



## طراحی کنترل تطبیقی و پیش‌بین برای پهپاد عمودپرواز با سه موتور چرخان با به کارگیری مدل‌سازی چندجسمی

مسعود علی‌زاده<sup>1</sup>، مهرداد ابراهیمی‌درمیان<sup>2</sup>، مهدی نوری‌دبیر<sup>3\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، تهران  
 2- کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
 3- مربی، مهندسی هوافضا، دانشگاه مالک اشتر، اصفهان  
 \* nooridabir@mut-es.ac.ir, 8315735139 صندوق پستی

### چکیده

### اطلاعات مقاله

در این پژوهش پهپاد با سه موتور الکتریکی چرخان مورد بررسی قرار گرفته است. هدف این پژوهش ارائه مدل جامع از دینامیک حرکت این پهپاد، شبیه‌سازی یازده درجه آزادی در شش فاز پروازی (فازهای پرواز ایستا، نشست، برخاست، روبه‌جلو، گذار و کروز) و دستیابی به کنترل پرنده برای رسیدن به بهینه‌ترین شرایط پروازی است. در این راستا ابتدا معادلات حرکت پرنده بر مبنای مدل‌سازی چندجسمی (پرنده، سه موتور الکتریکی) جهت در نظر گرفتن اثرات زیروسکوپی موتورها بر دینامیک پهپاد، در فرم تنسوری استخراج و برای شبیه‌سازی در دستگاه‌های مختصات موجود بسط داده شدند. نیروها و گشتاورهای آئرودینامیکی و رانشی پرنده، بسته به این که پهپاد در کدام فاز حرکتی قرار دارد به صورت جداگانه تعیین شد. برای تعیین نیروها و گشتاورهای رانشی موتورها در فازهای ایستا، نشست، برخاست و روبه‌جلو از تئوری‌های مومنت المانی پره بالگرد استفاده شده است. به دنبال آن ابتدا شرایط تریم پرنده به کمک کنترلر برای هر کانال استخراج و سپس ماتریس دینامیک و کنترل پرنده در راستای خطی‌سازی به روش تحلیلی استخراج شد. این مدل استخراج شده دقت کافی برای استفاده به عنوان مدل خطی در طراحی کنترلرهای پیش‌بین خطی و تطبیقی مدل مرجع را داشت. عملکرد کنترلر پیش‌بین خطی برای فاز برخاست با دور شدن از مدل خطی افت می‌کند، اما کنترل تطبیقی مدل مرجع با وجود نامعینی عملکرد بهتری را از خود نشان داد.

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 28 بهمن 1395  
 پذیرش: 10 اردیبهشت 1396  
 ارائه در سایت: 24 خرداد 1396  
 کلید واژگان:  
 سه موتور چرخان  
 مدل‌سازی چند جسمی  
 تئوری مومنت المانی پره (BEMT)  
 کنترل تطبیقی  
 کنترل پیش‌بین

## Model Predictive and Adaptive Controller Design of Tri-Tilt Rotor VTOL UAV by Using Multi-Body Modeling

Masoud Alizadeh<sup>1</sup>, Mehrdad Ebrahimi Dormiyani<sup>2</sup>, Mahdi Noori Dabir<sup>3\*</sup>

1- Department of Aerospace Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran  
 2- Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.  
 3- Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Isfahan, Iran  
 \* P.O.B. 8315735139 Isfahan, Iran, nooridabir@mut-es.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 16 February 2017  
 Accepted 30 April 2017  
 Available Online 14 June 2017

### Keywords:

Tri-Tilt Rotor  
 Multi-Body Modeling  
 Blade Element Momentum Theory  
 Adaptive Control  
 Model Predictive Control

### ABSTRACT

This paper investigates the Tri-Tilt Rotor VTOL UAV. The aim of this study is to represent a comprehensive dynamic model, eleven degree of freedom at six flight phases (hover, descend, climb, forward, transient and cruise) and control the vehicle to reach best flight condition. For this purpose, the vehicle equations of motion are derived in tensor form and have been expanded in the coordinate systems, based on multi-body (vehicle and three electric motors) modeling approach in order to consider motors gyroscope effects on flight dynamic. Depending on vehicle flight phase, propulsion and aerodynamic forces and moments are determined separately. Blade Element Momentum Theory (BEMT) is used to obtain motors propulsion forces and moments at hover, descend, climb and forward phases. After that, by utilizing controller for each channel flight, the trim condition is calculated and then for the sake of linearization using analytical method, dynamic and control matrixes are derived. This calculated model is qualified as linear model in order to design the model predictive and adaptive controller. For climb phase, as the nonlinear model receded from the linear model, the linear model predictive controller performance was diminished whereas the function of model reference adaptive control in spite of the uncertainties was better.

### 1- مقدمه

کاربردهای نظامی و غیرنظامی دارد. وسیله پرنده بدون سرنشین با قابلیت پرواز عمودی<sup>2</sup> مجهز به سه روتور چرخان<sup>3</sup>، دسته جدیدی از پرنده‌های هوایی پرنده‌های بدون سرنشین<sup>1</sup> نسل جدید از وسایل پرنده هوایی است که

<sup>2</sup> Vertical Take-off Landing (VTOL)

<sup>3</sup> Tri-Tilt Rotor (TTR)

<sup>1</sup> Unmanned Aerial Vehicles (UAVs)

### Please cite this article using:

M. Alizadeh, M. Ebrahimi Dormiyani, M. Noori Dabir, Model Predictive and Adaptive Controller Design of Tri-Tilt Rotor VTOL UAV by Using Multi-Body Modeling, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 179-189, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

لحاظ نشده است. در مراجع [6-8] مدل‌سازی و شبیه‌سازی پرنده با سه موتور چرخان بر مبنای تک جسمی بودن انجام شده است. در این مرجع نیز اثرات ژيروسکوپ و مدل‌سازی نیروها و گشتاورها انجام نشده است. مرجع [9] به طراحی کنترل مقاوم با به‌کارگیری روش غیرخطی برای پرنده تیلت روتور در فاز ایستا پرداخته است. مرجع [10] به طراحی کنترل مقاوم- تطبیقی برای بهبود عملکرد پهپاد تیلت روتور در فاز رو به جلو پرداخته است. مرجع [11] به طراحی کنترل و انجام تست پرواز برای یک پهپاد تیلت روتور با سه موتور پرداخته است و در آن سعی شده هدایت و کنترل جهت انجام ماموریت مشخص بهینه شود.

مطالعات انجام شده بالا تلاشی در جهت مدل‌سازی نیروها و گشتاورهای ناشی از نیروی آئرویدینامیک و تراست انجام نداده و بهتر است دینامیک حرکت تیلت موتورها و همچنین اثر سرعت زاویه‌ای آن‌ها که معمولاً با اثر ژيروسکوپ بیان می‌شود برای بهبود بازدهی کنترلی این پرنده ابتدا بر مبنای چندجسمی در نظر گرفته شود. از آنجا که این پرنده فازهای مختلف حرکتی (برخاست، نشست، شنوری و روبه جلو) را تجربه می‌کند برای تعیین نیروها و گشتاورهای آئرویدینامیکی از تئوری مومنتم المانی پره<sup>۶</sup> استفاده شده است. در این مقاله فاز برخاست به دنبال بررسی روش‌های کنترلی مناسب دیگر مورد بررسی قرار گرفته است. برای این فاز دو کنترلر تطبیقی و کنترل پیش‌بین پیاده‌سازی و نتایج آن ارائه شده است.

## 2- مدل‌سازی چندجسمی

مدل‌سازی شامل سه معادله دینامیک انتقالی، سه معادله دینامیک وضعی، سه معادله سینماتیک انتقالی و سه معادله سینماتیک وضعی است [12]. شکل 1 مدل پرنده در فضا و پارامترهای مدل‌سازی در آن را نشان می‌دهد.

### 2-1- سینماتیک انتقالی

در رابطه (1) سرعت از دستگاه مختصات بدنی به دستگاه مختصات محلی با

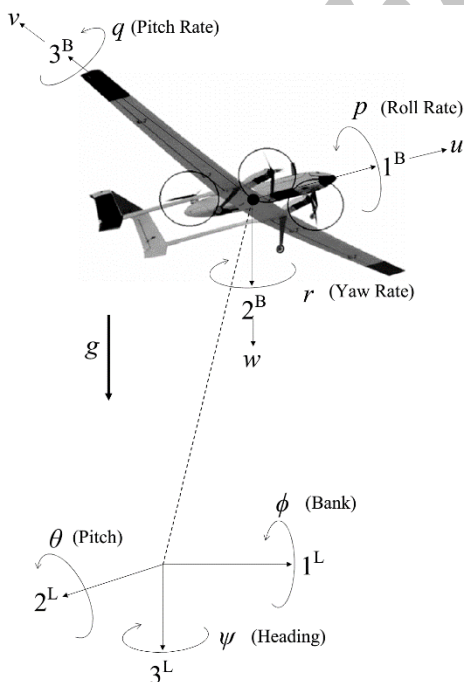


Fig. 1 TTR VTOL UAV modeling parameters

شکل 1 پارامترهای مدل‌سازی پهپاد عمودپرواز

که به تازگی مورد توجه محققان قرار گرفته است. این وسیله پرنده با سه موتور ملخی که قابلیت چرخش نیز دارند مجهز است. دو موتور روی بال و یک موتور در انتهای بدنه قرار دارد.

پرنده TTR VTOL UAV به دلیل قابلیت پرواز در چهار فاز حرکتی شامل برخاست، ایستا، نشست و روبه‌جلو بدون نیاز به باند فرود آن را برای مأموریت روی ناوهای دریایی بسیار کاربردی کرده است. این پرنده هنگام برخاست سه موتور، مانند روتور بالگرد تراست تولید می‌کند و پرنده فاز برخاست را انجام می‌دهد. پس از آن با کم کردن دور موتور وارد فاز ایستا می‌شود. با چرخش دو موتور نصب‌شده روی لبه حمله بال، نیروی روبه جلو به پرنده وارد می‌شود و کم‌کم وارد فاز روبه جلو می‌شود. در آخر موتورها برای انجام فاز نشست این بار چرخش معکوسی انجام می‌دهند تا دوباره بتوانند نیروی عمودی تولید کنند و فاز نشست انجام شود. چالش‌های پیش‌رو این پرنده شامل مدل‌سازی و شبیه‌سازی حرکت تیلت موتورها، تعیین نیروها و گشتاورهای آئرویدینامیکی و رانشی وارد بر پرنده در فازهای مختلف پرواز و کنترل پرنده، محققان را بر آن داشت تا پژوهش‌های بسیاری در این راستا انجام شود.

در مرجع [1] برای مدل‌سازی از فرمول‌بندی اوپلر- لاگرانژ استفاده شده است. پرنده مورد بررسی در این مقاله دارای دو موتور چرخان است، همچنین از روش کنترل پس‌گام<sup>۱</sup> بر پایه کنترل تناسبی- مشتق‌گیر برای پایدارسازی فاز شنوری این پرنده استفاده شده است. در این مقاله اثر ژيروسکوپ موتورها در نظر گرفته نشده و نیروها و گشتاورهای وارد بر پرنده مدل‌سازی نشده است. در مرجع [2] برای مدل‌سازی پرنده با دو موتور چرخان از مدل‌سازی کوآرتینینی استفاده کرده است. نیروی موتورها به صورت استاتیکی مدل و معادلات در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی شده است. برای ساختار کنترل پرنده از ترکیب تولیدکننده مسیر<sup>۲</sup>، تخصیص کنترل<sup>۳</sup> و دینامیک معکوس<sup>۴</sup> استفاده کرده است. در نظر نگرفتن اثر ژيروسکوپ موتورها در معادلات دینامیکی و عدم مدل‌سازی نیروی موتورها به صورت دینامیکی از جمله مواردی که در آن اشاره‌ای نشده است.

در مرجع [3] معادلات در نظر گرفته شده برای مدل‌سازی این پرنده با دو موتور چرخان تک جسمی بوده و از معادلات هواپیمای متداول استفاده شده است. برای این پرنده کنترل وضعیت طراحی شده است. تست‌های عملی نشان داد که اگرچه دینامیک غیرخطی زیادی دارد، ولی این کنترلر توانست بازدهی خوبی از خود نشان دهد. در مرجع [4] برای مدل‌سازی پرنده با دو موتور چرخان از فرمول اوپلر- لاگرانژ استفاده کرده است. نقطه تریب پرنده پس از رسیدن به معادلات غیرخطی پرنده با الگوریتمی تعیین شده و معادلات حول آن نقطه خطی‌سازی شده‌اند. کنترل بهینه خطی برای کنترل موقعیت و وضعیت پرنده ارائه شده است. برای این منظور در این مرجع ابتدا معادلات دینامیکی جسم صلب حرکت پرنده با در نظر گرفتن دینامیک عملگرها ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که این کنترلر بازدهی مناسبی در کنترل موقعیت و وضعیت پرنده دارد. در این مرجع برای مدل کردن نیروها و گشتاورهای تولیدی توسط موتورها راه‌کاری ارائه نشده است.

در مرجع [5] پرنده با دو موتور چرخان<sup>۵</sup> بررسی شده است. در این مرجع ابتدا دینامیک پرنده استخراج شده و برای پایدارسازی و کنترل مسیر از روش ترکیبی پس‌گام استفاده شده است. در این معادلات اثرات ژيروسکوپ موتورها

<sup>1</sup> Back stepping

<sup>2</sup> global trajectory generator

<sup>3</sup> control allocation

<sup>4</sup> dynamic inversion

<sup>5</sup> Bi-tilt Rotor

<sup>6</sup>BEMT

زاویه‌ای پرنده  $I_C^{\sum B_k E}$  به صورت رابطه (9) بیان می‌شود.

$$I_C^{\sum B_k E} = (I_{P_1}^{P_1} \omega^{P_1 E} + I_{P_2}^{P_2} \omega^{P_2 E} + I_{P_3}^{P_3} \omega^{P_3 E} + I_B^B \omega^{BE} + (m^{P_1} \bar{S}_{P_1 C} S_{P_1 C} + m^{P_2} \bar{S}_{P_2 C} S_{P_2 C} + m^{P_3} \bar{S}_{P_3 C} S_{P_3 C} + m^B \bar{S}_{BC} S_{BC}) \omega^{BE}) \quad (9)$$

با مدل‌سازی چندجسمی همان‌طور که در رابطه (9) مشاهده می‌شود اثرات سرعت زاویه موتورها و نیز تغییرات آن در دینامیک پهباد در نظر گرفته می‌شود. در این رابطه  $I_i^i$  ممان اینرسی جسم  $j$ -ام حول  $i$  و  $\omega^{ij}$  سرعت زاویه قاب  $i$  نسبت به قاب  $j$  است.  $S_{P_i C}$  بردار موقعیت هر موتور نسبت به مرکز جرم  $C$  است. از قانون اوایلر مشتق زمانی دورانی اندازه حرکت زاویه‌ای نسبت به قاب اینرسی طبق رابطه (10) برابر با گشتاور خارجی وارد بر پرنده است.

$$D^E (I_{P_1}^{P_1} \omega^{P_1 E} + I_{P_2}^{P_2} \omega^{P_2 E} + I_{P_3}^{P_3} \omega^{P_3 E} + I_B^B \omega^{BE} + (m^{P_1} \bar{S}_{P_1 C} S_{P_1 C} + m^{P_2} \bar{S}_{P_2 C} S_{P_2 C} + m^{P_3} \bar{S}_{P_3 C} S_{P_3 C} + m^B \bar{S}_{BC} S_{BC}) \omega^{BE}) = m_C \quad (10)$$

$m_C$  تنسور گشتاورهای خارجی وارد بر پرنده است. با انتقال اوایلر مشتق زمانی دورانی از قاب اینرسی به قاب بدنی برده می‌شود. رابطه (11) قانون اوایلر را در قاب بدنی بیان می‌کند.

$$D^B (I_{P_1}^{P_1} \omega^{P_1 E} + I_{P_2}^{P_2} \omega^{P_2 E} + I_{P_3}^{P_3} \omega^{P_3 E} + I_B^B \omega^{BE}) + D^B ((m^{P_1} \bar{S}_{P_1 C} S_{P_1 C} + m^{P_2} \bar{S}_{P_2 C} S_{P_2 C}) \omega^{BE}) + D^B ((m^{P_3} \bar{S}_{P_3 C} S_{P_3 C} + m^B \bar{S}_{BC} S_{BC}) \omega^{BE}) + \Omega^{BE} (I_{P_1}^{P_1} \omega^{P_1 E} + I_{P_2}^{P_2} \omega^{P_2 E} + I_{P_3}^{P_3} \omega^{P_3 E} + I_B^B \omega^{BE}) + \Omega^{BE} (m^{P_1} \bar{S}_{P_1 C} S_{P_1 C} + m^{P_2} \bar{S}_{P_2 C} S_{P_2 C}) \omega^{BE} + \Omega^{BE} (m^{P_3} \bar{S}_{P_3 C} S_{P_3 C} + m^B \bar{S}_{BC} S_{BC}) \omega^{BE} = m_C \quad (11)$$

رابطه (11) فرم تنسوری است و برای رسیدن به متغیرهای حرکت باید در دستگاه بدنی بیان شود. این معادله با رابطه (12) مختصات‌گذاری می‌شود تا تمام متغیرهای حرکت در دستگاه بدنی پرنده توصیف شوند.

$$[I_{P_1}^{P_1}]^B [D^B \omega^{P_1 E}]^B + [I_{P_2}^{P_2}]^B [D^B \omega^{P_2 E}]^B + [I_{P_3}^{P_3}]^B [D^B \omega^{P_3 E}]^B + [I_B^B]^B [D^B \omega^{BE}]^B + (m^{P_1} [\bar{S}_{P_1 C}]^B [S_{P_1 C}]^B + m^{P_2} [\bar{S}_{P_2 C}]^B [S_{P_2 C}]^B) [D^B \omega^{BE}]^B + (m^{P_3} [\bar{S}_{P_3 C}]^B [S_{P_3 C}]^B + m^B [\bar{S}_{BC}]^B [S_{BC}]^B) [D^B \omega^{BE}]^B + [\Omega^{BE}]^B [I_{P_1}^{P_1}]^B [\omega^{P_1 E}]^B + [\Omega^{BE}]^B [I_{P_2}^{P_2}]^B [\omega^{P_2 E}]^B + [\Omega^{BE}]^B [I_{P_3}^{P_3}]^B [\omega^{P_3 E}]^B + [\Omega^{BE}]^B [I_B^B]^B [\omega^{BE}]^B + m^{P_1} [\Omega^{BE}]^B [\bar{S}_{P_1 C}]^B [S_{P_1 C}]^B [\omega^{BE}]^B + m^{P_2} [\Omega^{BE}]^B [\bar{S}_{P_2 C}]^B [S_{P_2 C}]^B [\omega^{BE}]^B + m^{P_3} [\Omega^{BE}]^B [\bar{S}_{P_3 C}]^B [S_{P_3 C}]^B [\omega^{BE}]^B + m^B [\Omega^{BE}]^B [\bar{S}_{BC}]^B [S_{BC}]^B [\omega^{BE}]^B = [m_C]^B \quad (12)$$

### 3- مدل‌سازی نیروها و گشتاورهای آئرو دینامیکی و رانشی

برای حل معادلات دینامیک انتقالی و وضعی (روابط (12,8)) نیاز است نیروها و گشتاورهای آئرو دینامیکی و رانشی به دست آید. رابطه (13) ماتریس نیروها را در دستگاه موتور به دست می‌دهد.

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix}^P = \begin{bmatrix} -\int_0^1 dF_x & -\int_0^1 dF_y & -\int_0^1 dF_z \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$dF_x$ ،  $dF_y$ ،  $dF_z$  مؤلفه‌های نیروهای وارد بر هر المان از پره هر موتور و  $X_p$ ،  $Y_p$ ،  $Z_p$  مؤلفه‌های نیروی هر موتور است که این نیروها با استفاده از

استفاده از ماتریس انتقال دستگاه مختصات بدنی نسبت به دستگاه مختصات محلی انتقال داده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{z}_e \end{bmatrix} = [T]^{LB} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

$u$ ،  $v$  و  $w$  مؤلفه‌های سرعت در دستگاه بدنی،  $x_e$  و  $y_e$  و  $z_e$  مؤلفه‌های سرعت در دستگاه اینرسی در رابطه (2) است که  $[T]^{LB}$  برابر است با  $(s = \sin, c = \cos)$ .

$$[T]^{LB} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi - s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 2-2- سینماتیک وضعی

منظور از سینماتیک وضعی تعیین زوایای اوایلر است که به آن سمت‌گیری نیز می‌گویند. در صورت مشخص بودن نرخ‌های بدنی سمت‌گیری وسیله نسبت به قاب اینرسی توسط رابطه (3) به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\sin \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3)$$

در روابط (3,2)،  $\phi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  زوایای اوایلر و  $p$ ،  $q$  و  $r$  مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای پرنده در دستگاه بدنی است.

### 2-3- دینامیک انتقالی

قانون دوم نیوتن مهم‌ترین ابزاری است که در مدل‌سازی دینامیک وسایل هوافضایی کاربرد دارد. این قانون تعیین‌کننده حرکات مرکز جرم وسیله تحت تأثیر نیروهای خارجی اعمال شده است. اندازه حرکت خطی پرنده  $P_{\sum B_k}^E$  برابر رابطه (4) است.

$$P_{\sum B_k}^E = (m^{P_1} + m^{P_2} + m^{P_3} + m^B) v_C^E = m^{\text{tot}} v_C^E \quad (4)$$

شمارنده  $i$  در  $P_i$  نشان‌دهنده شماره موتور و  $m^B$  جرم سایر اجزا پرنده به جز موتورهای است.  $m^{\text{tot}}$  جرم کل پرنده و  $v_C^E$  سرعت مرکز جرم پرنده ( $C$ ) نسبت به قاب اینرسی است. مشتق زمانی دورانی اندازه حرکت نسبت به قاب اینرسی ( $D^E$ ) از قانون نیوتن برابر است با نیروهای خارجی  $f$  وارد بر پرنده (رابطه (5)).

$$D^E (m^{\text{tot}} v_C^E) = m^{\text{tot}} D^E (v_C^E) \quad (5)$$

با رابطه (6)، با انتقال اوایلر مشتق زمانی دورانی، به قاب بدنی برده می‌شود:

$$m^{\text{tot}} (D^B v_C^E + \Omega^{BE} v_C^E) = f_{a,p} + m^{\text{tot}} g \quad (6)$$

$f_{a,p}$  نیروهای آئرو دینامیک و رانشی و  $g$  شتاب گرانش است.  $\Omega^{BE}$  پادمتقارن بردار سرعت زاویه‌ای پرنده ( $\omega^{BE}$ ) است. رابطه (6) فرم تنسوری است و از آنجا که هدف از مدل‌سازی رسیدن به متغیرهای حرکت در دستگاه بدنی است، این رابطه به صورت رابطه (7) مختصات‌گذاری می‌شود:

$$[D^B v_C^E]^B + [\Omega^{BE}]^B [v_C^E]^B = \frac{f_{a,p}}{m^{\text{tot}}} + [T]^{BL} [g]^L \quad (7)$$

با بسط رابطه (7) شکل خلاصه‌شده معادله با رابطه (8) بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rv - qw - g \sin \theta + (X/m^{\text{tot}}) \\ pw - ru + g \cos \theta \sin \phi + (Y/m^{\text{tot}}) \\ qu - pv + g \cos \theta \cos \phi + (Z/m^{\text{tot}}) \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 2-4- دینامیک وضعی

قانون حاکم بر دینامیک وضعی قانون اوایلر نامیده می‌شود. اندازه حرکت

$$\begin{cases} (1) & v_h \left( \frac{-8k}{4k+1} \right) \leq w \leq 0 \\ (2) & -2v_h \leq w < v_h \left( \frac{-8k}{4k+1} \right) \\ (3) & w \leq -2v_h \end{cases} \quad (27)$$

$R$  شعاع پره و  $k$  فاکتور جریان القایی است. رابطه (28) ماتریس گشتاورهای هر موتور را دستگاه مختصات موتور بیان می‌کند.

$$\begin{bmatrix} L_{p_{ic}} \\ M_{p_{ic}} \\ N_{p_{ic}} \end{bmatrix}^B = [S_{p_{ic}}]^B \times [F_{p_i}]^B + [Q_{p_i}]^B \quad (28)$$

$L_{p_{ic}}$ ،  $M_{p_{ic}}$  و  $N_{p_{ic}}$  مؤلفه‌های گشتاور تولیدی موتورها در دستگاه بدنی،  $S_{p_{ic}}$  بردار موقعیت هر موتور نسبت به مرکز جرم و  $Q_{p_i}$  بردار گشتاور ناشی از درگ هر موتور است که در دستگاه موتور با رابطه (29) بیان می‌شود.

$$[Q_{p_i}]^P = \int_0^1 -\text{sign}(\omega_p) dF_x R \xi \quad (29)$$

شبیه‌سازی پرواز آزاد پرنده برای اعتباربخشی به معادلات با استخراج معادلات حرکت و تعیین نیروها و گشتاورهای وارد بر پرنده انجام می‌شود.

#### 4- شبیه‌سازی پرواز آزاد TTR VTOL UAS

برای شبیه‌سازی از محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب استفاده شده است. جهت شبیه‌سازی از مشخصات ارائه شده در جدول 1 برای پهباد استفاده می‌شود. موتور اول در انتهای بدنه و نزدیک دم، موتور دوم و سوم نیز به ترتیب در بال راست و چپ پرنده نصب شده و جرم همه موتورها یکسان است. شبیه‌سازی پرواز آزاد (بدون کنترل) پهباد برای فاز برخاست در نرم‌افزار شبیه‌ساز پیاده‌سازی شد. هدف از ارائه این شبیه‌سازی نشان دادن رفتارهای طبیعی و ذاتی پرنده است. شکل 2 مسیر حرکت پهباد را نشان می‌دهد. سرعت خطی پهباد در فاز برخاست در شکل 3 نشان داده شده است. در این فاز پرنده با سرعت دور موتور اول و دوم به ترتیب برابر با 5050، 5050- و دور موتور سوم برابر با 1565- (دور بر دقیقه) توانست نرخ صعود حدود یک متر بر ثانیه را به دست آورد. برای خنثی شدن گشتاور گردشی موتور سوم باید این موتور را با زاویه‌ای نسبت به راستای عمودی نصب کرد. مقدار این زاویه برای ترمیم پرنده 4- درجه به دست آمد. در تمامی شبیه‌سازی‌های انجام شده در این مقاله اشباع عملگرها به صورت رابطه (30) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} \omega_1 \max &= \omega_2 \max = \omega_3 \max = 5666 \text{ Rev/min} \\ \gamma_1 \max &= \gamma_2 \max = 4 \text{ deg} \\ \omega_1 \min &= \omega_2 \min = \omega_3 \min = 0 \text{ Rev/min} \\ \gamma_1 \min &= \gamma_2 \min = -4 \text{ deg} \end{aligned} \quad (30)$$

با توجه به این که نیروی موتورها در فاز برخاست به صورت نوسانی است، پرنده به‌ازای این سه دور موتور ثابت، دچار نرخ در زاویه پیچ به صورت نوسانی می‌شود (شکل 4). این نوسانات زاویه پیچ در تست‌های تصویری

جدول 1 مشخصات پهباد TTR VTOL UAS

Table 1 TTR VTOL UAS specifications

مقدار	مشخصه
65 kg	جرم کل پرنده
7 m	دهانه بال
4 m	طول پرنده
2 kg	جرم هر یک از موتورها
[1 0 0] m	بردار موقعیت موتور اول از دماغه
[0.97 -0.68 0] m	بردار موقعیت موتور دوم از دماغه
[0.97 +0.68 0] m	بردار موقعیت موتور سوم از دماغه

ماتریس تبدیل بین دستگاه موتور و بدنی پرنده در دستگاه بدنی  $[F_{p_i}]^B$  به صورت رابطه (14) تعیین می‌شود.

$$[F_{p_i}]^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix}^P \quad (14)$$

در رابطه (13) نیروهای وارد بر هر المان از پره با روابط (15-17) تعیین می‌شود [13].

$$dF_x = dL \sin \phi_i + dD \cos \phi_i \quad (15)$$

$$dF_y = 0 \quad (16)$$

$$dF_z = dL \cos \phi_i - dD \sin \phi_i \quad (17)$$

$dL$  و  $dD$  به ترتیب نیروی برآ و پسا وارد بر هر المان و زاویه جریان القایی عبوری از پره است که مقدار آن‌ها با روابط (18-20) بیان می‌شود.

$$dL = 0.5 \rho U_T^2 c C_l dy \quad (18)$$

$$dD = 0.5 \rho U_T^2 c C_d dy \quad (19)$$

$$\phi_i = \tan^{-1}(U_p/U_T) \quad (20)$$

در این روابط  $C_l$  و  $C_d$  به ترتیب ضریب برآ و پسا است.  $c$  طول وتر موضعی،  $\rho$  چگالی هوا و  $dy$  طول هر المان از پره است.  $U_p$  و  $U_T$  به ترتیب سرعت مماسی و عمودی عبوری از پره موتور و به صورت روابط (21-23) است.

$$C_l = C_{l_\alpha}(\theta - \phi_i - \alpha_0) \quad (21)$$

$$U_T = \omega_{p_i} dy \quad (22)$$

$$U_p = w + v_i \quad (23)$$

$\theta$  زاویه پیچش هر المان از پره،  $\alpha_0$  زاویه حمله در برآ صفر ایرفویل المان،  $\omega_{p_i}$  سرعت زاویه‌ای هر موتور،  $v_i$  سرعت القایی عبوری از پره و  $w$  سرعت برخاست پرنده است. با داشتن مقدار  $\lambda_i$  (نسبت جریان ورودی به پره) برای هر فاز، با رابطه (24) می‌توان به مقدار  $v_i$  مربوطه دست یافت.

$$v_{ic} = \lambda_{ic}(\omega_p R), v_{ih} = \lambda_{ih}(\omega_p R), v_{id} = \lambda_{id}(\omega_p R) \quad (24)$$

مقدار  $\lambda_{ic}$  برای فاز برخاست با رابطه (25) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \lambda_{ic}(\xi, \lambda_c) &= -\left( \frac{\sigma C_{L_\alpha}}{16} - \frac{\lambda_c}{2} \right) \\ &\pm \sqrt{\left( \frac{\sigma C_{L_\alpha}}{16} - \frac{\lambda_c}{2} \right)^2 + \frac{\sigma C_{L_\alpha}}{8} (\theta \xi - \alpha_0 \xi - \lambda_c)} \end{aligned} \quad (25)$$

$\xi$  برابر طول بی‌بعد شده پره  $\xi = y/R$  است. برای فاز ایستا مقدار  $\lambda_{ih}$  با رابطه (26) بیان می‌شود.

$$\lambda_{ih}(\xi) = -\frac{\sigma C_{L_\alpha}}{16} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma C_{L_\alpha}}{16} \right)^2 + \frac{\sigma C_{L_\alpha}}{8} (\theta \xi - \alpha_0 \xi)} \quad (26)$$

برای فاز نشست مقدار  $\lambda_{id}$  (با توجه به محدودیت‌ها، دارای مقادیر متفاوتی است) با رابطه (27) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \lambda_{id}(1) &= \left( k - \left( \frac{3}{4} \right) \frac{w}{v_h} \right) v_h / \omega_p R \\ \lambda_{id}(2) &= \left( k \left( 7 + 3 \frac{w}{v_h} \right) \right) v_h / \omega_p R \\ \lambda_{id}(3) &= -\left( \frac{\sigma C_{L_\alpha}}{16} - \frac{\lambda_c}{2} \right) \\ &\pm \sqrt{\left( \frac{\sigma C_{L_\alpha}}{16} - \frac{\lambda_c}{2} \right)^2 + \frac{\sigma C_{L_\alpha}}{8} (\theta \xi - \alpha_0 \xi - \lambda_c)} \end{aligned}$$

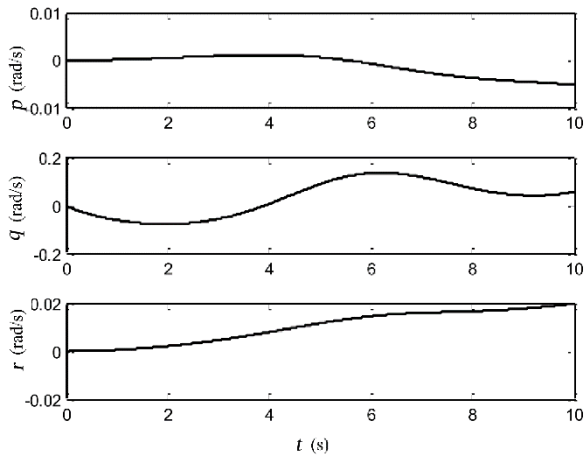


Fig. 4 Free flight angular velocities variation in climb phase

شکل 4 تغییرات سرعت زاویه‌ای پرنده در فاز برخاست در حالت پرواز آزاد

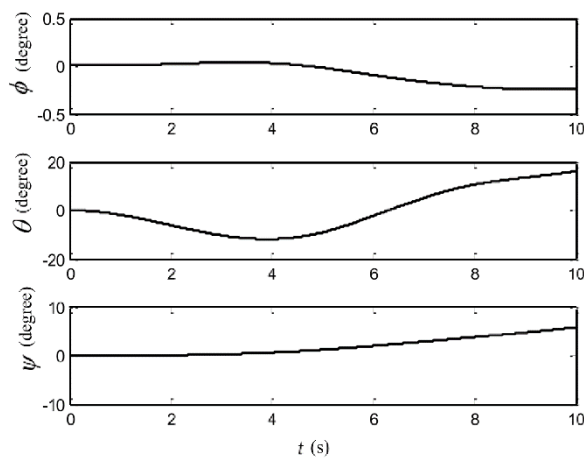


Fig. 5 Free flight Euler angles variation in climb phase

شکل 5 تغییرات زوایای اوپلر پرنده در فاز برخاست در حالت پرواز آزاد

دینامیک زوایای رول و پیچ و نرخ پیچ و رول است. این ناپایداری در فاز عمودی قابل پیش‌بینی بود. در واقع پرنده در فاز عمودی رفتاری مشابه پاندول معکوس دارد که بیان فیزیکی قطب‌های ناپایدار است [15]. به دلیل رفتار دینامیکی مشابه حول دو محور طولی و عرضی در فاز برخاست، دو قطب ناپایدار از لحاظ اندازه مقدار حقیقی و موهومی مقداری نزدیک به هم دارند.

$$\lambda = \begin{bmatrix} -1.5 & -0.93 & 0.18 \pm 0.5i \\ -0.4 & 0.17 \pm 0.3i & -0.003 \end{bmatrix} \quad (33)$$

### 5-1- اعتبارسنجی مدل خطی با شبیه‌سازی غیر خطی

برای اعتبارسنجی مدل استخراج‌شده از خطی‌سازی در فاز پرواز عمودی از ورودی استاندارد دابلت (بر دور موتور سوم) استفاده شده است [15]. برای ایجاد نزدیک‌ترین مدل به دابلت سعی شد دامنه‌ها طوری انتخاب شود که پرنده به حالت تریم برگردد. بدین منظور ورودی به صورت شکل 6 است. شکل 7 نشان می‌دهد که سرعت‌های در راستای محور اول و دوم بدنی تطابق خوبی دارند، اما سرعت در راستای محور سوم در آخر شبیه‌سازی خطی و غیر فاصله می‌گیرند. در شکل 8 مشاهده می‌شود که سرعت‌های زاویه‌ای بدنی تطابق خوبی دارند. با این حال نرخ‌های بدنی در مدل خطی مقداری کمتر دارند. مدل خطی نرخ‌ها با گذشت زمان از مدل غیرخطی فاصله می‌گیرد. این امر سبب می‌شود زوایای اوپلر که در مقادیر کوچک برابر انتگرال نرخ‌هاست از

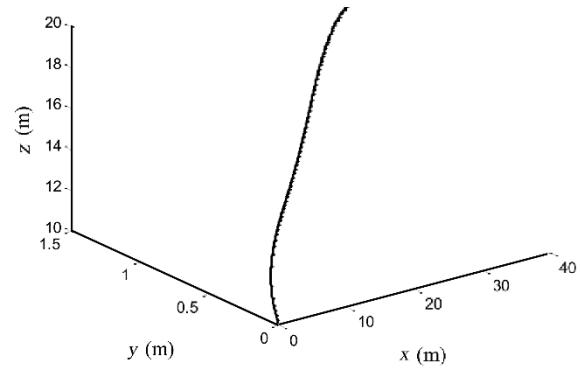


Fig. 2 Free flight trajectory in free flight

شکل 2 مسیر حرکت فاز برخاست در پرواز آزاد (بدون کنترل)

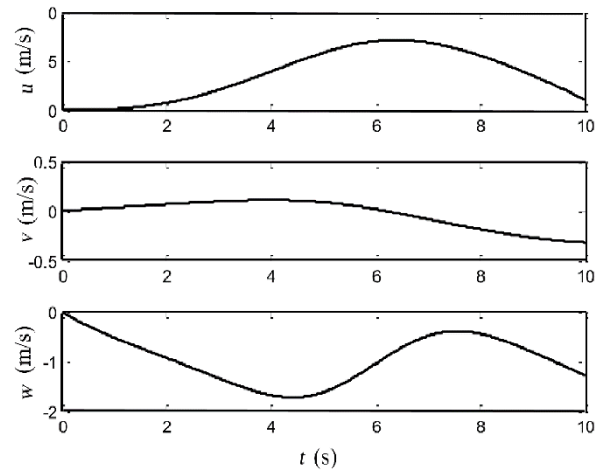


Fig. 3 Free flight linear velocities variation in climb phase

شکل 3 تغییرات سرعت خطی پرنده در فاز برخاست در حالت پرواز آزاد

موجود از پرواز پرنده مورد بررسی به‌وضوح قابل‌رؤیت است. در صورت تمایل به حذف این نوسانات باید از کنترل دور موتور در این فاز استفاده کرد. تغییرات زوایای اوپلر پرنده در شکل 5 ارائه شده است.

### 5- خطی‌سازی معادلات غیر خطی

متغیرهای حالت عبارت از  $[u \ v \ w \ p \ q \ r \ \phi \ \theta]$  است. برای خطی‌سازی از تئوری اغتشاشات کوچک استفاده می‌شود [14] یعنی فرض می‌شود رفتار وسیله پرنده در طول حرکت اغتشاشی می‌تواند به صورت اغتشاش حول نقطه تریم (تعادل) تعریف شود.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (31)$$

$$A = A_1 + A_2 = \left. \frac{dF_1(x, u)}{dx} \right|_{x_e, u_e} + \left. \frac{dF_2(x, u)}{dx} \right|_{x_e, u_e}$$

$$B = B_1 + B_2 = \left. \frac{dF_1(x, u)}{du} \right|_{x_e, u_e} + \left. \frac{dF_2(x, u)}{du} \right|_{x_e, u_e} \quad (32)$$

در روابط (32)،  $F_1$  مشتق‌پذیر تحلیلی است، چون به صورت صریح برحسب متغیرهای آن‌رویدینامیکی تعریف شده است، ولی  $F_2$  مشتق‌پذیر تحلیلی نیست چون شامل نیروها و گشتاورهای وارد بر وسیله پرنده است که به صورت عددی از BEMT به دست می‌آید و به روش عددی مشتق‌گیری می‌شود. پس از خطی‌سازی ماتریس‌های  $A$  و  $B$  استخراج می‌شود و در نهایت مقادیر ویژه برای فاز برخاست به صورت رابطه (33) به دست می‌آید. مشاهده می‌شود که پرنده دارای 4 جفت قطب ناپایدار مختلط که در واقع بیان‌کننده

می شود؛ بنابراین این مدل استخراج شده می تواند به عنوان مدل خطی در طراحی کنترلر استفاده شود.

**6- کنترل تطبیقی فضای حالت**

ساختار یک سیستم مبتنی بر کنترل کننده مدل مرجع در شکل 9 آورده شده است. این ساختار از یک مدل مرجع در کنار مدل واقعی سیستم استفاده می کند [16]. هدف کنترلر دنبال کردن پاسخ مدل مرجع توسط سیستم حلقه بسته است. خروجی کنترلر، ترکیب فیدبک خروجی و فیدفوروارد ورودی مرجع سیستم است. معادله دینامیکی سیستم خطی به صورت رابطه (34) و همچنین مدل مرجع به صورت رابطه (35) است.

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \tag{34}$$

$$\frac{dx_m}{dt} = A_m x_m + B_m u_c \tag{35}$$

هدف یافتن قانون کنترلی است که پاسخ سیستم به ورودی مرجع ( $u_c$ ) مانند پاسخ مدل مرجع شود. بدین منظور قانون کنترلی به صورت ترکیب فیدبک خروجی سیستم و فیدفوروارد ورودی مرجع سیستم به صورت رابطه (36) در نظر گرفته می شود.

$$u = Mu_c - Lx \tag{36}$$

با جای گذاری رابطه (36) در رابطه (34)، رابطه (37) به دست می آید.

$$\frac{dx}{dt} = (A - BL)x + BMu_c = A_c x + B_c u_c \tag{37}$$

$A_c$  و  $B_c$  ماتریس دینامیک و کنترول سیستم حلقه بسته است. مقادیر ایده آل ماتریس های کنترول  $L$  و  $M$  از رابطه (38) به دست می آید.

$$\begin{aligned} A - A_m &= BL^* \\ B_m &= BM^* \end{aligned} \tag{38}$$

اگر تابع خطا بین خروجی سیستم و مدل مرجع به صورت  $e = x - x_m$  در نظر گرفته شود، با مشتق گیری از تابع خطا به صورت رابطه (39) است.

$$\frac{de}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{dx_m}{dt} = Ax + Bu - A_m x_m - B_m u_c \tag{39}$$

با انجام عملیات ریاضی در نهایت تابع خطا به صورت رابطه (40) درمی آید که  $\theta$  ماتریس شامل پارامترهای کنترلی  $L$  و  $M$  است.

$$\frac{de}{dt} = A_m e + B \left( \frac{-x^T(L - L^*)^T + u_c^T(M - M^*)^T}{\Psi(\theta - \theta^*)} \right) \tag{40}$$

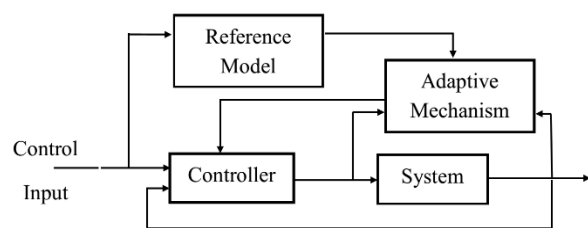
با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف به صورت رابطه (41) به شرح زیر داریم.

$$V(e, \theta) = \frac{1}{2} (ye^T P e + (\theta - \theta^0)^T (\theta - \theta^0)) \tag{41}$$

برای یافتن پارامتر  $P$  باید از رابطه لیاپانوف گفته می شود به صورت رابطه (42) استفاده کرد.

$$A_m^T P + P A_m = -Q \tag{42}$$

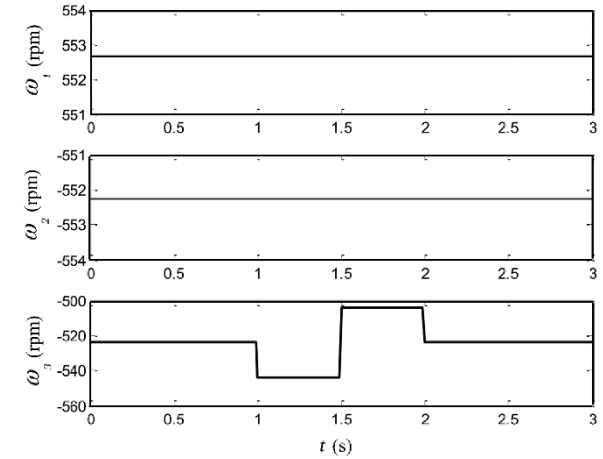
در آن یک ماتریس  $Q$  مثبت معین است (در این جا یک ماتریس همانی 8\*8 است). ثابت می شود که اگر قانون تنظیم پارامترها به صورت رابطه



**Fig. 9** Model reference adaptive control block diagram

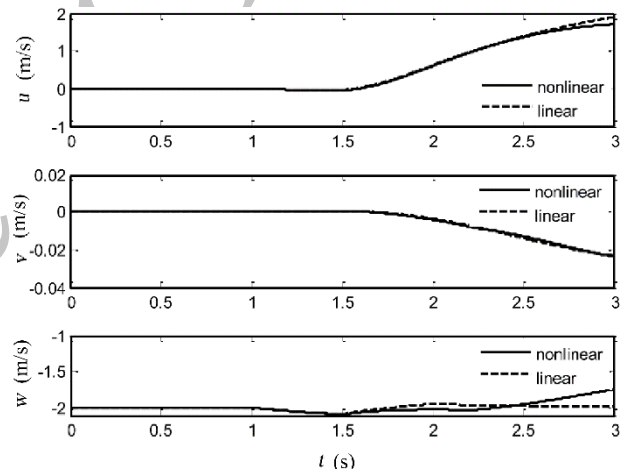
شکل 9 بلوک دیاگرام کنترل تطبیقی مدل مرجع

تطابق کافی برخوردار نباشند که در این قسمت آورده نشده اند. اما با توجه به این که مدل استخراج شده قرار است تنها به عنوان مدل مرجع خطی استفاده شود و همچنین تطابق 1.5 ثانیه ای مدل خطی و غیرخطی در سیستم حلقه بسته که با فرکانس بالا فرایند کنترل را انجام می دهد دقت مناسبی محسوب



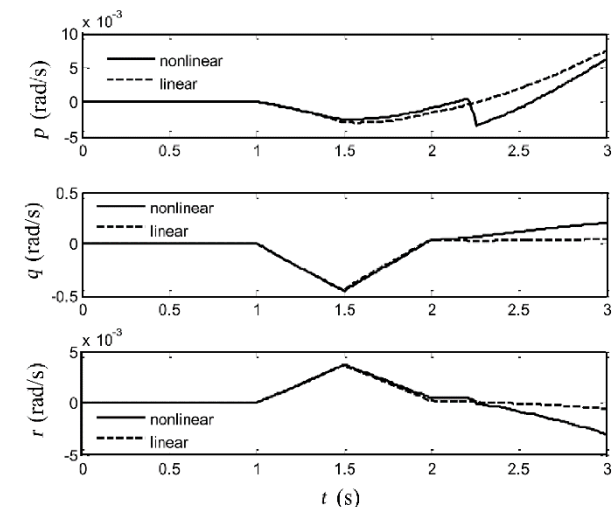
**Fig. 6** Doublet input on third motor angular velocity

شکل 6 ورودی دابلت روی سرعت زاویه ای موتور سوم



**Fig. 7** Linear velocities of UAV in linear and nonlinear simulation

شکل 7 سرعت های خطی پهباد در شبیه سازی خطی و غیرخطی



**Fig. 8** Angular velocities of UAV in linear and nonlinear simulation

شکل 8 سرعت های زاویه ای پهباد در شبیه سازی خطی و غیرخطی

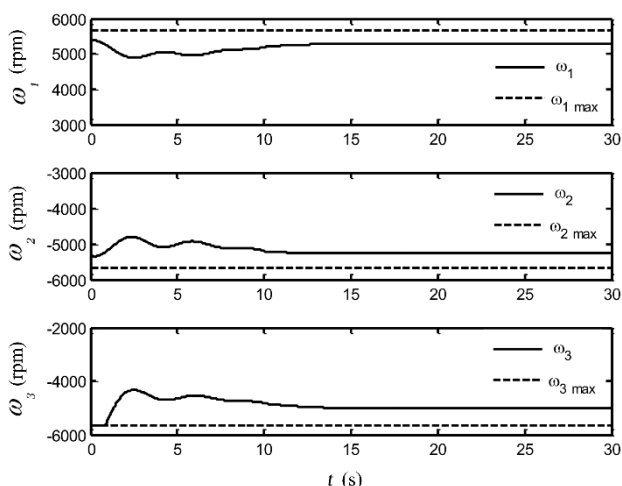


Fig. 11 Motors angular velocities in presence of adaptive control

شکل 11 سرعت زاویه‌ای موتورهای در حضور کنترل تطبیقی

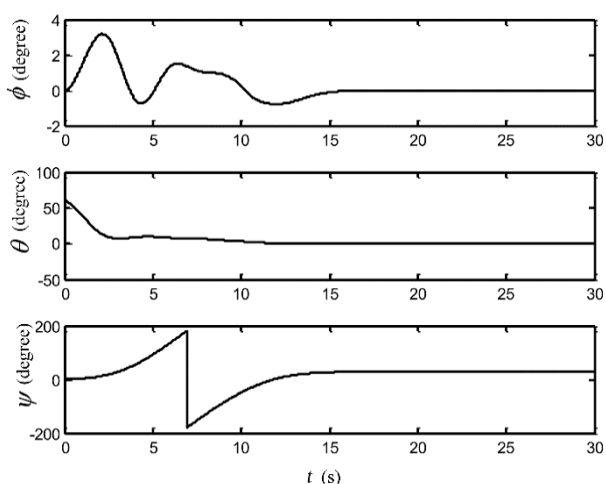


Fig. 12 Euler angles of UAV in presence of adaptive control

شکل 12 زوایای اویلر پهباد در حضور کنترل تطبیقی

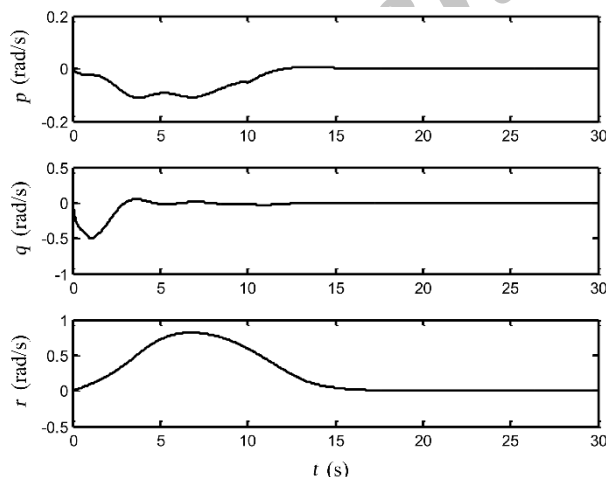


Fig. 13 Angular velocities of UAV in presence of adaptive control

شکل 13 سرعت‌های زاویه‌ای پهباد در حضور کنترل تطبیقی

می‌شود که افق پیش‌بین باید بزرگ‌تر از افق کنترل باشد. به این ترتیب از روی مدل دینامیکی سیستم یک مدل با  $m + 1$  ورودی و  $p$  خروجی به‌دست می‌آید که ورودی‌های آن ورودی‌های حال و آینده مدل و خروجی‌های آن

(43) انتخاب شود پارامتر خطای تعریف شده به سمت صفر می‌رود.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma\psi^T P e \quad (43)$$

پارامتر  $\gamma$  با سرعت همگرایی پروسه به مدل مرجع تناسب دارد و با کمک شبیه‌سازی به‌دست می‌آید. در نهایت پارامترهای کنترل در هر لحظه طوری تغییر می‌کند که پارامترهای سیستم پارامترهای مدل مرجع را دنبال کند.

### 6-1- پیاده‌سازی کنترل تطبیقی فضای حالت در شبیه‌سازی غیر خطی

برای پیاده‌سازی به ازای 60 درجه مقدار اولیه در زاویه پیچ و همچنین با ایجاد نامعینی در ممان اینرسی‌ها (دو برابر کردن درایه‌های قطری ممان اینرسی) به‌ازای مقدار  $\gamma = 0.1$  (سرعت همگرایی پروسه به مدل مرجع) عملکرد کنترل بررسی شده است. ماتریس دینامیک مدل مرجع  $A_m$  طوری انتخاب شده که قطب‌های آن  $-1.5 < s_{1-8} < -0.8$  و  $B_m = B$  است. براساس شکل 10 در ابتدا ورودی کنترلی زاویه تیلت دو موتور جهت خنثی کردن گشتاور یاو، در ابتدا در حالت اشباع قرار دارد و سپس با کم شدن دور موتور سوم و همچنین ممان ژيروسکپی موتورهای از حالت اشباع به سمت مقدار حالت تریم می‌رود (در این فاز حداکثر 4 درجه زاویه نصب به منظور خنثی کردن نرخ یاو در نظر گرفته شده است). همان‌طور که در شکل 11 مشاهده می‌شود برای رسیدن به مدل مرجع ورودی کنترلی دور موتورهای دارای نوسانات است و با توجه به قابلیت تطبیق خود توانایی بیشتری در کنترل پرنده حتی با وجود نامعینی‌ها دارد. پرنده در ابتدا با 4 درجه زاویه تیلت قادر به کنترل یاو نیست و پس از گذشت زمان و کم شدن دور موتور سوم می‌تواند کنترل را برعهده گیرد و در نتیجه پرنده یک دور حول مرکز جرم خود می‌چرخد (شکل‌های 12 و 13). بیشترین دامنه تغییرات سرعت حول محور  $1^B$  است (شکل 14).

### 7- کنترل پیش‌بین

استفاده از کنترل پیش‌بین سبب می‌شود که قیود موجود ورودی را به راحتی بتوان در تولید فرمان کنترلی دخیل کرد. در این روش خروجی‌های آینده سیستم با توجه به مدل دینامیکی موجود از سیستم برحسب ورودی‌های گذشته، خروجی‌های گذشته مدل و پروسه پیش‌بینی می‌شود [17]. در این پیش‌بینی یک افق پیش‌بینی برای خروجی‌ها (افق پیش‌بین  $p$ ) و یک افق پیش‌بینی برای ورودی‌های سیستم حلقه باز (افق کنترل  $m$ ) در نظر گرفته

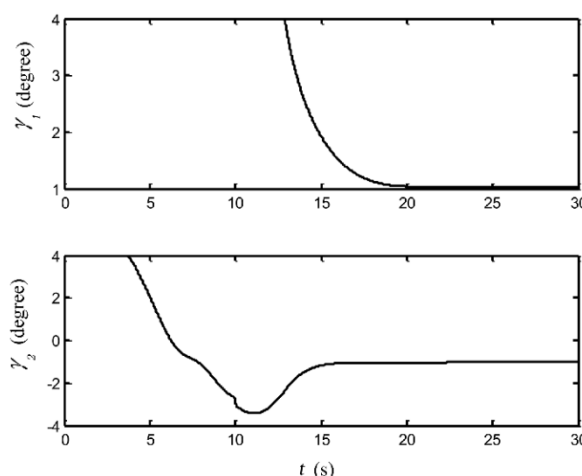


Fig. 10 Tilt angle of two front motors in presence of adaptive control

شکل 10 زاویه تیلت دو موتور جلویی در حضور کنترل تطبیقی

## 4-7- تابع هزینه

در کنترل پیش‌بین نیز مانند کنترل بهینه از یک بهینه‌سازی برای کمینه‌کردن تابع هزینه مورد نظر استفاده می‌شود. این تابع هزینه برای یک مدل چند ورودی، چند خروجی به صورت رابطه (47) تعریف می‌شود:

$$J = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^{n_y} q_i (y_{i,p}(k+j) - y_{i,d}(k+j))^2 + \sum_{j=0}^{m-1} \left( \sum_{i=1}^{n_u} r_i (u_{i,p}(k+j))^2 \right) \quad (47)$$

در این رابطه  $y_{i,p}(k+j)$  پیش‌بینی خروجی  $i$ -ام در زمان  $k+j$  و  $y_{i,d}(k+j)$  خروجی مطلوب  $i$ -ام در زمان  $k+j$  (که برای مسئله رگلاتور مقدار خروجی مطلوب برابر صفر است) و  $u_{i,p}(k+j)$  و همچنین  $r_i$  و  $q_i$  ضرایب وزنی تابع هزینه است. در نهایت مدل خروجی پیش‌بین در طول افق پیش‌بینی به صورت رابطه (48) می‌شود.

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} Y(kp) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+p) \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} CA \\ \vdots \\ CA^p \end{pmatrix} x(k) \\ & + \begin{pmatrix} K_{ACB} & & & \\ CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{p-1}B & CA^{p-2}B & \dots & CE \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U(kp) \\ u(k) \\ \vdots \\ u(k+m) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (48)$$

برای کمینه تابع هزینه معرفی شده در رابطه (48) باید از آن نسبت به ورودی سیستم مشتق گرفته و آن را برابر با صفر قرار داد. در نتیجه بردار ورودی مطلوب به صورت رابطه (49) درمی‌آید.

$$U(kp) = (K_{CAB}^T Q K_{CAB} + R)^{-1} K_{CAB}^T Q (y_d - K_{CA} x(k)) \quad (49)$$

برای کمینه تابع هزینه معرفی شده در رابطه (48) باید از آن نسبت به ورودی سیستم مشتق گرفته و آن را برابر با صفر قرار داد. در نتیجه بردار ورودی مطلوب به صورت رابطه (49) درمی‌آید.

## 5-7- پیاده‌سازی کنترل پیش‌بین خطی در شبیه‌سازی غیرخطی

دینامیک پرنده با زیاد شدن زاویه‌های پیچ و رول از حالت خطی دور و همین سبب می‌شود تا پاسخ کنترل پیش‌بین خطی در زوایای بالای پیچ و رول پاسخ قابل‌انتظار را نداشته باشد؛ بنابراین کنترل طراحی شده در این گام به ازای 20 درجه مقدار اولیه در زاویه پیچ بر شبیه‌سازی غیرخطی پیاده‌سازی شده است. ماتریس‌های وزنی  $q$  و  $r$  که در واقع اهمیت هر کدام از متغیرهای حالت و ورودی‌ها را نشان می‌دهد به صورت رابطه (50) در نظر گرفته شده است.

$$q = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r & \phi & \theta \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 15 & 30 & 30 \end{bmatrix} \quad (50)$$

برخلاف روش کنترلی پیشین ورودی زاویه تیلت دو موتور جلو از نوسانات بیشتری برخوردار است (شکل 15). شکل 16 نشان می‌دهد که تغییرات دور موتورها در ثانیه ابتدایی بسیار بالاست. با توجه به شکل 17 پرنده حدود 100 درجه پرنده حول مرکز جرم (حرکت سمت) به دور خود می‌چرخد. اثر اشباع عملگر دور موتورها در لحظات اولیه در شکل 16 آورده

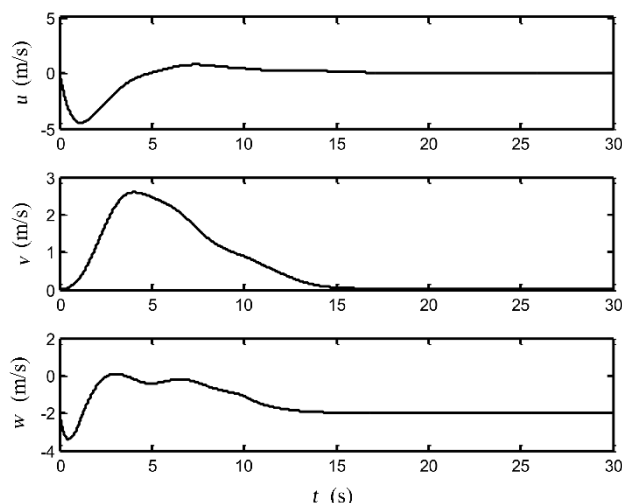


Fig. 14 Linear velocities of UAV in presence of adaptive control

شکل 14 سرعت‌های خطی پهپاد در حضور کنترل تطبیقی

خروجی‌های آینده سیستم است. پس از محاسبات مربوطه (با توجه به تابع هزینه تعریف شده) ورودی سیستم برای زمان حال و آینده به دست می‌آید که معمولاً تنها ورودی به دست آمده برای لحظه حال مورد استفاده قرار می‌گیرد و در زمان‌های بعدی محاسبات مربوطه دوباره انجام می‌شود. در طراحی کنترل‌های پیش‌بین پارامترهای فرکانس پردازش، قیود، افق پیش‌بین و افق کنترل و تابع هزینه اثرگذار است.

## 1-7- فرکانس پردازش (زمان نمونه برداری)

فرکانس پردازش 100 هرتز در شبیه‌سازی قابل دسترسی است. در صورت کمتر بودن فرکانس پردازشی سیستم رایانه پرواز می‌توان پارامترها را متناسب با فرکانس پردازشی آن استخراج کرد.

## 2-7- قیود موجود

قیود ورودی‌ها در رابطه (44) آورده شده است:

$$\begin{aligned} -\omega_{\max} &< \omega_1 < (\omega_{1\max} - \omega_{1\text{trim}}) \\ -(\omega_{2\max} + \omega_{2\text{trim}}) &< \omega_2 < \omega_{2\max} \\ -(\omega_{3\max} + \omega_{3\text{trim}}) &< \omega_3 < \omega_{3\max} \\ -(\gamma_{1\max} + \gamma_{1\text{trim}}) &< \gamma_1 < (\gamma_{1\max} - \gamma_{1\text{trim}}) \\ -(\gamma_{2\max} + \gamma_{2\text{trim}}) &< \gamma_2 < (\gamma_{2\max} - \gamma_{2\text{trim}}) \end{aligned} \quad (44)$$

که مقدار بیشینه ورودی‌ها به صورت رابطه (45) است.

$$\begin{aligned} \omega_{1\max} = \omega_{2\max} = \omega_{3\max} &= 5666 \text{ Rev/min} \\ \gamma_{1\max} = \gamma_{2\max} &= 4 \text{ deg} \end{aligned} \quad (45)$$

## 3-7- افق پیش‌بین و افق کنترل

افق کنترل از روی تئوری کنترل پیش‌بین حداقل برابر با تعداد قیود در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین برای پرنده عمود پرواز TTR VTOL UAS افق کنترل حداقل برابر با 10 در نظر گرفته شود [17]. اگر این مقدار بزرگ‌تر شود حجم محاسبات بالا می‌رود و ممکن است زمان محاسبات رایانه پرواز بزرگ‌تر از حالت زمان حقیقی شود. این موضوع سبب می‌شود کنترلر کاربرد خود را از دست دهد؛ بنابراین مقدار افق پیش‌بینی 12 با توجه به حجم محاسباتی و قابلیت رایانه پروازهای موجود در نظر گرفته می‌شود. افق پیش‌بین باید بزرگ‌تر از افق کنترل باشد، پس رابطه (46) را به صورت زیر داریم.

$$\begin{aligned} m_{\text{mpc}} &= 12 \\ P_{\text{mpc}} &= 13 \end{aligned} \quad (46)$$



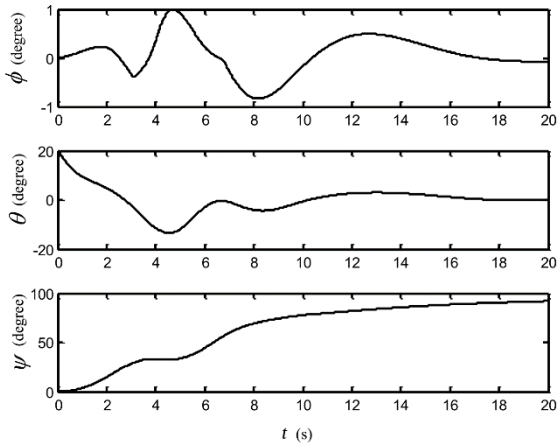


Fig. 17 Euler angles of UAV in presence of model predictive control

شکل 17 زوایای اوبلر پهپاد در حضور کنترل پیش‌بین

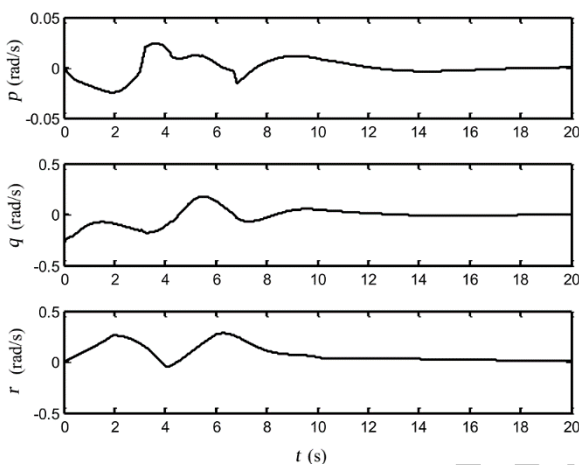


Fig. 18 Angular velocities of UAV in presence of model predictive control

شکل 18 سرعت‌های زوایای پهپاد در حضور کنترل پیش‌بین

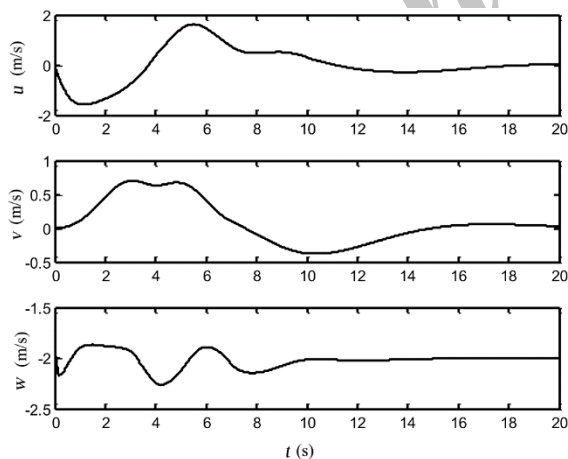


Fig. 19 Linear velocities of UAV in presence of model predictive control

شکل 19 سرعت‌های خطی پهپاد در حضور کنترل پیش‌بین

براساس شکل 20 با گذشت زمان در طول 12 ثانیه مسیر پهپاد در حالی که اثر ژيروسکوپیی در نظر گرفته نشده است از مسیر واقعی خود فاصله بیشتری می‌گیرد. این موضوع نشان می‌دهد در نظر گرفتن این اثر با مدل‌سازی چند جسمی به خوبی توانسته است این اثر فیزیکی را در شبیه‌سازی‌ها نشان دهد.

شده است. اشباع عملگر زاویه تیلت‌ها در شکل 15 نشان داده شده است. همان‌طور که بیان شد ورودی‌های کنترلی ارائه شده در شکل 15 به منظور کنترل نرخ بدنی  $\tau$  استفاده می‌شود. براساس شکل 18 در 2 ثانیه اول که هر دو این عملگرها در حالت اشباع قرار دارند، مقدار خروجی  $\tau$  با شیب ثابت در حال رشد است که این موضوع صحت شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. در شکل 18 کنترلر پارامتر زاویه پیچ را در 10 ثانیه اول شبیه‌سازی به صفر نرسانده است و با نرخ بسیار کم به سمت صفر می‌روند. شکل 19 سرعت‌های بدنی پرنده را نشان می‌دهد، که نوسان حول محور اول تقریباً 3 برابر نوسان حول محور دوم است.

#### 6-7- تحلیل اثر ژيروسکوپیی موتورها بر دینامیک پهپاد

برای مشاهده اثر ژيروسکوپیی موتورها روی دینامیک پرنده و مقایسه آن با حالتی که این اثر در نظر گرفته نشده است، ابتدا در رابطه (9) اندازه حرکت زاویه‌ای کل پهپاد اثر ژيروسکوپیی موتورها را حذف کرد. اگر ترم‌های یک، دو، سه، پنج، شش و هفت از سمت راست رابطه (9) حذف شود، این اثر در مدل‌سازی نیز حذف خواهد شد. حال برای مشاهده این اثر در شبیه‌سازی فاز پرواز آزاد برخاست (نمودار ارائه شده در شکل 2) نمودار مسیر حرکت برای دو حالت شبیه‌سازی با در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپیی موتورها و شبیه‌سازی بدون در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپیی موتورها ارائه می‌شود.

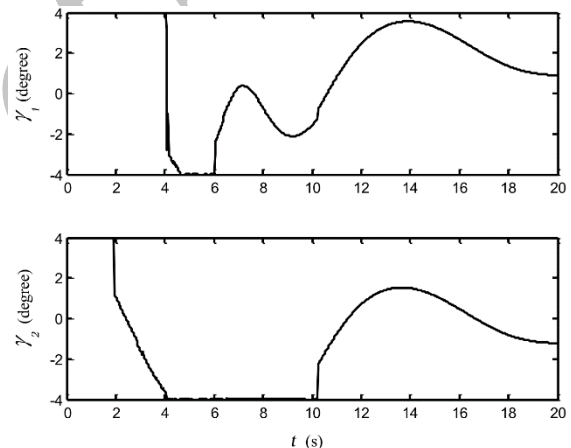


Fig. 15 Tilt angle of two front motors in presence of model predictive control

شکل 15 زاویه تیلت دو موتور جلویی در حضور کنترل پیش‌بین

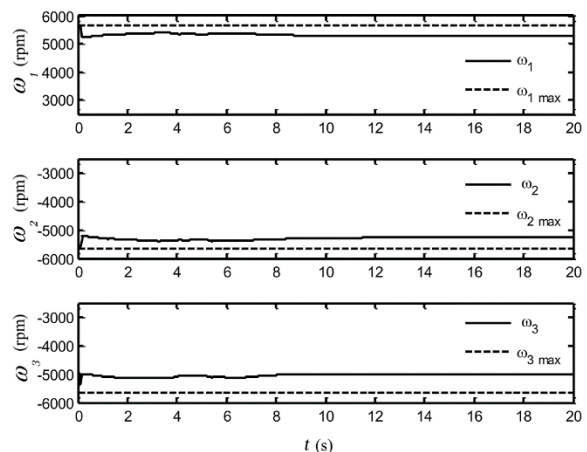


Fig. 16 motors angular velocities in presence of model predictive control

شکل 16 سرعت زوایای موتورها در حضور کنترل پیش‌بین

موجود استفاده و نتایج آن با نتایج موجود مقایسه شود؛ مرجع [18] منبع مناسبی برای این کار است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی به کمک نتایج تست پروازی پرنده بهبود داده شود، همچنین دینامیک پرنده به کمک تست پرواز و روش شناسایی سیستم استخراج و در نهایت به کمک مدل شناسایی شده به طراحی کنترلر مناسب برای پرنده پرداخته شود. یکی از مهم‌ترین مباحث برای ادامه تحقیقات روی این پهپاد بحث هدایت آن است. استفاده از روش‌های هدایت نقطه مجازی و ردیابی مسیر مقاوم [19] برای آغاز فاز هدایت این پهپاد بسیار مناسب است. در ادامه می‌توان برای هدایت این پهپاد در کنار روش‌های موجود برای هدایت پهپادها از تکنیک مد لغزشی جزئی [20] و تئوری پایداری جزئی [21] نیز استفاده کرد.

### 10- فهرست علائم

ماتریس دینامیک سیستم	$\dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}u$	A
ماتریس کنترل سیستم	$\dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}u$	B
ضرایب برآ و پسا		$C_l, C_d$
طول وتر موضعی پره		c
مشق زمانی معمولی		$d(*)/dt$
نیروی برآ و پسا وارد بر هر المان		$dL, dD$
طول هر المان از پره		dy
مؤلفه‌های نیروهای وارد بر هر المان از پره هر موتور		$dF_x, dF_y, dF_z$
خطا بین خروجی سیستم و مدل مرجع		e
نیروی خارجی وارد بر پرنده		f
شتاب گرانش		g
تسور اینرسی قاب B نسبت به نقطه C		$I_C^B$
تابع هزینه		J
فاکتور جریان القایی		k
مؤلفه‌های گشتاور تولیدی موتورها در دستگاه بدنی		$L_{p_i C}, M_{p_i C}, N_{p_i C}$
تکانه زاویه‌ای قاب B نسبت به A حول C		$I_C^{BA}$
گشتاورهای خارجی وارد بر پرنده		m
افق کنترلر و افق پیش‌بین		$m_{mpc}, P_{mpc}$
جرم قاب B		$m^B$
تکانه خطی ذره B نسبت به قاب A		$P_B^A$
مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای پرنده در دستگاه بدنی		p, q, r
بردار گشتاور ناشی از درگ هر موتور		$Q_{P_i}$
شعاع پره		R
ضرایب وزنی تابع هزینه		$r_i, q_i$
بردار جابه‌جایی نقطه B نسبت به نقطه A		$S_{BA}$
ترانهاده بردار $S_{BA}$		$\bar{S}_{BA}$
مقادیر ویژه (قطب‌های سیستم)		s
بردار ورودی مطلوب		$U(kp)$
سرعت عمودی و مماسی عبوری از پره		$U_p, U_T$
مؤلفه‌های بردار سرعت پرنده در دستگاه بدنی		u, v, w
بردار سرعت نقطه B نسبت به قاب A		$v_B^A$
سرعت القایی عبوری از پره		$v_i$
مؤلفه‌های بردار مکان پرنده در دستگاه محلی		$x_e, y_e, z_e$
مؤلفه‌های نیروی رانشی موتور		X, Y, Z
پیش‌بینی خروجی $i$ -ام در زمان $k + j$		$y_{i,p}(k + j)$

کنترلر با در نظر گرفتن این اثر بهتر (بهینه‌تر) طراحی و پیاده‌سازی خواهد شد. از آن‌جا که در بحث هدایت این پهپاد دانستن موقعیت اصلی آن که منجر به تولید دستور هدایت می‌شود بسیار حیاتی است، در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپی موتورها منجر به هدایت بهتر این پهپاد در تست‌های تجربی خواهد شد.

### 8- نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر ژيروسکوپی موتورها بر دینامیک پرنده با مدل‌سازی چندجسمی پرنده TTR VTOL UAV و شبیه‌سازی 11 درجه آزادی در نظر گرفته شد. سپس نیروها و گشتاورهای ناشی از موتور در حالت دینامیکی با استفاده از BEMT به دست آمد. در فاز برخاست مشخصات تریم پرنده شامل دور هر سه موتور و زاویه نصب موتور سوم استخراج شد. در فاز برخاست پرنده به ازای دور ثابت موتورها شبیه‌سازی و نشان داده شد که در این حالت پرنده دارای حرکت نوسانی در زاویه پیچ است. این پدیده در اثر نوسان در نیروی تولیدی پرنده براساس تئوری‌های بالگرد است که با نمونه‌های عملیاتی نیز تطابق دارد. سپس به کمک کنترلر شرایط تریم شامل ورودی ثابت و متغیرهای حالت تریم استخراج شد. خطی‌سازی معادلات حرکت در فضای حالت که در آن کوبلینگ‌ها نیز در نظر گرفته شد، با استفاده از تئوری اغتشاشات کوچک انجام و ماتریس‌های ژاکوبین حول نقطه تریم استخراج شد، سپس مدل خطی و غیرخطی با یکدیگر مقایسه و مشاهده شد که از دقت کافی برخوردار است و می‌توان به عنوان مدل خطی در طراحی کنترلر از آن‌ها استفاده کرد. در بخش طراحی کنترلر دو روش تطبیقی مدل مرجع فضای حالت و کنترلر پیش‌بین خطی استفاده شد. در فاز پرواز عمودی مدل با زاویه گرفتن از حالت خطی خارج شده و در نتیجه پیش‌بینی از روی مدل خطی دچار خطا خواهد شد؛ کنترل تطبیقی با توجه به این‌که در مقابل نامعینی‌ها (برای نمونه در این‌جا دو برابر شدن درایه‌های ماتریس ممان اینرسی مورد بررسی قرار گرفت) قابلیت تطبیق از خود نشان داد و حتی در زاویه انحراف اولیه پیچ 60 درجه به‌خوبی پرنده را به حالت تریم برگرداند؛ بنابراین در فاز پرواز عمودی عملکرد بهتری نسبت به کنترلر پیش‌بین از خود نشان داد.

### 9- پیشنهادات

در ادامه پیشنهاد می‌شود ابتدا یک کنترلر غیرخطی در کنار کنترلرهای

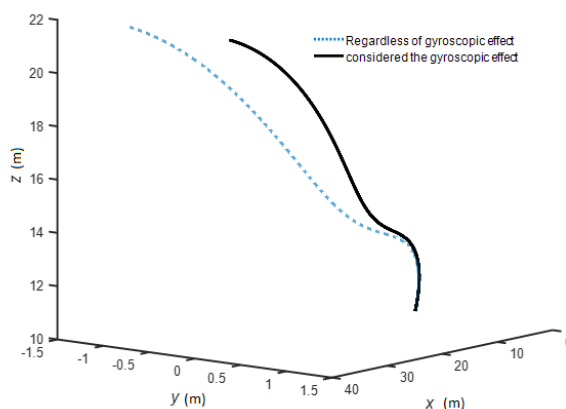


Fig. 20 UAV trajectory in climb phase for two states: 1- Taking into accounts the gyroscopic effect 2- Regardless of gyroscopic effect

شکل 20 نمودار مسیر حرکت پهپاد در فاز برخاست، برای دو حالت 1- با در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپ 2- بدون در نظر گرفتن اثر ژيروسکوپی

## 11- مراجع

- [1] A. Bhanja Chowdhury, A. Kulhare, G. Raina, *A generalized control method for a Tilt-rotor UAV stabilization*, *Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER)*, 2012 IEEE International Conference, Thailand: IEEE, pp. 309-314, 2012.
- [2] J. T. VanderMey, *Tilt Rotor Uav for Long Endurance Operations in Remote Environments*, Master os science Thesis, University of Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2011. Diss.
- [3] X. Fang, Q. Lin, Y. Wang, L. Zheng, Control strategy design for the transitional mode of tiltrotor UAV, *Industrial Informatics (INDIN)*, 2012 10th IEEE International Conference, China: IEEE, pp. 248-253, 2012.
- [4] C. Papachristos, K. Alexis, A. Tzes, Design and experimental attitude control of an unmanned tilt-rotor aerial vehicle, *Advanced Robotics (ICAR)*, 11<sup>th</sup> International Conference, Estonia: IEEE, pp. 465-470, 2011.
- [5] C. Papachristos, K. Alexis, A. Tzes, Linear quadratic optimal position control for an unmanned tri-tiltrotor, *Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, International Conference, Tunisia: IEEE, pp. 708-713, 2013.
- [6] F. Kendoul, I. Fantoni, R. Lozano, Modeling and control of a small autonomous aircraft having two tilting rotors, *Decision and Control, 2005 European Control Conference, CDC-ECC'05, 44th IEEE Conference*, Spain: IEEE, pp. 8144-8149, 2005.
- [7] D. A. Ta, I. Fantoni, R. Lozano, Modeling and control of a tilt tri-rotor airplane, *Proceedings of the 2012 American Control Conference*, Canada: IEEE, pp. 131-136, 2012.
- [8] J. Escareo, A. Sanchez, O. Garcia, R. Lozano, Triple tilting rotor mini-uav: modeling and embedded control of the attitude, *American Control Conference*, USA: IEEE, pp. 3476-3481, 2008.
- [9] M. Alam, S. Celikovskiy, D. Walker, Robust hover mode control of a tiltrotor using nonlinear control technique, *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, USA: AIAA SciTech Forum, pp. 0359, 2016.
- [10] D. N. Cardoso, G. V. Raffo, S. Esteban, A robust adaptive mixing control for improved forward flight of a tilt-rotor UAV, *Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 2016 IEEE 19th International Conference, Brazil: IEEE, pp. 1432-1437, 2016.
- [11] C. Chen, J. Zhang, D. Zhang, L. Shen, Control and flight test of a tilt-rotor unmanned aerial vehicle, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 14, No. 1, pp. 1729881416678141, 2017.
- [12] P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*, First Edition, pp. 87-208, Virginia: AIAA, 2000.
- [13] J. G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge university press, pp.115-148, 2006.
- [14] C. Ozgen, *Modeling Stability Analysis and Control Design of a Small-Sized Tiltrotor UAV*, Middle East Technical University, pp. 43-48, 2009.
- [15] M. B. Tischler, R. K. Remple, *Aircraft and Rotorcraft System Identification*, AIAA Education Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, New York, pp. 83-88, 2006.
- [16] K. Astrom, B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Dover Publications, New York, pp. 209-213, 2008.
- [17] J. A. Rossiter, *Model-Based Predictive Control: A Practical Approach*, CRC press, pp. 180-230, 2013.
- [18] T. Binazadeh, M. H. Shafiei, *Novel Approach in Nonlinear Autopilot Design*, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 29, No. 1, pp. 04015017, 2015.
- [19] F. Tavakol, T. Binazadeh, robust path tracking of a vertical take-off landing airplane by dynamic sliding mode control method, *Open Science Journal of Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 2, No. 3, pp. 50-58, 2015.
- [20] M. H. Shafiei, T. Binazadeh, Application of partial sliding mode in guidance problem, *ISA Transactions*, Vol. 52, No. 2, pp. 192-197, 2013.
- [21] M. H. Shafiei, T. Binazadeh, Partial stabilization-based guidance, *ISA Transactions*, Vol. 51, No. 1, pp. 141-145, 2012.

خروجی مطلوب $i$ -ام در زمان $k + z$	$y_{i,d}(k + z)$
بردار خروجی مطلوب	$y_d$
<b>علائم یونانی</b>	
زاویه حمله برآ صفر ایرفویل	$\alpha_0$
زاویه تیلت موتور $i$ -ام	$\gamma_i$
بیشینه زاویه تیلت موتور $i$ -ام	$\gamma_{i,max}$
زاویه پیش‌هندسی هر المان	$\theta_i$
نسبت جریان ورودی به پره	$\lambda_i$
طول بی‌بعد شده پره $\xi = y/R$	$\xi$
چگالی هوا	$\rho$
نسبت صلبیت پره	$\sigma$
زاویه جریان القایی عبوری از پره هر موتور	$\phi_i$
بردار سرعت زاویه‌ای قاب $B$ نسبت به قاب $A$	$\omega^{BA}$
بیشینه دور موتور $i$ -ام	$\omega_{i,max}$
<b>بالانویس‌ها</b>	
قاب پرنده بدون در نظر گرفتن موتورها	$B$
قاب اینرسی	$E$
قاب موتور اول	$p_1$
قاب موتور دوم	$p_2$
قاب موتور سوم	$p_3$
کل پرنده	$tot$
<b>زیرنویس‌ها</b>	
آئرودینامیکی	$a$
مرکز جرم پرنده بدون در نظر گرفتن موتورها	$B$
مرکز جرم پرنده بدون در نظر گرفتن موتورها	$C$
فاز برخاست	$c$
فاز نشست	$d$
شمارنده موتور	$i$
رانشی	$p$
مرکز جرم موتور اول	$p_1$
مرکز جرم موتور دوم	$p_2$
مرکز جرم موتور سوم	$p_3$