق می‌گردد.

#### 6- فهرست علائم

$A_{egr}$	سطح مقطع مؤثر شیر بازخورانی گازهای خروجی ( $m^2$ )
$A_{vgt}$	سطح مقطع مؤثر بازشدگی پره‌های توربین ( $m^2$ )
$AFR$	نسبت هوا به سوخت
$c_p$	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت (kJ/kgK)
$c_v$	ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت (kJ/kgK)
$h_t$	آنتالپی جریان بعد از توربین (kJ/kg)
$h_x$	آنتالپی جریان قبل از توربین (kJ/kg)
$I_{tc}$	لختی چرخشی محور توربوشارژر ( $kgm^2$ )
$m_i$	جرم گاز درون چند راهه‌ی ورودی (kg)
$m_x$	جرم گاز درون چند راهه‌ی خروجی (kg)
$\dot{m}_a$	آهنگ جرمی هوای ورودی به چند راهه‌ی ورودی (kg/s)
$\dot{m}_e$	آهنگ جرمی گاز ورودی به محفظه‌ی احتراق (kg/s)
$\dot{m}_{egr}$	آهنگ جرمی مقدار گاز عبوری از شیر باز خورانی گازهای خروجی (kg/s)
$\dot{m}_f$	مقدار سوخت پاشیده شده به محفظه‌ی احتراق (kg/s)
$\dot{m}_{tur}$	آهنگ جرمی مقدار گاز خروجی عبوری از توربین (kg/s)
$p_a$	فشار جریان ورودی به کمپرسور (Pa)
$p_e$	فشار جریان بعد از کمپرسور (Pa)
$P_c$	توان بعد از کمپرسور (W)
$P_i$	فشار گاز درون چند راهه‌ی ورودی (Pa)
$P_t$	فشار جریان خروجی از توربین (Pa)
$P_t$	توان توربین (W)
$p_x$	فشار جریان ورودی به توربین (Pa)
$T_a$	دمای جریان ورودی به کمپرسور (K)
$T_{c,s}$	دمای آیزنتروپیک جریان خروجی از کمپرسور (K)
$T_c$	دمای جریان بعد از کمپرسور (K)
$T_i$	دمای گاز درون چند راهه‌ی ورودی (K)
$T_{ref}$	دمای مرجع (K)
$Tr_c$	گشتاور کمپرسور (Nm)
$Tr_f$	گشتاور اصطکاکی (Nm)
$Tr_t$	گشتاور توربین (Nm)
$T_t$	دمای جریان خروجی از توربین (K)
$T_x$	دمای جریان ورودی به توربین (K)

#### 7- مراجع

- [1] J. F. Moody, Variable geometry turbocharging with electronic control, SAE Technical Paper, No. 860107, 1986.

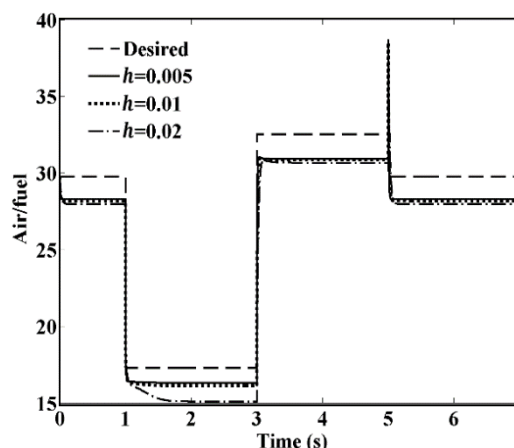


Fig. 14 Air fuel ratio based on changing  $h$  for Optimal controller with uncertainties

شکل 14 نسبت هوا به سوخت با تغییر  $h$  برای کنترل‌کننده‌ی بهینه در حضور نامعینی

جدول 3 مقایسه انتگرال انرژی‌های کنترلی برای کنترل‌کننده‌های بهینه و مدل‌غزشی  
Table 3 Comparison of control inputs integral for both SMC and Optimal control

کنترل‌کننده	کنترل‌کننده بهینه	درصد نامعینی	انتگرال انرژی کنترلی
کنترل‌کننده مد لغزشی	1.955	0	$\int_0^7 u(1)^2 dt \times 10^{-4}$
	1.932	0	$\int_0^7 u(2)^2 dt \times 10^{-3}$
	9.758	0	$\int_0^7 u(1)^2 dt \times 10^{-4}$
	3.364	5	$\int_0^7 u(2)^2 dt \times 10^{-3}$
	8.816	5	$\int_0^7 u(1)^2 dt \times 10^{-4}$
	8.680	5	$\int_0^7 u(2)^2 dt \times 10^{-3}$

جدول 4 مقایسه انتگرال خطاهای ردیابی برای کنترل‌کننده‌های بهینه و مدل‌غزشی  
Table 4 Comparison of tracking errors integral for both SMC and Optimal control

کنترل‌کننده	کنترل‌کننده بهینه	درصد نامعینی	انتگرال خطای ردیابی
کنترل‌کننده مد لغزشی	1.203	0	$\int_0^7 (y_1 - y_{1d})^2 dt \times 10^{-5}$
	1.084	0	$\int_0^7 (y_2 - y_{2d})^2 dt \times 10^8$
	1.576	0	$\int_0^7 (y_1 - y_{1d})^2 dt \times 10^{-5}$
	3.779	5	$\int_0^7 (y_2 - y_{2d})^2 dt \times 10^8$
	2.852	5	$\int_0^7 (y_1 - y_{1d})^2 dt \times 10^{-5}$
	0.958	5	$\int_0^7 (y_2 - y_{2d})^2 dt \times 10^8$

آنچه در بخش‌های 1-4 تا 3-4 بیان شد، گواه این است که کنترل‌کننده‌ی بهینه علاوه بر داشتن قابلیت اعمال محدودیت بر روی ورودی‌ها، دارای انتگرال خطای ردیابی کمتر و زمان اجرای کمتری نسبت به روش مد لغزشی است. با اعمال نامعینی به سیستم نیز، پاسخ‌ها دارای خطای پایا می‌شوند که با کاهش  $h$  می‌توان دقت روش بهینه را افزایش داد. بنابراین روش ارائه‌شده که بر اساس پیش‌بینی و بهینه‌سازی پاسخ‌های سیستم بوده برای ردیابی مقادیر مطلوب مناسب می‌باشد.

ویژگی‌های کنترل‌کننده‌ی غیرخطی بهینه ارائه‌شده عبارتند از:

- 1- کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی به شکل تحلیلی و دارای دینامیک پیوسته

- [14] A. Sofiane, L. Nicolas, A robust sliding mode control strategy for turbocharged diesel engine air path, *13th IFAC Symposium on Control in Transportation Systems*, Vol. 45, No. 24, pp. 262-267, 2012.
- [15] E. R. Gelso, J. Dahl, Air-path control of a heavy-duty EGR-VGT diesel engine, *8th IFAC Symposium on Advances in Automotive Control*, Vol. 49, No. 11, pp. 589-595, 2016.
- [16] A. G. Stefanopoulou, I. Kolmanovsky, J. S. Freudenberg, Control of variable geometry turbocharged diesel engines for reduced emissions, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 5, pp. 733-745, 2000.
- [17] M. Jankovic, I. Kolmanovsky, Constructive Lyapunov control design for turbocharged diesel engines, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 2, pp. 288-299, 2000.
- [18] L. Guzzella, C. H. Onder, *Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems*, pp. 21-146, Springer Science & Business Media, 2009.
- [19] A. Amini, M. Mirzaei, R. Khoshbakhti saray, Optimization-based non-linear control law with increased robustness for air fuel ratio control in SI engines, *International Journal of Automotive Engineering*, Vol. 3, No. 4, pp. 582-591, 2013.
- [20] A. Amini, M. Mirzaei, R. Khoshbakhti saray, Control of air fuel ratio in SI engine using optimization, *ASME Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, pp. 331-337, American Society of Mechanical Engineers, 2010.
- [21] B. Molinari, The time-invariant linear-quadratic optimal control problem, *Automatica*, Vol. 13, No. 4, pp. 347-357, 1977.
- [22] H. Mirzaeinejad, M. Mirzaei, A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems, *Control Engineering Practice*, Vol. 18, No. 8, pp. 918-926, 2010.
- [23] C. Edwards, S. Spurgeon, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, London: Taylor and Francis, pp. 35-85, 1998.
- [24] M. Herceg, T. Raff, R. Findeisen, F. Allgöwe, Nonlinear model predictive control of a turbocharged diesel engine, *IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 2766-2771, Computer Aided Control System Design, 2006.
- [2] J. B. Heywood, *Internal Combustion Engine Fundamentals*, Pollutant formation and control, pp. 490-565, 1988.
- [3] O. Grondin, R. Stobart, H. Chafouk, J. Maquet, *Modelling the Compression Ignition Engine for Control: Review and Future Trends*, SAE Technical Paper, 2004.
- [4] W. W. Pulkrabek, *Engineering fundamentals of the Internal Combustion Engine*, Prentice Hall, pp. 249-330, 1997.
- [5] L. Guzzella, A. Amstutz, Control of diesel engines, *IEEE Control Systems*, Vol. 18, No. 5, pp. 53-71, 1998.
- [6] L. Del Re, F. Allgöwer, L. Glielmo, C. Guardiola, I. Kolmanovsky, *Automotive Model Predictive Control*, pp. 25-71, 2010.
- [7] M. Jung, *Mean-Value Modelling and Robust Control of the Airpath of a Turbocharged Diesel Engine*, PhD Thesis, University of Cambridge, 2003.
- [8] M. Jung, K. Glover, Calibratable linear parameter-varying control of a turbocharged diesel engine, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 1, pp. 45-62, 2006.
- [9] M. J. Van Nieuwstadt, P. E. Moraal, I. V. Kolmanovsky, A. Stefanopoulou, P. Wood, M. Criddle, Decentralized and multivariable designs for egr-vgt control of a diesel engine, *IFAC Workshop on Advances in Automotive Control*, USA, 1998.
- [10] M. Ammann, N. P. Fekete, L. Guzzella, A. Glatfelder, Model-based control of the VGT and EGR in a turbocharged common-rail Diesel engine: Theory and passenger car implementation, *SAE Technical Paper*, No. 2003-01-0357, 2003.
- [11] H. B. Das, S. J. Dhinagar, Airpath modelling and control for a turbocharged diesel engine, *SAE Technical Paper*, No. 2008-01-0999, 2008.
- [12] S. García-Nieto, M. Martínez, X. Blasco, J. Sanchis, Nonlinear predictive control based on local model networks for air management in diesel engines, *Control Engineering Practice*, Vol. 16, No. 12, pp. 1399-1413, 2008.
- [13] A. Plianos, A. Achir, R. Stobart, N. Langlois, H. Chafouk, Dynamic feedback linearization based control synthesis of the turbocharged diesel engine, *American Control Conference*, pp. 4407-4412, Jul 9, 2007.