ماهنامه علمى پژوهشى



مهندسی مکانیک مدر س

mme.modares.ac.ir

ترکیب روش اویلری-لاگرانژی و اویلری-اویلری برای مدلسازی عددی جریان چگال حاوي ذره

حميد يوسفى1، احسان خواصي2*، صبا تيموري3، يارسا نظمى4، زهرا مشهدي3

حكىدە

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان

3 - دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان

4 - دانشجوى كارشناسى، مهندسى مكانيك، دانشگاه زنجان، زنجان

*دنجان، صندوق پستی khavasi@znu.ac.ir ،45371- 38791

اطلاعات مقاله

جریانهای چگال، بهدلیل تفاوت چگالی بین جریان و محیط اطراف، جریان مییابند. دسته مهمی از سیالهای چگال، جریانهای گلآلود نامیده	مقاله پژوهشی کامل ان 20 آ ب 1206
میشوند که اختلاف چگالی، بهخاطر حضور ذرات جامد معلق در سیال ایجاد میشود. در کار حاضر، تلاش گردید تا با کنار همگذاردن دو روش	دریافت: 22 ابان 1396 بذیرش: 08 دی، 1396
اویلری و لاگرانژی، از مزیت هر یک استفاده نمود، به این صورت که ذرات بزرگتر که بهعلت سرعت سقوط بیشتر، نقش موثرتری را در مکانیزم	پييرس، ٥٥ دى ٥ دور ارائه در سايت: 29 دى 1396
رسوب دارند، بهصورت لاگرانژی و ذرات کوچکتر با روش اویلری محاسبه میشوند. برای بهدست آمدن معیاری برای این دستهبندی ذرات،	كليد واژگان:
داخل یک کانال ساده، هفت جریان با ابعاد ذرات متفاوت به صورت اویلری-اویلری، شبیهسازی عددی گردید و با حالت بدون ذره مقایسه شد و	سيال چگال پيوسته
همچنین روش اویلری-اویلری با نتایج آزمایشگاهی صحتسنجی شده است و مشخص گردید زمانی که ابعاد ذرات کوچکتر از 12 میکرون	روش اویلری⊣ویلری
باشد، فرآیند رسوبگذاری، محسوس نمیباشد و میتوان از اثر حضور این نوع از ذرات چشم پوشی نمود؛ بنابراین روش اویلری–اویلری برای	روش اویلری–لاگرانژی
ذرات کمتر از 12 میکرون روش مناسبی محسوب میشود. اعتبارسنجی روش اویلری–لاگرانژی با نتایج آزمایشگاهی صورت گرفته است و در	شبیه سازی گردابههای بزرگ
نهایت جریان داخل کانال با طیفی از ابعاد ذرات با روش پیشنهاد شده در این پژوهش (ترکیب دو دیدگاه) شبیهسازی شده و به تشریح نتایج	دره
بهدستآمده پرداخته شده است. برای انجام شبیهسازیهای عددی از توسعه کدهای متن باز اپن فوم برای لحاظ کردن اثر ذرات استفاده شده است.	
باتوجه به آشفته بودن جریان از روش شبیهسازی گردابههای بزرگ برای مدلسازی آشفتگی استفاده شده است.	

The Eulerian-Lagrangian and Eulerian-Eulerian methods combination for numerical modeling of the particle laden density current

Hamid Yousefi¹, Ehsan Khavasi^{2*}, Saba Teymouri², Parsa Nazmi², Zahra Mashhadi²

1- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University Of Technology, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University Of Zanjan, Zanjan, Iran

* P.O.B. 45371-38791. Zanjan, Iran, khavasi@znu.ac.ir **ARTICLE INFORMATION**

ABSTRACT

Original Research Paper Density currents flow due to the density difference between the current and surrounding environment. Received 13 November 2017 An important category of density currents is called turbidity currents, which density difference created Accepted 29 December 2017 as a result of suspended solid particle presence in fluid. In the present study, it is tried to use both Available Online 19 January 2018 Eulerian-Eulerian and Eulerian-Lagrangian methods, to take advantage of each one. In this way, the larger particle that have a more effective role in sedimentation mechanism due to the more falling Keywords: velocity are calculated as Lagrangian and smaller particles by the Eulerian method. In order to obtain a Continuous gravity current Eulerian-Eulerian method criterion for particle assortment, seven currents with different particle sizes in the Eulerian-Eulerian Eulerian-Lagrangian method model have been numerically simulated in a simple channel and it is compared with no particle case, Large Eddy Simulation and also the Eulerian-Eulerian method has been verified with experimental results and identified when particle the particle sizes is less than 12 micron, the sedimentation process is not appreciable, and the presence effect of these kind of particle can be ignored. Therefore, the Eulerian-Eulerian method is a suitable method for this case. The Eulerian-Lagrangian method validation has been performed with experimental results. Finally, the current inside the channel with a spectrum of particle dimensions is simulated and described the results by the proposed method (the combination of two methods). To perform numerical simulations, the development of open-source OpenFOAM codes has been used to take into account the effect of particle. Due to the current's turbulence, a Large Eddy Simulation method has been used for turbulent modeling

جریانها پدیدههای مهمی هستند. براساس شرایط جریان، شبیهسازی جریان جریانهای گرانشی، که جریانهای چگال یا جریانهای بویانسی هم نام دارد، 🚽 چگال را میتوان به دو نوع اصلی تقسیم کرد: منبع پیوسته مایعات چگال و رهایی ناگهانی مایعات حجم محدود [1].

1- مقدمه

بهوسیله تفاوت چگالی بین جریان و محیط اطراف، جریان مییابند. این

Please cite this article using: H. Yousefi, E. Khavasi, S. Teymouri, P. Nazmi, Z. Mashhadi, The Eulerian-Lagrangian and Eulerian-Eulerian methods combination for numerical modeling of the particle laden density. U current, Modares Mechanical Engineering, Vol. 18, No. 01, pp. 441-451, 2018 (in Persian)

جریانهای گل آلود زیر مجموعهای از مجموعه گستردهتر جریانهای چگال هستند. نیروی محرکه جریانهای چگال، اختلاف چگالی در یک سیال یا بین دو یا چند سیال است. در جریانهای گل آلود، حضور ذرات معلق عامل ایجاد اختلاف چگالی با آب تمیز محیط هستند. یک جریان گل آلود از سه جزء متوالی تشکیل شده است: پیشانی، بدنه و دنباله. پیشانی جریان به واسطه اختلاف چگالی در حرکت باقی می ماند (که باعث گرادیان فشار می شود) در حالی که حرکت بدنه و دنباله به واسطه نیروی جاذبه است. در این مرحله، باید توجه داشت که اختلاف دما بین آب درون مخزن سد و جریان حاوی ذرات، برروی محل مغروق شدن جریان گل آلود تأثیرگذار است [2].

مطالعات اخیر نشان میدهد روشهای دی ان اس ^۱و ال ئی اس ^۲روشهایی قابل اعتماد و دقیق برای تحلیل فیزیک جریانهای گرانشی هستند. از نمونه کارهایی که جهت شبیهسازی جریان چگال روی بستر مسطح و بدون مانع توسط مدل ال ئی اس صورت گرفته است، میتوان به هارتل و همکارانش [3-6] ونگ و اسکویرز [6]، پترسون و همکارانش [7]، اویی و همکارانش [8-10] و مهدینیا [11] و همکارانش اشاره نمود. هارتل و ممکاران تحقیق در زمینه حرکت جریان چگال آرائه دادهاند [3]، در این تحقیق آنها از دو روش شبیهسازی مستقیم عددی و شبیهسازی دینامیک گردابهای، با فرض بوزینسک استفاده کرده و جریان چگال دوابعادی از نوع رهاسازی توده با حجم زیاد و حجم کم را در طول فاز راهاندازی روی بستر لغزشی و غیرلغزشی بهصورت عددی بررسی کردهاند.

پترسون و همکاران [7]، جریان چگال دو بعدی از نوع رهاسازی توده با حجم زیاد و جریان چگال سه بعدی از نوع رهاسازی توده متقارن با حجم کم را به روش عددی آی ال ئی اس^۳ شبیهسازی کردند و نتایج بهدست آمده را با نتایج آزمایشگاهی خود مقایسه نمودند. مقایسه نتایج دوبعدی نشان میدهد که با وجود عدم شکستن امواج کلوین- هلمهولتز، روش شبیهسازی گردابههای بزرگ دو بعدی، انتشار جریان و ساختارهای با مقیاس بزرگ را به خوبی مدل میکند.

نصرآزادانی و همکاران [12] جریان گلآلود دوذره در برخورد با بستر صاف و مانع گاوسی با تمرکز برروی پروفیل رسوب ذرات ریز و درشت مطالعه کردند. آنها مناطقی را با رسوب ضعیف و قوی بهخاطر حضور مانع مشاهده کردند. آنها علاوه بر این با استفاده از نشانگرهای لاگرانژی برای دنبال کردن ذرات ریز و درشت در جریان و همچنین محل رسوب آنها با توجه به موقعیت اولیهشان بررسی کردند. با استفاده از نقشه نهایی رسوب، مشخص شد که مانع قویترین تأثیر رابر روی ذراتی که در موقعیت میانی هستند، دارد.

اوتولنگی و همکاران [13]، نیز به بررسی درونآمیختگی و اختلاط جریان چگال رهاسازی توده برای اختلاف چگالیها و نسبت ابعاد^۴ ذرات مختلف با استفاده از ال ئی اس پرداختهاند. نتایج ایشان نشان داد که با افزایش اختلاف چگالی ورودی و کاهش نسبت ابعاد نرخ اختلاط افزایش مییابد.

عکسالعمل بین ذرات کوچک، چگال و آشفتگی فاز گاز بسیار پیچیده است و علی رغم اهمیت جریانهای صنعتی و طبیعی ذرات سنگین^۵، بسیاری از بررسیها هنوز دارای درک مشخصی از این موضوع نیستند. فقط چند

جنبه، مانند انتشار ذرات در جریانهای همگن، میتواند بهصورت تحلیلی مورد بررسی قرار گیرد. جریانهای واقعی ذرات سنگین، معمولا غیرهمگن و غیرایزوتروپیک هستند و اغلب شامل واکنش با دیواره یا جدایش جریان و در نتیجه در معرض ناپایداری قرار دارند که این جریانها دارای ساختار اندازه بزرگ هستند که به شدت از جریانی به جریان دیگر متفاوت است. یکی از مسائل رایج که مانع پیش بینیهای دقیق جریانهای پیچیده ذرات چگال میشود، تغییر آشفتگی فاز گاز توسط ذرات است. این اثر را در یک جریان یک طرفه، سطح مسطح، هندسه ساده که شامل بسیاری از ویژگیهای مهم جریانهای پیچیده صنعتی و طبیعی است را بررسی میکند [14]. نتایج اویلری-لاگرانژی کار حاضر با نتایج همین کار، فسلر و همکاران، انجام شده است [14].

امروزه به خوبی شناخته شده است که بارگذاری مناسب جرم توسط ذرات ریز میتواند تغییرات بسیار زیادی را در سطح آشفتگی جریان ایجاد کند. بررسیهای هتسرونی [15] و گور و کراو [16] نشان داد که بهطور کلی، ذرات کوچک میتوانند آشفتگی مایع را تضعیف کنند، در حالی که ذرات بزرگ میتوانند آن را تقویت کنند. گور و کراو [16] نسبت قطر ذرات به اندازه طول موج را به عنوان پارامتر تعیینکننده تاثیر ذرات بر روی آشفتگی مایع، شناسایی کردند، در حالی که هتسرونی [15] عدد رینولدز ذرات را به عنوان پارامتر مناسب برای تعیین تاثیر ذرات بر آشفتگی مایع، اعلام کرد.

یانگ و همکاران [17] به طور تحلیلی نشان دادند که آشفتگیهای کلوین-هلموتز در جریان ذرات سنگین به صورت آهسته تری تشکیل می شوند. مصطفی و همکاران [18] به این نتیجه رسیدند که آشفتگی در لایه های برشی برای بارگذاری جرم ذرات بزرگتر از 20% کاهش می یابد.

با توجه به مطالعات پیشین، اغلب برای شبیهسازی جریان چگال از روش اویلری-اویلری استفاده میشود، مهم ترین دلیل آن، کاهش محسوس زمان پردازش و دقت قابل قبول این روش است، در مواردی که اختلاف غلظت، ناشی از وجود تعداد زیادی از ذرات می باشد، می توان با دیدگاه لاگرانژی هم شبیهسازی نمود، که مهم ترین محدودیت این دیدگاه در زمان پردازش بالای آن است.

بهعلت تعداد زیاد ذرات معلق، غالبا از روش اویلری-اویلری و با حل معادله غلظت این نوع جریان شبیهسازی میشود و با درنظر گرفتن ترم سقوط ذرات در معادله غلظت، در شبیهسازی عددی نیز شاهد استهلاک این نوع از جریانها هستیم. از طرفی، در روش اویلری-اویلری از برهم کنش ذرات صرفنظر میگردد. بنابراین این روش برای مسائلی با تنوع بالای خواص فیزیکی ذرات و زمانی که سرعت سقوط ذرات و فرآینده ته نشینی محسوس باشد، روش مطلوبی نمیباشد. جهت کسب نتایج دقیقتر، میتوان ذرات را با دیدگاه اویلری-لاگرانژی شبیهسازی نمود، بدین منظور باید تمام ذرات را در مسئله وارد نمود.

در کار حاضر، تلاش گردید تا با کنار هم گذاردن این دو دیدگاه، از مزیت هر یک استفاده نمود. ذرات بزرگ تر بهصورت اویلری-لاگرانژی و ذرات کوچک تر با روش اویلری-اویلری شبیه سازی می شوند. در ابتدا برای به دست آوردن معیار دسته بندی ذرات، هفت جریان با ابعاد ذرات متفاوت به صورت اویلری-اویلری داخل یک کانال ساده، شبیه سازی عددی شده و با حالت بدون ذره مقایسه گردید. اعتبار سنجی روش اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی با نتایچ آزمایشگاهی صورت گرفته است و در نهایت جریان داخل کانال ساده با روش پیشنهاد شده در این پژوهش (ترکیب دو دیدگاه اویلری-لاگرانژی و

¹ Direct Numerical Simulation

 ² Large Eddy Simulation
 ³ Implicit Large Eddy Simulation

⁴ Aspect ratio

⁵ Particle-laden

شکل1 شمای کلی هندسه کانال مسئله اویلری- اویلری

-Outlet

. Solid Walls

-1%

Free Surface

¹ Open FOAM

Ambient Fluid

Fig. 1 The general form of the channel geometry of Eulerian-Eulerian problem

جدول 1 مشخصات شبيهسازى عددى

Table 1 Numerical simulation characteristics		
شماره اجرا	d_P (μ m)	
1	بدون ذره	
2	5	
3	12	
4	20	
5	30	
6	40	
7	50	
8	100	

1 ، در راستای x y و z به ترتیب برابر 991، 65 و 31، شبکهبندی 2، در راستای x و z به ترتیب برابر 1200، 65 و 30، شبکهبندی 3، در راستای x. y و z به ترتيب برابر 1211، 75 و 31 مىباشند.

"شکل 2" نشان میدهد که نتایج پروفیلهای سرعت در شبکهبندی دوم و سوم به یکدیگر بسیار نزدیک هستند و احتمالاً با افزایش بیشتر تراکم شبكهبندى، نتايج تغيير چندانى نمىكند. بنابراين شبكهبندى سوم مىتواند انتخاب مناسبی برای این شبیهسازیها باشد.

2-2- روش حل عددی

در این تحقیق از روش شبیهسازی گردابههای بزرگ استفاده شده است. در روش شبیهسازی گردابههای بزرگ، تنها گردابههای بزرگتر به صورت مستقیم حل می شوند و گردابه های کوچک تر مدل می شوند. این باعت کاهش هزینه محاسباتی و ایجاد دقت کافی در مقیاس گردابههای بزرگ می گردد. در این تحقیق از فیلتر جعبهای سهبعدی یا فیلتر "ریشه سوم حجم سلول" (که معادل است با میانگین گیری روی حجم) استفاده شده است و برای تضمین جوابهای بهتر کنار دیواره از تابع میرایی وندریست پیشنهاد شده توسط معین و کیم [21] استفاده گردیده است. با توجه به معادله پیوستگی میتوان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu_{\text{SGS}} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} (2\nu_{\text{SGS}} S_{\text{lk}}) \tag{1}$$

دررابطه (1) Slk نرخ کرنش فیلتر شده می باشد. با استفاده از رابطه (1) در معادله مومنتوم، معادلات پیوستگی، مومنتوم و غلظت (برای جریان حاوی یک نوع ذره) به ترتیب به شکل نهایی زیر درمی آیند:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_l}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_l}{\partial x_k} = v_w \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_k \partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} (2v_{\text{SGS}} S_{\text{lk}}) - \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial x_l} \qquad (3)$$
$$- g' c \delta_{21}$$

Solid Wall-

Inlet

443

اویلری- اویلری) شبیه سازی و به تشریح نتایج به دست آمده پرداخته شده است. ضمناً همه شبیهسازیهای عددی در نرمافزار متنباز اپنفوم صورت گرفته است.

2- مسئله اویلری-اویلری

1-2- مسئلهي مورد بررسي

برای بررسی تاثیر ابعاد ذرات بر رفتار جریان چگال، هفت جریان چگال حاوی ذره با ابعاد مختلف با یکدیگر و با حالت بدون ذره مقایسه گردید. ابعاد هندسه مورد بررسی برابر طول (m) L = 4.29 (m) هندسه مورد بررسی ا ارتفاع H = 0.3 (m) ورودی h = 0.03 (m) و شیب بستر h = 0.03 (m) و شیب بستر می باشند. این هندسه به طور شماتیک در "شکل 1" نشان داده شده است. صفحه پایینی و صفحات جانبی دیوار در نظر گرفته شدهاند. برای صفحه بالایی بهمنظور شبیه شدن به سطح آزاد، شرط تقارن لحاظ شدهاند. شرط مرزی ورودی سرعت ثابت، صفحه بالای ورودی دیواره، و سمت راست از شرط مرزى همرفتى بهعنوان شرط مرزى خروجى استفاده شده است .[20,19]

در این تحقیق 8 مسأله مختلف شبیه سازی شده است. مشخصات این 8 مسأله در جدول 1 آمده است. برای جریان های حاوی ذره، فرض شده که $ho_P =$ همه ذرات دارای قطر یکسان و از جنس کائولن با چگالی $u_0 = 2650 \, ({
m kg/m^3})$ هستند. برای همه شبیه سازی ها سرعت ورودی $c_0 = (\rho_m - \rho_w)/(\rho_{\text{max}} - \rho_w) = 0.9$ و غلظت ورود 0.11 (m/s) ho_w است که در آن ho_m چگالی متوسط مخلوط آب و ذرات در ورودی، چگالی آب تمیز و $ho_{
m max}$ حداکثر چگالی جریان است. رینولدز ورودی با توجه به ارتفاع ورودى جريان، 3300 است كه تضمين كننده آشفته بودن جريان است.

برای شبکهبندی فضای هندسی از یک شبکه سازمان یافته، مطابق هندسه "شكل 1"، استفاده شده است. در راستاى عمق كانال (z) تقسيم بندیها یکنواخت و در راستای موازی با حرکت جریان (x) مش ریزتر انتخاب شده است. در راستای عمود بر جریان (۷)، سلولها در نزدیکی کف کانال و همچنین در محدودهای که جریان چگال غالباً در آن در حال حرکت است تراکم بیشتری نسبت به سایر نواحی دورتر از کف کانال دارند. برای این منظور در فواصلی معین از مش لایه مرزی با ضرایب انبساطی مناسب استفاده شده است. این توزیع ابعادی شبکه باعث می شود در عین حال که دقت حل مسئله حفظ می شود، سرعت محاسبات افزایش یافته و زمان لازم برای کامل شدن شبیهسازی کاهش یابد.

برای بررسی استقلال از شبکه حل، نتایج شبیهسازی جریان چگال روی کانال برای سه شبکه با تراکمهای مختلف در "شکل 2" نشان داده شده است. جزئیات هریک از شبکهبندیها و تعداد تقسیمات سلولها، برای شبکهبندی



Fig. 2 The results of gravity current simulation on the channel for three mesh with different compression at x = 50hشکل 2 نتایج شبیهسازی جریان چگال روی کانال برای سه شبکه با تراکمهای

مختلف در x=50h

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_k \frac{\partial c}{\partial x_k} = \alpha \frac{\partial^2 c}{\partial x_k \partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_{SGS} \frac{\partial c}{\partial x_k} \right) + v_f \frac{\partial c}{\partial x_k} \delta_{21}$$
(4)

برای سادگی معادلات، علامت خط روی کمیتهای فیلتر شده حذف v_w و ho_w و ho_w و ho_w و ho_w شده است و تمامی کمیتهای موجود از نوع فیلتر شده می باشند. چگالی و ویسکوزیته سیال محیطی (آب) میباشند. همچنین جهت جاذبه درخلاف جهت y یا 2 = i میباشد. $\dot{g} = \beta g$ هم شتاب گرانش کاهش یافته *c* = است که در آ ن $eta=(
hoho_w)/
ho_w$ و هےچنین و $ho = \rho_w (
ho -
ho_w)/(
ho_{
m max} -
ho_w)$ و $ho = \rho_w$ الی جریان است. در معادلات بالا از تقريب بوزينيسك براي غلظت استفاده شده است. مقدار عدد اشميت مولكولي برای آب نمک برابر 700 میباشد. در این معادله با توجه به Sc = v/α نتایج اوی و همکارانش [19]، برابر 1 در نظر گرفته می شود. برای محاسبه -از تعریف عدد اشمیت زیرشبکه Sc_{SGS} ، به شکل زیر استفاده می $lpha_{SGS}$ نماييم: $\alpha_{\rm SGS} = v_{\rm SGS} / {\rm Sc}_{\rm SGS}$

در این جا برای دقت بیشتر در نتایج حل، از یک الگوریتم دینامیک برای یافتن عدد اشمیت استفاده می شود. با استفاده از انجام شبیه سازی های مختلف مقدار عدد اشمیت آشفته به شکل زیر پیشنهاد شده است: $Sc_{SGS} = 0.4 \exp(-2.5F_k) + 1$ (6)

که در آنها مقادیر عدد فرود آشفته F_k و شناوری N بهدست میآیند: $F_k = \varepsilon / Nk$ (7- الف) $N = \sqrt{-g/\rho} \, (\partial \rho / \partial z)^{1/2}$ (7– ب)

که در آن k و ϵ به ترتیب انرژی و اتلاف آشفته میباشند. به این ترتیب معادله (4) نيز بسته و قابل حل خواهد بود. بايد توجه داشت كه معادله غلظت عادی قادر به شبیهسازی درست تهنشینی و استهلاک ذرات نمیباشد. براى اصلاح اين معادله، ترم سقوط به معادله غلظت افزوده مى شود. اين ترم برای ذرات با ابعاد مشابه کارایی دارد و با بیشتر شدن تنوع ذرات، تعداد معادلات بسیار افزایش مییابد و زمان پردازش دیدگاه اویلری-اویلری، بسیار افزایش می یابد. به دلیل عدم محاسبه سرعت تک تک ذرات، در این دیدگاه روشهای متوسط گیری و تقریبهایی مانند نیروی درگ استوکس برای محاسبه ترم سقوط مورد استفاده قرار می گیرند، که در رینولدزهای بسیار

(5)

کوچک تقریبهای مناسبی هستند، در حالی که در دیدگاه لاگرانژی امکان محاسبه دقیقتر نیروی درگ فراهم می شود. از مهم ترین روابط برای سرعت سقوط رابطه استوكس است. اين رابطه بهصورت زير مي باشد.

$$V_s = g d_P^2 \frac{\rho_P - \rho_W}{18\mu} \tag{8}$$

در این رابطه μ لزجت سیال است که تقریبا برابر لزجت آب در نظر گرفته و اثر ذرات بر آن نادیده گرفته می شود. d_p نیز قطر متوسط ذرات می-باشد. برای بهدست آوردن رابطه استوکس فرض می شود که تک ذرهای کروی بدون شتاب و با عدد رینولدز زیر یک در حال سقوط است و مقدار سرعت سقوط از برابری نیروهای وزن و پسا بهدست می آید. این رابطه بر هم کنش بین ذرات را در نظر نمی گیرد. برای گسسته سازی ترمهای دیورژانس و لاپلاسین در معادلات از روش کوئیک استفاده شده است که یک روش درجه چهار میباشد. برای ترم گرادیان نیز از روش درجه چهار که توسط پیر و همکارانش [22] ارائه شده، بهره گرفته شده است. برای گسستهسازی زمانی از یک روش درجه دو پسرو استفاده شده است [23]. تمامی معادلات تا رسیدن به خطای نسبی $^{-6}$ حل شدهاند. برای حل مساله حاضر از توسعه $\,$ کد اُپن فوم (که کدی با منبع باز، مخصوص محیط لینوکس و به زبان+ C + نوع شی گرا می باشد) برای در نظر گرفتن حضور ذرات استفاده شده است.

2-3- بررسى نتايج مسئله اويلرى –اويلرى

با وجود تغییرات پروفیلهای سرعت در شرایط مختلف جریانهای چگال، این امکان وجود دارد که با بیبعد کردن پروفیلهای سرعت به کمک پارامترهای متوسط عمقی جریان چگال، پروفیلهای بیبعد شده بر روی یکدیگر قرار گیرند. محققین زیادی مانند الیسون و ترنر [24]، گارسیا و پارکر [25] نیز کار مشابهی را صورت دادند.

برای صحتسنجی نتایج این مدل عددی، ابتدا مسئله برای جریان چگال حاوی ذرات با ابعاد 12 میکرون و برای کانال صاف حل شده و پروفیل های بی بعد سرعت و غلظت جریان چگال شبیه سازی شده و با نتایج آزمایشات مقايسه شده است [25]. "شكل 3" نتايج پروفيل سرعت و غلظت حل عددى را در کنار نتایج تجربی نشان میدهد. همان طور که مشخص است، تطابق خوبی بین نتایج این مدلسازی و دادههای تجربی وجود دارد. در ادامه "شکل 4" مكان هد جریانهای حاوی ذرات با قطرهای متفاوت و بدون ذره را بررسی کردہ است.

همان گونه که از نتایج "شکل 4" مشخص می شود جریان حاوی ذرات كوچكتر از 12 ميكرون تفاوت معناداري با حالت بدون ذره ندارد، علت اين امر این است که دراین موارد این ذرات، به علت ابعاد کوچک، وزن و سرعت سقوط قابل توجهی ندارند و تعداد ذراتی که تهنشین میشوند، حدودا با ذراتی که از کف به جریان باز می گردند، برابر است. دراین موارد استهلاک جریان براثر تهنشینی ذرات، درابعاد هندسه مورد بررسی، ناچیز است و فرآیند رسوب گذاری عامل غالبی به نظر نمی رسد. در نمودار محل هد، در جریان بدون ذرات، هد بهصورت خطی و با سرعت ثابت حرکت میکند، جریانهای حاوی ذرات کوچکتر از 12 میکرون نیز رفتاری مشابه با حالت بیذره دارند ولی جریانهای حاوی ذرات بزرگتر با گذشت زمان و کاهش غلظت، از حالت خطی فاصله گرفته و سرعت آنها کاهش می یابد تا جایی که جریان حاوی ذرات 100 میکرون به سرعت صفر میرسند و جریان کاملا مستهلک شده و ادامه پيدا نمي كند. در "شكل 5" نماي كلي جريان هاي حاوي ذرات با

¹ Depth Average parameters



Fig. 3 Comparison of numerical simulation results and experimental data [32] for dimensionless profiles (a) Speed (b) concentrations on a smooth channel

شکل3 مقایسه نتایج شبیهسازی عددی و دادههای تجربی [32] برای پروفیل-های بی.بعد (الف) سرعت (ب) غلظت روی کانال صاف



Fig. 4 The location of the currents head containing particles with different diameters and no particle

شکل 4 مکان هد جریانهای حاوی ذرات با قطرهای متفاوت و بدون ذره

قطرهای متفاوت و بدون ذره، در زمان 20 ثانیه که به روش اویلری-اویلری شبیهسازی شدهاند، نشان داده شده است.

نمودار بار ذرات معلق، که در "شکل 6" آورده شده است، نیز تکمیل کننده این مقایسه است. در جریان بدون ذره و یا حاوی ذرات ریز، بار ذرات معلق در مسیر حرکت تقریبا ثابت میماند و تفاوت معناداری در آنها دیده نمی شود، اما در جریان حاوی ذرات درشت تر با افت قابل ملاحظه بار ذرات معلق مواجه می شویم. الگو رسوب ذرات، مورد مهم دیگری است که دیدگاه





Fig. 5 The general figure of streams containing particles with different diameters and no particle is simulated in 20 seconds using the Eulerian-Eulerian method. (a) no particle (b) 5 micron diameter (c) 12 micron diameter (d) 20 micron diameter (e) 30 micron diameter (f) 40 micron diameter (g) 50 micron diameter (h) 100 micron diameter

شکل 5 نمای کلی جریانهای حاوی ذرات با قطرهای متفاوت و بدون ذره، در زمان 20 ثانیه که به روش اویلری-اویلری شبیه سازی شدهاند. (الف) بدون ذره (ب) قطر 5میکرون (پ) قطر 12 میکرون (ت) قطر 20 میکرون (ث) قطر 30 میکرون (چ) قطر 40 میکرون (چ) قطر 50 میکرون (خ) قطر 100 میکرون

اویلری- اویلری با دقت و به صورت ملموس قادر به نمایش آن نمی باشد، اما این مورد نقش مهمی را در جریان های حاوی ذرات ایفا می کند و به شدت وابسته به ابعاد این ذرات می باشد. بار ذرات معلق از رابطه (9) محاسبه می-شود:

$$Q_s = \int_0^\infty c u \, dz \tag{9}$$



Fig. 6 Suspended particles load in currents containing particles with different diameters and no particle

شکل 6 بار ذرات معلق در جریانهای حاوی ذرات با قطرهای متفاوت و بدون ذره



Fig. 7 Flow concentration contours containing particles with different dimensions and without particles in the channel floor. The above figure is 40 seconds and the bottom figure takes 200 seconds. (a) no particle (b) 5 micron diameter (c)12 micron diameter (d) 20 micron diameter (e) 30 micron diameter (f) 40 micron diameter (g) 50 micron diameter (h)100 micron diameter

شکل 7 کانتورهای غلظت جریانهای حاوی ذره با ابعاد متفاوت و بدون ذره در کف کانال. شکل بالا درزمان 40 ثانیه و شکل پایین در زمان 200 ثانیه. (الف) بدون ذره (ب) قطر 5 میکرون (پ) قطر 12 میکرون (ت) قطر20 میکرون (ث) قطر30 میکرون (چ) قطر 40 میکرون (چ) قطر50 میکرون (خ) قطر 100 میکرون

"شکل 7" کانتورهای غلظت جریانهای حاوی ذره در ثانیه 40 و همچنین پس از رسیدن جریان به شرایط شبهپایا در کف کانال را نشان میدهد. این شکل میتواند معیاری برای نشان دادن رسوب ذرات باشد. همان گونه که از این شکل نیز مشخص است، ذرات با قطر 12 میکرون و کمتر(شکل 7، الف، ب، پ) تغییر چندانی برروی رفتار جریان و کانتورهای غلظت آن ایجاد نکردهاند.

در روش اویلری-اویلری، معادله انتقالی با ترمهای دیفیوژن و کانوکشن بهعنوان معادله غلظت در نظر گرفته میشود، گاهاً در مواردی از ترم دیفیوژن صرفنظر میشود، چرا که این ترم هم ارز نیروی برونی است و درابعاد نسبتا بزرگتر (50 میکرون) نیز تاثیر غالبی بر مسئله ندارد، البته از آنجایی که برای ابعاد کوچکتر از روش اویلری-اویلری استفاده شده است، برای کسب حداکثر دقت ممکن، این ترم کنار گذاشته نشدهاست، اما معادله غلظت با این خصوصیات در مسائلی که سقوط و تهنشینی ذرات قابل چشمپوشی نیست، دچار خطا میشوند.

با توجه به "شکل 7" قسمت خ، جریان چگال حاوی ذرات 100 میکرون به علت وزن و سرعت سقوط بیشتر با سرعت بالایی تهنشین شده، نیروی محرک جریان تضعیف شده در نتیجه جریان چگال عملا مستهلک و در فاصله مشخصی از ورودی، متوقف میشود.

در مواردی که این ذرات به دلیل ابعاد بزرگتر، به شدت جریان را تحت تاثیر قرار میدهد و رسوب گذاری، تاثیر متقابل ذرات و سیال چگال اهمیت

مییابد و نیاز به دقت بیشتری برای محاسبه نیروی درگ اصطکاکی و فشاری هست و برخورد ذرات با یکدیگر موثر واقع میشود، روش اویلری-لاگرانژی میتواند نتایج دقیقتری در دسترس ما قرار دهد، دراین روش سیال پیوسته بهصورت اویلری شبیهسازی میشوند و ذرات به روش لاگرانژی به صورت کوپل چهارجانبه ⁽حل می شوند.

3- مسئله اویلری-لاگرانژی 1-3- مسئلهی مورد بررسی

هندسه این مسئله، یکسان با مسئله اویلری-اویلری میباشد، شرایط اولیه و مرزی نیز شبیه با مسئله قبل میباشد. با این تفاوت که در این مورد برای ذرات کوچک معادله غلظت حل شده است و ذرات بزرگتر به صورت لاگرانژی به مسئله افزوده میشود. در مسئله حاضر مقادیر متنوعی بین دو مقدار 12 و 200 میکرون با روش روزین رملر⁷ به مسئله افزوده شده است.

3-2- روش حل عددی

(10)

(11)

درادامه، معادلات حاکم مورد بررسی قرار گرفتهاند. از تکرار معادلات مشتر ک میان مسئله ی پیش رو و روش اویلری-اویلری اجتناب گردیده است. تاثیر ذرهای بر ذرات دیگر در فاصله دور از آن بهوسیله یک موج آشفتگی انتشار مییابد. اگر گام زمانی در محاسبه عددی انتخاب شده به اندازه کافی کوچک باشد، میتوان فرض کرد که در طول زمان آشفتگی، ذرات در نقاطی در همسایگی نزدیک خود پخش میشود. به عبارت دیگر، حرکت لحظهای هر ذره توسط نیروهای تماسی، بین آن ذره و ذرات در تماس با آن ایجاد میشو کامل کردن مرحله به مرحله معادلات حرکت بهدست آید و نیروهای تماسی حرکت هستند: حرکات انتقالی و چرخشی. حرکت انتقالی توسط نیروی تماسی، نیروی سیال و نیروی گرانشی ایجاد میشود. در این جا تنها نیروهای تماسی بهعنوان نیرویی که باعث حرکت چرخشی هستند، در نظر گرفته می-شوند. معادلات حرکت انتقالی و ترخشی هستند، در نظر گرفته می-شوند. معادلات حرکت انتقالی تماسی ایجاد میشود. در این جا تنها نیروهای تماسی بهعنوان نیرویی که باعث حرکت چرخشی هستند، در نظر گرفته می-

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{(\vec{f}_C + \vec{f}_D)}{m} + \vec{g}$$
$$\dot{\vec{\omega}} = \vec{T}_C / I$$

که \vec{r} نشان دهنده بردار مکان مرکز ثقل ذره، m جرم ذره، $\vec{f_c}$ جمع نیروهای تماسی، $\vec{f_D}$ نیروی درگ سیال، \vec{g} بردار شتاب گرانش، $\vec{T_c}$ جمع گشتاور ناشی از نیروهای تماسی، I مومنتوم ذره، و () یک مشتق زمانی را نشان میدهد. سرعت و موقعیت جدید بعد از گام زمانی Δt توسط رابطه زیر بهدست می آید:

$$\vec{v}_{s} = \vec{v}_{s0} = \ddot{\vec{r}_{0}} \Delta t \tag{12}$$

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_s} \Delta t \tag{13}$$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \dot{\vec{\omega}}_0 \Delta t \tag{14}$$

که $ec{v}$ بردار سرعت است و زیرنویس 0 مقدار قبلی را نشان میدهد، و زیرنویس s به ذره اشاره میکند.

3-3- مدلسازی نیروهای تماسی

کاندال و استرک [26] مدل فنر، ضربه گیر و لغزنده و مدل تماس با دیوار را

¹ Four-way coupling

² Rosin Rammler

برای فرمول بندی نیروهای تماسی بین دو ذره کروی ارائه دادند. اثرات این المانهای مکانیکی بر حرکت ذرات از طریق پارامترهای سختی (k)، ضریب دمپ (η) و ضریب اصطکاک (μ_f) ظاهر می شود. به صورتی که ذره i در تماس با ذره j است، f_{Cnij} مولفه نرمال نیروی تماسی، بر روی ذره i با مجموع نیروهای فنر و ضربه گیر به شکل زیر تعریف می شود:

 $\vec{f}_{Cnij} = (-k_n \delta_{nij} - \eta_n \vec{v}_{rij} \vec{n}_{ij}) \vec{n}_{ij}$ که $ec{v}_{nij}$ جابجایی ناشی از نیروی نرمال، $ec{v}_{rij}$ بردار سرعت ذره i نسبت به ذره j و \vec{n}_{ij} بردار واحد مرکز ذره i به ذره j . جزء مماس نیروی تماسی، f_{cnij} به صورت زیر بهدست میآید:

$$\vec{f}_{Cnij} = -k_t \vec{\delta}_{tij} - \eta_{tj} \vec{v}_{sij} \tag{16}$$

که k_t و δ_{tij} بهترتیب، سختی و جابجایی در جهت مماسی هستند. در معادلات فوق، پسوندهای n و t به ترتیب اجزای مربوط به جهتهای نرمال و مماسی هستند. $ec{v}_{sij}$ سرعت لغزش نقطه تماس است. که مطابق رابطه زیر

$$\vec{v}_{sij} = \vec{v}_{rij} - \left(\vec{v}_{rij}\vec{n}\right)\vec{n} + r_s(\vec{\omega}_i + \vec{\omega}_j) \times \vec{n}$$
(17)

که
$$r_{s}$$
 شعاع کره است. زمانی که ذره j توسط دیوار جابجا شده است، r_{s} اگر ابطه زیر صادق باشد: $|ec{v}_{j}|=|ec{\omega}_{j}|=0$

$$f_{Ctij} > \mu_f |f_{Cnij}|$$
 (18)
سیس ذرہ *i* لغزش می کند و نیروی مماسی توسط رابطہ زیر محاسبہ

مىشود:
$$f_{ctij} = -\mu_f |\vec{f}_{cnij}| \vec{t}_{ij}$$
 (19)

بهجای معادله (16) معادله (19) قانون اصطکاک از نوع کولون است. جابجایی توسط رابطه زیر داده شده است:

$$\vec{t}_{ij} = \vec{v}_{sij} / |\vec{v}_{sij}| \tag{20}$$

اگر ذره j با دیوار جابجا شود، رابطههای مشابهی با معادلات فوق برای برخورد با دیوار پیدا می شود. به طور کلی، ذرات کمی در یک زمان مشخص با ذرات i در تماس هستند. بنابراین نیروی کل بر روی ذره i با جمع شدن نیروهای بالا با توجه به j بهدست می آید:

$$\vec{f}_{Ci} = \sum_{j} (\vec{f}_{Cnij} + \vec{f}_{Ctij})$$

$$T_{Ci} = \sum_{j} (r_s \vec{n}_{ij} \times \vec{f}_{Ctij})$$
(21)
(22)

مرحله بعدی، بعد از مدلسازی نیروهای تماسی، تعیین مقادیر سختی *k* ضريب ميرايي η و ضريب اصطكاک μ_f ميباشد. در ميان اين پارامترها، ضریب اصطکاک μ_f قابل اندازه گیری است و به عنوان یک پارامتر تجربی داده میشود. ضریب میرایی η از سختی گرفته شده است که در بخش بعد به شرح آن پرداخته شده است. بنابراین سختی پارامتری است که باید ابتدا تعیین شود. سختی را میتوان با نظریه برخورد هرتز، وقتی که خواص فیزیکی مانند مدول یانگ و نسبت یواسون مشخص است، محاسبه کرد. به استثنای سختی محاسبه شده توسط تئوری هرتز، یک روش مبتنی بر سختی تجربی در بعضی شرایط که در زیر توضیح داده شده اجتنابناپذیر است. انتظار می-رود که سختی ذرات تقریبی، کوچکتر از ذرات واقعی باشد. بنابراین باید مقدار سختی مشخصی را فرض کرد. با توجه به نظریه برخورد هرتز، رابطه بین نیروی نرمال δ_n و جابهجایی P_n ، توسط رابطه زیر داده شده است: $P_n = K_n \delta_n^{3/2}$

در مورد دو ذره کره یک اندازه (شعاع= K_n)، K_n توسط رابطه زیر بیان شده است:

🎷 مېندسې مکانيک مدرس، فروردين 1397، دوره 18 شماره 01

$$K_n = \frac{\sqrt{2r_s}E_s}{3(1-\sigma_s^2)}$$
(24) که E_s برابر مدول یانگ و σ_s نسبت پواسون ذرات میباشند. در مورد

برخورد بین یک کره و دیوار، K_n ، توسط رابطه زیر بیان شده است: $4\sqrt{r_s}$

$$K_n = \frac{\frac{3}{1 - \sigma_s^2}}{\frac{1 - \sigma_w^2}{E_s} + \frac{1 - \sigma_w^2}{E_w}}$$
(25)

که E_w برابر مدول یانگ و σ_w نسبت پواسون دیوار میباشد. معادله (23) به این معنی است که نیرو به مقدار 3/2 قدرت جابجایی با آن متفاوت است. بنابراین اگر نتایج فوق به مدل نیروهای تماسی داده شده در قسمت قبل اعمال شود، معادله (15) با معادله زیر جایگزین می شود:

$$\vec{f}_{Cnij} = \left(-K_n \delta_{nij}^{3/2} - \eta_{nj} \vec{v}_{rij} \cdot \vec{n}_{ij}\right) \vec{n}_{ij}$$
(26)
رابطه میان نیروی مماسی P_t و جابجایی δ_t توسط سعیدی و همکاران

[27] بهدست آمده است. با توجه به نظريههاي آنها، رابطه نيرو-جابجايي به جابجایی نرمال δ_t بستگی دارد. علاوه بر این، اگر سطح تماسی دارای لغزش باشد، رابطه پیچیده می شود. از این رو، نتیجه زیر برای مورد بدون لغزش قابل استفاده است که در ادامه آورده شده است:

$$P_t = \frac{2\sqrt{2r_s}G_s}{2-\sigma_s}\delta_n^{1/2}\delta_t \tag{27}$$

که G_s مدول برشی است که مربوط به مدول یانگ E_s و نسبت پواسون G_s مىباشد، توسط رابطە (28) بدست مىآيد: σ_s

$$G_s = \frac{E_s}{2(1+\sigma_s)} \tag{28}$$

معادله (27) نشان میدهد که رابطه جابجایی- نیروی مماسی، خطی ست و بنابراین اگر نتیجه فوق به معادله (16) اعمال شود، سختی k_t توسط رابطه زیر بهدست میآید:

$$k_{t} = \frac{2\sqrt{2r_{s}}G_{s}}{2 - \sigma_{s}} \delta_{nij}^{1/2}$$
(29)
c, oece recent to a second second

$$k_t = \frac{\sigma_V r_s \sigma_s}{2 - \sigma_s} \delta_{nij}^{1/2} \tag{30}$$

این معادله براساس فرض زیر است. هنگامی که جابهجایی مماسی در برخورد بین یک کره و دیوار اتفاق می افتد، دیوار به عنوان یک جسم سفت و سخت محسوب می شود، زیرا جابه جایی الاستیک دیواره در جهت مماسی بسیار کوچکتر از کره است. بنابراین خواص دیوار در معادله (30) گنجانده نشده است. در جهت نرمال، جابهجایی الاستیک از دیوار را نمی توان نادیده گرفت. برای ضریب میرایی، کاندال و استراک [26] دو اصطلاح را پیشنهاد کردند که در معادلات زیر ارائه شده است:

$$\eta_n = 2\sqrt{mk_n}$$
 (لف -31)
 $\eta_t = 2\sqrt{mk_t}$ (پ -31)

$$\eta_t = 2\sqrt{m\kappa_t}$$

که از شرایط میرایی بحرانی سیستم با یک درجه آزادی بهدست آمده و تنها متشکل از یک جرم، فنر و ضربه گیر است.

3–4–تاثیر نیروی سیال بر ذرات

در نظر گرفتن نیروهای مایع، برای تقسیم فضای داخل کانال به دو بخش مناسب است، یک بستر دارای ذره است که ثابت یا در حال حرکت میباشد، دیگری بدون ذرات، به جز چند عدد ذره معلق، میباشد. با توجه به این دو قسمت مختلف، دو نوع نیروی مایع در نظر گرفته می شود: یکی نیرویی است که بر روی ذرات داخل بستر ذرهای عمل می کند و دیگری نیرویی است که بر

روی ذرات آزاد شده در مایع تاثیر دارد.

نیروی اولیه عمدتا بهدلیل گرادیان فشار ناشی از عبور مایع از بستر می-باشد. نيروى دوم كشش(درگ) مايع است كه مىتواند با روش استاندارد براساس ضریب درگ محاسبه شود. برای فرمول بندی، همان طور که در Δz شکل 8" نشان داده شده است، میدان جریان به قسمتهایی به طول تقسيم مىشود.

در صورت تشکیل پلاگین، قسمت مقطع برش پر از ذره است. بهطور کلی، دو قسمت فوق در مقطع برش وجود دارند. باید قسمتهای بدون ذره و دارای ذره را به صورت A_e و A_a قسمت بندی کرد. نیروی مایع وارد بر روی یک ذره درون بستر بهوسیله رابطه زیر داده می شود:

$$F_D = (dp/dz)\Delta z A_d/N \tag{32}$$

که dp/dz برابر گرادیان فشار و N تعداد ذرات دربستر فرض شده میباشد. گرادیان فشار بهصورت زیر بیان میشود: dn 171

$$\frac{dp}{dz} = \frac{4\zeta}{d_s} \frac{1}{2} \rho (U_d - V_s)^2$$
(33)

که ζ ضریب افت فشار، U_a ، سرعت ظاهری مایع در بستر و V_s ، سرعت متوسط ذرات در قطعه است. ضریب ζ را می توان از معادله ارگان^۱ به صورت زير بەدست آورد:

$$\zeta = \frac{1 - \epsilon}{2\epsilon^3} \left(150 \frac{1 - \epsilon}{\text{Re}_d} + 1.75 \right)$$

$$\text{Re}_d = d_p (U_d - V_s) / \nu$$
(34)
(35)

که ۷ ویسکوزیته سینماتیک مایع است. فرض براین است که فشار مایع در بخش کانال ثابت باشد. بنابراین، افت فشار معادله بالا در بستر ناشی از دست دادن اصطکاک در ناحیه بدون ذره بالای بستر است. گرادیان فشار در ناحیه بدون ذره به صورت زیر بهدست میآید:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\lambda}{D_h} \frac{1}{2} \rho U_e^2 \tag{36}$$

که λ برابر ضریب اصطکاک جریان لوله است و از فرمول بلازیوس λ استفاده شود داريم:

$$\lambda = \frac{0.3164}{\text{Re}^{1/4}}$$
(37)

که Re برابر عدد رینولدز $U_e D_h / v$ می باشد. مجموعه معادلات بالا فرمول اصطکاک برای جریان داخل لوله است. در این مورد، قطر هیدرولیکی به عنوان D_h استفاده می شود، زیرا بخش بدون ذره به علت وجود بستر ذرهای



Fig. 8 Cross section of the channel to display two parts of the flow, Part of the accumulated particle and the other part with low particles شکل 8 برش عرضی کانال جهت نمایش دو قسمت جریان، قسمت انباشته شده از ذرات و دیگری قسمتی با ذرات کم

1 Ergun

دایرهای نیست. در نهایت، با استفاده از شرط پیوستگی، سرعت گاز باید معادله زير را ارضا كند.

$$AU = A_0 U_0 + A_d U_d \tag{38}$$

که A سطح مقطع لوله و U سرعت حجم مشخص است. توسط حل معادلات (33) و (38)، سرعت U_d ، U_e و گرادیان فشار dp/dz بهدست می آید. در محاسبات فعلی، طول Δz برابر اندازه قطر ذره d_p است. همچنین با توجه به آشفته بودن جریان، اثرات آشفتگی و نوسانات سرعت برروی حرکت ذرات در مدل شبیهسازی گردابههای بزرگ نیز به کد استفاده شده در اپن فوم افزوده شده است.

5-3 - صحت سنجى

برای اعتبارسنجی روش اویلری-لاگرانژی از مقاله فسلر و همکاران [14] استفاده شده است، بهاین منظور هندسه "شکل 9" و با مشخصات، ارتفاع پله $U_0 = {}_{9}L_V = 5h L_D = 35h h = 40 \text{ (mm)} H = 26.7 \text{ (mm)}$ 10.5 (m/s) ایجاد شده است.

یک پله روبه عقب حاوی ذره چگال با یک جریان ورودی کانال به صورت كاملا توسعه یافته مورد بررسی قرار گرفته است. این جریان ایدهآل برای مطالعه تعاملات آشفتگی ذرات است، زیرا نتایج آشفتگی جریان میانی کانال، با حضور ذرات، تغيير مى يابد [28]. اين امر براى اطمينان از اين كه تغييرات مشاهده شده در آشفتگی ناشی از حضور ذرات بوده، ضروری است، زیرا جریانهای جدا شده در جریان بالادست، به پروفیل سرعت متوسط بسیار حساس هستند (به بررسیهای ایتون و جانسون^۲و سیمسون^۳ توجه کنید .(.[30,29]

اهداف مشخص تحقيق فسلرو همكاران [14] اين بوده است كه تغيير آشفتگی فاز گاز و رفتار ذرات در مناطق جدایش، اتصال مجدد جریان و مناطق توسعه یافته مسئله پله روبه عقب را بررسی کند. در این مطالعه از سه نوع ذره مختلف، ذرات شیشهای 90μm و 150μm و ذرات مس μm 70، دو عدد استوکس و سه عدد رینولدز مختلف ذرات، استفاده شده است. سرعت-های فاز گاز در حضور ذرات، برای بارگذاریهای جرمی ($\dot{m}_p/\dot{m}_{
m air}$) این ذرات از 3 تا 40 درصد، اندازه گیری شده است [14]. عدد رینولدز حرکت ذرات، به شکل زیر تعریف میشود: (39)

$$\operatorname{Re}_{p} = \frac{a_{P} o_{re}}{a_{P} o_{re}}$$

 $U_{
m rel}$ که در این رابطه d_P قطر ذره، v ویسکوزیته سینماتیک سیال و مقیاس سرعت مشخصی برای سرعت متوسط لغزش ذرات نسبت به جریان است. برای آزمایش کنونی، بهترین انتخاب برای تشخیص سرعت متوسط لغزش ذرات، سرعت متوسط مايع در حال نوسان است. هر سه اندازه ذره دارای عدد استوکس نسبتا زیاد بودند، بنابراین آنها برای حرکت لحظهای



Fig. 9 The geometry general form of the step problem for the verification of the Eulerian-Lagrangian method

شكل9 نماي كلى هندسه مسئله پله براي صحتسنجي روش اويلري-لاگرانژي

² Johnston ³ Simpson



Fig. 11 The volume ratio of particles to the fluid around (gas) after one second in the step problem

شکل 11 نسبت حجمی ذرات به سیال پیرامون (گاز) پس از گذشت زمان یک ثانیه در مسئله پله

5 مقطع با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردید (شکل 12). همانگونه که مشاهده می شود مطابقت خوبی بین نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی وجود دارد.

4- نتایج روش ترکیبی اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی

در این مسئله ذرات کوچکتر از 12 میکرون با روش اویلری-اویلری و ذرات 12 تا 200 میکرون با روش اویلری-لاگرانژی به کانال ساده مسئله اولیه



سیال مناسب نیستند. همچنین، همانطور که مشاهده میشود، سرعت متوسط لغزش بین سیال و ذرات در اکثر مناطق جریان، کوچک است. بنابراین، سرعت سیال یا ذره r.m.s یک مقیاس مناسب برای اختلاف سرعت لحظهای است. در جریان فعلی، این مقادیر با یک میانگین در حدود (ms⁻¹) 1.2 برابر هستند. این مقدار سرعت برای محاسبه عدد رینولدز مشخص شده برای هر سه نوع ذره انتخاب شده است. عدد استوکس برابر نسبت زمان عکسالعمل ذرات به زمان نماینده (مرجع) در جریان است.

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_f} \tag{40}$$

برای ذرات کوچک با عدد رینولدز ناچیز، استوکس نشان داد که ثابت زمانی ذره برابر رابطه زیر میباشد:

$$\tau_{p,\text{Stokes}} = \frac{(2\rho_p + \rho_f)d_p^2}{36\mu} \tag{41}$$

برای ذرات جامد در محیط گازی، تاثیر چگالی سیال ناچیز خواهد بود و ثابت زمانی استوکسی بهصورت زیر ساده میشود: (42)

$$\tau_{p,\text{Stokes}} = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu}$$

که ρ_p برابر چگالی ذره، d_p برابر قطر ذره و μ ویسکوزیته جنبشی می-باشد. هرچند، این تعریف ثابت زمانی، تنها برای جریان خزشی کاملا درست است و تغییر ثابت زمانی ذره برای عدد رینولدز بالا، برای ذرات موجود مهم است. ضریب درگ، C_D ، میتواند برای اعداد رینولدز بالای 700 صحیح باشد، و مطابق رابطه زیر بهدست آید:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} \left[1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687} \right]$$
(43)

افزایش ضریب درگ به دلیل افزایش عدد رینولدز، ثابت زمانی ذرات را کاهش میدهد [27]. بنابراین ثابت زمانی تغییر یافته در این مطالعه برابر است با:

$$r_p = \frac{r_{p,\text{5tokes}}}{[1 + 0.15\text{Re}_p^{0.687}]} \tag{44}$$

اندازه زمان سیال انتخاب شده، au_f ، براساس فرکانس عبور گردابه تقریبا بزرگ، در لایه برشی جدا شده، بوده است. (45)

$$\tau_f = \frac{SH}{U_0}$$

که H برابر ارتفاع پله و U_0 سرعت خط مرکزی کانال است. فرکانس غالب در این حالت توسط اندازه گیری های طیفی تک فاز و مطالعات تجربی تک فاز ایتون و جانسون [29] و بیتهاچارجی، اسچیک و تروت ([31] به دست آمده است.

برای اعتبارسنجی روش عددی کار حاضر، از نتایج آزمایش فسلر و همکاران [14] استفاده گردید. محل قرارگیری ذرات و نسبت حجمی ذرات به سیال پیرامون (گاز) پس از گذشت زمان یک ثانیه به ترتیب در "شکلهای 10 و 11" نشان داده شده است. در این مسئله برای شبیهسازی عددی این مسئله از کد نرمافزار متن باز اپن فوم استفاده گردید. پروفایلهای سرعت در

Fig. 10 Particle placement after passed one second in the step problem

شکل 10 محل قرارگیری ذرات پس از گذشت زمان یک ثانیه در مسئله پله

¹ Bhattacharjee (Scheelke & Troutt



Fig. 13 The first images refer to particles smaller than 12 microns, which are solved by the Eulerian-Eulerian method. Second and third images relate to larger particles simulated by the Eulerian-Lagrangian method. In the second picture, the dimensions of the same particles are displayed and their color shows the age and the third image is related to their dimensions. (a) 1 second (b) 10 second (c) 20 second (d) 30 second

شکل 13 تصاویر اول مربوط به ذرات کوچکتر از 12 میکرون است که به روش اویلری-اویلری حل شدهاند. تصاویر دوم و سوم مربوط به ذرات بزرگتر است که به روش اویلری-لاگرانژی شبیهسازی شدهاند. درتصویر دوم ابعاد ذرات یکسان نمایش دادهشدهاند و رنگشان، سن آنها را نمایش میدهد و تصویر سوم مربوط به ابعاد آنها است. (الف) 1 ثانیه (ب) 10 ثانیه (پ) 20 ثانیه (ت) 30 ثانیه



Fig. 14 An image of the input that indicates that larger particles are deposited slightly at the entrance

شکل 14 تصویری از ورودی که نشان میدهد ذرات بزرگتر در درفاصله کمی از ورودی تهنشین میشوند



Fig. 12 Comparison of speed profiles numerical results with laboratory results for Eulerian-Lagrangian method verification شكل 12 مقايسه پروفايل هاى سرعت نتايج حل عددى با نتايج آزمايشگاهى جهت صحتسنجى روش اويلرى-لاگرانژى

افزوده شده است. تمام مشخصات هندسی کانال هماننده مسئله اولیه حفظ شده است. در این حالت هر دو معادلات اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی بهصورت کوپل حل شدهاند. تصاویر "شکل 13" مربوط به زمانهای 1، 10، 20و 30 ثانیه از جریان میباشد. تصویر الف غلظت ذرات کوچکتر از 12 میکرون را نمایش میدهد، تصویر ب ذرات بزرگتر که جریان چگال با خود حمل میکند را به نمایش میگذارد، رنگ ذرات، سن و زمان حضور آنها را در کانال نمایش میدهد. ابعاد ذرات در تصویر ب تاثیر داده نشده است و تمامی آنها با ابعاد یکسان نمایش داده شدهاند و در تصویر پ ابعاد ذرات درنمایش آنها درنظر گرفته شده است. برای نمایش بهتر ذرات، ابعاد آنها بسیار بزرگتر از ابعاد واقعی آنها به تصویر کشیده شده است.

همانگونه که قابل پیشبینی بود، ذرات بزرگتر در نزدیکی ورودی ته-نشین میشوند و ذرات کوچکتر تا زمان بیشتری با جریان همراه میشوند (طبق شکل 14).

در نتایج اویلری-اویلری، جریان چگال حاوی ذرات بسیار بزرگ، حدود 100 میکرون به علت وزن و سرعت سقوط بیشتر با سرعت بالایی تهنشین شده و جریان چگال عملا مستهلک شده و از فاصله مشخصی از ورودی، پیشتر نمیرود، در این نتایج نیز میتوان نتیجه بهدست آمده را راستی آزمایی نمود، در "شکل 15" فقط ذرات 100 میکرون و بزرگتر به نمایش درآمده است، همان گونه که مشاهده میشود.

با نتایج اویلری-اویلری که در پایین تصویر آمده (شکل 15) و مربوط به کف کانال میباشد، مطابقت دارد و همانگونه که نتایج اویلری-اویلری، سیال چگال حاوی ذرات بزرگ بعد از گذشت مسافت مشخص متوقف میشود در این نتایج نیز همانگونه است. تنها تفاوت در ذرات است که در هد سیال چگال مشاهده میشود. در روش اویلری-لاگرانژی تعدادی ذرات بزرگ در هد جریان مشاهده میشود. که بهعلت گردابه هد جریان تا مسافت زیادی با جریان همراه میشود.

5- نتیجه گیری

زیر مجموعه مهمی از جریانهای چگال، بهدلیل حضور تعداد زیادی از ذرات جامد در سیال، ایجاد میشوند. این نوع جریانهای چگال بهدلیل تهنشینی این ذرات معلق، ازنوع جریانهای ناپایدار میباشند، چرا که با تهنشینی این ذرات، اخلاف چگالی از بین رفته و جریان چگال مستهلک شده و از حرکت باز می ایستد.

برای شبیهسازی این نوع جریانها، اغلب از روش اویلری-اویلری استفاده میشود، مزیت مهم این نوع دیدگاه زمان پردازش پایین این روش میباشد. با instability, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 418, No. 1, pp. 213-229, 2000.
[6] Q. Wang, K. D. Squires, Large eddy simulation of particle-laden turbulent channel flow, *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 5, pp. 1207, 1996.

- [7] M. D. Patterson, J. Simpson, S. Dalziel, N. Nikiforakis, Numerical modelling of two-dimensional and axisymmetric gravity currents, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 47, No. 10-11, pp. 1221-1227, 2005.
- [8] S. K. Ooi, G. Constantinescu, L. Weber, Numerical simulations of lock exchange compositional gravity current, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 635, pp. 361-388, 2009.
- [9] S.K. Ooi, G. Constantinescu, L. J. Weber, 2D Large-Eddy Simulation of lockexchange gravity current flows at high Grashof numbers, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 133, No. 3, pp. 1037-1047, 2007.
- [10] S. K. Ooi, G. Constantinescu, L. Weber, A numerical study of intrusive compositional gravity currents, *Physics of Fluids*, Vol. 19, No. 7, pp. 076602-076602-14, 2007.
- [11] M. Mahdinia, B. Firoozabadi, M. Farshchi, A.G. Varnamkhasti, H. Afshin, Large eddy simulation of Lock-Exchange flow in a curved channel, *Journal* of Hydraulic Engineering, Vol. 138, No. 1, pp. 57-70, 2011.
- [12] M. Nasr-Azadani, E. Meiburg, Turbidity currents interacting with threedimensional seafloor topography, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 745, pp. 409-443, 2014.
- [13] L. Ottolenghi, C. Adduce, R. Inghilesi, V. Armenio, F. Romon, Entrainment and mixing in unsteady gravity currents, *Journal of. Hydraulic Research*, Vol. 54, No. 5, pp. 541-557, 2016.
- [14] J. R. Fessler, J. K. Eaton, Turbulence modification by particles in a backward-facing step flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 394, pp. 97-117, 1999.
- [15]G. Hetsroni, Particles-turbulence interaction, International Journal of Multiphase Flow, Vol. 15, No. 5, pp. 735-746, 1989.
- [16] R. A. Gore, C. T. Crowe, Modulation of turbulence by dispersed phase, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 113, No. 2, pp. 304-307, 1991.
 [17] Y. Yang, J. N. Chung, T. R. Troutt, C. T. Crowe, The influence of particles
- [17] Y. Yang, J. N. Chung, T. R. Troutt, C. T. Crowe, The influence of particles on the spatial stability of two-phase mixing layers, *Physics of Fluids A 2*, Vol. 2, No. 10, pp. 1839-1845, 1990.
- [18] A. A. Mostafa, H. C. Mongia, V. G. McDonell, G. S. Samuelsen, Evolution of particle-laden jet flows: A theoretical and experimental study, Vol. 27, No. 2, AIAA, pp. 167-183, 1989.
- [19] S. K. Ooi, G. Constantinescu, L. Weber, Numerical simulations of lockexchange compositional gravity current, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 635, pp. 361-388, 2009.
- [20] J. Paik, A. Eghbalzadeh, F. Sotiropoulos, Three-Dimensional unsteady RANS modeling of discontinuous gravity currents in rectangular domains, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 135, No. 6, pp. 505-521, 2009.
- [21] P. Moin, J. Kim, Numerical investigation of turbulent channel flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 118, pp. 341-377, 1982.
- [22] A. Peer, A. Gopaul, M. Dauhoo, M. Bhuruth, A new fourth-order nonoscillatory central scheme for hyperbolic conservation laws, *Applied Numerical Mathematics*, Vol. 58, No. 5, pp. 674-688, 2008.
- [23] F. Necker, C. Härtel, L. Kleiser, E. Meiburg, High-resolution simulations of particle-driven gravity currents, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, No. 2, pp. 279-300, 2002.
- [24] T. H. Ellison, J. S. Turner, Turbulent entrainment in stratified flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 6, No. 3 pp. 423–448, 1959.
- [25] M. Garcia, G. Parker, Experiments on the entrainment of sediment into suspension by a dense bottom current, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98, No. 3, pp. 4793–4807, 1993.
- [26] P. A. Cundall, O. D. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique Journal*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- [27] M. Saidi, H. Basirat Tabrizi, J. R. Grace, C. J. Lim, Hydrodynamic investigation of gas-solid flow in rectangular spout-fluid bed using CFD-DEM modeling. *Powder Technology*, Vol. 284, No. 2, pp. 355-364, 2015.
- DEM modeling, *Powder Technology*, Vol. 284, No. 2, pp. 355-364, 2015.
 [28] J. D. Kulick, J. R. Fessler, J. K. Eaton, Particle response and turbulence modification in fully developed channel flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 277, pp. 109-134, 1994.
- [29] J. K. Eaton, J. P. Johnston, Turbulent flow reattachment: An experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step. *Mechanical Engineering Department. Rep.* MD-39. Stanford University, Stanford, California. 1980.
- [30] R. L. Simpson, Aspects of turbulent boundary-layer separation, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 32, No. 5, pp. 457-521, 1996.
- [31] T. Troutt, S. Bhattacherjee, B. Scheelke, Modification of vortex interactions in a reattaching separated flow, *The American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 24, No. 4, pp. 623-629, 1986.



Fig. 15 Match the particle deposition pattern larger than 100 microns in the Eulerian-Eulerian and Eulerian-Lagrangian methods.

شکل 15 مطابقت الگوی رسوب ذرات بزرگتر از 100 میکرون به روش اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی

افزودن ترم سقوط ذرات به معادله غلظت در این روش نیز شاهد استهلاک جریان خواهیم بود. در اکثر پدیدههای طبیعی طیف گستردهای از ذرات با ابعاد و خواص متفاوت در جریان چگال حضور دارند و برای شبیهسازی این نوع جریانها باید برای هر یک، معادله غلطت جداگانهای را به معادلات افزود که با بی شمار شدن تنوع ذرات عملا این روش توجیه زمان پایین پردازش خود را از دست می دهد.

از طرفی، روش اویلری-اویلری الگوی رسوب و مسیر حرکت ذرات را به ما نمی دهد و از برهم کنش آنها صرفنظر می گردد. بنابراین این روش برای مسائلی با تنوع بالای خواص فیزیکی ذرات و زمانی که سرعت سقوط ذرات و فرآینده تهنشینی محسوس باشد، روش اویلری-اویلری روش مطلوبی نمی-باشد ولی احتساب تمام ذرات نیز به روش اویلری-لاگرانژی حجم پردازش را به شدت افزایش می دهد. با توجه به نتایج به دست آمده مشخص گردید زمانی که ابعاد ذرات کوچکتر از 12 میکرون باشد، فرآینده رسوب گذاری، محسوس نمی باشد و می توان از اثر ابعاد ذرات چشم پوشی نمود و روش اویلری-اویلری روش مناسبی محسوب می شود.

در نتیجه، با جدا نمودن ذرات درشت و ریز و محاسبه آنها با دو روش متفاوت، از مزیت هر دو دیدگاه استفاده گردید. ذرات ریز با معادله غلطت و طیفی از ذرات 12 تا 200 میکرون به روش اویلری-لاگرانژی به مسئله افزوده گردید و نتایج قابل قبولی بهدست آمد. بنابراین، این ایده میتواند راهحلی باشد برای جبران نقاط ضعف دو روش اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی و این دو دیدگاه میتوانند، برای کسب نتایجی قابل قبول و با زمان پردازشی بهینه، مکمل یکدیگر باشند.

6- مراجع

- Z. He, P. Hu, H. Ho, Y. Lin, Hydrodynamics of gravity currents down a ramp in linearly stratified environments, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 20, No. 3, pp. 3-6, 2016.
- [2] S. Chamoun, G. De Cesare, A. J. Schleiss, Venting of turbidity currents approaching a rectangular opening on a horizontal bed, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 0, No. 0, pp. 1-15, 2017.
- [3] C. Hartel, E. Meiburg, F. Necker, Vorticity dynamics during the start-up phase of gravity currents, *Nuovo Cimento-Societa Italiana Di Fisica Sezione Civile*, Vol. 22, No. 6, pp. 823-834, 1999.
- [4] C. Hartel, E. Meiburg, F. Necker, Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head Part 1: Flow topology and front speed for slip and no-slip boundaries, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 418, No. 7, pp. 189-212, 2000.
- [5] C. Hartel, F. Carlsson, M. Thunblom, Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head Part 2: The lobe-and-cleft