



## طراحی و پیاده‌سازی سیستم AHRS با دینامیک اوایلر و استفاده از تابع کاتز و تخمین گر پیش‌بین

حمید وثوقی<sup>1</sup>، جعفر کیقبادی<sup>2\*</sup>، جواد فرجی<sup>3</sup>

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

3- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

\* تبریز، صندوق پستی 5166614766، keighobadi@tabrizu.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 14 اسفند 1395

پذیرش: 24 اردیبهشت 1396

ارائه در سایت: 25 خرداد 1396

کلید واژگان:

تخمین

مشاهده گر

دوگان

عدم قطعیت

زوایای سمت و تراز

در سال‌های اخیر برای کاهش هزینه در موقعیت‌یابی در استفاده‌های غیرنظامی و رباتیک، حسگر اینرسی کم‌هزینه به‌خصوص انواع سیستم میکرو الکترومکانیکی (MEMS) تولید شده‌اند. خطا موقعیت‌یابی سیستم ناوبری اینرسی که شامل حسگر اینرسی کم‌هزینه است به دلیل قطعیت نداشتن قابل توجه ناشی از نویز، بایاس و دررفت حسگرهای MEMS در مدت‌زمان کوتاه افزایش می‌یابند؛ بنابراین ترکیب با سیستم کمکی مانند سیستم موقعیت‌یابی جهانی جهت کاهش خطاها از طریق الگوریتم تخمین یکپارچه‌سازی انجام شده است. در این مقاله هدف توسعه یک الگوریتم تخمین گر جدید برای ادغام مجموعه زوایای سمت و تراز یک سیستم مرجع (AHRS) با سیستم موقعیت‌یابی جهانی، است. فیلتر کالمن معمولاً برای سیستم‌های خطی و نسخه توسعه‌یافته آن برای سیستم غیرخطی استفاده می‌شود. به‌طور کلی، زمانی که سیستم دارای رفتار غیرخطی باشد تخمین گر فیلتر کالمن با مشکل مواجه می‌شود. برای غلبه بر این مشکل تخمین گر پیش‌بین در این مقاله در نظر گرفته می‌شود. فرایند طراحی تخمین گر پیش‌بین (MPO) بر مبنای دوگان بین مسائل کنترل و تخمین در سیستم‌های خطی ارائه شده است. برای دست‌یابی به عملکرد بهتر برای روش ارائه‌شده، با فیلتر کالمن توسعه‌یافته شده در آزمایش‌های عملی AHRS/GPS بر روی خودرو و وسیله نقلیه هوایی مقایسه شده است. نتایج آزمایش MPO طراحی شده در تمام آزمایش‌ها نشان‌دهنده برتری قابل توجهی در مقایسه با فیلتر کالمن توسعه‌یافته است.

## Design and implementation of AHRS by using Kautz function and predictive estimator with Euler's dynamic

Hamid Vosoughi<sup>1</sup>, Jafar Keighobadi<sup>1</sup>, Javad Faraji<sup>1\*</sup>

1- Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

\* P.O.B. 5166614766 Tabriz, Iran, keighobadi@tabrizu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 04 March 2017  
Accepted 14 May 2017  
Available Online 15 June 2017

**Keywords:**  
Estimation  
Observer  
Duality  
Uncertainty  
Attitude and Heading of Reference System

### ABSTRACT

In recent years, to reduce positioning cost for civil and robotic applications, low-cost inertial sensors, especially Micro Electro Mechanical System (MEMS) types have been produced. Positioning Error of an inertial navigation system comprising low-cost inertial sensors increases due to significant uncertainty of noises, bias and drift of MEMS sensors in short times. Therefore, combination with an auxiliary system such as the Global Positioning System (GPS) is proposed in order to reduce the errors through integration estimator algorithms. This paper aims to develop a new estimation algorithm for integrated attitude and heading reference system (AHRS) with GPS. Kalman Filter is commonly used for linear systems and its extended version has been used for nonlinear system. Generally, the Kalman type estimators fall into trouble when the system exhibits nonlinear behavior and to overcome these issues, the predictive estimator is considered in the paper. Design process of Model Predictive Observer (MPO) is proposed based on the duality between the problems of control and estimation in linear systems. To assess the performance of the proposed method compared with the extended Kalman filter, practical tests of AHRS/GPS have been done on car and flight vehicles. The test results of the designed MPO during all tests show the significant superiority in comparison to the extended Kalman filter.

### 1- مقدمه

به‌دست‌آمده از حسگرها عکس‌العمل نشان دهند. در گذشته نبود مرجع مناسب با دقت بالا جهت اندازه‌گیری زمان برای تعیین طول جغرافیایی یکی از موانع ناوبری دقیق در دریا بود. معمولاً عرض جغرافیایی توسط اجسام نجومی به شرط رؤیت قابل تعیین است. در قرن 18 ستاره‌شناس سلطنتی بریتانیایی مطالعاتی در مورد رفع مشکل تعیین طول جغرافیایی انجام داد.

واژه ناوبری به معنای تعیین موقعیت یک هدف نسبت به چارچوب مرجع با استفاده از تحلیل و تفسیر داده حسگرهاست. ناوبری یک مهارت و هنر باستانی بوده که امروزه به علم پیچیده‌ای تبدیل شده است. عملگرهای کنترلی سامانه‌های ناوبری طوری طراحی شده‌اند که در مقابل اطلاعات

Please cite this article using:

H. Vosoughi, J. Keighobadi, J. Faraji, Design and implementation of AHRS by using Kautz function and predictive estimator with Euler's dynamic, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 221-232, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

با گذر زمان افزایش می‌یابند، بیش از پیش سبب رشد خطای موقعیت در سامانه ناوبری اینرسی می‌شوند. کاربرد آن در ارتفاع نزدیک زمین به دلیل اغتشاشات خارجی مغناطیسی برخلاف کاربردهای فضایی و یا دریایی سامانه ناوبری با مشکلات بسیاری مواجه می‌شود؛ بنابراین استفاده از الگوریتم تخمین‌گری که مناسب سامانه ناوبری ترکیبی باشد اهمیت بسیاری دارد. متغیرهای حالت یک سامانه آن دسته از متغیرهایی است که نمایه کلی از شرایط داخلی سامانه را در هر لحظه از زمان می‌توانند به دست دهد [2].

ناوبری اینرسی یک بخش بسیار مهم از سیستم‌های دارای دینامیک پیچیده و غیرخطی است که تخمین حالت‌های آن، هسته مرکزی توسعه سامانه‌های ناوبری ترکیبی اینرسی-جهانی را تشکیل می‌دهد [3]. راه‌حل واحدی در زمینه تخمین حالت سیستم‌های غیرخطی وجود ندارد که بتوان نتیجه کاملاً متمایز و بهتری نسبت به روش‌های دیگر به دست آورد [4]. تخمین‌گر کالمن<sup>3</sup>، تخمین‌گر کالمن توسعه‌یافته<sup>4</sup>، تخمین‌گر کالمن بر اساس نمونه‌برداری<sup>5</sup> و تخمین‌گر ذره‌ای<sup>6</sup> از جمله روش‌های تخمین است [5-8]. تخمین‌گرهایی که از ترکیب روش‌هایی مانند مدل‌سازی فازی و شبکه‌های عصبی در ساختار خود استفاده می‌کنند نیز برای تخمین استفاده می‌شوند [10,9]. در دهه 1970 که تخمین‌گر کالمن در صنایع هوا و فضا در برنامه فضایی آپولو 11 استفاده شد [11]. جهت ترکیب بهینه دو سامانه ناوبری اینرسی و سامانه موقعیت‌یاب جهانی به شکل آنلاین استفاده از تخمین‌گر کالمن و مشتقات آن (از نوع توسعه‌یافته آن برای سامانه‌های غیرخطی) رایج است [12,13]. این تخمین‌گر بر مبنای خطی‌سازی معادلات دینامیکی و معادلات اندازه‌گیری به وسیله بسط تیلور عمل می‌کند [5]. تخمین‌گرهای نوع کالمن فقط تحت شرایطی می‌توانند پاسخ قابل‌پذیرشی دهند که در آن مدل دینامیکی حالت خاص و از پیش تعیین‌شده و اطلاعات ورودی با مدل دینامیک سیستم سازگاری داشته باشند [12,13]. این در حالی است که تعیین و تنظیم مدل تصادفی مشخص برای هر کدام از حسگرهای اینرسی میکرو الکترومکانیکی به‌طوری‌که مناسب هر شرایط محیطی بوده و رفتار درازمدت خطای این حسگرها را نیز منعکس کند بسیار دشوار است [6,14]. فنگ و همکارش برای بهبود عملکرد تخمین‌گر کالمن توسعه‌یافته با طراحی تخمین‌گر پیش‌بین<sup>7</sup> که برای نخستین بار توسط گرسیدیس معرفی شده بود [15]، خطای مدل‌سازی ناشی از بایاس شتاب‌سنج‌ها را در سامانه مرکب اینرسی-جهانی تخمین زدند [8]. تعدادی از این مشکلات شامل ناتوانی‌ها برای نمایش ظرفیت متغیر فیزیکی به صورت دقیق است. روش مدل مشاهده‌گر پیش‌بین<sup>8</sup> (MPO) برای غلبه بر این مشکل پیشنهاد شده که به عنوان یک اپراتور محاسباتی آنلاین برای تخمین و تقریب متغیرهای حالت داده شده استفاده می‌شود. روش مدل پیش‌بین یک روش تخمین آنلاین بهینه است که برای مدل‌های غیرخطی استفاده می‌شود. مزیت این روش نسبت به روش‌های تخمین شناخته‌شده دیگر همراهی قیود با دقت بالا در داخل مسئله بهینه است.

هدف اصلی این مقاله ارائه یک روش مدل مشاهده‌گر پیش‌بین با استفاده از تابع متعامد کاتز<sup>9</sup> است. تابع کاتز مقادیر ویژه مختلط و حقیقی سیستم حلقه بسته INS/GPS را با هم وارد محاسبات کرده و این کار سبب افزایش

در نهایت هریسون با ابداع یک کرومومتر دقیق توانست این مشکل را حل کند [1]. با کشف اثر ژيروسکوپ توسط فوکالت و همچنین توسعه‌هایی که در زمینه ساخت ژيروسکوپ انجام، ابزاری برای اندازه‌گیری حرکت دورانی ایجاد شد. در این ابزار از پدیده ثابت بودن محور دورانی دیسک دوار در فضا استفاده می‌شد [1]. در سال‌های اخیر فناوری‌های متفاوتی برای موقعیت‌یابی استفاده شده‌اند که روش‌های استفاده‌شده در آن‌ها را می‌توان به دو دسته کلی موقعیت‌یابی نسبی و موقعیت‌یابی مطلق تقسیم‌بندی کرد. تعیین موقعیت با انتگرال‌گیری از داده‌های خروجی چند حسگر و با دانستن مجموعه‌ای از اطلاعات اولیه موقعیت، سرعت و جهت حرکت را روش موقعیت‌یابی نسبی گویند [1]. هسته سامانه‌های ناوبری متشکل از مجموعه‌ای از چند حسگر است که با رایانه‌ای ادغام شده‌اند که این رایانه می‌تواند اطلاعات ناوبری را با دقت و پایداری نسبی لازم محاسبه کند. خروجی این سامانه متغیرهای حالت ناوبری شامل اطلاعات موقعیت، سرعت و وضعیت (زوایای سمت و تراز) است. حسگرهای رایجی که در این سامانه‌ها می‌توان از آن‌ها استفاده کرد، مجموعه‌ای از کمیت‌های دینامیکی مانند سرعت، شتاب و سرعت زاویه‌ای را اندازه‌گیری می‌کنند و عبارت از مسافت‌سنج، شتاب‌سنج، ژيروسکوپ، قطب‌نما، ارتفاع‌سنج و غیره است. حسگرهای اینرسی که همان شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌های اینرسی است، شتاب (تغییرات سرعت در یک بازه زمانی) و نرخ زاویه‌ای (تغییرات زوایای دورانی در یک بازه زمانی) را اندازه‌گیری می‌کنند. به مجموعه حسگرهای اینرسی یعنی واحد اندازه‌گیری اینرسی<sup>1</sup> و رایانه، سامانه ناوبری اینرسی گفته می‌شود. موقعیت در روش موقعیت‌یابی مطلق بر مبنای اندازه‌گیری فاصله مکان مورد نظر از چند مکان مشخص، خواه طبیعی و یا مصنوعی تعیین می‌شود. رادارها، سامانه‌های اندازه‌گیری لیزری، سامانه‌های فراصوتی، سامانه موقعیت‌یاب جهانی<sup>2</sup> از سیستم‌های متداول استفاده‌شده در این روش هستند.

خطاهای بلندمدت در داده‌های سامانه ناوبری اینرسی را می‌توان با استفاده از سیستم‌های دیگری که اطلاعات ناوبری مستقلی مانند موقعیت را به دست می‌دهند، کاهش داد. این کار را در یک سامانه ناوبری مرکب که قادر به ترکیب بهینه داده‌های منبع مستقل با داده‌های سامانه ناوبری اصلی است، می‌توان انجام داد. در حالت کلی سامانه ناوبری اینرسی که شامل واحد اندازه‌گیری اینرسی است را به‌طور بهینه می‌توان با یک سامانه ناوبری کمکی ترکیب کرد تا دقت اطلاعات ناوبری شامل موقعیت، سرعت و وضعیت را بهبود بخشید. ترکیب سامانه ناوبری اینرسی با سامانه ناوبری کمکی مانند سامانه موقعیت‌یاب جهانی نه تنها قابلیت اطمینان سامانه‌های ناوبری را افزایش می‌دهد، دقت داده‌های ناوبری را نیز بهبود می‌بخشد. ترکیب داده‌های سامانه ناوبری اینرسی (GPS) و سامانه موقعیت‌یاب جهانی به وسیله الگوریتم تخمین‌گر مناسب انجام می‌گیرد. هنگام ترکیب با الگوریتم رایانه‌ای تخمین‌گر، خطای حسگرهای سامانه ناوبری اصلی و سامانه ناوبری کمکی تخمین زده می‌شوند تا خطای ناوبری سامانه مرکب را کاهش دهد. در نتیجه سامانه ناوبری مرکب عملکرد بهتری نسبت به هر سامانه که به تنهایی عمل می‌کند خواهد داشت، حتی هنگامی که داده‌های هر کدام از سامانه‌ها به دلایلی قابل قبول نبوده و یا حتی در دسترس نباشد. اگرچه حسگرهای اینرسی از نوع میکرو الکترومکانیکی دارای مزایای بسیاری است، اما اندازه‌گیری آن‌ها تحت تأثیر خطاهای مختلفی است که ساختار آن‌ها با خطاهای حسگرهای اینرسی از نوع مکانیکی متفاوت است. این نوع خطاها که

<sup>3</sup> Kalman Filter<sup>4</sup> Extended Kalman Filter<sup>5</sup> Unscented kalman filter<sup>6</sup> Particle Filter<sup>7</sup> Predictive Filter<sup>8</sup> Model Predictive Observe<sup>9</sup> Kautz<sup>1</sup> Inertial Measurement Unit<sup>2</sup> Global Positioning System

که بتوان از داده‌های حسگرهای اینرسی (شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها) به عنوان ورودی استفاده کرد [1]. برای به‌روزرسانی اطلاعات وضعیت متحرک یعنی به‌روزرسانی مؤلفه‌های ماتریس کسینوسی سمت می‌توان از سه روش به‌روزرسانی ماتریس کسینوسی سمت، زوایای اوپلر و کوآرتنیون استفاده کرد. در این مقاله از دینامیک اوپلر برای به‌روزرسانی استفاده شده است. تبدیل از یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر را می‌توان با سه دوران پی‌درپی حول محورهای مختلف نمایش داد. نمایش زوایای اوپلر یکی از ساده‌ترین روش‌ها از نظر مفهوم فیزیکی برای بیان این تبدیل است. برای تبدیل از دستگاه مختصات  $a$  به دستگاه مختصات  $b$  می‌توان به صورت سه مرحله‌ای عمل کرد. در مرحله اول یک دوران حول محور  $z$  دستگاه مختصات  $a$  به اندازه زاویه  $\psi$  صورت می‌گیرد (ماتریس  $C_1$  در رابطه (1)). مرحله دوم یک دوران حول محور  $y$  جدید به اندازه زاویه  $\theta$  انجام می‌گیرد (ماتریس  $C_2$  در رابطه (1)) و در مرحله سوم یک دوران حول محور  $x$  جدید به اندازه زاویه  $\varphi$  صورت می‌گیرد (ماتریس  $C_3$  در رابطه (1))؛ به طوری که زوایای  $\varphi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  به ترتیب سه مؤلفه زوایای اوپلر یعنی رول و پیچ (زوایای تراز) و یاو (زاویه سمت) هستند. هرکدام از این سه دوران را از نظر ریاضی می‌توان با سه ماتریس کسینوسی سمت به صورت رابطه (1) نشان داد.

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1)$$

تبدیل از دستگاه مختصات  $a$  به دستگاه مختصات  $b$  را به شکل ضرب این سه دوران مجزا به شکل رابطه (2) می‌توان نشان داد.

$$C_a^b = C_3 C_2 C_1 \quad (2)$$

به‌طور مشابه ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات  $b$  به دستگاه مختصات  $a$  نیز به شکل ترانپوز رابطه (2)،  $C_b^a$  و به صورت رابطه (3) بیان می‌شود.

$$C_b^a = (C_a^b)^T = C_1^T C_2^T C_3^T$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta c\psi & -c\psi s\theta & s\varphi s\theta c\psi & s\varphi s\psi + c\varphi s\theta c\psi \\ c\theta s\psi & c\varphi c\psi + s\varphi s\theta s\psi & -s\varphi c\psi + c\varphi s\theta s\psi \\ -s\theta & s\varphi c\theta & c\varphi c\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

در رابطه (3)،  $c$  نشان‌دهنده کوسینوس و  $s$  بیانگر سینوس است. با مرتب کردن رابطه (3) و بیان آن به شکل اسکالر می‌توان نرخ تغییرات زوایای اوپلر نسبت به زمان را به صورت رابطه (4) بیان کرد.

$$\dot{\psi} = (\omega_y \sin \varphi + \omega_z \cos \varphi) \tan \theta + \omega_x$$

$$\dot{\theta} = \omega_y \cos \varphi - \omega_z \sin \varphi$$

$$\dot{\varphi} = (\omega_y \sin \varphi + \omega_z \cos \varphi) \sec \theta \quad (4)$$

از رابطه (4) می‌توان برای به‌روزرسانی زوایای اوپلر نسبت به دستگاه مختصات مرجع خاصی استفاده کرد. هر چند استفاده از زوایای اوپلر برای بیان تبدیلات هنگامی که  $\theta = n\pi$  ( $n = 0, \pm 1, \dots$ ) می‌شود به دلیل منطبق شدن محورهای دوران اول و سوم بر یکدیگر دچار مشکل خواهند شد.

### 3- روش کالیبراسیون آفلاین و آنلاین مغناطیس سنج سه محوره

یکی از بخش‌های اصلی یک سیستم تخمین زوایای سمت و تراز<sup>4</sup> (AHRS)، حسگرهای مغناطیسی سه‌گانه عمود بر هم<sup>5</sup> (TAM) است. مؤلفه‌های بردار میدان مغناطیسی زمین با استفاده از این حسگرها در مجاورت آن اندازه‌گیری می‌شود. میدان‌های اغتشاش مغناطیسی بردار میدان زمین را تحت تأثیر قرار

دقت تخمین داده‌های موقعیت می‌شود. واحد اندازه‌گیری اینرسی 6 درجه آزادی به همراه خروجی موقعیت‌یاب جهانی غیرنظامی به‌عنوان اندازه‌گیری‌های خام برای INS/GPS در نظر گرفته شده‌اند. دریافت‌کننده موقعیت‌یاب جهانی (GPS) غیرنظامی داده‌های سرعت و موقعیت را با فرکانس 1 Hz به‌روزرسانی می‌کند. سرعت به‌روزرسانی این نوع موقعیت‌یاب جهانی در مقایسه با واحد اندازه‌گیری اینرسی بسیار کوچک است. در مجموعه INS/GPS بردار متغیر سیستم شامل اجزای عرض و طول جغرافیایی، ارتفاع از سطح دریا، سرعت در دستگاه‌های محلی شمال-شرق-پایین<sup>1</sup> (NED) و زوایای سمت و تراز است. آن سوی دیگر سیستم INS/GPS داده‌های مغناطیس‌سنج سه محوره در سیستم موقعیت‌یابی جهانی استفاده می‌شود. INS/GPS سیستم خطای ناشی از دریافت، سیستم در راستای شمال را تصحیح می‌کند. حسگرهای مغناطیس‌سنج تحت تأثیر اغتشاشات مغناطیسی نرم و سخت کره زمین قرار می‌گیرند. اغتشاشات مغناطیسی توسط میدان‌های منابع مغناطیسی تولید می‌شوند که سبب انحراف بردارهای میدان مغناطیسی زمین می‌شوند. برای غلبه بر این مشکل کالیبراسیون مغناطیس‌سنج سه محوره باید در نظر گرفته شود. عملکرد تخمین روش مدل مشاهده‌گر پیش‌بین به وسیله‌های تست هوایی و زمینی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. از حسگرهای اینرسی میکرو الکترومکانیکی کم‌هزینه واحد اندازه‌گیری اینرسی ADIS16407 به همراه یک سیستم موقعیت‌یاب جهانی برای تولید داده‌های اینرسی و اندازه‌گیری در طول زمان داده‌برداری استفاده شده است. علاوه بر این از یک سیستم INS/GPS ویتانز<sup>2</sup> برای تولید داده‌های دقیق سرعت و موقعیت استفاده شده است؛ بنابراین در طول تست از جفت سیستم‌های INS/GPS ویتانز و واحد اندازه‌گیری اینرسی ADIS16407 استفاده می‌شود. این تست‌ها در مسیرهای کوهستانی با مانورهای متفاوت به همراه تغییرات قابل توجه در زاویه سمت و سرعت‌های بالا برای ایجاد و تولید داده گسترده انجام گرفته شده است. در این مسیر با عدم قطعیت‌های مهم مربوطه در ارتباط با تغییرات بزرگ در ارتفاع، زاویه سمت و محدوده وسیع از مانور دینامیکی در سیستم واحد اندازه‌گیری اینرسی ADIS16407 تحت تأثیر قرار گرفته شده‌اند، همچنین از فیلتر کالمن توسعه یافته به عنوان یک روش ناوبری شناخته شده برای مقایسه روش مدل مشاهده‌گر پیش‌بین استفاده می‌شود. در ادامه دینامیک استرپ دان<sup>3</sup> زوایای سمت و تراز، سپس خاصیت دوگان میان مسائل کنترل و تخمین از یک سیستم خطی، و بعد روش پیشنهادی مدل مشاهده‌گر پیش‌بین و در بخش آخر نتایج تست‌های زمینی و هوایی به همراه جزئیات ارائه می‌شود.

### 2- دینامیک زوایای اوپلر

ناوبری اینرسی بر مبنای دانستن مقادیر اولیه موقعیت، سرعت، وضعیت حرکت و اندازه‌گیری‌هایی شامل شتاب خطی و سرعت زاویه‌ای استوار است. حسگرهای اینرسی در سامانه‌های ناوبری اینرسی تحلیلی به‌طور صلب به جسم متصل می‌شوند. معادلات ناوبری به شکل مدل فضای حالت پیوسته بیان می‌شوند. ابتدا معادلات در مختصات زمینی ارائه، سپس معادلات ناوبری به‌گونه‌ای نوشته می‌شوند که در آن بردار سرعت در مختصات محلی (شمال-شرق-پایین) بوده و بردار موقعیت در مختصات زمینی است. سپس با اعمال ماتریس دوران بین مختصات محلی و بدنه، معادلات به شکلی نوشته می‌شوند

<sup>1</sup> North-East-West

<sup>2</sup> Vitans

<sup>3</sup> Strapdown

<sup>4</sup> Attitude-Heading Reference System

<sup>5</sup> Three-Axial Magnetometer

در آن،  $\psi$  زاویه سمت از شمال مغناطیسی،  $M_x^h$  و  $M_y^h$  مؤلفه‌های میدان مغناطیسی در صفحه تراز افقی هستند. در صورت تراز نبودن سامانه از طریق زوایای رول و پیچ به‌دست‌آمده از یک دستگاه کمکی مانند بخش اینرسی سیستم AHRS، مؤلفه‌های میدان مغناطیسی  $M_x^h$  و  $M_y^h$  در صفحه افقی از رابطه (6) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} M_x^h \\ M_y^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \sin \varphi & \cos \varphi \sin \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x^b \\ M_y^b \\ M_z^b \end{bmatrix} \quad (6)$$

در آن  $[M_x^b \ M_y^b \ M_z^b]^T$  بردار میدان مغناطیسی زمین در دستگاه بدنه،  $\varphi$  زاویه رول و  $\theta$  زاویه پیچ و الگوریتم کامل به دست آوردن زاویه سمت از شمال مغناطیسی به صورت رابطه (7) است.

$$\psi = \begin{cases} 90 & M_x^h = 0, M_y^h < 0 \\ 270 & M_x^h = 0, M_y^h > 0 \\ 180 - \tan^{-1} \left( \frac{M_y^h}{M_x^h} \right) \times \frac{180}{\pi} & M_x^h < 0 \\ -\tan^{-1} \left( \frac{M_y^h}{M_x^h} \right) \times \frac{180}{\pi} & M_x^h > 0, M_y^h < 0 \\ 360 - \tan^{-1} \left( \frac{M_y^h}{M_x^h} \right) \times \frac{180}{\pi} & M_x^h > 0, M_y^h > 0 \end{cases} \quad (7)$$

دلیل استفاده از رابطه (7) به‌جای رابطه (5) از آن جهت است که مجموعه روابط (7) زاویه سمت از شمال را در بازه 0 تا 360 درجه محاسبه می‌کنند. این روش کالیبراسیون با استفاده از اندازه مشخص و معلوم زاویه سمت از شمال مرجع صورت می‌پذیرد. یک شکل استاندارد از خطای زاویه سمت از شمال را می‌توان به عنوان مدل کالیبراسیون به صورت رابطه (8) در نظر گرفت. در این مدل کالیبراسیون از خطای زاویه سمت از شمال به‌جای خطای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی به صورت رابطه (8) استفاده می‌شود.

$$\delta\psi = A + B\sin(\hat{\psi}) + C\cos(\hat{\psi}) + D\sin(2\hat{\psi}) + E\cos(2\hat{\psi}) \quad (8)$$

رابطه (8) سری فوریه کوتاه شده و در واقع ضرایب فوریه برای در نظر گرفتن تأثیر خطاهای نرم و سخت مغناطیسی است.  $\hat{\psi}$  زاویه سمت از شمال به‌دست‌آمده از اندازه‌گیری‌های حسگر TAM به‌دست‌آمده از رابطه (7) است. همچنین  $\delta\psi$  به‌صورت رابطه (9) محاسبه می‌شود.

$$\delta\psi = \psi_{\text{ref}} - \hat{\psi} \quad (9)$$

$\psi_{\text{ref}}$  زاویه سمت از شمال به‌دست‌آمده از سیستم مرجع است. در این مقاله  $\psi_{\text{GPS}}$  به عنوان زاویه مرجع کالیبراسیون در نظر گرفته شده است. شناسایی مقادیر این پارامترها به کمک پروسه کالیبراسیون تحت عنوان هامونی انجام می‌شود. این پروسه شامل تراز کردن و چرخاندن سامانه حامل TAM برای قرار گرفتن در تعداد زیادی زاویه سمت از شمال مختلف و مشخص است. در زاویه معلوم  $k$ -ام، خطای سمت از شمال  $\delta\psi_k$  محاسبه شده و در دستگاه روابط (10) استفاده می‌شود. ضرایب  $A$  تا  $E$  با به‌کارگیری الگوریتم حداقل مربعات محاسبه خواهند شد.

$$\begin{bmatrix} \delta\psi_1 \\ \delta\psi_2 \\ \vdots \\ \delta\psi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \hat{\psi}_1 & \cos \hat{\psi}_1 & \sin 2\hat{\psi}_1 & \cos 2\hat{\psi}_1 \\ 1 & \sin \hat{\psi}_2 & \cos \hat{\psi}_2 & \sin 2\hat{\psi}_2 & \cos 2\hat{\psi}_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin \hat{\psi}_N & \cos \hat{\psi}_N & \sin 2\hat{\psi}_N & \cos 2\hat{\psi}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{bmatrix} \quad (10)$$

تخمین گر حداقل مربعات را می‌توان به شکل مدل رگرسیون رابطه (11) برای تخمین بردار پارامترهای کالیبراسیون در نظر گرفت.

$$y(t) = \Phi^T(t) \cdot x \quad (11)$$

در آن  $x$  بردار پارامترهای کالیبراسیون تحت تخمین،  $\Phi$  ماتریس رگرسیون و

داده و دقت تعیین زوایای دوران و در نتیجه ناوبری را کاهش می‌دهند. با توجه به این مشکلات در تعیین بردارهای مغناطیسی توسط حسگرهای مغناطیسی می‌توان این بردارها را با پارامترهای کالیبراسیون که شامل بردار خطا و ماتریس تبدیل است، کالیبره کرد. حسگرهای مغناطیسی سه‌گانه عمود بر هم (TAM) با اغتشاشات مغناطیسی بزرگ نرم و سخت تحت تأثیر در مجاورت زمین قرار می‌گیرند. اغتشاشات نرم به دلیل مجاورت حسگرهای مغناطیسی با قطعات فولادی، ساختمان‌های فلزی و غیره تولید و موجب انحراف راستای بردار میدان مغناطیسی زمین می‌شوند. در حالی که اغتشاشات سخت، میدان‌های مغناطیسی محلی هستند که بر حسگرهای مغناطیسی تأثیر می‌گذارند و موجب تغییر شدت میدان اندازه‌گیری شده در حسگرهای مغناطیسی می‌شوند. این اغتشاشات که به دلیل میدان‌های خارجی غیر از میدان مغناطیسی زمین هستند، موجب انحراف بردار میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده می‌گردند. بنابراین لازم است این میدان‌های مزاحم در سیستم مغناطیسی جبران شوند که این نکته ضرورت کالیبراسیون حسگرهای مغناطیسی سه‌گانه عمود بر هم را برای برآورده شدن اهداف ناوبری نشان می‌دهد. روش‌های ارائه‌شده برای کالیبراسیون مشتمل بر سه روش کالیبراسیون هارمونی<sup>1</sup>، کالیبراسیون با سیستم موقعیت‌یابی جهانی و کالیبراسیون با مدل میدان مغناطیسی است. روش کالیبراسیون هارمونی به صورت آفلاین انجام می‌گیرد. روش کالیبراسیون با سیستم موقعیت‌یابی جهانی هم به صورت آفلاین و هم آنلاین انجام می‌شود.

کالیبراسیون آنلاین پس از شروع حرکت سیستم انجام می‌گیرد. شرایط محیطی و میدان‌های مغناطیسی بدنه به ویژه موتور در حسگرهای مغناطیسی سه‌گانه عمود بر هم متصل به‌وسیله نقلیه موجب ایجاد اغتشاشات و تغییرات در پارامترهای کالیبراسیون تعیین‌شده به صورت آفلاین می‌شود؛ بنابراین ضروری است که در حین حرکت این حسگرهای با استفاده از الگوریتم‌های آنلاین از نوع مستقل از سمت<sup>2</sup> یا وابسته به سمت<sup>3</sup> کالیبره گردند. با توجه به این‌که در کالیبراسیون آفلاین محدودیتی در جمع‌آوری داده‌های ورودی-خروجی از سیستم و مدت زمان آن وجود ندارد، تکین شدن معکوس مربع ماتریس رگرسیون<sup>4</sup> داده‌ها در الگوریتم تخمین مشکل جدی محسوب نمی‌شود، ولی سیگنال‌های ورودی در تخمین آنلاین اغتشاشات مغناطیسی به سیستم TAM متأثر از مانورهای وسیله نقلیه بوده و در حین حرکت تولید می‌شوند؛ بنابراین برای در دست داشتن سیگنال‌هایی که موجب تولید ماتریس سیگنال (رگرسیون) از مرتبه حداقل مرتبه کافی برای تخمین همه پارامترهای هدف شود تضمینی وجود ندارد و در اغلب اوقات استفاده از این ماتریس منجر به بروز مشکلات تکینی در الگوریتم تخمین می‌شود. پروسه کالیبراسیون به دو شکل مستقل از سمت و وابسته به سمت قابل انجام است. در کالیبراسیون مستقل از سمت نیازی به زوایای تراز (رول، پیچ و سمت از شمال) سامانه وجود ندارد، ولی در کالیبراسیون وابسته به سمت در دست داشتن اندازه زوایای تراز از یک سیستم مانند AHRS ضروری است. در ادامه روش‌های مختلف کالیبراسیون آنلاین و آفلاین مستقل و یا وابسته به سمت ارائه می‌شود. هنگامی که سامانه TAM در وضعیت تراز و زوایای رول و پیچ در حد صفر است زاویه سمت از شمال از رابطه (5) به‌دست می‌آید.

$$\psi = -\tan^{-1} \left( \frac{M_y^h}{M_x^h} \right) \quad (5)$$

<sup>1</sup> Swinging

<sup>2</sup> Attitude-Independent

<sup>3</sup> Attitude-dependent

<sup>4</sup> Regression

## 5- دوگان بین کنترل و تخمین

نوعی خطی سازی محلی جهت بررسی سیستم غیرخطی رابطه (4) روی آن صورت می‌گیرد. مدل غیرخطی پیوسته رابطه (4) به همراه اندازه‌گیری گسسته  $y$  به صورت کلی رابطه (16) است.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= f(X, Z, w, t), & w(t) &= (0, Q_w) \\ y &= h(X, v, t), & v(t) &= (0, R_v) \end{aligned} \quad (16)$$

در آن  $w$  و  $v$  به ترتیب نویز دینامیک و نویز اندازه‌گیری مستقل از هم با ماتریس‌های کوواریانس  $Q_w$  و  $R_v$  هستند.  $X$ ،  $t$ ،  $Z$  به ترتیب نشان‌دهنده زمان، بردار حالت و ورودی سیستم در نظر گرفته می‌شود. در رابطه (16) بردار ورودی، سرعت‌های زاویه‌ای رابطه (4) و همچنین بردارهای خروجی همان  $\varphi$ ،  $\theta$ ،  $\psi$  است. ماتریس‌های غیرخطی  $f(X, Z, w, t)$  و  $h(X, v, t)$  حساسیت  $h(X, v, t)$  حول نقطه تخمین زمانی  $X = \hat{X}_{k-1}$  به شکل رابطه (17) خطی سازی می‌شوند.

$$F_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{X=\hat{X}_{k-1}}, \quad H = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{X=\hat{X}_{k-1}} \quad (17)$$

بنابراین فرم فضای حالت سیستم خطی سازی شده رابطه (4) به شکل رابطه (18)،  $(F, G, H, D)$ ، است.

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= F_i X_i + G_i Z_i \\ Y_i &= H_i X_i + D_i Z_i + v_i \end{aligned} \quad i \geq 0 \quad (18)$$

$Z_i$  سیگنال‌های ورودی سیستم و  $X_i$  متغیرهای حالت سیستم با خروجی  $Y_i$  است. در رابطه (18) صفر و از اثرات نویز صرف نظر شده است. اگر ماتریس پایین مثلثی  $A$  به صورت رابطه (19) تعریف شود، مدل فضای حالت رابطه (18) به شکل ساده خطی شده رابطه (20) تبدیل می‌شود [16].

$$A = \begin{bmatrix} D_0 & 0 & 0 & 0 \\ H_1 G_0 & D_1 & 0 & 0 \\ H_2 F_1 G_0 & H_2 G_1 & D_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_N \varphi(N, 1) G_0 & H_N \varphi(N, 2) G_1 & \dots & H_N G_{N-1} & D_N \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$y = Az + v \quad (20)$$

دوگان مدل خطی رابطه (20) به صورت رابطه (21) است [16].

$$z^d = -A^* y^d + v^d \quad (21)$$

## 5-1- دوگان بین کنترل و تخمین

در الگوریتم فیلتر پیش‌بین می‌توان از هم‌ارزی دوگان بین مسائل کنترل و تخمین استفاده کرد. از هم‌ارزی دوگان بین مسائل کنترل و تخمین می‌توان به هم‌ارزی مسائل احتمال<sup>2</sup> و قطعیت<sup>3</sup> اشاره کرد. مسئله احتمال برای مدل خطی رابطه (20) به صورت رابطه (22) است [16]. حل این مسئله به صورت خطی  $\hat{z} = K_0 y$  که ضریب خطی سازی شده برابر با رابطه (23) و حداقل مقدار این مسئله احتمال برابر با  $(R_z^{-1} + H^* R_v^{-1} H)^{-1}$  است.

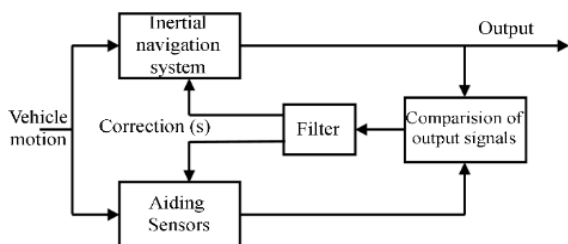


Fig. 1 Schematic combined inertia-Global navigation system

شکل 1 شماتیک سامانه ناوبری ترکیبی اینرسی-جهانی

بردار  $y$  تابعی از متغیرهای اندازه‌گیری شده است (در رابطه 11)،  $[A \ B \ C \ D \ E]^T$  بردار  $x$  است. تابع هزینه مورد نظر برای تخمین به صورت رابطه (12) تعریف می‌شود.

$$J(x, t) = \sum_{i=1}^t (y(i) - \Phi^2(t) \cdot x)^2 \quad (12)$$

تخمین پارامترهای نامعلوم  $x$  با در نظر گرفتن رابطه (11) و تابع هزینه از رابطه (13) محاسبه می‌شود.

$$\hat{x}_t = (H(t)^T H(t))^{-1} H(t)^T Y(t) \quad (13)$$

$H(t)$  و  $Y(t)$  از رابطه (14) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} H(t) &= [\Phi(1) \ \Phi(2) \ \dots \ \Phi(t-1) \ \Phi(t)]^T \\ Y(t) &= [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(t-1) \ y(t)]^T \end{aligned} \quad (14)$$

از آنجایی که پارامترهای تخمین از  $t$  تعداد از داده‌های اخیر استفاده می‌کند، به آن  $\hat{x}_t$  اطلاق می‌شود. با تغییر اینکار که در این روش کالیبراسیون انجام می‌شود، اعمال آن برای یک سیستم واقعی با توجه به امکانات کمتر برای مرجع شمال واقعی امکان‌پذیر می‌شود. به عبارت دیگر به جای تراز کردن و چرخاندن سامانه حامل حسگر TAM در زوایای مختلف، پروسه کالیبراسیون در یک مسیر تست مشخص با به همراه داشتن وسایل اندازه‌گیری کمکی انجام خواهد گرفت. در این قسمت زوایای مشخص سمت از شمال مرجع برای کالیبراسیون که به کمک یک دستگاه شمال‌یاب دقیق قابل دستیابی است، با استفاده از GPS به دست می‌آید. این فرآیند کالیبراسیون نسبت به دستگاه مختصات تراز محلی NED انجام می‌شود. با توجه به این که زوایای دوران رول، پیچ و سمت از شمال نسبت به محورهای دستگاه NED تعریف می‌شوند؛ بنابراین زمان صفر بودن این زوایا لازم است محورهای مختصات راست‌گرد  $x$ ،  $y$  و  $z$  بدنه بر محورهای مختصات NED منطبق شوند. حسگر سه محوره TAM باید طوری قرار داده شود که جهت  $x$  آن در راستای محور طولی خودرو و محور  $z$  آن به طرف عمود بر صفحه حرکت به سمت پایین باشد. جهت  $y$  آن نیز عمود بر صفحه تشکیل شده از محور  $x$  و  $z$  خواهد بود. پس از به دست آوردن  $\psi$  و  $\delta\psi$ ها و تشکیل دستگاه معادلات، پارامترهای  $A$  تا  $E$  از طریق روش حداقل مربعات به دست می‌آیند و زاویه سمت از شمال کالیبره شده  $\psi_c$ ، از طریق رابطه (15) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \psi_c &= A + B \sin(\hat{\psi}) + C \cos(\hat{\psi}) + D \sin(2\hat{\psi}) \\ &\quad + E \cos(2\hat{\psi}) + \hat{\psi} \end{aligned} \quad (15)$$

روش کالیبراسیون هارمونی یک روش کالیبراسیون آفلاین بوده و به دلیل نیاز داشتن به زوایای سمت و تراز، روش وابسته به سمت محسوب می‌شود. اجرا و پیاده‌سازی فرآیند کالیبراسیون به صورت آفلاین انجام خواهد گرفت.

## 4- ترکیب اطلاعات سامانه ناوبری اینرسی میکرو الکترومکانیکی با

## سامانه موقعیت‌یاب جهانی

با توجه به ویژگی‌های تکمیل‌کننده سامانه ناوبری اینرسی و سامانه موقعیت‌یاب جهانی ترکیب اطلاعات این دو سامانه با استفاده از یک الگوریتم تخمین‌گر غیرخطی یا خطی مناسب شکل می‌گیرد. روش ترکیب اطلاعات در شکل 1 نشان داده شده است. در این قسمت روابط فرآیند سامانه که همان معادلات ناوبری سامانه ناوبری اینرسی بوده [1] و روابط اندازه‌گیری سامانه که همان معادلات مشاهدات سامانه موقعیت‌یاب جهانی بوده و در فضای حالت بیان می‌شود. برای ترکیب سیستم ناوبری مورد نظر با سیستم کمک-ناوبری GPS از فیلترهای تخمین‌گر استفاده می‌شود.

<sup>1</sup> time-update

<sup>2</sup> Stochastic problems

<sup>3</sup> Deterministic problems

$R_L$  ماتریس قطری  $N \cdot N$  با قطرهای  $r_w \geq 0$  به همراه سیگنال نقاط تنظیم  $r(k_i)$  برای خروجی  $y$  در زمان  $k_i$  است. در طراحی کنترل پیش‌بین در زمان  $t_i$  تابع هزینه اغلب در کاربردها به شکل تابع هزینه (30) یا (32) بدون قید نوشته می‌شوند. هدف از تابع هزینه (30) پیدا کردن سیگنال کنترلی از خروجی پیش‌بین سیستم  $Y$  نسبت به مسیرهای آینده نقاط تنظیم<sup>2</sup>  $(R_s)$  در حالت حداقل مربعات است. در این‌جا فرض می‌شود سیگنال‌های نقاط تنظیم  $(R_s)$  ثابت یا به صورت یک مجموعه از ثوابت در افق بهینه‌سازی است. مدل فضای حالت پیوسته با زمان به صورت رابطه (33) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{x}(t_i + \tau|t_i) = A_m x(t_i + \tau - 1|t_i) + B_m \dot{u}(t_i + \tau - 1|t_i) \\ y(t_i + \tau|t_i) = C_m x(t_i + \tau - 1|t_i) + D_m \dot{u}(t_i + \tau - 1|t_i) \end{cases} \quad (33)$$

زمانی که نقاط تنظیم به صورت سیگنال ثابت باشند، آن‌گاه مدل تقویت‌شده سیستم به صورت رابطه (34) خواهد بود [17].

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t_i + \tau|t_i) \\ \dot{e}(t_i + \tau|t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & 0_m^T \\ C_m & 0_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t_i + \tau|t_i) \\ e(t_i + \tau|t_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ 0_{q \times q} \end{bmatrix} \dot{u}(\tau) \quad (34)$$

در رابطه (34)،  $z(t_i + \tau|t_i) = y(t_i + \tau|t_i) - r(t_i)$ ،  $r(t_i)$  و  $\dot{x}(t_i + \tau|t_i)$  در بازه  $0 \leq \tau \leq T_p$  با افق پیش‌بین  $T_p$  یک بردار ثابت است که مانند رابطه (35) می‌شود.

$$r(t_i) = [r_1(t_i) \quad r_2(t_i) \quad \dots \quad r_q(t_i)]^T \quad (35)$$

شمارنده  $q$  ابعاد بردار  $r(t_i)$  را مشخص می‌کند. لازم به ذکر است  $C = [0 \quad I_{q \times q}]$ ، در نتیجه با انتخاب  $Q = C^T C$  در اتصال با مدل تقویت‌شده رابطه (34) تابع هزینه (30) یا همان (32) را می‌توان به صورت رابطه (36) نوشت [17].

$$J = \int_0^{T_p} ((x(t_i + \tau|t_i))^T Q x(t_i + \tau|t_i) + \dot{u}(\tau)^T R \dot{u}(\tau)) d\tau \quad (36)$$

اطلاعات آغازین متغیر حالت  $x(t_i)$  شامل خطای  $y(t_i) - r(t_i)$  به جای  $y(t_i)$  است.

در تابع هزینه (32) می‌توان از مشخصات توابع متعامد استفاده کرد. تابع کاتز از توابع متعامدی است که نخستین بار توسط کاتز ارائه شد [18]. برای مدل پاسخ ضربه سیستم پیوسته بازمان از شبکه کاتز مانند وینر و لی استفاده شده است [19]. در آن زمان هیچ ابزار محاسباتی برای به دست آوردن راه‌حل وجود نداشت و فقط راه‌حل‌های آنالیزی در دسترس بود؛ بنابراین شبکه‌های کاتز را با استفاده از مکان‌یابی قطب‌ها و صفرهای شبکه از طریق آنالیزهای متعامد به دست آورده بودند [18, 19]. سه ساختار اساسی برای شبکه‌های کاتز وجود دارد که هر کدام از ساختارها درجه‌ای از نزدیکی را پیشنهاد می‌دهند. توابع متعامد دیگری مانند لاگور<sup>3</sup> را می‌توان استفاده کرد [17]. یکی از دلایلی که توابع لاگور خیلی مشهور و محبوب در شناسایی و کنترل سیستم به دلیل سادگی این تابع است. هر چند این سادگی می‌تواند محدودیت‌هایی در کاربرد شبکه‌های لاگور به ویژه در موقعیت‌هایی که سیستم مورد نظر با قطب‌های مختلط داشته باشد، شبکه‌های کاتز در سیستم‌هایی که قطب‌های مختلط دارند به خوبی بر این مشکل غلبه می‌کنند. شبکه‌های کاتز به همراه قطب‌های حقیقی  $-P$  و یک جفت قطب مختلط  $-\alpha_1 \pm j\beta_1$  به صورت رابطه (37) نشان داده می‌شود [17].

$$\min_{\hat{z}} \|\hat{z} \in L\{y\}\| \|z - \hat{z}\|^2 \quad (22)$$

$$K_0 = R_z H^* (R_v + H R_z H^*)^{-1} \quad (23)$$

برای دوگان مدل خطی رابطه (20) یعنی مدل خطی رابطه (21)، مسئله احتمال به صورت رابطه (24) ارائه می‌شود که حل این مسئله به صورت خطی  $\hat{y}^d = K_0^d z^d$  که ضریب خطی‌سازی شده برابر با رابطه (25) است. حداقل مقدار مسئله احتمال نیز  $(R_v + H R_z H^*)^{-1}$  است [16].

$$\min_{\hat{y}^d} \|\hat{y}^d \in L\{z^d\}\| \|\hat{y}^d - y^d\|^2 \quad (24)$$

$$K_0^d = -R_v^{-1} H (R_z^{-1} + H^* R_v^{-1} H)^{-1} \quad (25)$$

مسئله قطعیت برای مدل خطی رابطه (20) به صورت رابطه (26) ارائه می‌شود [16]. حل این مسئله به صورت خطی  $\hat{z} = K_0 y$  بوده که ضریب خطی‌سازی شده برابر با رابطه (27) است.

$$\min_z \|z^* R_z^{-1} z + \|y - H z\|^2 R_v^{-1}\| \quad (26)$$

$$K_0 = (R_z^{-1} + H^* R_v^{-1} H)^{-1} H^* R_v^{-1} \quad (27)$$

که حداقل مقدار مسئله قطعیت  $(R_v + H R_z H^*)^{-1}$  است.

برای دوگان مدل خطی (20) یعنی مدل خطی رابطه (21) مسئله قطعیت به صورت رابطه (28) ارائه می‌شود [16]. حل این مسئله به صورت خطی  $\hat{y}^d = K_0^d z^d$  که ضریب خطی‌سازی شده معادل با رابطه (29) است. حداقل مقدار مسئله قطعیت  $(R_z^{-1} + H^* R_v^{-1} H)^{-1} z^d$  است.

$$\min_{y^d} [y^{d*} R_v y^d + \|z^d + H^* y^d\|_{R_z}^2] \quad (28)$$

$$K_0^d = -(R_v + H R_z H^*)^{-1} H R_z \quad (29)$$

$K_0$  در حل هر دو مسائل (26, 22) مورد استفاده قرار گرفته که در هر دو حالت منطبق برهم است. این موضوع به این معنی است که هر چند در مسئله (22) یک مسئله احتمال بررسی می‌شود، اما می‌توان فرض کرد هم‌زمان مسئله قطعیت رابطه (28) مورد بررسی قرار می‌گیرد. به طور مشابه برای مدل خطی (21) می‌توان یک مسئله قطعیت (28) و احتمال رابطه (24) را ایجاد کرد. مسئله رابطه (22) یک مسئله تخمین متغیرهای حالت برای مدل خطی رابطه (20) و مسئله رابطه (28) یک مسئله کنترلی برای پیدا کردن سیگنال کنترلی مدل خطی رابطه (21) است. همین‌طور می‌توان برای مدل خطی رابطه (21) یک مسئله تخمین رابطه (24) و برای مدل خطی رابطه (20) یک مسئله کنترلی رابطه (26) بنا بر نیاز مسئله تعریف کرد. در این مقاله مدل مشاهده‌گر پیش‌بین جدید به صورت دوگان مدل خطی رابطه (20) یعنی مدل خطی رابطه (21) برای یک مسئله کنترلی رابطه (28) پی‌ریزی می‌شود.

## 6- طراحی مشاهده‌گر پیش‌بین

تابع هزینه اصلی به صورت معادله رابطه (30) است.

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (30)$$

و رابطه (31) به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} Y &= [y(k_i + 1|k_i) \quad y(k_i + 2|k_i) \quad y(k_i + 3|k_i) \quad \dots \\ &\quad y(k_i + N_p|k_i)]^T \\ \Delta U &= [\Delta u(k_i) \quad \Delta u(k_i + 1) \quad \Delta u(k_i + 2) \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_c - 1)]^T \\ R_s^T &= [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1] r(k_i) \end{aligned} \quad (31)$$

$\bar{R}$  یک ماتریس قطری با المان مشخص  $r_w$  است.  $Y$  و  $\Delta U$  به شکل بردار است؛ بنابراین تابع هزینه (30) معادل تابع هزینه رابطه (32) خواهد بود [17].

$$J = \sum_{m=1}^{N_p} (r(k_i) - y(k_i + m|k_i))^T (r(k_i) - y(k_i + m|k_i)) + \eta^T R_L \eta \quad (32)$$

<sup>1</sup> Set-point signal

<sup>2</sup> set-point

<sup>3</sup> Laguerre

$$\begin{aligned} -\dot{P} &= PF + F^T P - PGR^{-1}G^T P + Q \\ -\dot{S} &= (F - GR^{-1}G^T P)^T S + QX_d \end{aligned} \quad (44)$$

با توجه به این که تابع هزینه برای افق زمانی نامحدود در نظر گرفته شده است، مقادیر حالت پایای  $P$  و  $S$  استفاده می‌شود؛ بنابراین از حل پایای معادله ریکاتی (45)، ماتریس  $P$  و سپس بردار  $S$  به شکل رابطه (45) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} PF + F^T P - PGR^{-1}G^T P + Q &= 0 \\ s &= ((F - GR^{-1}G^T P)^T)^{-1} QX_d \end{aligned} \quad (45)$$

فرض این است که بردار متغیر حالت  $X$  بعد  $n$  دارد، به همراه حل بهینه LQR که مجموعه بردارهای ویژه  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  است. سپس با انتخاب قطب‌های توابع کاتز برای مشخص بودن بردارهای ویژه  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  در تئوری حل تخمین پیش‌بین پیوسته با زمان برای یک افق پیش‌بین بزرگ به صورت تأثیرگذار و بدون خطا با راه‌حل LQR مشخص خواهد بود. در عمل چون الگوریتم‌ها به صورت عددی برای یک افق پیش‌بین بزرگ پایدار نیستند، ناپایداری‌های عددی سبب تعدادی خطا می‌شوند، ولی خطاهای عددی می‌توانند با استفاده از داده‌های وزنی نمایی حذف شوند. روند کار در این مقاله این است که مقادیر ویژه حل LQR معادل مکان قطب‌های تابع کاتز به عنوان یک پیش‌آگاهی در نظر گرفته می‌شود. شبکه کاتز شامل هر دو قطب حقیقی و مختلط است. این روند هیچ خطایی بین سیستم LQR و سیستم معادل پیش‌بین نخواهد داشت. در واقع در حل عددی در [17] نتایج نشان می‌دهد که راه‌حل‌ها با استفاده از توابع کاتز خیلی نزدیک به راه‌حل‌های LQR است. در واقع فیلترهای کاتز قطب‌های یکسانی از سیستم LQR دارند، اما صفرها از طریق مشخصات متعامد تعیین می‌شوند. این مشخصات متعامد است که همگرایی سیگنال‌های مسیر را در سیستم بهینه مورد نظر تضمین می‌کند. توابع کاتز در سیگنال‌های که در طبیعت نوسانی است می‌توانند تأثیرگذاری بسیار زیادی بر این مدل‌ها برای حذف اغتشاشات داشته باشند. مزیت استفاده از توابع کاتز نسبت به توابع متعامد دیگر مانند لاگور این است که برای تقریب یک سیگنال به صورت نوسانی ترم‌های خیلی کمتری از مشخصات تابع نیاز است. انتخاب صحیح قطب‌های توابع کاتز براساس پیش‌آگاهی از حل LQR مسئله اصلی است. از مزیت‌های دیگر استفاده از توابع کاتز می‌توان به پیروی قطب‌های مختلط در فرمول‌های پیچیده از توصیف مدل فضای حالت توابع کاتز  $(A_k, B_k, C_k)$  اشاره کرد، گرچه این قطب‌ها مرتب محاسبه می‌شوند. رابطه (46) را می‌توان برای توصیف مشتق مسیرهای کنترلی با استفاده از تابع کاتز نوشت [17].

$$\dot{Z} = K(\tau)^T \eta = B_k^T (e^{A_k \tau})^T C_k^T \eta \quad (46)$$

$\tau$  نشان‌دهنده زمان و بردار  $\eta = [C_1 \dots C_N]$  نشان‌دهنده ضرایب تابع کاتز است. با در نظر گرفتن فرم فضای حالت یک سیستم خطی مانند فرم فضای حالت (18) به فرم  $(F, G, H, D)$  متغیر پیش‌بین در زمان‌های آینده  $\tau$  از زمان آغازین  $t_i$  به صورت رابطه (47) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} X((t_i + \tau | t_i)) &= e^{F\tau} X(t_i) + \int_0^\tau e^{F(\tau-\gamma)} GZ(\gamma) d\gamma \\ &= e^{F\tau} X(t_i) + \int_0^\tau e^{F(\tau-\gamma)} G B_k^T (e^{A_k \gamma})^T d\gamma C_k^T \eta \end{aligned} \quad (47)$$

و رابطه (48) را به صورت زیر داریم.

$$\Phi(\tau)^T = \int_0^\tau e^{F(\tau-\gamma)} G B_k^T (e^{A_k \gamma})^T d\gamma C_k^T \quad (48)$$

ماتریس  $\Phi(\tau)^T$  را با استفاده از روابط جبری (50,49) به صورت زیر می‌توان محاسبه کرد [17].

$$F \Phi(\tau)^T - \Phi(\tau)^T A_k^T = -G B_k^T (e^{A_k \tau})^T + e^{F\tau} G B_k^T \quad (49)$$

$$\begin{aligned} K_1(s) &= \frac{\sqrt{2p_1}}{s + p_1} \\ K_2(s) &= \sqrt{2\alpha_1} \frac{s + \gamma_1}{(s + \alpha_1 + j\beta_1)(s + \alpha_1 - j\beta_1)(s + p_1)} \\ K_3(s) &= \sqrt{2\alpha_1} \frac{s - \gamma_1}{(s + \alpha_1 + j\beta_1)(s + \alpha_1 - j\beta_1)(s + p_1)} \end{aligned} \quad (37)$$

مدل تقریبی با استفاده از شبکه کاتز توسط رابطه (38) ارائه می‌شود.

$$h(t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i k_i(t) \quad (38)$$

رابطه (38) تقریب سیستم با استفاده از تابع کاتز برای پاسخ ضربه است.

ضرایب تابع کاتز توسط رابطه (39) به دست می‌آیند [17].

$$\begin{aligned} c_1 &= \int_0^{\infty} k_1(t) h(t) dt \\ c_2 &= \int_0^{\infty} k_2(t) h(t) dt \\ &::: \\ c_i &= \int_0^{\infty} k_i(t) h(t) dt \end{aligned} \quad (39)$$

خطای مربع انتگرال برای مدل کاتز با مرتبه  $N$  توسط رابطه (40) به

دست می‌آید.

$$\int_0^{\infty} (h(t) - \sum_{i=1}^N c_i k_i(t))^2 dt = \sum_{i=N+1}^{\infty} c_i^2 \quad (40)$$

برای یک تابع انتقال داده شده اگر  $N$  معادل مرتبه مدل باشد، آن‌گاه

خطای مربع انتگرال رابطه (40) می‌تواند صفر و مجموعه قطب‌ها در فیلترهای کاتز معادل با قطب‌های سیستم باشد. به این معنی که مدل کاتز در تئوری با انتخاب صحیح قطب‌های فیلتر کاتز می‌تواند هویت سیستم تحت نظر را ایجاد کند [17]. اگر  $F(t)$  را بردار حالت برای توابع کاتز در نظر بگیریم آن‌گاه مدل فضای حالت توابع کاتز به صورت رابطه (41) توضیح داده می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{F}(t) &= A_k F(t) + B_k \delta(t) \\ K(t) &= C_k F(t) \end{aligned} \quad (41)$$

فرض می‌شود که مقادیر اولیه تابع ضربه و بردار حالت صفر است.

ماتریس‌های  $A_k, B_k$  و  $C_k$  محل قطب‌های شبکه کاتز را تعیین می‌کنند. هر چند تحقق انتخاب‌شده مانند ماتریس سیستم  $A_k$ ، ماتریس پایین مثلثی که در کاربردهای توابع کاتز برای طراحی مدل مشاهده‌گر پیش‌بین دارای اهمیت است. شبکه کاتز تعمیم‌یافته شبکه لاگور به حساب می‌آیند. به عبارت دیگر جفت قطب‌های حقیقی و مختلط در حوزه لاپلاس مجاز به استفاده است. توابع کاتز در محل‌های قطب‌ها انعطاف‌پذیری بیشتری دارند. این انعطاف‌پذیری را در موقعیت قطب‌های حلقه بسته دلخواه و مطلوب که دقیقاً شناخته‌شده برای یک تابع هزینه مشخص توسط ماتریس‌های  $R$  و  $Q$  است، به کار گرفته می‌شود. برای به دست آوردن قطب‌های حلقه بسته تابع کاتز از حل LQR برای سیستم (18) استفاده می‌شود. چنان‌چه برای ردیابی سیگنال مطلوب از روش LQR استفاده شود، فرم کلی تابع هزینه به همراه متغیر حالت مطلوب  $X_d$  به صورت رابطه (42) است.

$$J = \int_0^{\infty} ((X - X_d)^T Q (X - X_d) + Z^T R Z) dt \quad (42)$$

در چنین حالتی سیگنال کنترلی فرم کامل‌تری نسبت به حالت رگولاسیون داشته و برابر رابطه (43) است.

$$Z = -R^{-1} G^T P X - R^{-1} G^T S \quad (43)$$

ماتریس  $P$  و بردار  $S$  در آن از معادله ریکاتی رابطه (44) تعیین می‌شوند.

رابطه (55) نمایش داده می‌شود.

$$K_O = K(\tau)\Omega^{-1}\Psi \quad (55)$$

فلوجارت مربوط به تعیین زوایای سمت و تراز با استفاده از تابع کاتز و دینامیک اویلر در شکل 2 آمده است.

### 7- پیاده‌سازی و نتایج

در تست‌ها برای الگوریتم‌های تخمین‌گر مورد نظر می‌توان از داده‌های شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌های واحد اندازه‌گیری اینرسی سامانه ناوبری ساخت داخل به‌عنوان ورودی استفاده کرد، همچنین از داده‌های سامانه موقعیت‌یاب جهانی به‌عنوان اندازه‌گیری‌ها و مشاهدات نیز استفاده می‌شود. در نهایت از داده‌های سامانه ناوبری میکرو الکترومکانیکی ساخت داخل در ترکیب با سامانه موقعیت‌یاب جهانی که سامانه ناوبری ترکیبی اینرسی-جهانی را تشکیل می‌دهند به‌عنوان مرجع برای صحت‌گذاری تخمین‌گر مورد نظر در این مقاله استفاده شده است. یک سیستم INS/GPS ویتانز در تست‌های پروازی و خودرو به‌عنوان سیستم مرجع برای ارزیابی آزمایشی مدل مشاهده‌گر پیش‌بین اجرا شده است. از گیرنده GPS با فرکانس 1 Hz گارمین<sup>1</sup> 35 و واحد اندازه‌گیری اینرسی ADIS16407 برای تست واقعی به‌عنوان مجموعه داده‌های خروجی و ورودی استفاده شده‌اند. در جدول 1 مشخصات حسگرهای اینرسی ADIS1407 و سیستم ناوبری INS/GPS ویتانز ارائه شده است [21,20]. از داده‌های شتاب‌سنج و ژيروسکوپ واحد اندازه‌گیری اینرسی به‌عنوان ورودی و از داده‌های سیستم موقعیت‌یاب جهانی

$$\Phi(\tau)^T = \hat{\Phi}(\tau)^T C_k^T \quad (50)$$

مراحل طراحی ماتریس  $\hat{\Phi}(\tau)$  با جزئیات کامل در [17] توضیح داده شده است. با جای‌گذاری رابطه (47) در رابطه (36)، تابع هزینه به شکل رابطه (51) تبدیل می‌شود.

$$J = \int_0^{T_p} (e^{F\tau} X(t_i) + \Phi(\tau)^T \eta)^T Q (e^{F\tau} X(t_i) + \Phi(\tau)^T \eta) d\tau + \eta^T R_L \eta \quad (51)$$

با مرتب‌سازی رابطه (51)، تابع هزینه به صورت رابطه (52) تبدیل می‌شود.

$$J = \eta^T \left[ \int_0^{T_p} \Phi(\tau) Q \Phi(\tau)^T d\tau + R_L \right] \eta + 2\eta^T \int_0^{T_p} \Phi(\tau) Q e^{F\tau} d\tau X(t_i) + X(t_i)^T \int_0^{T_p} e^{F\tau} Q e^{F\tau} d\tau X(t_i) \quad (52)$$

رابطه (53) را نیز به صورت زیر می‌توان بیان کرد.

$$\Omega = \int_0^{T_p} \Phi(\tau) Q \Phi(\tau)^T d\tau + R_L \quad (53)$$

$$\Psi = \int_0^{T_p} \Phi(\tau) Q e^{F\tau} d\tau$$

ضرایب بهینه کاتز  $\eta$  از مینیم کردن رابطه (52) با استفاده از روش مربعات کامل مانند رابطه (54) خواهد بود.

$$\eta = -\Omega^{-1} \Psi X(t_i) \quad (54)$$

مطابق رابطه (46) معادله کنترل‌کننده سیستم دوگان مدل فضای حالت رابطه (18) یا معادله مشاهده‌گر مدل فضای حالت رابطه (18) به صورت

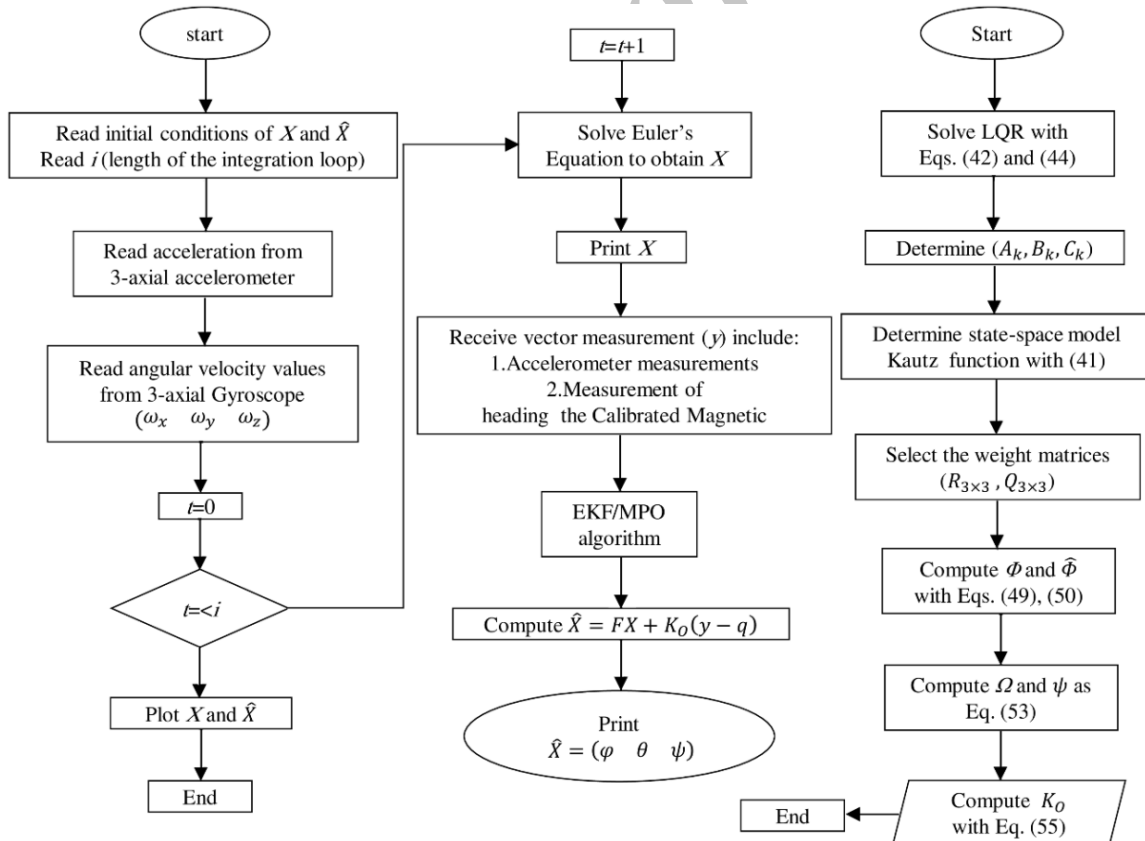


Fig. 2 Implementation MPO estimator block-diagram for AHRS

شکل 2 بلوک دیاگرام اجرای تخمین‌گر MPO برای AHRS

<sup>1</sup> Garmin35



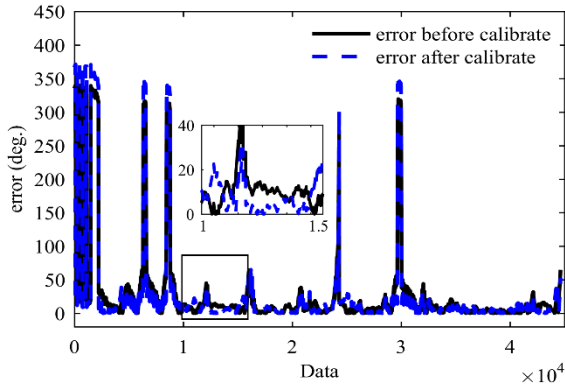


Fig. 5 Errors obtained from Magnetometer calibration

شکل 5 خطای به‌دست‌آمده از کالیبراسیون مغناطیس‌سنج

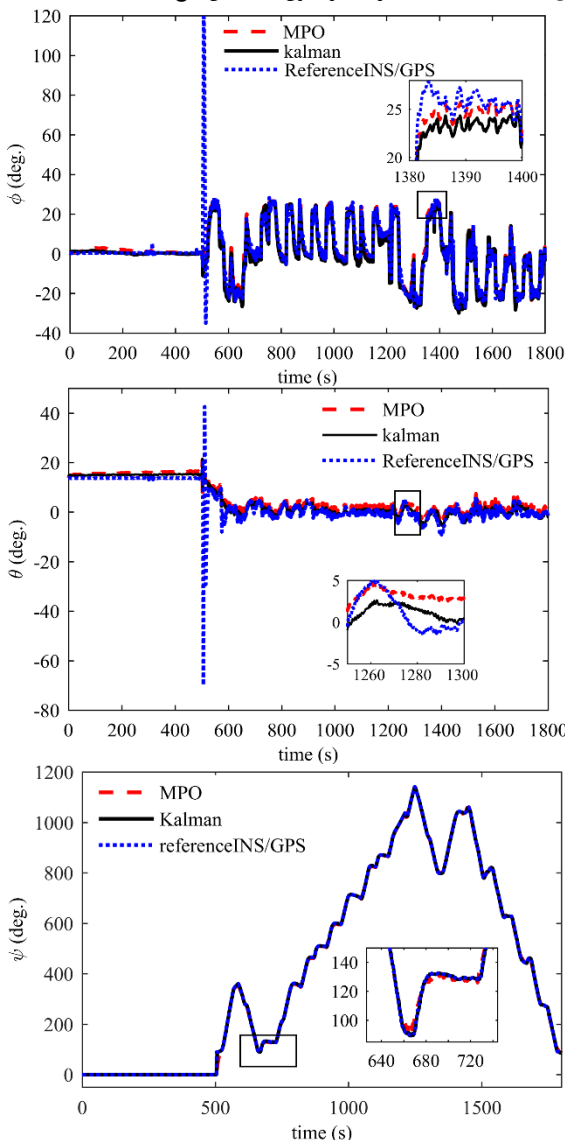


Fig. 6 Estimated Attitude and Heading angles through MPO and EKF in compared with INS/GPS Vitans reference values in flight test

شکل 6 تخمین زوایای سمت و تراز از طریق روش‌های MPO و EKF در مقایسه با مقادیر مرجع سیستم INS/GPS ویتانز در تست پرواز

پیش‌بین و خطای آن‌ها برای زاویه سمت و تراز برای تست هوایی پیاده‌سازی شده، همچنین نتایج و ارزیابی‌های آماری برای تست پرواز در جدول 2 ارائه شده است.

به عنوان داده اندازه‌گیری شده استفاده می‌شود. در طول مسیر تست داده‌های دقیق و واجد شرایط موقعیت توسط سیستم ناوبری ویتانز به دست می‌آید. لوازم تست سیستم INS/GPS و سخت‌افزار واحد اندازه‌گیری اینرسی در شکل 3 نشان داده شده است. شکل‌های 4 و 5 کالیبراسیون مغناطیس‌سنج و خطاها را برای داده‌های تست خودرو نشان می‌دهد. طبق روش کالیبراسیون گفته شده در بخش سوم برای کالیبره کردن داده‌های مغناطیس‌سنج مشاهده می‌شود که کالیبراسیون انجام‌شده سبب بهبودی و بالا رفتن دقت داده‌های مغناطیس‌سنج می‌شود. ترم تصحیح‌کننده زاویه سمت و ضرایب کالیبراسیون برای داده‌ها به صورت رابطه (56) خواهد بود.

$$\begin{aligned} \psi_{Mag} = & 0.215264173693117 + \psi_{Mag} \\ & + 0.100083567154605 \sin(\psi_{Mag}) \\ & + 0.072486485840507 \sin(2\psi_{Mag}) \\ & - 0.261611761984615 \cos(\psi_{Mag}) \end{aligned} \quad (56)$$

میانگین مقادیر مطلق خطای مغناطیسی پیش و پس از کالیبراسیون برابر با 26.741 و 27.738 درجه است. برای ارزیابی عملکرد روش مدل مشاهده‌گر پیش‌بین مجموعه INS/GPS نتایج به‌دست‌آمده از روش کالمن و فیلتر پیش‌بین مقایسه می‌شوند. این قیاس‌ها نسبت به مرجع ویتانز که در طول مسیر تهیه‌شده به دست می‌آید. تست پرواز برای ثانیه در محدوده شهری اجرا شده است. جهش‌ها در زاویه سمت 360 درجه است و در واقع این جهش‌ها خطا محسوب نمی‌شوند.

به‌عبارت‌دیگر وقتی زاویه سمت بیشتر از 360 درجه می‌شود آن‌گاه یک جهش به سمت زاویه صفر درجه خواهد داشت تا همواره اندازه‌گیری‌ها بین صفر و 360 درجه صورت گیرد. در شکل‌های 6 و 7 دو روش تخمین کالمن و

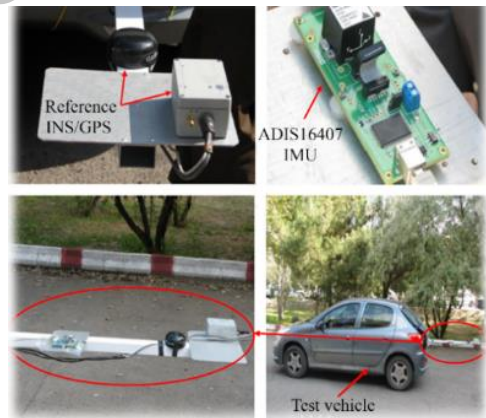


Fig. 3 INS/GPS hardware

شکل 3 سخت‌افزار INS/GPS

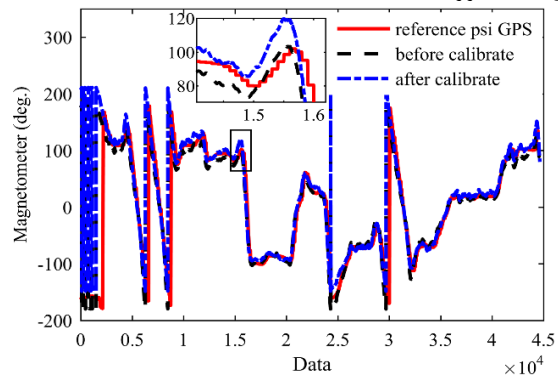
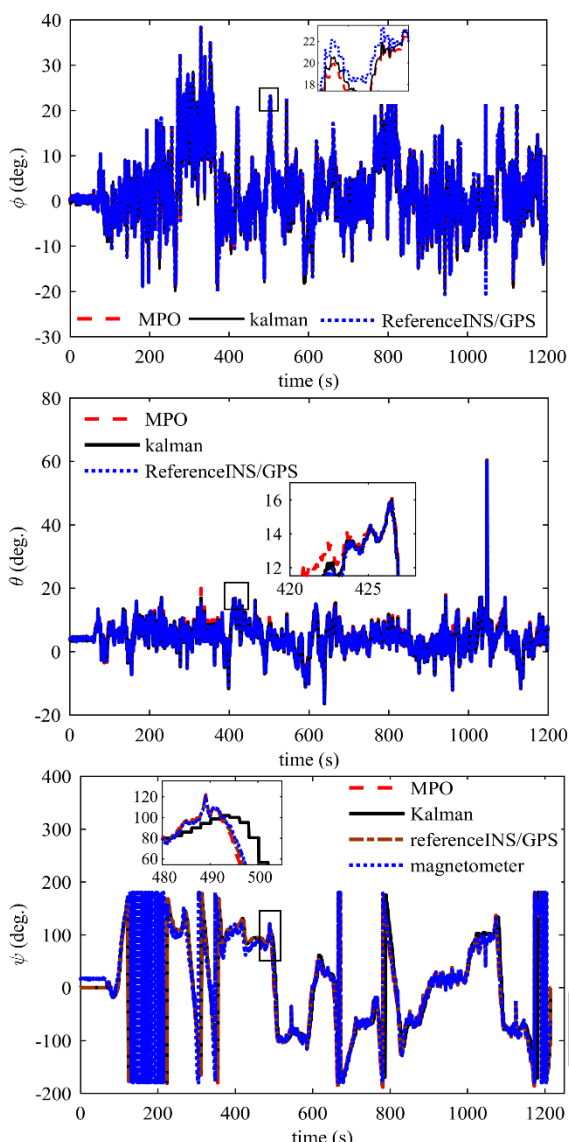


Fig. 4 Magnetometer calibration

شکل 4 کالیبراسیون مغناطیس‌سنج



**Fig. 8** Estimated Attitude and Heading angels through MPO and EKF in compared with INS/GPS Vitans reference values in automobile test

شکل 8 تخمین زوایای سمت و تراز از طریق روش‌های MPO و EKF در مقایسه با مقادیر مرجع سیستم INS/GPS ویتانز در تست خودرو

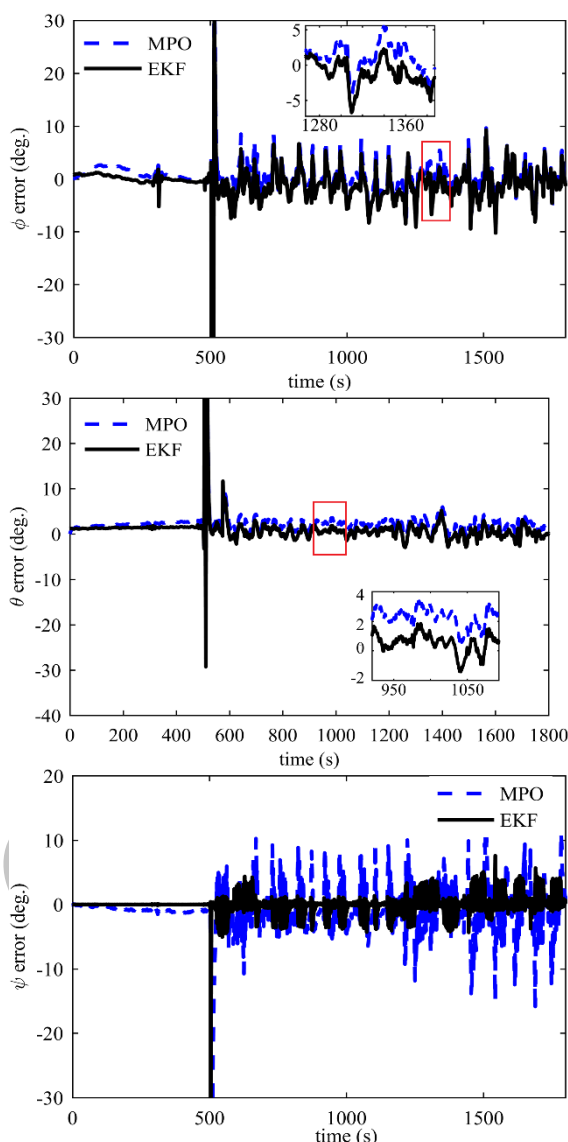
**جدول 3** میانگین مقادیر مطلق خطا با استفاده از دینامیک اویلر در تست خودرو

**Table 3** Mean of absolute values of error by using the Euler dynamic in automobile test

تراز ( $\psi$ (deg.))	پیچ ( $\theta$ (deg.))	رول ( $\varphi$ (deg.))	خطای زوایای رول، پیچ و تراز
2.0152	0.1326	0.3883	میانگین مقادیر مطلق خطا MPO
3.2029	0.1254	0.3863	انحراف معیار مقادیر مطلق خطا MPO
13.6646	0.1586	0.5894	میانگین مقادیر مطلق خطا EKF
45.4148	0.1877	0.5505	انحراف معیار مقادیر مطلق خطا EKF

### 7- نتایج

هدف اصلی این مقاله طراحی و پیاده‌سازی تخمین‌گر خطی جدید برای سامانه ناوبری ترکیبی اینرسی- جهانی میکرو الکترومکانیکی در حضور عدم قطعیت در مدل است. تخمین‌گر کالمن توسعه یافته بر مبنای خطی‌سازی دینامیک سامانه‌های غیرخطی و گوسی استوار است. این تخمین‌گر علی‌رغم



**Fig. 7** Estimated errors Attitude and Heading angels through MPO and EKF in compared with INS/GPS Vitans reference values in flight test

شکل 7 خطاهای تخمین زوایای سمت و تراز از طریق روش‌های MPO و EKF در مقایسه با مقادیر مرجع سیستم INS/GPS ویتانز در تست پرواز

**جدول 2** میانگین مقادیر مطلق خطا با استفاده از دینامیک اویلر در تست پروازی

**Table 2** Mean of absolute values of error by using the Euler dynamic in flight test

تراز ( $\psi$ (deg.))	پیچ ( $\theta$ (deg.))	رول ( $\varphi$ (deg.))	خطای زوایای رول، پیچ و تراز
0.1101	1.1052	2.1206	میانگین مقادیر مطلق خطا MPO
0.1267	3.4592	6.0782	انحراف معیار مقادیر مطلق خطا MPO
0.3524	1.4249	2.2053	میانگین مقادیر مطلق خطا EKF
0.6515	3.4633	6.3429	انحراف معیار مقادیر مطلق خطا EKF

نتایج روش‌های MPO و EKF در تست خودرو در شکل‌های 8 و 9 نشان داده و نتایج و ارزیابی‌های آماری در جدول 3 ارائه شده است.

دقت روش MPO برای افق‌های پیش‌بین مختلف برای تست پرواز در جدول 4 ارائه شده است. با توجه به جدول 4 با افزایش افق پیش‌بین و همچنین افزایش تعداد جملات تابع کاتز، دقت خطاهای مطلق و افزایش می‌آید اما سرعت محاسبات به دلیل افزایش هزینه محاسبات کاهش می‌آید.

جدول 4 خطای زوایا برای تست پرواز در حالت‌های مختلف

انحراف معیار خطا در EKF	میانگین مطلق خطا در EKF	انحراف معیار خطا در MPO			میانگین مطلق خطا در MPO			رول ( $\phi$ (deg.))
		$T_p = 4$ $N = 5$	$T_p = 2$ $N = 10$	$T_p = 2$ $N = 5$	$T_p = 4$ $N = 5$	$T_p = 2$ $N = 10$	$T_p = 2$ $N = 5$	
6.3429	2.2053	5.8750	5.1342	6.0782	2.2117	2.0012	2.1206	
3.4633	1.1425	3.2376	3.0980	3.4592	0.9943	0.8976	1.1052	
0.6515	0.3524	0.1075	0.0054	0.1267	0.1075	0.0234	0.1101	

این نوع تخمین گر عدم قطعیت‌ها مانند یک فرآیند نویز گوسی در نظر گرفته می‌شود. برای کاهش خطای عدم قطعیت مدل‌سازی در این نوع تخمین‌گرها می‌توان جمله عدم قطعیت را به شکل متغیر حالت تحت مدل دینامیک مشخصی در نظر گرفت. در سامانه ناوبری ترکیبی اینرسی-جهانی کم هزینه به دلیل استفاده از حسگرهای اینرسی میکرو الکترومکانیکی با وجود مزایای هزینه و اندازه آن مشکلاتی مانند عدم قطعیت بزرگ در اندازه‌گیری‌های این حسگرها وجود دارد. در این مقاله تخمین گر خطی جدیدی که بتواند تأثیر عدم قطعیت‌ها را کاهش دهد به جای تخمین گر کالمن توسعه‌یافته در سامانه‌های ناوبری ترکیبی طراحی شده است. تخمین گر پیش‌بین به عنوان یک تخمین گر خطی از قابلیت بهتری نسبت به تخمین گر کالمن توسعه‌یافته در برخورد با جملات غیرخطی و غیرگوسی سامانه دارد. زوایای سمت و تراز رؤیت‌ناپذیر است و داده‌ای برای به‌روزرسانی آن‌ها وجود ندارد. خطای تخمین به دنبال این رویت‌ناپذیری پایداری دچار مشکل می‌شود؛ بنابراین طراحی یک رؤیت‌گر برای جبران خطاهای تخمین می‌تواند از اهمیت خاصی برخوردار باشد. از طرفی این تخمین گر پیش‌بین نیاز به زمان و هزینه محاسباتی بیشتری دارد. یکی از روش‌های کاهش زمان کم کردن افق پیش‌بین و استفاده از تعداد جملات کمتر در تخمین است. نتایج حاصل از پیاده‌سازی این تخمین گر برای سامانه ناوبری ترکیبی خودرو و تست پروازی نشان‌دهنده بهبود خطای تخمین است. براساس نتایج ارائه‌شده تخمین گر افق در حرکت نتایج بهتری را نسبت به الگوریتم فیلتر کالمن ارائه می‌دهد، این بهبود عملکرد به دلیل در نظر گرفتن مجموعه‌ای از داده‌های اندازه‌گیری از زمان‌های گذشته و استفاده از آن‌ها در تخمین متغیرهای حالت در مرحله بعدی است.

#### 8- مراجع

- [1] D. Titterton, J. L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation Technology*, pp. 36-45, Stevenage: Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [2] D. Simon, *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*, third Edition, pp. 123-145, New Jersey: J. Wiley and Sons, 2006.
- [3] G. Kitagawa, T. Higuchi, Special Issue on Nonlinear Non-Gaussian Models and Related Filtering Methods, *Annals of the Institute Statistical Mathematics*, Vol. 53, No.1, pp. 3-3, 2001.
- [4] M. Nørsgaard, N. K. Poulsen, O. Ravn, New developments in state estimation for nonlinear systems, *Journal of Automatica*, Vol. 36, No. 11, pp. 1627-1638, 2000.
- [5] H. Zhang, Y. Zhao, The performance comparison and analysis of extended Kalman filters for GPS/DR navigation, *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, Vol. 122, No. 9, pp. 777-781, 2011.
- [6] C. Hide, T. Moore, M. Smith, Adaptive Kalman filtering for low-cost INS/GPS, *Navigation*, Vol. 56, No. 1, pp. 143-152, 2003.
- [7] W. Wang, Z. Y. Liu, R. R. Xie, Quadratic extended Kalman filter

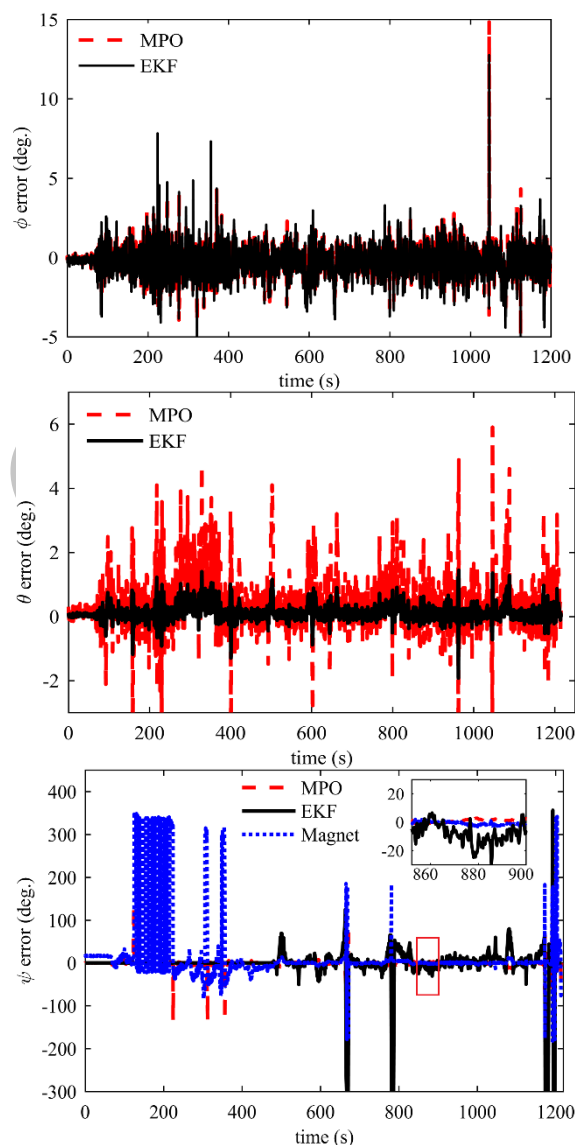


Fig. 9 Estimated errors Attitude and Heading angels through MPO and EKF in compared with INS/GPS Vitans reference values in automobile test

شکل 9 خطاهای تخمین زوایای سمت و تراز از طریق روش‌های MPO و EKF در مقایسه با مقادیر مرجع سیستم INS/GPS ویتانز در تست خودرو

کاربرد ساده برای سامانه‌هایی با رفتار غیرخطی قابل توجه و غیرگوسی تخمین‌گر بهینه و مناسبی نیست. در سامانه‌هایی که عدم قطعیت در مدل قابل توجه است، خطای تخمین روش کالمن توسعه‌یافته زیاد است؛ زیرا در

- [14] R. S. Bucy, Linear and nonlinear filtering, *Proceeding of the IEEE*, Vol. 58, No. 6, pp. 854-864, 1970.
- [15] J. L. Grassidis, F. L. Markley, Predictive filtering for nonlinear systems, *Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 3, pp. 566-572, 1997.
- [16] T. Kailath, A. H. Sayed, B. Hassibi, *Linear Estimation*, pp. 555-599: Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 2000.
- [17] L. Wang, *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®*, pp. 209-245, London: Springer Science & Business Media, 2010.
- [18] W. H. Kautz, Transient synthesis in the time domain, *Transactions of the IRE Professional Group on Circuit Theory*, Vol. 1, No. 3, pp. 29-39, 1954.
- [19] Y. W. Lee, Statistical theory of communication, *Physics*, Vol. 29, No. 4, pp. 276-278, 1961.
- [20] J. Keighobadi, M. J. Yazdanpanah, M. Kabganian, An enhanced fuzzy  $H_\infty$  estimator applied to low-cost attitude-heading reference system, *Kybernetes*, Vol. 40, No. 1/2, pp. 300-326, 2011.
- [21] S. Mahapatra, S. K. Nayak, S. L. Sabat, Neuro fuzzy model for adaptive filtering of oscillatory signals, *Measurement*, Vol. 30, No. 4, pp. 231-239, 2001.
- approach for GPS/INS integration, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 10, No. 8, pp. 709-713, 2006.
- [8] J. Fang, X. Gong, Predictive iterated Kalman filter for INS/GPS integration and its application to SAR motion compensation, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 59, No. 4, pp. 909-915, 2010.
- [9] R. Sharaf, A. Noureldin, A. Osman, N. El-Sheimy, Online INS/GPS integration with a radial basis function neural network, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, Vol. 20, No. 3, pp. 8-14, 2005.
- [10] J. Keighobadi, M. J. Yazdanpanah, M. Kabganian, Fuzzy variable-length sliding window blockwise least square algorithm with application to vehicle heading determination, *Mechanical Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 59-79, 2008. (in Persian فارسی)
- [11] N. Musavi, J. Keighobadi, Adaptive fuzzy neuro-observer applied to low cost INS/GPS, *Applied Soft Computing*, Vol. 29, pp. 82-94, 2015.
- [12] J. A. Farrell, T. D. Givargis, M. J. Barth, Real-time differential carrier Phase GPS-aided INS, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 4, pp. 709-721, 2000.
- [13] J. Wendel, O. Meister, C. Schlaile, G. F. Trommer, An integrated GPS/MEMS-IMU navigation system for an autonomous helicopter, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 10, No. 6, pp. 527-533, 2006.

Archive of SID