



مدل سازی عددی پخش امواج سیلاب در شبکه های فاضلاب با استفاده از روش اچ ال ال سی تغییر یافته در حالت یک بعدی و دوبعدی

حسین مهدیزاده^{1*}، هادی چهاربیدی²، صادق مودی³

1- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه بیرجند، بیرجند
 2- کارشناس ارشد، مهندسی عمران، دانشگاه تحصیلات تکمیلی و فناوری پیشرفته، کرمان
 3- کارشناس ارشد، مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان
 * بیرجند، صندوق پستی 615/97175، hossein.mahdizadeh@birjand.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مدل سازی امواج سیلاب در داخل شبکه های فاضلاب شهری بسیار پیچیده است. این پیچیدگی به صورت کلی ناشی از پخش رژیم های مختلفی از جریان در داخل شبکه های فاضلاب است که ممکن است در نقاط تقاطع شبکه، با یکدیگر برخورد نمایند. هدف اصلی در مقاله حاضر، مدل سازی و تقریب هیدرودینامیک این نوع از برخوردهای جریان با استفاده از معادلات آب های کم عمق است. برای حل معادلات آب های کم عمق در این جا، از حل ریمان تقریبی اچ ال ال سی مرتبه دوم بهره گرفته می شود که قادر است با استفاده از نوعی از ترکیب سرعت های ریمان، پخش امواج را بر سطوح خشک و تر شبیه سازی نماید. عبارات اصطکاک در مدل مورد نظر به طور جداگانه ای در داخل عبارات منبع لحاظ می گردند. در ابتدا، الگوی عددی معرفی شده بدون در نظر گرفتن عبارات اصطکاک برای شبیه سازی امواج انبساطی و ایستا، بر سطح خشک و تر اعمال شده و نتایج حاصل، با حل دقیق مقایسه می گردند. سپس عبارات اصطکاک برای مدل آب های کم عمق معرفی شده، لحاظ گردیده و مسأله شکست سد در حالت یک بعدی در حالت های خشک و تر با نتایج حاصل از نرم افزار استار سی دی که یک حل کننده معادلات ناویر استوکس است، مقایسه می گردند. در نهایت، برخورد امواج سیلاب در حالت دو بعدی در یک شبکه فاضلاب با مقطع مستطیلی در نظر گرفته شده و مجدداً نتایج با نرم افزار استار سی دی صحت سنجی می گردد. نتایج عددی حاصل نشان می دهد که الگوی عددی ارائه شده در دو حالت یک و دو بعدی تطابق بسیار خوبی با حل دقیق و حل کننده معادلات ناویر استوکس دارد.

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 20 خرداد 1396
 پذیرش: 26 خرداد 1396
 ارائه در سایت: 29 تیر 1396
 کلید واژگان:
 معادلات آب های کم عمق
 حل کننده ریمان اچ ال ال سی
 برخورد موج ها
 شبکه فاضلاب
 معادلات ناویر استوکس

Numerical Modelling of Flood Waves Propagation in Sewer Networks using One- and Two-Dimensional Modified HLLC Method

Hossein Mahdizadeh^{1*}, Hadi Cheharbidi², Sadegh Moodi³

1- Department of Civil Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.
 2- Department of Civil Engineering, Kerman Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran.
 3- Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran.
 * P.O.B. 615/97175 Birjand, Iran, hossein.mahdizadeh@birjand.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 10 June 2017
 Accepted 16 June 2017
 Available Online 20 July 2017

Keywords:

Shallow water equations
 HLLC Riemann solver
 Interacting bores
 Sewer network
 Navier-Stokes equations

ABSTRACT

Modelling of flood waves within surface and subsurface network is quite complicated. This complexity is mainly with respect to different flow regimes propagation into the sewer network which interact with each other at connections between underground networks. The main purpose of the present paper is modelling and hydrodynamic prediction of these types of bore interactions using the shallow water equations. The shallow water equations are then solved using a second-order accurate HLLC Riemann which is able to model the wave propagation over wet and dry states based upon a combination of particular Riemann wave speeds. Friction terms are treated in a separate way within the associated source terms. First, the numerical solver is employed to model the shock and rarefaction waves over the wet and dry states and the achieved numerical results are compared with the exact solution. Then, the effect of friction terms for the one-dimensional dam failure propagation over wet and dry bed is considered and the computed results are compared with the STAR-CD which is a Navier-Stokes solver. Finally, two-dimensional flood wave propagation is modelled within a rectangular sewage section and the obtained results are validated with the three-dimensional STAR-CD results. The numerical results demonstrate that the defined numerical solver in both one and two-dimensional provides very good agreement with the exact solution and Navier-Stokes solver.

1- مقدمه

محل هاست که پیش بینی آن با روش های ساده هیدرولیکی امکان پذیر نیست، همچنین بخش سیلاب بر سطوح خشک و وجود عبارات اصطکاک به سختی شبیه سازی جریان در داخل شبکه فاضلاب به طور قابل توجهی می افزاید. با افزایش مقطع فاضلاب می توان مسأله سیلاب در شبکه فاضلاب را مدیریت

پخش سیلاب در شبکه فاضلاب از موضوعات مهم و پیچیده در مهندسی عمران و مکانیک است. این نوع از پیچیدگی بیشتر به دلیل وجود تقاطع های مختلف در شبکه فاضلاب و امکان برخورد رژیم های مختلف جریان در این

Please cite this article using:

H. Mahdizadeh, H. Cheharbidi, S. Moodi, Numerical Modelling of Flood Waves Propagation in Sewer Networks using One- and Two-Dimensional Modified HLLC Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 273-282, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Mahdizadeh, H. Cheharbidi, S. Moodi, Numerical Modelling of Flood Waves Propagation in Sewer Networks using One- and Two-Dimensional Modified HLLC Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 273-282, 2017 (in Persian)

استفاده کرد. پیش بینی های مدلش بسیار نزدیک به نتایج آزمایشگاهی انجام گرفته در دانشگاه تسینگهوا بود [6].

سوارز و همکاران در سال 2011 سیستم معادلات مورفودینامیک را با استفاده از روش حجم محدود گودونو و حل کننده اجزا لالی در حالت جفت شده¹⁰ حل کردند. آن ها روش خود را در سه حالت مختلف شکست سد آزمایش کردند [7].

در سال 2014 بی و همکاران یک مدل عددی حجم محدود نوع گودونو با دقت مرتبه دوم را بر شبکه های غیریکنواخت به منظور شبیه سازی جریان شکست سد توسعه دادند. آن ها جهت تقریب شارها از حل کننده ریمان اجزا لالی استفاده کرده و سپس مدل خود را در سه حالت آزمایش کردند. این سه حالت عبارت از موج ناشی از شکست سد روی یک سطح صاف و خشک، شبیه سازی جزئی شکست سد و استفاده از سیلاب ناشی از شکست سد در رودخانه است. نتایج شبیه سازی آنان نشان داد که مدل پیشنهادی دقیق بوده و مزیت اصلی آن در حالتی است که جریان روی سطوح پیچیده قرار دارد [8].

کسروانی و همکاران در سال 2015 جریان سیلاب را با استفاده از معادلات آب های کم عمق با عمق متوسط مدل سازی کردند که در آن جریان آب خروجی از مجرا روی سطح زمین به عنوان یک مؤلفه منبع اضافی در نظر گرفته شد. آن ها از یک روش تسخیر موج ایستای حجم محدود برای حل معادلات آب های کم عمق بر یک شبکه دوبعدی غیریکنواخت مطابق مدل فیزیکی استفاده و نتایج عددی را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند [9].

هدف اصلی در این مقاله استفاده از یک مدل دقیق براساس روش ریمان تقریبی اجزا لالی تغییر یافته برای شبیه سازی برخورد و پخش امواج سیلاب در حالت دو بعدی بر بستر خشک است [10]. مدل معرفی شده در این جا خوش توازن بوده و قادر است با استفاده از ترکیب سرعت های مختلف ریمان پخش جریان و برخورد جریان های مختلف را بر سطوح خشک پیش بینی کند. به علاوه الگوی عددی معرفی شده می تواند رفتار مناسبی را در حضور مؤلفه های منبع مانند اصطکاک و تغییرات کف از خود نشان دهد. براساس مطالعات انجام شده هیچ توسعه ای از معادلات آب های کم عمق با استفاده از روش اجزا لالی برای مدل سازی برخوردهای پیچیده جریان به خصوص در حالت دو بعدی و با دقت مرتبه دوم ارائه نگردیده است. مدل های ارائه شده تاکنون براساس روش پخش موج بوده که به طور کلی در آن ها برخورد سیلاب با جریان خروجی از شبکه فاضلاب بر بستر خشک شبیه سازی شده اند [10,5]، همان طور که پیشتر نیز یاد شد از نظر محاسباتی به دلیل استفاده از سرعت دقیق ریمان به نسبت پیچیده است. در واقع روش عددی ارائه شده در این جا می تواند به صورت یک جایگزین مناسب برای روش پخش موج جهت شبیه سازی برخوردهای پیچیده جریان بر سطح خشک به کار گرفته شود. در این مقاله اثرات عبارات اصطکاک در نظر گرفته شده در معادلات آب های کم عمق با نتایج حاصل از معادلات ناویر استوکس در شرایط بدون لغزش¹¹ مقایسه می شوند.

ادامه مقاله حاضر این صورت است: در ابتدا معادلات آب های کم عمق با مؤلفه های منبع معرفی می شوند. سپس به بیان روش اجزا لالی پرداخته شده و سرعت های موج بر بسترهای خشک و تر ارائه می شوند. سپس توسعه روش عددی در حالت دو بعدی بیان شده و در نهایت صحت سنجی الگوی عددی معرفی شده در حالت یک بعدی و دو بعدی با استفاده از پاسخ های

کرد، اما افزایش اتصالات در شبکه فاضلاب از نظر هیدرولیکی و اقتصادی مقرون به صرفه نیست؛ بنابراین پیش بینی درست پخش موج سیلاب در شبکه فاضلاب امری بسیار مهم و ضروری است.

به این منظور روش های پیش بینی باید قابلیت مدل سازی برخورد امواج و پخش موج سیلاب در بستر خشک و تر با وجود عبارات اصطکاک را داشته باشند. انتشار موج سیلاب در شبکه فاضلاب می تواند در حالت کلی با حل معادلات ناویر استوکس با قابلیت سطح آزاد مدل شود، اما حل این معادلات به خصوص در حالت سه بعدی بسیار پیچیده و زمان گیر است. معادلات آب های کم عمق مجموعه ای از قوانین بقا که قادر به تقریب هیدرودینامیک جریان است. برای حل معادلات آب های کم عمق از روش های عددی مختلفی می توان استفاده کرد که در این بین روش حجم محدود توجه بسیاری از محققین را در سال های اخیر به خود جلب کرده است. انواع مختلفی از روش های حل معادلات آب های کم عمق براساس روش حجم محدود نوع گودونو¹ توسط لوک [1] و تورو [3,2] گردآوری شده اند که می توان به روش های افوی اس²، اشر³، اجزا لالی⁴، الگویی⁵ و الگویی⁶ پخش موج اشاره کرد.

تفاوت اصلی در این روش ها محاسبه مؤلفه های شار و سرعت انتشار امواج ایستا⁷ و انبساطی⁸ برای یک مسأله ریمان است. به طور کلی از دو روش مختلف برای محاسبه سرعت انتشار امواج شکل گرفته در مسأله ریمان استفاده می شود. در روش نخست محاسبه سرعت انتشار امواج بر مبنای حل های تحلیلی صورت می پذیرد. این روش در بسیاری از موارد بسیار دقیق و قادر به مدل سازی جریان بر سطوح خشک یا نزدیک به خشک است. از سویی مشکل اصلی آن وقت گیر بودن و حل معادلات غیرخطی به صورت هم زمان در هر گام زمانی برای روش حجم محدود است. در روش دوم از حل های تقریبی ریمان مانند روش رو⁹ برای محاسبه سرعت امواج ایستا و انبساطی استفاده می شود. مزیت اصلی این روش سرعت بسیار بالا و دقت آن به خصوص برای مدل سازی جریان بر سطوح تر است، ولی این روش بر خلاف حل تحلیلی ریمان قادر به تخمین سرعت های انتشار امواج بر سطوح خشک نبوده و منجر به پاسخ های غیرفیزیکی می شود [4]. محاسبه سرعت انتشار جریان بر سطح خشک تفاوت اصلی روش الگوریتم پخش موج و روش اجزا لالی است. الگویی پخش موج از نوعی سرعت انتشار بهره می گیرد که ترکیبی از سرعت های تقریبی و دقیق ریمان و از لحاظ محاسباتی به نسبت پیچیده است [5].

آپوستولیدو از یک مدل عددی ارتقا یافته برای شبیه سازی سیلاب استفاده کرد. او در مدل عددی خود از یک نسخه جدید از معادلات آب های کم عمق با متغیر چگالی افقی و مؤلفه های منبع در حالت توازن بهره برد که برای جریان در سطوح پیچیده بسترهای تر و خشک و مسائل با بسترهای قابل فرسایش طراحی شده اند. روش عددی او بر پایه یک روش حجم محدود نوع گودونو و حل کننده تقریبی ریمان اجزا لالی بوده که در آن جهت ایجاد دقت مضاعف از روش ماسل-هنکوک⁹ استفاده شده است. او از مدل عددی خود برای شبیه سازی جریان شکست سد جزئی در یک کانال قابل فرسایش

¹ Godunov

² FVS

³ Osher

⁴ HLL

⁵ HLLC

⁶ Shock waves

⁷ Rarefaction wave

⁸ Roe

⁹ MUSCL-Hancock

¹⁰ Coupled

¹¹ No slip condition

روش حل به جهت y توسعه می یابد. شار عددی $F_{i \pm \frac{1}{2}, j}$ با حل ریمان تقریبی اچ ال ال سی به صورت رابطه (5) قابل بیان است [2].

$$F^{\text{HLLC}} = \begin{cases} F_L & \text{اگر } 0 \leq s_L \\ F_{*L} & \text{اگر } s_L \leq 0 \leq s_* \\ F_{*R} & \text{اگر } s_* \leq 0 \leq s_R \\ F_R & \text{اگر } 0 \geq s_R \end{cases} \quad (5)$$

در آن $F_L = F(U_L)$ و $F_R = F(U_R)$ ، U_L و U_R شرایط چپ و راست سلول مورد نظر است. F_{*L} و U_{*L} ، F_{*R} و U_{*R} شرایط چپ و راست محدوده ستاره دار که با یک موج برشی (تماسی) تفکیک شده اند. s_L و s_R به ترتیب سرعت امواج چپ، راست و برشی (تماسی) که در شکل 1 ساختار موج فرضی اچ ال ال سی نشان داده شده است.

بردارهای شاری F_{*L} و F_{*R} به صورت رابطه (6) تعریف می شوند.

$$\begin{aligned} F_{*L} &= F_L + s_L(U_{*L} - U_L) \\ F_{*R} &= F_R + s_R(U_{*R} - U_R) \end{aligned} \quad (6)$$

برای مدل سازی دقیق امواج ایستا و انبساطی برای روش اچ ال ال سی، شناخت درست سرعت های موج s_L ، s_R و s_* ضروری است که انتخاب های مختلفی برای آن ها می توان در نظر گرفت. فراکارولو و تورو از فرض دو موج انبساطی برای سرعت های s_L و s_R استفاده کرده اند [13]. تورو سرعت های موج جدیدی معرفی کرد که هنگام وجود موج ایستا، کارایی قابل قبولی را دارا بود [3]. در این مقاله از ترکیب سرعت های بیان شده در مراجع [13, 3] برای مدل سازی انبساطی همان سرعت های خطوط مشخصه است و بسته به شرایط بستر تر یا خشک می توانند مقادیر رابطه (7) را داشته باشند.

$$s_L = \begin{cases} u_L - q_L \cdot \sqrt{gh_L} & \text{تر } h_L > 0 \\ u_R - 2 \cdot \sqrt{gh_R} & \text{خشک } h_L = 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$s_R = \begin{cases} u_R + q_R \cdot \sqrt{gh_R} & \text{تر } h_L > 0 \\ u_L + 2 \cdot \sqrt{gh_L} & \text{خشک } h_L = 0 \end{cases}$$

در این جا q_k ($k=L, R$) به صورت رابطه (8) تعریف می شود.

$$q_k = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{(h_* + h_k)h_*}{h_k^2} \right]} & \text{اگر } h_* > h_k \\ 1 & \text{اگر } h_* \leq h_k \end{cases} \quad (8)$$

شرایط U_{*k} ($k=L, R$) به صورت رابطه (9) قابل تعریف است [3].

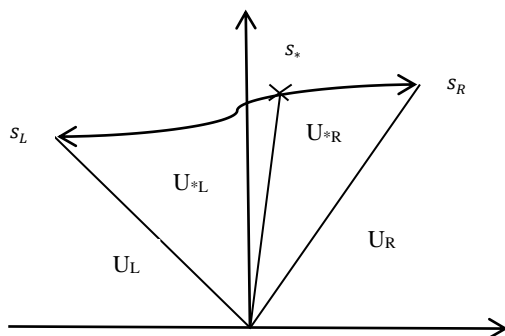


Fig. 1 HLLC hypothesis for Riemann problem solving wave structure

شکل 1 فرض اچ ال ال سی برای ساختار موج حل مسأله ریمان

دقیق و حل کننده استار سی دی¹ انجام می پذیرد.

2- معادلات حاکم

معادلات آب های کم عمق در حالت کلی به صورت رابطه (1) تعریف می شوند [1].

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y = S$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}$$

$$F(U) = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}$$

$$G(U) = \begin{bmatrix} hu \\ huv \\ hvu \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن u و v و h به ترتیب مؤلفه سرعت در جهت x ، مؤلفه سرعت در جهت y و عمق جریان است. U بردار مجهولات یا بردار متغیرهای بقایی، $F(U)$ بردار شار در جهت x ، $G(U)$ بردار شار در جهت y و S بردار مؤلفه های منبع که در آن S_1 مؤلفه منبع در معادله پیوستگی و S_2 و S_3 مؤلفه های منبع در معادله مومنوم است.

مؤلفه های منبع در رابطه (1) در حضور جملات اصطکاک و تغییرات

بستر به صورت رابطه (2) تعریف می شوند [11].

$$\begin{aligned} S_1 &= \varphi \\ S_2 &= -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} - \frac{\tau_{fx}}{\rho} \\ S_3 &= -gh \frac{\partial z_b}{\partial y} - \frac{\tau_{fy}}{\rho} \end{aligned} \quad (2)$$

در آن g شتاب جاذبه، φ مؤلفه منبع در معادله پیوستگی، τ_{fx} تنش برشی در جهت x ، τ_{fy} تنش برشی در جهت y و z_b ارتفاع بستر به صورت رابطه (3) و در آن C_f ضریب اصطکاک بستر جریان است.

$$\begin{aligned} \tau_{fx} &= 0.5C_f u \sqrt{u^2 + v^2} \\ \tau_{fy} &= 0.5C_f v \sqrt{u^2 + v^2} \end{aligned} \quad (3)$$

3- مدل عددی

برای حل رابطه (1) از روش حجم محدود نوع گودونو استفاده می شود [12]. گسسته سازی بقایی صریح حجم محدود نوع گودونو رابطه (1) به صورت رابطه (4) تعریف می شود [1].

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[F_{i+\frac{1}{2},j} - F_{i-\frac{1}{2},j} \right]^n - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[G_{i,j+\frac{1}{2}} - G_{i,j-\frac{1}{2}} \right]^n + \Delta t * S^n \quad (4)$$

در آن $F_{i \pm \frac{1}{2}, j}$ و $G_{i, j \pm \frac{1}{2}}$ شارهای چپ و راست درون سلولی در جهت های x و y است. همچنین Δt و Δx به ترتیب گام زمانی و مکانی فاصله بین سلولی و n موقعیت زمانی است. در این مرحله مسأله اساسی تخمین شار درون سلولی در طرفین سلول محاسباتی است. به طور کلی از روش های عددی مختلفی برای تخمین این نوع شار استفاده می شود که در این مقاله از حل ریمان تقریبی اچ ال ال سی به منظور محاسبه شار استفاده شده؛ بنابراین در رابطه (3)، $F_{i \pm \frac{1}{2}, j} = F^{\text{HLLC}}$ ، $G_{i, j \pm \frac{1}{2}} = G^{\text{HLLC}}$ و $S^n = S(U^n)$ است.

به دلیل این که شار عددی اچ ال ال سی در حالت دو بعدی در جهت x مشابه جهت y است، تنها به معرفی آن در جهت x پرداخته می شود و سپس

¹ STAR-CD

که در آن $\partial z_b / \partial x$ و $\partial z_b / \partial y$ تغییرات شیب بستر در جهت های x و y به صورت رابطه (17) تعریف می شود.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial z_b}{\partial x}\right)_{i,j} &= \frac{z_b(i+1/2,j) - z_b(i-1/2,j)}{\Delta x} \\ \left(\frac{\partial z_b}{\partial y}\right)_{i,j} &= \frac{z_b(i,j+1/2) - z_b(i,j-1/2)}{\Delta y} \end{aligned} \quad (17)$$

در این مقاله شیب بستر صفر در نظر گرفته شده است.

همچنین τ_{fx} و τ_{fy} به ترتیب تنش های برشی بستر در جهت های x و y است که به صورت رابطه (18) تعریف می شوند.

$$\begin{aligned} (\tau_{fx})_{i,j} &= 0.5 * C_f * u_{i,j} * \sqrt{u_{i,j}^2 + v_{i,j}^2} \\ (\tau_{fy})_{i,j} &= 0.5 * C_f * v_{i,j} * \sqrt{u_{i,j}^2 + v_{i,j}^2} \end{aligned} \quad (18)$$

در معادلات بالا z_b ارتفاع بستر و C_f ضریب اصطکاک بستر است. در این مقاله این ضریب با توجه به زبری بسترهای مختلف برابر با 0.015 در نظر گرفته شده است. به صورت خلاصه روش عددی معرفی شده می تواند جهت حل معادله آب های کم عمق به صورت زیر به کار رود:

- محاسبه شار روش اچ ال ای سی توسط رابطه (5) با استفاده از سرعت های موج و ارتفاع سیال تعریف شده در روابط (7-11).
- حل معادله گودونو در جهت x و محاسبه $U_{i,j}^*$ با استفاده از رابطه (14).
- در نهایت به روزرسانی بردار مجهولات در جهت y با استفاده از روش گودونو یاد شده در رابطه (15).

4- اعتبارسنجی روش حل در حالت عدم وجود اصطکاک

برای ارزیابی عملکرد روش عددی جهت مدل سازی حالت های مختلف امواج ایستا و انبساطی و بررسی دقت سرعت های موج معرفی شده برای پخش جریان بر سطوح خشک و تر در این قسمت به بیان چند آزمون عددی مختلف پرداخته می شود. در این آزمون ها فرض شده که بستر بدون اصطکاک است تا کارایی روش عددی در ارتباط با مؤلفه های مختلف مانند سرعت و عمق آب در مسأله ریمان سنجیده شود. تمام این آزمایش ها بر یک کانال مستقیم با مقطع عرضی مستطیلی و بستر افقی اجرا می شود. در همه موارد طول کانال 50 متر فرض شده که شرایط اولیه مرتبط با آن در جدول 1 نشان داده شده است [3]. در این جا h عمق کلی آب، u سرعت جریان، x_0 موقعیت ناپیوستگی اولیه و t_{out} زمان خروجی مسأله است. در تمامی نمونه ها تعداد سلول های حجم محدود و عدد کورانت به ترتیب 100 و 0.9 در نظر گرفته شده است.

در این آزمون ها مشخصات عددی مانند عدد کورانت و تعداد گره ها در روش عددی و روش دقیق یکسان در نظر گرفته شده است.

4-1 موج انبساطی بحرانی در سمت چپ و موج ایستای راست

داده های اولیه در مسأله اول موجود در جدول 1 برای تولید یک پخش موج

جدول 1 داده های اولیه طراحی شده توسط تورو [3]

Table 1 initial data designed by Toro [3]						
$t_{out}(s)$	$x_0(m)$	$u_R(m/s)$	$h_R(m)$	$u_L(m/s)$	$h_L(m)$	
7	10	0	0.1	2.5	1	1
2.5	25	0.5	1	-0.5	1	2
4	20	0	0	0	1	3
4	30	0	1	0	0	4
5	25	3	0.1	3	0.1	5

$$U_{*k} = h_k \begin{bmatrix} \frac{S_k - u_k}{S_k - S_*} \\ \frac{1}{S_*} \\ \frac{v}{v} \end{bmatrix} \quad (9)$$

در رابطه بالا تقریب برای سرعت امواج میانی (تماسی) S_* به صورت رابطه (10) قابل بیان است.

$$S_* = \frac{S_L h_R (u_R - S_R) - S_R h_L (u_L - S_L)}{h_R (u_R - S_R) - h_L (u_L - S_L)} \quad (10)$$

در این جا u_L ، u_R ، h_L و h_R مقادیر اولیه چپ و راست برای مسأله ریمان در سطح مشترک سلول حجم محدود است. برای محاسبه مؤلفه h_* برای دو موج ایستا می توان از روابط (11) استفاده کرد.

$$\begin{cases} h_0 = \frac{1}{g} \left[\frac{1}{2} (\sqrt{gh_L} + \sqrt{gh_R}) + \frac{1}{4} (u_L - u_R) \right]^2 \\ g_k(h_0) = \sqrt{\frac{1}{2} g} \frac{h_0 + h_k}{h_0 h_k} \\ h_* = \frac{g_L(h_0)h_L + g_R(h_0)h_R + u_L - u_R}{g_L(h_0) + g_R(h_0)} \end{cases} \quad (11)$$

مقدار h_* در صورت وجود دو موج انبساطی به صورت رابطه (12) تعریف می شود.

$$h_* = \frac{1}{g} \left[\frac{1}{2} (\sqrt{gh_L} + \sqrt{gh_R}) + \frac{1}{4} (u_L - u_R) \right]^2 \quad (12)$$

برای اختصاص روش اچ ال ای سی به بُعد دوم از روش گسسته سازی بُعدی استفاده شده که ساده ترین روش برای افزایش بعد است [1]؛ بنابراین رابطه (1) به صورت (13) گسسته سازی می شود.

$$\begin{aligned} U_t + F(U)_x &= S_x \\ U_t + G(U)_x &= S_y \end{aligned} \quad (13)$$

در آن U بردار مجهولات یا بردار متغیرهای بقایی، $F(U)$ و $G(U)$ بردارهای

شار در جهت های x و y ، $S_x = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} - \frac{\tau_{fx}}{\rho} \\ 0 \end{bmatrix}$ بردار مؤلفه های منبع در

جهت x و $S_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial y} - \frac{\tau_{fy}}{\rho} \end{bmatrix}$ بردار مؤلفه های منبع در جهت y می باشند.

همان طور که ملاحظه شد بردار مؤلفه منبع S به دو مؤلفه S_x و S_y برای استفاده از روش گسسته سازی بعد تقسیم شد [14].

در بعد اول و در جهت x با z ثابت، معادله حجم محدود گودونو (4) به صورت رابطه (14) نوشته خواهد شد.

$$U_{i,j}^* = U_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[F_{i+\frac{1}{2},j} - F_{i-\frac{1}{2},j} \right]^n + \Delta t * S_x^n \quad (14)$$

در جهت y از مقادیر به دست آمده $U_{i,j}^*$ در رابطه بالا به عنوان مقادیر معلوم برای به روزرسانی بردار مجهولات با استفاده از رابطه (13) با i ثابت استفاده می شود که در روش گودونو به صورت رابطه (15) قابل بیان است.

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[G_{i,j+\frac{1}{2}} - G_{i,j-\frac{1}{2}} \right]^n + \Delta t * S_y^n \quad (15)$$

رفتار جمله های منبع نقشی اساسی در دقت روش های عددی و نتایج آن دارد.

رفتار جمله منبع در رابطه (1) به صورت رابطه (16) تعریف می شود.

$$S_{i,j} = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh_{i,j} \left(\frac{\partial z_b}{\partial x}\right)_{i,j} - \left(\frac{\tau_{fx}}{\rho}\right)_{i,j} \\ -gh_{i,j} \left(\frac{\partial z_b}{\partial y}\right)_{i,j} - \left(\frac{\tau_{fy}}{\rho}\right)_{i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

این آزمون که در آن از داده های اولیه مسأله سوم موجود در جدول 1 استفاده شده شامل یک بستر خشک در سمت راست است. حل عددی در این آزمون شامل یک موج انبساطی بوده که بر بستر با شرایط اولیه خشک انتشار می یابد. در واقع در این جا قابلیت الگوی عددی برای تسخیر پیشانی بستر تر بر سطح خشک سنجیده می شود.

شکل 4 نتایج مدل عددی حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] برای مسأله 3 را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود مدل عددی تطابق مناسبی با حل دقیق داشته و قادر به مدل سازی امواج ناپیوسته به وجود آمده بر بستر خشک است. وجود بستر اولیه خشک در برخی از روش های عددی منجر به تولید پاسخ های غیر فیزیکی می شود که بیشتر به دلیل تقریب اشتباه سرعت های راست رونده و چپ رونده بر بستر خشک است [3].

4-4- مسأله ریمان با بستر خشک در چپ

این آزمون مشابه آزمون سوم با این تفاوت که بستر خشک در سمت چپ مسأله ریمان است. هدف اصلی در این جا بررسی کارایی مدل برای زمانی است که قسمت تر در سمت راست و بستر خشک در سمت چپ مسأله ریمان باشد.

شکل 5 نتایج مدل عددی حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] برای مسأله 4 را نشان می دهد. در این جا نیز مدل عددی تطابق مناسبی با حل دقیق داشته و قادر به مدل سازی امواج ناپیوسته به وجود آمده با بستر خشک در سمت معکوس آزمون سوم را نیز خواهد داشت.

4-5- ایجاد یک بستر خشک

هدف در این آزمون بررسی توانایی الگوی عددی معرفی شده در هنگام وجود امواج انبساطی بر بستر خشک است که برای به وجود آوردن چنین شرایطی از داده های موجود در ردیف 5 جدول 1 استفاده می شود.

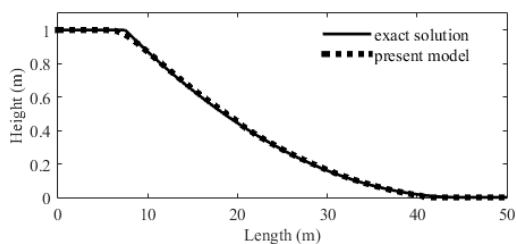


Fig. 4 comparison between results of current model and exact solution presented by Toro[3] for dam break over dry bed in right

شکل 4 مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] برای شکست سد با بستر خشک در راست

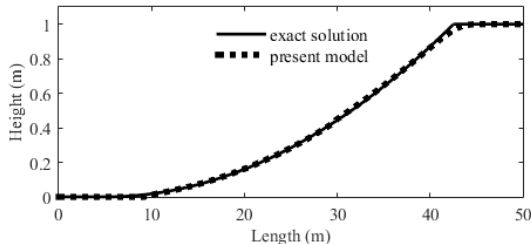


Fig. 5 comparison between results of current model and exact solution presented by Toro[3] for dam break over dry bed in left

شکل 5 مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] برای شکست سد با بستر خشک در چپ

ایستای راست قوی و یک موج انبساطی چپ بحرانی انتخاب شده است. براساس شکل 2 پروفیل عمق آب را برای نتایج مدل عددی حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] در زمان 7 ثانیه نشان می دهد. هدف از این آزمون بررسی کارایی مدل عددی که از ترکیب سرعت های مختلف ریمان بهره می گیرد، با وجود امواج ایستا و بستر بدون اصطکاک است. مدل عددی تطابق مناسبی با حل دقیق داشته و قادر به مدل سازی امواج ایستا خواهد بود.

قابلیت یک روش عددی برای شبیه سازی امواج ایستا از ویژگی های مهم آن است که همان طور که در این جا مشاهده می شود، مدل عددی قادر به تسخیر موج ایستای راست رونده است. ویژگی مهم دیگر این نمونه عددی، وجود امواج انبساطی بحرانی در چپ است که دارای سرعت مشخصه $\lambda_1 = a - u$ بوده و از چپ به راست از مقدار منفی به مقدار مثبت تغییر می کند.

4-2- دو موج انبساطی

داده های اولیه برای مسأله دوم موجود در جدول 1 به منظور تولید دو موج انبساطی قوی انتخاب شده که در جهت مخالف با یکدیگر در حرکت است. شکل 3 پروفیل عمق آب را برای نتایج مدل عددی حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] برای مسأله 2 در زمان 2.5 ثانیه نشان می دهد. هدف از این آزمون بررسی کارایی مدل عددی در حضور امواج انبساطی و بستر بدون اصطکاک است. مدل عددی تطابق مناسبی با حل دقیق داشته و قادر به مدل سازی امواج انبساطی نیز خواهد بود.

عمق آب در ناحیه آغاز بین این امواج بسیار ناچیز است. در این آزمون برخی از روش های عددی یک عمق منفی محاسبه خواهند کرد که این عمق در مجاورت با امواج انبساطی قوی ای تولید می شود که به سمت چپ و راست در حال حرکت است و در نهایت موجب واگرایی مدل عددی خواهد شد [3].

4-3- مسأله ریمان با بستر خشک در راست

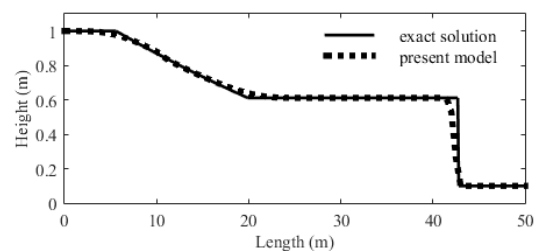


Fig. 2 comparison between results of current model and exact solution presented by Toro [3] for dam-break over wet bed.

شکل 2 مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] برای شکست سد روی بستر مرطوب

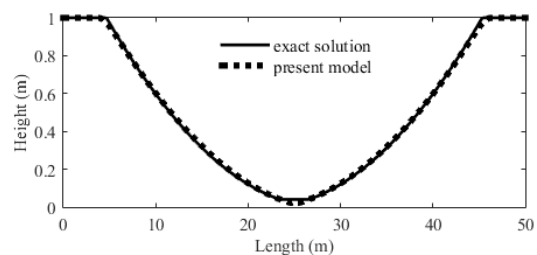


Fig. 3 comparison between results of current model and exact solution presented by Toro[3] for dam break over dry bed

شکل 3 مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] برای شکست سد روی سطح خشک

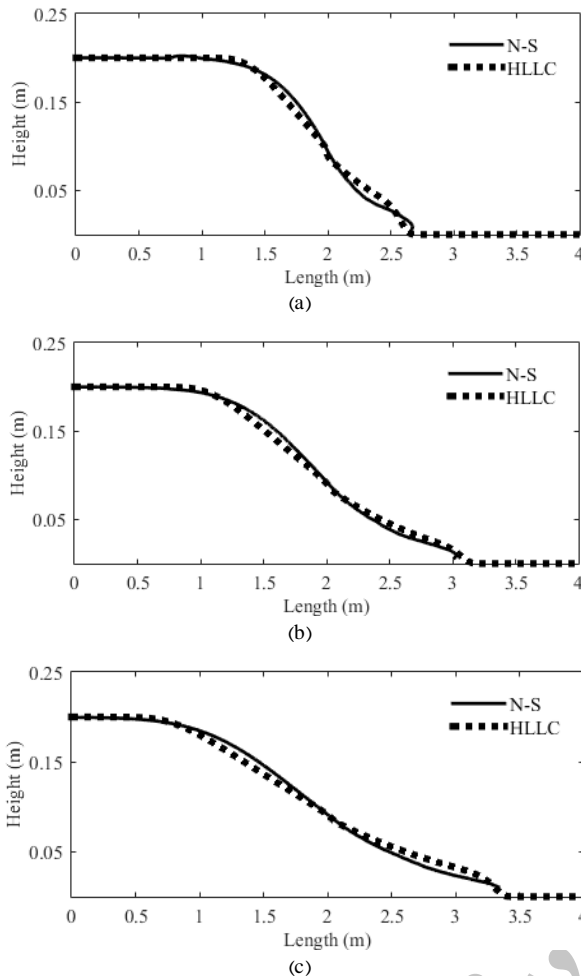


Fig. 7 comparison between results of HLLC SWEs and Navier-Stokes solution for the case of dam break over a dry bed at a- 0.4, b- 0.6 and c- 0.8 s

شکل 7 مقایسه نتایج حل معادلات آب های کم عمق به روش اچ ال ای سی و معادلات ناویر استوکس برای حالت پخش جریان ناشی از شکست سد روی سطح خشک در زمان های الف- 0.4، ب- 0.6 و ج- 0.8 ثانیه

تعداد سلول ها و ضریب اصطکاک در مدل آب های کم عمق نیز به ترتیب برابر با 256 و 0.02 در نظر گرفته شده اند. در شکل 8 مقایسه نتایج حل معادلات آب های کم عمق به روش اچ ال ای سی و معادلات ناویر استوکس در زمان های 0.4، 0.6 و 0.8 ثانیه نشان داده شده اند. محاسبات درصد تطابق بالای میان نتایج را نشان می دهند به طوری که حرکت موج ایستا و انبساطی در هر دو روش کاملاً شبیه یکدیگر بوده و بر هم منطبق است. تنها اختلاف به وجود آمده در این جا وجود یک فرورفتگی بلافاصله پس از موج انبساطی راست رونده است که بیشتر به دلیل استفاده از مدل آشفتگی کی-اِپسیلون در معادلات ناویر استوکس و نرم افزار استار سی دی و ماهیت متفاوت آن با معادلات آب های کم عمق است که با گذشت زمان تأثیر خود را از دست می دهد. زمان اجرای برنامه نوشته شده براساس معادلات آب های کم عمق به روش اچ ال ای سی برای حالت های خشک و تر کمتر از یک ثانیه به طول می انجامد در حالی که این زمان برای نرم افزار استار سی دی در حالت خشک 145 ثانیه و برای حالت تر 143 ثانیه است. در صورت کوچک تر کردن گام زمانی، مکانی و یا حد مجاز باقی مانده، این زمان در نرم افزار به صورت قابل ملاحظه ای افزایش می یابد.

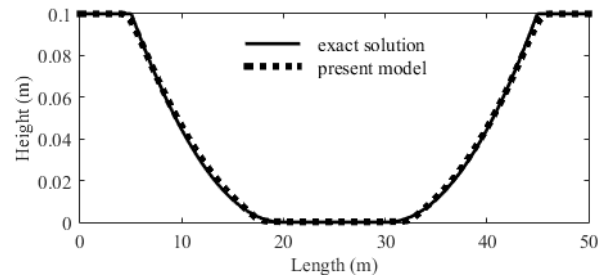


Fig. 6 comparison between results of current model and exact solution presented by Toro [3] for dam break over dry bed in the middle

شکل 6 مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر و حل دقیق ارائه شده توسط تورو [3] برای شکست سد با بستر خشک در وسط

در شکل 6 نتایج الگوی عددی در مقابل حل دقیق نشان داده شده که بیانگر تسخیر دقیق امواج انبساطی قوی بر سطح خشک توسط الگوی معرفی شده است.

5- اعتبارسنجی روش حل در حالت وجود اصطکاک

بر خلاف آزمون های گذشته در این جا مؤلفه های اصطکاک در نظر گرفته شده و نتایج حل عددی با خروجی های حل معادلات ناویر استوکس در حالت سه بعدی مقایسه می شود تا کارایی روش حل بیش از پیش با حضور عبارات اصطکاک مشخص شود. نتایج حل معادلات ناویر استوکس در حالت سه بعدی از نرم افزار استار سی دی با شرایط بدون لغزش به دست می آیند. در این نرم افزار از مدل آشفتگی کی-اِپسیلون¹ با عدد رینولدز بالا استفاده شده است. شرایط مرزی در این نرم افزار در کف به صورت دیوار و برای سطح بالای در تماس با هوا و مرز سمت راست به صورت فشار تعریف شده است. جهت تسخیر امواج سطحی سیال در این نرم افزار از یک نوع روش حجم سیال² کارآمد با مقدار برابر 0.5 استفاده می شود. شبکه با گام مکانی 0.005 متر در جهت های افقی و عمودی تشکیل شده است. گام زمانی و حد مجاز باقی مانده نیز برابر با 0.01 در نظر گرفته شده اند. در حالت اول پخش جریان ناشی از شکست سد روی سطح خشک مورد بررسی قرار می گیرد. حجم آب موجود در سمت چپ برابر [2-0.2] متر مربع است. ارتفاع آب در سمت راست نیز در نرم افزار صفر و در حل معادلات آب های کم عمق یک مقدار بسیار کوچک نزدیک به صفر یعنی 0.0001 در نظر گرفته می شود که در نتیجه پخش موج به صورت موج انبساطی است. در مدل آب های کم عمق از 256 سلول استفاده و ضریب اصطکاک برابر 0.012 در نظر گرفته شده است. در شکل 7 مقایسه نتایج حل معادلات آب های کم عمق به روش اچ ال ای سی و معادلات ناویر استوکس در زمان های 0.4، 0.6 و 0.8 ثانیه نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود نتایج مطابقت مناسبی با یکدیگر دارند که نشان دهنده کارایی دقیق عبارات اصطکاک به کار رفته در معادلات آب های کم عمق دارد. برای اعتبارسنجی مدل آب های کم عمق در حالت وجود بستر مرطوب، یک حالت آزمایشی دیگر مشابه پیشین در نظر گرفته می شود. تنها تفاوت این حالت با مدل گذشته وجود حجم آب با ارتفاع 0.1 متر در سمت راست است؛ بنابراین پخش جریان به صورت موج ایستا خواهد بود. مانند قبل در مدل نرم افزاری، گام مکانی افقی و عمودی برابر 0.005 در نظر گرفته شده است. گام زمانی و حد مجاز باقی مانده به ترتیب برابر 0.01 و 0.001 است.

¹ $k - \epsilon$ turbulence model

² Volume of Fluid

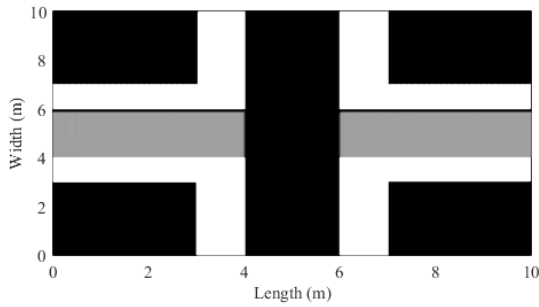


Fig. 9 Initial conditions for flood wave propagation in sewer network
 شکل 9 شرایط اولیه برای پخش موج سیلاب در شبکه فاضلاب

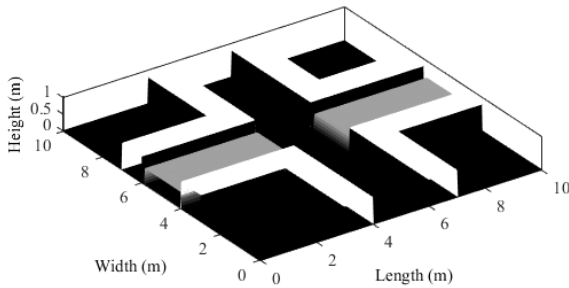
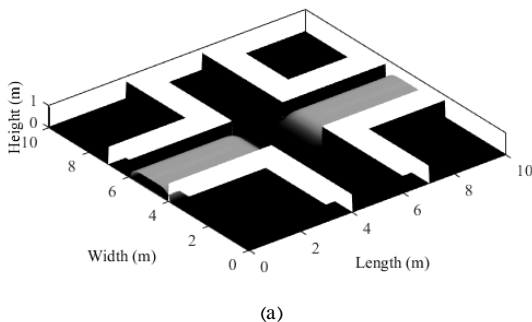


Fig. 10 3D initial condition for flood wave propagation in sewer network
 شکل 10 شرایط اولیه سه بعدی برای پخش موج سیلاب در شبکه فاضلاب

یکدیگر در جریان است. $t=0.4s$ زمان شروع برخورد بین رژیم های جریان در محل تقاطع آن هاست. در زمان $t=0.6s$ برخورد اتفاق افتاده که پخش جریان ها در جهت عمود بر مسیر اولیه جریان نتیجه آن است. در زمان $t=0.8s$ امواج انباشته شده در تقاطع به تدریج به طرف مرزهای داخلی مجرای عمودی طغیان کرده و مجراهای فاضلاب تا حدی با امواج سیلاب پر می شوند. تعداد سلول های محاسباتی و عدد کورانت برای این مسأله به ترتیب 40000 و 0.35 در نظر گرفته شده است، همچنین ضریب اصطکاک بستر 0.015 است. برای اعمال شرایط مرزی در روش اچ ال ای سی، دیواره مرزی صلب به صورت رابطه (19) تعریف می شود.

$$h_0 = h_1, (hu)_0 = -(hu)_1, (hv)_0 = -(hv)_1 \quad (19)$$

شکل 12 نمایش سه بعدی مدل سازی پخش موج سیلاب در شبکه فاضلاب شکل 9 را با استفاده از نرم افزار استار سی دی نشان می دهد که گراف های آن به وسیله نرم افزار تک پلات گرفته شده است. در این جا نیز برای نرم افزار استار سی دی از مدل آشفتگی کی ایسیلون با عده رینولدز بالا استفاده شده است. برای جریان آزاد از روش حجم سیال با مقدار برابر 0.5 استفاده شده است [16]. شرایط مرزی در این نرم افزار در کناره دیواره ها به صورت دیوار و برای



(a)

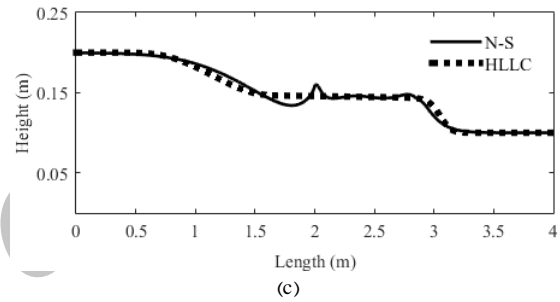
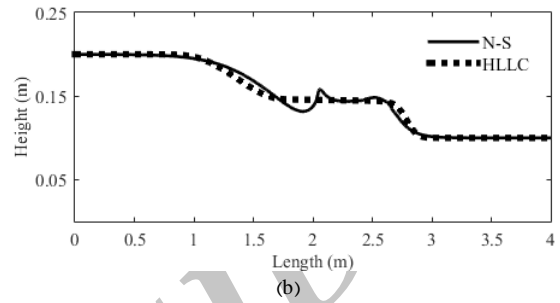
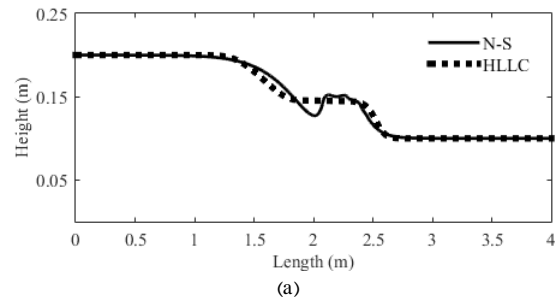


Fig. 8 comparison between results of HLLC SWEs and Navier-Stokes solution for the case of dam break over a wet bed at a- 0.4, b- 0.6 and c- 0.8 s

شکل 8 مقایسه نتایج حل معادلات آب های کم عمق به روش اچ ال ای سی و معادلات ناویر استوکس برای حالت پخش جریان ناشی از شکست سد روی سطح تر در زمان های الف- 0.4، ب- 0.6 و ج- 0.8 ثانیه

6- کاربرد مدل: پخش موج سیلاب در شبکه مستطیلی فاضلاب

در این بخش به بررسی پخش موج سیلاب در شبکه فاضلاب پرداخته خواهد شد. همان طور که گفته شد پخش موج سیلاب در یک شبکه فاضلاب از لحاظ هیدرولیکی به ویژه در نقاط تقاطع به دلیل برهم کنش جریانات مختلف سیال بسیار پیچیده است [15].

شرایط اولیه برای ایجاد این نوع برخورد جریان بر سطح خشک مطابق شکل 9 است. در این شکل دو جبهه سیال (آب) در یک شبکه مستطیلی فاضلاب به ابعاد $[0 \ 10] \times [0 \ 10]$ متر مربع به طور ناگهانی به سمت یکدیگر رها خواهد شد که در زمان صفر دارای طول، عرض و ارتفاع 2، 4 و 0.5 متر است.

این شبکه فاضلاب دارای دو مقطع مستطیلی به عرض 2 متر و دیواره مرزی بوده که در میانه به چهار شاخه تقسیم می شود. اگر دو جبهه سیال موجود در شکل 9 به طور ناگهانی رها شوند، در میانه شبکه شاهد برهم کنش هیدرولیکی سیال خواهیم بود. شکل 10 نمایش سه بعدی شرایط اولیه برای پخش موج سیلاب در این شبکه را نشان می دهد.

در شکل 11 نتایج عددی سه بعدی پخش موج سیلاب در شبکه فاضلاب مستطیلی با شرایط اولیه شکل 10 نشان داده شده است. مطابق شکل 11 در زمان $t=0.2s$ ، امواج سیلاب با دو حجم مکعبی اولیه رها شده و به سمت

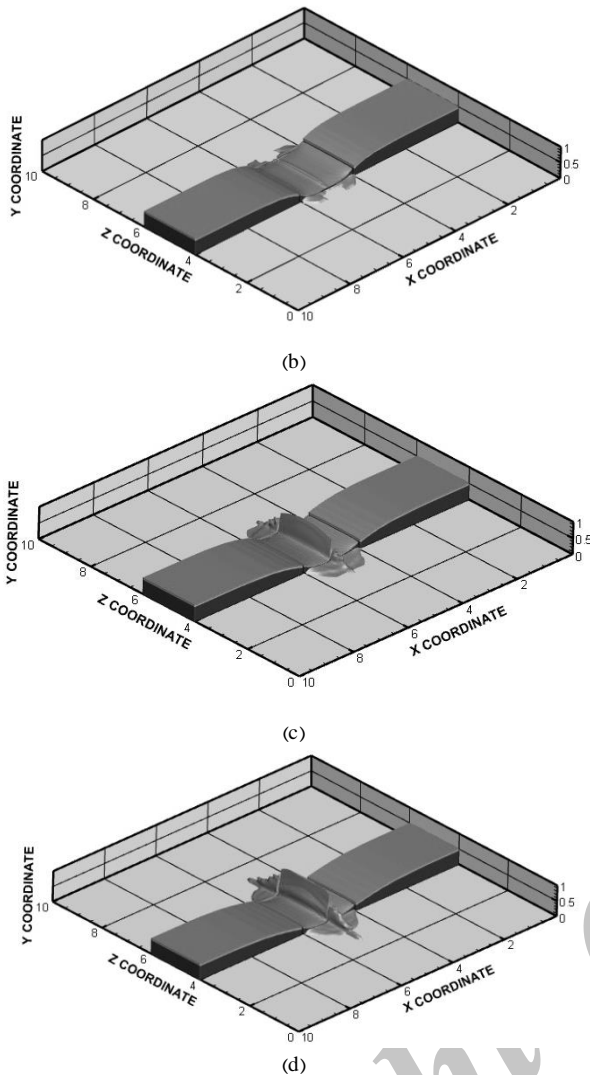
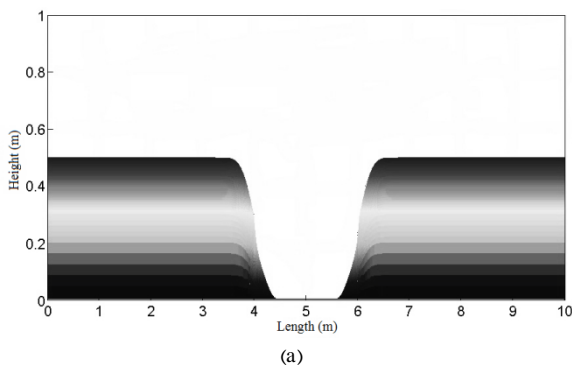


Fig. 12 Navier- Stokes equations 3D results solved by STAR-CD software for flood wave propagation in rectangular channel over a dry bed in a- 0.2, b- 0.4, c- 0.6 and d- 0.8s

شکل 12 نتایج سه بعدی معادلات ناویر استوکس حل شده با نرم افزار استار سی دی برای پخش موج سیلاب در کانال مستطیلی در بستر خشک برای زمان های الف- 0.2، ب- 0.4، ج- 0.6 و د- 0.8 ثانیه

در شکل 14 نمایش دو بعدی مدل سازی پخش موج سیلاب در شبکه فاضلاب در صفحه $y-x$ با استفاده از حل کننده معادلات ناویر استوکس نشان داده شده است.



(a)

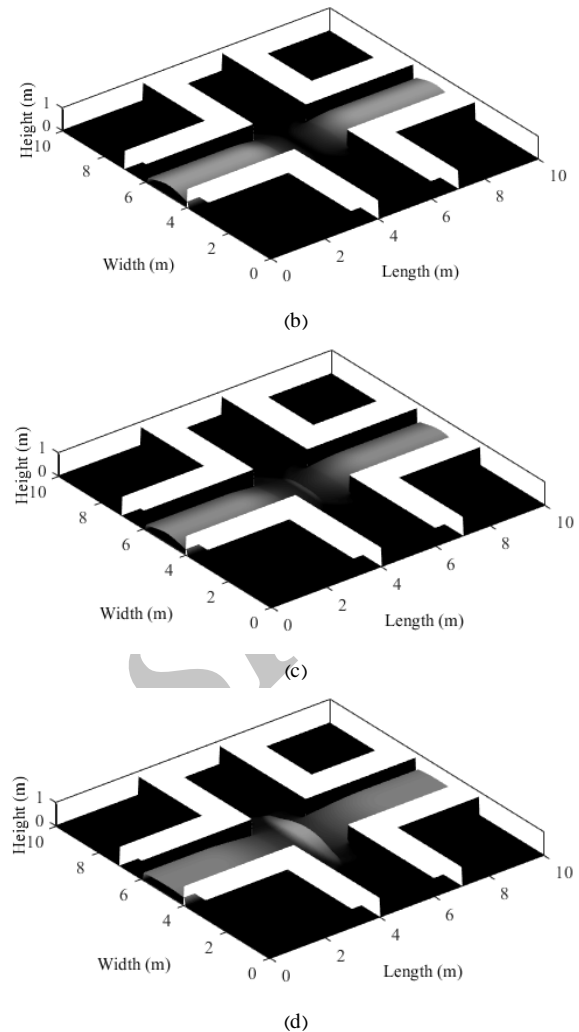


Fig. 11 Results of SWEs for flood wave propagation in rectangular channel over a dry bed in a- 0.2, b- 0.4, c- 0.6 and d- 0.8s

شکل 11 نتایج معادلات آب های کم عمق برای پخش موج سیلاب در کانال مستطیلی روی بستر خشک در زمان های الف- 0.2، ب- 0.4، ج- 0.6 و د- 0.8 ثانیه

سطوح روباز به صورت فشار تعریف شده است. شبکه با گام مکانی 0.01 متر در جهت های افقی و عمودی تشکیل شده است. گام زمانی و حد مجاز باقی مانده نیز به ترتیب برابر با 0.01 و 0.001 در نظر گرفته شده اند.

شکل 13 نتایج حل معادلات آب های کم عمق برای پخش سیلاب در شبکه فاضلاب را در صفحه $y-x$ نشان می دهد.

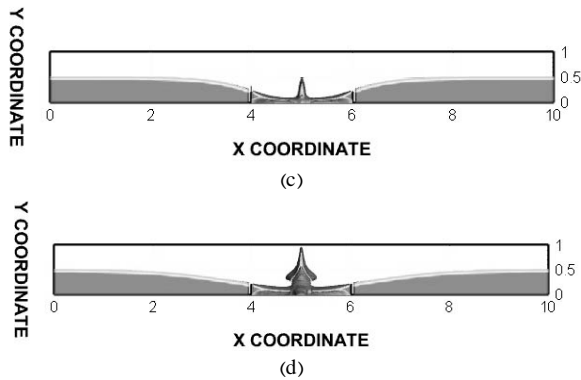


Fig. 14 Navier- Stokes equations 2D results solved by STAR-CD software for flood wave propagation in rectangular channel over a dry bed in a- 0.2, b- 0.4, c- 0.6 and d- 0.8s

شکل 14 نتایج دوبعدی معادلات ناور استوکس حل شده با نرم افزار استار سی دی برای پخش موج سیلاب روی بستر خشک در کانال مستطیلی در زمان های الف- 0.2 ب- 0.4، ج- 0.6 و د- 0.8 ثانیه

زمان های 0.6 و 0.8 ثانیه، مقداری اختلاف میان نتایج نرم افزاری نسبت به نتایج مدل عددی مشاهده می شود که این اختلاف می تواند ناشی از وجود فضاهای خالی در مدل ناور استوکس باشد. پس از برخورد دو جبهه آب با یکدیگر و افزایش ارتفاع در محل تقاطع، حجم سیال سقوط کرده و در زیر این حجم فضاهای خالی تشکیل می شوند. این در حالی است که مدل آب های کم عمق توانایی شبیه سازی این فضاها را ندارد. روابط مربوط به اصطکاک در حل معادلات ناور استوکس و آب های کم عمق با یکدیگر متفاوت است.

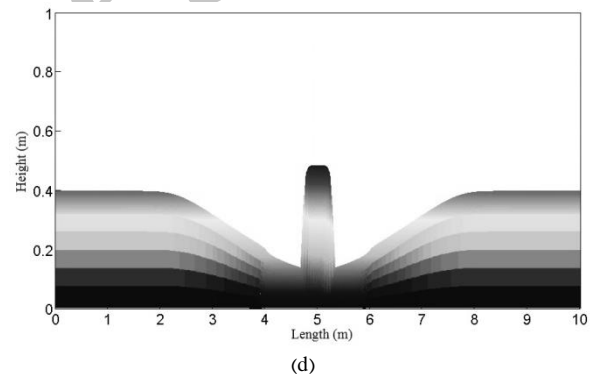
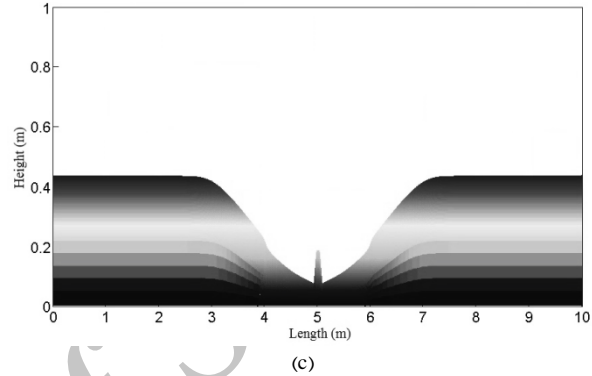
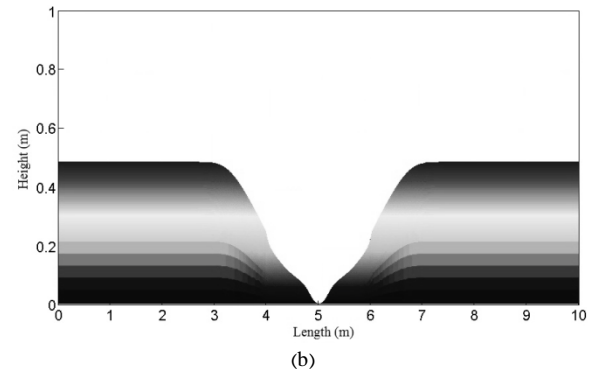
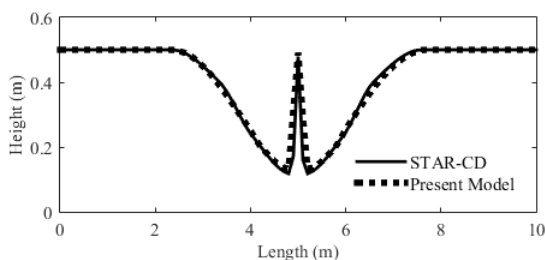
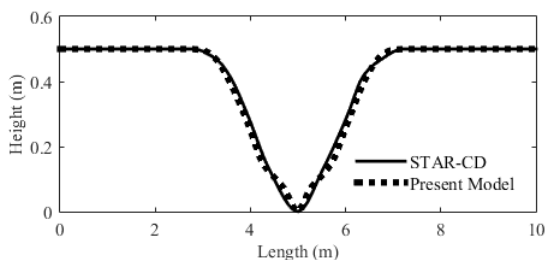
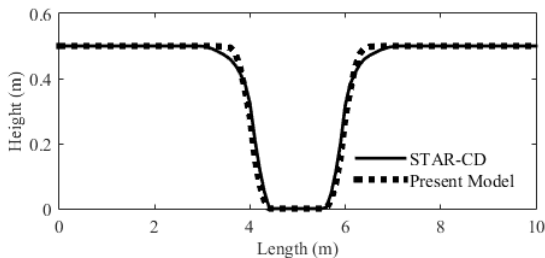
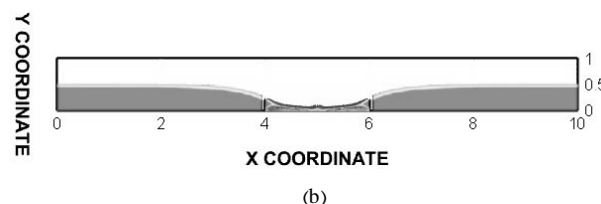
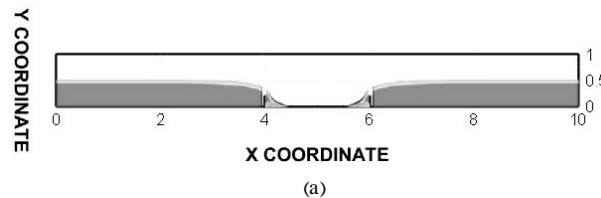


Fig. 13 Results of SWEs for flood wave propagation over a dry bed in y-x plane in a- 0.2, b- 0.4, c- 0.6 and d- 0.8s

شکل 13 نتایج معادلات آب های کم عمق برای پخش موج سیلاب در صفحه y-x روی بستر خشک در زمان های الف- 0.2، ب- 0.4، ج- 0.6 و د- 0.8 ثانیه

با توجه به شکل 15 تا پیش از برخورد دو جبهه سیال یعنی زمان های 0.2 و 0.4 ثانیه، نتایج مدل عددی و نتایج استار سی دی تطابق مناسبی دارند.



روش حل ارائه شده به حالت دو بعدی از روش جداسازی بعدی استفاده شد که براساس حل مسأله ریمان یک بعدی برای هر بعد است. تطابق بسیار خوبی بین نتایج مدل عددی معرفی شده و حل دقیق برای مسأله هایی با بسترهای بدون اصطکاک حاصل شد. برای مسأله شکست سد در حالت خشک و تر و با لحاظ کردن عبارات اصطکاک، پاسخ های یکسانی بین روش اچ ال ال سی معرفی شده و نرم افزار استار سی دی به دست آمد. در نهایت شبیه سازی پخش موج سیلاب بر بستر خشک در مقطع فاضلاب مستطیلی نشان داده شد، نتایج آن با پاسخ های به دست آمده از حل سه بعدی معادلات ناویر استوکس نرم افزار استار سی دی مقایسه و نتایج مشابهی مشاهده شد.

8- مراجع

- [1] R. J. LeVeque, *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, pp. 64-312, Cambridge university press, 2002.
- [2] E. F. Toro, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction*, pp. 51-512, Springer Science & Business Media, 2013.
- [3] E. F. Toro, *Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows*, pp.15-253, Michigan: John Wiley, 2001.
- [4] A. Zia, M. A. Banihashemi, Simple efficient algorithm (SEA) for shallow flows with shock wave on dry and irregular beds, *Numerical Methods in Fluids*, Vol. 56, No. 11, pp. 2021-2043, 2008.
- [5] H. Mahdizadeh, P. K. Stansby, B. D. Rogers, On the approximation of local efflux/influx bed discharge in the shallow water equations based on a wave propagation algorithm, *Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, No. 10, pp. 1295-1314, 2011.
- [6] I. G. Apostolidou, *Variable Density Shallow Flow Model for Flood Simulation*, PhD Thesis, Oxford University, 2011.
- [7] S. Soares-Fraza, Y. Zech, HLLC sxheme with novel wave speed estimators appropriate for two-dimensional shallow-water flow on erodible bed, *Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, No. 8, pp. 1019-1036, 2011.
- [8] S. Bi, J. Zhou, N. Zhao, H. Zhang, Y. Zhao, A finite volume method for dam break floods with wet-dry fronts on non-uniform grids, *22nd Euro micro International Conference on Parallel, Distributed and Network-Based Processing*, Torino, pp. 322-329, 2014.
- [9] G. Kesserwani, S. Lee, M. Rubinato, J. Shucksmith, Experimental and numerical validation of shallow water flow around a surcharging manhole, *Proceedings of The 10th Urban Drainage Modelling Conference*, Quebec, pp. 145-154, 2015.
- [10] D. Zhao, H. Shen, J. Lai, G. T. III, Approximate Riemann solvers in FVM for 2D hydraulic shock wave modeling, *Hydraulic Engineering*, Vol. 122, No. 12, pp. 692-702, 1996.
- [11] H. Mahdizadeh, P. K. Stansby, B. D. Rogers, Flood wave modeling based on a two-dimensional modified wave propagation algorithm coupled to a full-pipe network solver, *Hydraulic Engineering*, Vol. 138, No. 3, pp. 247-259, 2011.
- [12] S. K. Godunov, A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics, *Matematicheskii Sbornik*, Vol. 89, No. 3, pp. 271-306, 1959.
- [13] L. Fraccarollo, E. F. Toro, Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems, *Hydraulic Research*, Vol. 33, No. 6, pp. 843-864, 1995.
- [14] H. Mahdizadeh, *Modelling of Flood Waves Based on Wave Propagation: Algorithms with Bed Efflux and Influx Including a Coupled-Pipe Network Solver*, PhD Thesis, University of Manchester, 2011.
- [15] R. Borsche, A. Klar, Flooding in urban drainage systems: coupling hyperbolic conservation laws for sewer systems and surface flow, *Numerical Methods in Fluids*, Vol. 76, No. 11, pp. 789-810, 2014.
- [16] C. W. Hirt, B. D. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Computational Physics*, Vol. 39, No. 1, pp. 201-225, 1981.

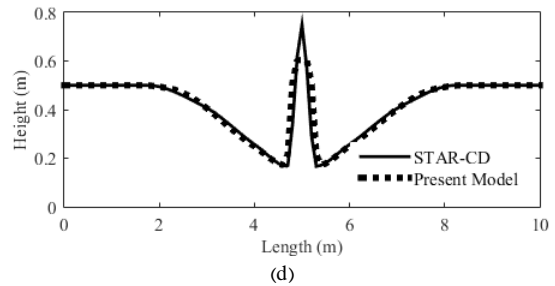


Fig. 15 Comparison between the results of SWEs and Navier-Stokes equations for flood wave propagation over a dry bed in rectangular channel in a- 0.2, b- 0.4, c- 0.6 and d- 0.8s

شکل 15 مقایسه نتایج معادلات آب های کم عمق و معادلات ناویر استوکس برای پخش موج سیلاب در کانال مستطیلی روی بستر خشک در زمان های الف- 0.2، ب- 0.4، ج- 0.6 و د- 0.8 ثانیه

جدول 2 مقادیر خطای بین حل معادلات آب های کم عمق و معادلات ناویر استوکس

Table 2 Error values for SWEs and Navier-Stokes solutions

l_2/d_{max}	l_2	زمان (s)
0.0253	0.0015	0.2
0.0332	0.0013	0.4
0.0141	0.0020	0.6
0.0148	0.0032	0.8

زمان اجرای برنامه با نرم افزار برنامه نویسی فورت رن برای حالت برخورد دو جریان سیلاب تا زمان 0.8 ثانیه، 6 ثانیه است در حالی که حل معادلات ناویر استوکس با نرم افزار استار سی دی 1200 ثانیه به طول می انجامد. این در حالی است که با افزایش گام مکانی، زمانی و یا حد مجاز باقی مانده این زمان به صورت چشم گیری افزایش می یابد.

در جدول 2 خطای بین حل معادلات آب های کم عمق و معادلات ناویر استوکس با استفاده از رابطه (20) به صورت l_2 و l_{∞} تعریف شده است [4].

$$l_2 = \frac{\sqrt{\sum_i (ds_i)^2}}{N} \quad \& \quad l_{\infty} = \max(ds_i) \quad (20)$$

در این معادله $ds_i = d_{N-s} - d_{SWEs}$ اختلاف ارتفاع پروفیل آب بین معادلات آب های کم عمق و ناویر استوکس است. l_{∞} بیشترین اختلاف را نشان می دهد. در حالی که l_2 خطای متوسط در دامنه است. همان طور که در جدول 2 و شکل 15 مشاهده می شود، با افزایش زمان، اختلاف بین پاسخ ها بیشتر شده که این می تواند ناشی از مؤلفه های لزجت، فشار غیرهیدرواستاتیک و شبیه سازی حفره های آب توسط نرم افزار استار سی دی باشد.

7- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر یک مدل عددی برای حل معادلات آب های کم عمق با قابلیت پخش بر سطوح خشک و تر براساس حل تقریبی مسأله ریمان اچ ال ال سی ارائه شده است. مدل معرفی شده یک مدل خوش توازن بوده که قادر است مؤلفه های منبع از جمله اصطکاک و تغییرات کف را به طور جداگانه و جدا از عبارات شار لحاظ کند. در الگوی عددی معرفی شده از یک نوع ترکیب سرعت های موج ریمان بهره گرفته شده است که می تواند برخوردهای مختلف جریان را بر سطوح خشک شبیه سازی کند. جهت توسعه