



Surface and Magnetic Field Effects Analysis on the Primary and Superharmonic Resonance Frequency Response of Single Walled CNT

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Ramezannejad Azarboni H.*¹ PhD,
Keshavarzpour H.¹ PhD

How to cite this article

Ramezannejad Azarboni H, Keshavarzpour H. Surface and Magnetic Field Effects Analysis on the Primary and Superharmonic Resonance Frequency Response of Single Walled CNT. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(1):1-9.

¹Mechanical Engineering Department, Rasht Branch, Islamic Azad University, Rasht, Iran

*Correspondence

Address: Ramsar branch, Islamic Azad University, Shahid Abbas Mofrad Boulevard, Ramsar, Iran. Postal Code: 6643446919
Phone: +98 (11) 55260531
Fax: +98 (11) 55260540
h.ramezannejad@iauramsar.ac.ir

Article History

Received: May 25, 2018
Accepted: September 5, 2018
ePublished: January 01, 2019

ABSTRACT

In this study, based on the nonlocal nonlinear Euler-Bernoulli beam model, the primary and superharmonic resonance of a single carbon nanotube (CNT) resting on a viscoelastic foundation under the magnetic axial loads and temperature as well as transverse harmonic forces was investigated. Using Galerkin approximation along with the trigonometric shape functions, the nonlinear partial differential governing equation is reduced to nonlinear ordinary differential equation. The frequency response of the single walled CNT is derived by implementing the multiple time scale method for the primary and superharmonic resonances. The effects of surface elasticity, change in temperature, magnetic field and the length-to-outer diameter aspect ratio on the frequency response of CNT in the cases of primary and superharmonic resonances were analyzed.

The results show that the nonlinearity according to considered geometrical and mechanical parameters in this study, may cause unpleasant jumping phenomenon accompanied by unstable region in the frequency response. In addition to the surface elasticity, magnetic field, smaller temperature changes, as well as larger aspect ratio have positive effects on weakening the jumping phenomenon and extending the stability level of single walled CNT.

Keywords Single Walled Carbon Nanotube; Surface Elasticity; Magnetic Field; Frequency Response; Jumping Phenomenon

CITATION LINKS

[1] Carbon nanotubes: Present and future commercial applications [2] A novel method for coating of carbon nanotube on cellulose fiber using 1,2,3,4-butanetetracarboxylic acid as a cross-linking agent [3] A review on carbon nanotube field effect transistors (CNTFETs) for ultra-low power applications [4] Receiving and transmitting light-like radio waves: Antenna effect in arrays of aligned carbon nanotubes [5] Field emission display with carbon nanotubes cathode: Prepared by a screen-printing process [6] Effect of size on the chaotic behavior of nano resonators [7] Chaos in an embedded single-walled carbon nanotube [8] On the chaotic vibrations of electrostatically actuated arch micro/nano resonators: A parametric study [9] Forced vibration of fluid conveying carbon nanotubes considering thermal effect and nonlinear foundations [10] Non-local free and forced vibrations of graded nanobeams resting on a non-linear elastic foundation [11] Vibration response of double-walled carbon nanotubes subjected to an externally applied longitudinal magnetic field: A nonlocal elasticity approach [12] Nonlinear primary resonance of nano beam with axial initial load by nonlocal continuum theory [13] Chaotic behavior of a curved carbon nanotube under harmonic excitation [14] Analysis of nonlinear vibrations for multi-walled carbon nanotubes embedded in an elastic medium [15] Superharmonic resonance analysis of nonlocal nano beam subjected to axial thermal and magnetic forces and resting on a nonlinear elastic foundation [16] Effects of surface elasticity and residual surface tension on the natural frequency of microbeams [17] Free vibration of microscaled Timoshenko beams [18] Surface effect on the nonlinear forced vibration of cantilevered nanobeams [19] Vibration analysis of fluid-conveying nanotubes with consideration of surface effects [20] The influence of surface effect on vibration behaviors of carbon nanotubes under initial stress [21] Resonance analysis and free nonlinear vibrations of a nanocomposite with internal damping [22] Analysis of nonlinear forced vibration of single walled carbon nanotubes in elastic foundation [23] Nonlocal analysis of chaotic vibration, primary and super-harmonic resonance of single walled carbon nanotube in thermal environment

تحلیل اثر سطح و میدان مغناطیسی بر پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک نانولوله کربنی تک‌لایه

حبیب رمضان‌نژاد آزارینی* PhD

گروه مهندسی مکانیک، واحد رامسر، دانشگاه آزاد اسلامی، رامسر، ایران

حماد کشاورزپور PhD

گروه مهندسی مکانیک، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

چکیده

در این مقاله براساس مدل غیرخطی و غیرموضعی تیر اویلر برنولی به تحلیل اثر الاستیسیته سطح و میدان مغناطیسی بر پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک نانولوله کربنی تک‌لایه روی بستر ویسکوالاستیک تحت اعمال بارهای محوری مغناطیسی و دمایی و بار عرضی هارمونیک پرداخته شد. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر رفتار سیستم با استفاده از روش گالریکن به‌همراه تابع شکل مثلثاتی به معادله دیفرانسیل معمولی تقلیل یافته و با به‌کارگیری روش مقیاس زمانی چندگانه روابطی تحلیلی برای پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در دو حالت رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک استخراج شده است. اثرات الاستیسیته سطح، تغییرات دما، میدان مغناطیسی و نسبت طول به قطر خارجی نانولوله کربنی بر پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج حاصل از تحلیل منحنی‌های پاسخ فرکانسی نشان می‌دهد که در نظر گرفتن اثر غیرخطی با توجه به مقادیر پارامترهای هندسی و مکانیکی مورد بررسی در این مقاله موجب بروز پدیده نامطلوب پرش به‌همراه ناحیه ناپایدار می‌شود. علاوه بر این الاستیسیته سطح، میدان مغناطیسی، کاهش تغییرات دما و افزایش نسبت طول به قطر خارجی اثری مثبت در کاهش شدت پدیده پرش و افزایش سطح پایداری سیستم دارند.

کلیدواژه‌ها: نانولوله کربنی تک‌لایه، الاستیسیته سطح، میدان مغناطیسی، پاسخ فرکانسی، پدیده پرش

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۳/۰۴

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۶/۱۴

*نویسنده مسئول: h.ramezannejad@iauramsar.ac.ir

۱- مقدمه

هر گاه نسبت سطح به حجم در نانو ساختارها به‌ویژه در نانولوله‌های کربنی بزرگ باشد، در نظر گرفتن الاستیسیته سطح اثر قابل توجهی در تحلیل رفتار ایجاد می‌کند. مطالعات دانشمندان نشان داده است که سازه‌هایی در ابعاد نانو با نسبت سطح به حجم بالا، دارای خواص منحصر به فرد الکتریکی، دمایی و مکانیکی در مقایسه با میکروسازه‌ها هستند. با توجه به کاربردهای متنوع این دسته از سازه‌ها با نسبت سطح به حجم بالا، مطالعات زیادی معطوف به تحلیل استاتیک و دینامیک آنها شده است. همواره تحلیل ارتعاشات آزاد و اجباری نانولوله‌های کربنی با دو رویکرد مدل‌سازی خطی و غیرخطی به‌منظور محاسبه فرکانس طبیعی و طراحی مناسب با ضریب اطمینان مطلوب و دامنه ارتعاشی ایمن مورد توجه بوده است. ویژگی‌های مغناطیسی نانولوله‌های کربنی، زمینه‌های کاربردی وسیعی برای آنها ایجاد کرده است. حامل‌های ویفر سیلیکونی^[1]، پارچه‌های جاذب میدان الکترومغناطیس^[2]، دستگاه‌های الکترونیکی مانند ترانزیستورها^[3]، آنتن‌های رادیویی^[4]، سیستم‌های دارورسانی نانو^[5] و به‌کارگیری نانولوله‌های کربنی به‌عنوان نانو سنسورها از جمله موارد کاربردهای تجاری- صنعتی نانولوله‌های کربنی هستند که مشخصات مغناطیسی و اثرات تنش سطح آنها تأثیر بسزایی در تغییر فرکانس طبیعی، بار بحرانی کماتش، رفتار ارتعاشی آزاد و اجباری و غیره آنها دارد. به همین دلیل اثر سطح و میدان مغناطیسی بر پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک بر نانولوله‌های کربنی در این

پژوهش مورد بررسی قرار گرفت. مدل‌سازی دینامیک رفتار نانولوله‌های کربنی براساس تئوری‌های مختلف مانند تئوری کلاسیک تیرها، تئوری غیرموضعی، تئوری دینامیک مولکولی و غیره صورت گرفته است. همچنین اثراتی مانند بستر الاستیک و ویسکوالاستیک خطی و غیرخطی، میدان نیروهای محوری دمایی، الکتریکی و مغناطیسی، نیروهای هارمونیک عرضی و غیره بر پاسخ فرکانسی سیستم مورد بررسی قرار گرفت.

در طراحی نانولوله‌های کربنی، تحلیل پدیده‌های غیرخطی مانند وابستگی فرکانس طبیعی غیرخطی به دامنه ارتعاشات، ارتعاشات آشوبناک و دوشاخه‌ای شدن در فضای فازی و بروز پرش به صورت پیشرو و پسرو در پاسخ فرکانسی بسیار حائز اهمیت است. در این زمینه *منصور و همکاران*^[6] براساس تئوری‌های گرادیان کرنش و کلاسیک و با استفاده از روش ملنیکو به تحلیل ارتعاشات آشوبناک یک تشدیدکننده میکروالکترونیک تحت بار خارجی الکترواستاتیک پرداخته‌اند. هو و همکاران^[7] با در نظر گرفتن عامل غیرخطی هندسی برای نانولوله کربنی تک‌لایه و تبدیل معادلات به فرم دافینگ به بررسی پاسخ ارتعاشی آشوب پرداخته‌اند و با استفاده از روش ملنیکو و نمودار دوشاخه‌ای، پارامترهای آشوب شناسایی شدند و رفتار سیستم در نمودارهای پاسخ زمانی و فازی نشان داده شده است. *تجدیدیان‌فر و همکاران*^[8] براساس تیر اویلر برنولی، مدلی غیرخطی از رفتار ارتعاشی نانولوله کربنی تک‌لایه تحت اعمال بار الکترواستاتیک را ارائه کرده و با استفاده از نمودارهای دوشاخه‌ای به شناسایی پارامترهای آشوب پرداخته‌اند. تحلیل ارتعاشات اجباری نانولوله‌های کربنی حاوی سیال با در نظر گرفتن اثرات تغییرات دما، شرایط مرزی، ضرایب بستر الاستیک و سرعت سیال روی رزونانس اولیه و فرکانس طبیعی توسط *عسگری و اسماعیل‌زاده*^[9] مورد مطالعه قرار گرفته است. تحلیل ارتعاشات آزاد و اجباری نانو تیرهای مستقر روی بستر الاستیک غیرخطی براساس تئوری غیرموضعی تیرها توسط *بورگی و همکاران*^[10] مطالعه شده و تحلیل اثر میدان مغناطیسی بر فرکانس خطی و غیرخطی نانولوله کربنی براساس مدل غیرمحملی تیر اویلر برنولی توسط *مورمو و همکاران*^[11] مورد بررسی قرار گرفته است. میدان مغناطیسی اعمال شده با نیروی مغناطیسی لورنتز مستخرج از رابطه ماکسول مدل‌سازی شده است. تحلیل غیرخطی رزونانس اولیه نانو تیر تحت بار محوری اولیه براساس تئوری محیط پیوسته غیرموضعی توسط *وانگ و لی*^[12] انجام شده است و *مایوف و هاو*^[13] با به‌کارگیری نمودارهای دوشاخه‌ای شدن به بررسی وقوع ارتعاشات آشوبناک در نانولوله‌های کربنی انحنادار تحت تحریک هارمونیک پرداخته‌اند. *تقریان‌پور و همکاران*^[14] با استفاده از تئوری کلاسیک تیر اویلر برنولی مستقر روی بستر الاستیک و به‌کارگیری روش میانگین به تحلیل ارتعاشات غیرخطی آزاد نانولوله‌های کربنی دولایه پرداخته‌اند. *ساری*^[15] با در نظر گرفتن تئوری الاستیسیته غیرمحملی، روابطی تحلیلی برای وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک نانو تیر اویلر برنولی تحت بارهای محوری دمایی و مغناطیسی قرار گرفته روی بستر الاستیک غیرخطی ارائه کرده است.

یکی دیگر از اثرات بسیار مهم در تغییر رفتار ارتعاشی نانولوله‌های کربنی، اعمال تنش پسماند و اثر سطح بر معادلات حرکت سیستم است. در این زمینه *وانگ و فنگ*^[16] براساس مدل خطی تیر اویلر برنولی اثر الاستیسیته سطح را در معادلات حرکت میکروتیرها، اعمال کرده و ارتعاشات آزاد سیستم را مورد بررسی قرار داده و نتیجه گرفته‌اند که اثر سطح، تأثیر قابل توجهی در تغییر فرکانس

در رابطه ۱، $w, t, L, C, A, \rho, e_0 a, (EI)^*$ به ترتیب نشان‌دهنده سفتی خمشی، پارامتر غیرموضعی، چگالی، سطح مقطع، ضریب دمپینگ بستر ویسکوالاستیک، طول نانولوله، زمان و جابه‌جایی عرضی تیر است. $(EI)^*$ سفتی خمشی است که به صورت رابطه ۲ قابل تعریف است.

$$(EI)^* = \frac{\pi E(d_{out}^4 - d_{in}^4)}{64} + \frac{\pi E_s(d_{out}^3 + d_{in}^3)}{8}$$

در رابطه ۲، E_s مدول الاستیسیته سطح، d_{out} قطر خارجی نانولوله و d_{in} قطر داخلی نانولوله هستند. در رابطه ۱، $H_t \partial^2 w / \partial x^2$ نیروی ناشی از تنش پسماند براساس معادله لاپلاس-یانگ است.

$$H_t = 2\tau(d_{out} + d_{in})$$

در رابطه ۳، τ تنش پسماند سطحی بر واحد طول اعمال شده به نانولوله کربنی است. همچنین در رابطه ۱، $F(t)$ نیروی خارجی، $F_B(x, t)$ نیروی مغناطیسی، $F_T(x, t)$ نیروی ناشی از تغییرات دما در راستای محوری و $P(x, t)$ عکس‌العمل بین نانولوله کربنی و بستر الاستیک با توجه به مدل وینکلر به صورت رابطه‌های ۴-۷ در نظر گرفته می‌شوند.

$$F(t) = F \cos \omega t$$

$$F_B(x, t) = \eta H_x^2 A \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$F_T(x, t) = -\frac{EA}{1-2\nu} \alpha_x \Delta T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$P(x, t) = -Kw$$

در رابطه ۴، F دامنه نیروی هارمونیک و ω فرکانس تحریک، در رابطه ۵، η ضریب نفوذپذیری میدان مغناطیسی و H_x میدان مغناطیسی محوری، در رابطه ۶، ν ضریب پواسون، α_x ضریب نفوذ گرمایی و ΔT تغییرات دما و در رابطه ۷، K ضریب الاستیک بستر ویسکوالاستیک هستند. به منظور حل معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر حرکت نانولوله کربنی تک‌لایه از روش گالرکین به همراه تابع شکل مثلثاتی استفاده شد. برای شرط مرزی ساده در دو انتهای تیر تابع شکلی به صورت رابطه ۸ در نظر گرفته می‌شود.

$$w(x, t) = W_n \sin \frac{n\pi x}{L}$$

با اعمال رابطه ۸ در رابطه ۱ و اعمال انتگرال‌گیری در طول نانولوله کربنی، معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر ارتعاشات آن به رابطه دیفرانسیل معمولی تابع زمان (رابطه ۹) تقلیل پیدا می‌کند.

$$\left(\frac{n^4 \pi^4 (EI)^*}{\lambda \rho A L^4} + \frac{K}{\rho A} + \frac{n^2 \pi^2}{\rho A L^2} \left[\eta H_x^2 A - \frac{EA}{1-2\nu} \alpha_x \Delta T + H_t \right] \right) W_n$$

$$+ \frac{n^4 \pi^4 E}{4\lambda \rho L^4} W_n^3 + \frac{C}{\rho A} \frac{dW_n}{dt} + \frac{d^2 W_n}{dt^2} = \frac{F}{\rho A} \cos \omega t$$

که در رابطه ۹، λ به صورت رابطه ۱۰ است.

$$\lambda = \left(1 + \left(e_0 a \frac{n\pi}{L} \right)^2 \right)$$

خطی سیستم دارد. عباسیون و همکاران [17] براساس دو مدل تیر اویلر برنولی و تیر تیموشنکو با اثرات تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی به تحلیل ارتعاشات آزاد میکروتیر با اعمال تنش پسماند و الاستیسیته سطح پرداخته‌اند. d_0 و همکاران [18] به تحلیل ارتعاشات اجباری غیرخطی نانوتیرها با در نظر گرفتن اثر سطح پرداخته‌اند و اثر تنش‌های پسماند بر تغییر فرکانس‌های طبیعی سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل اثر سطح بر پایداری نانولوله‌های کربنی حاوی سیال با سطوح مقطع دایره‌ای و مستطیلی توخالی براساس مدل کلاسیک تیر اویلر برنولی توسط وانگ [19] انجام شده است. چن و همکاران [20] با ارایه مدلی خطی از رفتار نانولوله کربنی به تحلیل و بررسی اثر الاستیسیته سطح بر رفتار ارتعاشی نانولوله کربنی دولایه پرداخته‌اند. با توجه به مطالعات دانشمندان در زمینه تحلیل اثر سطح بر رفتار ارتعاشی نانولوله‌ها می‌توان دریافت که بیشتر تحقیقات معطوف به مدل خطی بوده و اثرات میدان مغناطیسی و سطح در محیط حرارتی با رویکرد مدل غیرخطی بررسی نشده است. قاضی و همکاران [21] با استفاده از روش اغتشاشات و با در نظر گرفتن اثر میرایی داخلی به تحلیل ارتعاشات آزاد و رزونانس اولیه نانوتیر کامپوزیتی پرداخته‌اند. وثوقی‌بانه و شوشتری [22] براساس مدل تیر اویلر برنولی روی بستر الاستیک خطی به تحلیل ارتعاشات غیرخطی نانولوله کربنی تک‌لایه در حالت رزونانس اولیه و ثانویه پرداخته‌اند. اخیراً رمضان‌نژاد و کشاورزپور [23] تحلیل پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه نانولوله‌های کربنی تک‌لایه انحنادار روی بستر ویسکوالاستیک تحت بار حرارتی محوری در دو وضعیت دمای پایین و بالا را با به کارگیری مدل تیر اویلر برنولی مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این پژوهش با ارایه مدلی غیرخطی و غیرموضعی براساس تیر اویلر برنولی به تحلیل پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک نانولوله کربنی تک‌لایه با در نظر گرفتن اثرات هم‌زمان سطح و میدان مغناطیسی پرداخته و همچنین فرض شده است که بار هارمونیک خارجی به صورت عرضی بر نانولوله کربنی تک‌لایه روی بستر ویسکوالاستیک در محیط حرارتی اعمال می‌شود. اثرات سطح، میدان مغناطیسی، تغییرات دما و نسبت طول به قطر خارجی بر پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک مورد مطالعه قرار گرفته و روابط تحلیلی برای پاسخ فرکانسی با استفاده از روش مقیاس چندگانه استخراج شده و نتایج حاصل از این تحقیق نشان داده است که اعمال اثر سطح، میدان مغناطیسی، کاهش تغییرات دما و افزایش نسبت طول به قطر خارجی نانولوله کربنی بر پاسخ فرکانسی آن اثری مثبت در کاهش و حذف پدیده پرش و زوال ناحیه ناپایدار دارد.

۲- استخراج معادلات حاکم

با در نظر گرفتن اثر کشش سطح برای مدل غیرخطی و غیرموضعی تیر اویلر برنولی روی بستر ویسکوالاستیک تحت اعمال بارهای محوری دمایی، مغناطیسی و بار عرضی هارمونیک خارجی، معادله حاکم بر حرکت سیستم را می‌توان به صورت رابطه ۱ بیان نمود.

$$(EI)^* \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (1 - (e_0 a)^2 \nabla^2) \left[\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C \frac{\partial w}{\partial t} - H_t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] =$$

$$(1 - (e_0 a)^2 \nabla^2) \left[\frac{EA}{L} \int_0^L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx \right] \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$+ (1 - (e_0 a)^2 \nabla^2) (P(x, t) + F_B(x, t) + F_T(x, t) + F(t))$$

همچنین رابطه ۹ را می‌توان با تعریف متغیرهای جدید به صورت بی‌بعد براساس رابطه ۱۱ ارایه نمود.
رابطه ۱۱:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{n^4 \pi^4 (EI)^*}{\lambda \rho A L^4} + \frac{K}{\rho A} + \frac{n^2 \pi^2}{\rho A L^2} \left[\eta H_x^2 A - \frac{EA \alpha_x \Delta T}{1-2\nu} + H_\tau \right]}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \mu = \frac{c}{\rho A \omega_0}, \alpha = \frac{n^4 r^2 \pi^4 E}{4 \lambda \rho L^4 \omega_0^2}, \Lambda = \frac{F}{r \omega_0^2}, r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$\xi = \omega_0 t, W = ru$$

با اعمال پارامترهای رابطه ۱۱، معادله بی‌بعد حاکم بر نانولوله کربنی به صورت رابطه ۱۲ استخراج می‌شود.
رابطه ۱۲:

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} + \mu \frac{du}{d\xi} + u + \alpha u^3 = \Lambda \cos \Omega \xi$$

۳- اعمال روش مقیاس چندگانه

۳-۱- رزونانس اولیه

برای استخراج پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک از روش مقیاس چندگانه زمانی استفاده شد. برای حالت رزونانس اولیه در ابتدا پارامترهای موجود در رابطه ۱۲ به صورت $\mu = \varepsilon \mu, \alpha = \varepsilon \alpha$ در نظر گرفته شد که ε پارامتری بسیار کوچک است و معادله دیفرانسیل بی‌بعد حاکم بر رفتار نانولوله کربنی تک‌لایه به صورت رابطه ۱۳ قابل بازنویسی است.
رابطه ۱۳:

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} + u = -\varepsilon \mu \frac{du}{d\xi} - \varepsilon \alpha u^3 + \varepsilon \Lambda \cos \Omega \xi$$

در تحلیل رزونانس اولیه می‌توان با تعریف پارامتر کنترلی فرکانس، σ فرکانس تحریک را حول فرکانس طبیعی خطی سیستم تغییر داد که به صورت رابطه ۱۴ بین فرکانس تحریک و فرکانس طبیعی برقرار است.
رابطه ۱۴:

$$\Omega = 1 + \varepsilon \sigma$$

متغیر مستقل زمانی نیز به صورت رابطه ۱۵ تعریف می‌شود.
رابطه ۱۵:

$$T_m = \varepsilon^m \xi$$

با تعریف متغیر زمانی مستقل مطابق رابطه ۱۵، مشتقات اول و دوم رابطه ۱۳ نسبت ξ را می‌توان به صورت رابطه ۱۶ و ۱۷ استخراج نمود.
رابطه ۱۶:

$$\frac{d}{d\xi} = \frac{dT_0}{d\xi} \frac{\partial}{\partial T_0} + \frac{dT_1}{d\xi} \frac{\partial}{\partial T_1} = D_0 + \varepsilon D_1$$

رابطه ۱۷:

$$\frac{d^2}{d\xi^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2)$$

با در نظر گرفتن پاسخ سیستم به صورت رابطه ۱۸:

$$u(t, \varepsilon) = u_0(T_0, T_1) + \varepsilon u_1(T_0, T_1)$$

و اعمال آن در معادله دیفرانسیل ۱۲، با استفاده از روش مقیاس چندگانه ضرایب مربوط به ε^0 و ε^1 ، دو معادله دیفرانسیل ۱۹ و ۲۰ حاصل می‌شود.
رابطه ۱۹:

$$D_0^2 u_0 + u_0 = 0$$

رابطه ۲۰:

$$D_0^2 u_1 + u_1 = -2D_0 D_1 u_0 - \alpha u_0^3 - \mu D_0 u_0 + \Lambda \cos \Omega T_0$$

حل عمومی معادله دیفرانسیل ۱۹ به صورت رابطه ۲۱ قابل استخراج است.
رابطه ۲۱:

$$u_0 = \Gamma(T_1) e^{iT_0} + \bar{\Gamma}(T_1) e^{-iT_0}$$

$\Gamma(T_1)$ پارامتر تابع T_1 مجهول و $\bar{\Gamma}(T_1)$ مزدوج مختلط $\Gamma(T_1)$ است. در ادامه برای محاسبه u_1 از معادله دیفرانسیل ۲۰، تابع u_0 در آن جای‌گذاری و رابطه ۲۲ حاصل می‌شود.
رابطه ۲۲:

$$D_0^2 u_1 + u_1 = \left[-2i\Gamma' - i\mu\Gamma - 3\alpha\Gamma^2 \bar{\Gamma} + \frac{1}{2}\Lambda e^{i\sigma T_1} \right] e^{iT_0} - \mu\Gamma^3 e^{3iT_0} + \frac{1}{2}\Lambda e^{i(T_0+\sigma T_1)} + CC$$

در رابطه ۲۲ نماد مزدوج ترم سمت راست معادله است. برای کران‌داربودن پاسخ سیستم ضریب e^{iT_0} باید صفر باشد. به عبارت دیگر ضریب e^{iT_0} در معادله ۲۲ ترم سکولار است که در صورت صفرشدن آن پاسخ سیستم، کران‌دار و محدود می‌شود. با صفرقراردادن این ضریب، پاسخ سیستم در فرم قطبی به صورت $\Gamma = 0.5ae^{i\theta}$ در نظر گرفته می‌شود.
رابطه ۲۳:

$$a' = -\mu a + \frac{1}{2}\Gamma \sin(\sigma T_1 - \theta)$$

رابطه ۲۴:

$$a\theta' = \frac{3}{8}\alpha a^3 - \frac{1}{2}\Gamma \cos(\sigma T_1 - \theta)$$

با در نظر گرفتن $\gamma' = 0$ و $a' = 0$ برای حالت پایدار و با در نظر گرفتن رابطه ۱۱ پاسخ فرکانسی سیستم (رابطه ۲۵) حاصل می‌شود.
رابطه ۲۵:

$$\left[\left(\frac{C}{\rho A \omega_0} \right)^2 + \left(\sigma - \frac{3}{8} \frac{F}{r \omega_0^2} a^2 \right)^2 \right] a^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{F}{r \omega_0^2} \right)^2$$

۳-۲- رزونانس سوپرهارمونیک

در این حالت به علت فاصله‌داشتن فرکانس تحریک Ω از محدوده فرکانس طبیعی، اثرات تحریک به غیر از مقادیر به اندازه کافی بزرگ، قابل صرف نظر است. در این حالت $\mu = \varepsilon \mu, \alpha = \varepsilon \alpha$ در نظر گرفته می‌شود و در ادامه با استفاده از روند بیان‌شده در بخش قبلی و تفکیک ضرایب ε^0 و ε^1 ، روابط ۲۶ و ۲۷ حاصل می‌شود.
رابطه ۲۶:

$$D_0^2 u_0 + u_0 = \Lambda \cos \Omega T_0$$

رابطه ۲۷:

$$D_0^2 u_1 + u_1 = -2D_0 D_1 u_0 - \alpha u_0^3 - \mu D_0 u_0$$

جواب خصوصی معادله ۲۶ را می‌توان به صورت رابطه ۲۸ استخراج نمود.
رابطه ۲۸:

$$u_0(T_1) = \Gamma(T_1) e^{iT_0} + Z e^{i\Omega T_0} + CC$$

$Z = 0.5\Lambda(1 - \Omega^2)^{-1}$ با اعمال رابطه ۲۸ در ۲۷ معادله دیفرانسیل ۲۹ برای محاسبه u_1 حاصل می‌شود.
رابطه ۲۹:

$$D_0^2 u_1 + u_1 = -[2i\Gamma' + i\mu\Gamma + 6\alpha\Gamma Z^2 + 3\alpha\Gamma\bar{\Gamma}] e^{iT_0} - \alpha\Gamma^3 e^{3iT_0} - \alpha Z^3 e^{3i\Omega T_0} - 3\alpha\Gamma^2 Z e^{i(2+\Omega)T_0} - 3\alpha\bar{\Gamma}^2 Z e^{i(-2+\Omega)T_0} - 3\alpha\Gamma Z^2 e^{i(1+2\Omega)T_0} - 3\alpha\bar{\Gamma} Z^2 e^{i(1+2\Omega)T_0} - Z[2i\mu\Omega + 3\alpha Z^2 + 6\alpha\Gamma\bar{\Gamma}] e^{i\Omega T_0} + CC$$

برای حالتی که فرکانس تحریک Ω نزدیک به یک سوم فرکانس طبیعی است و پدیده رزونانس تحت عنوان رزونانس سوپرهارمونیک نامیده می‌شود، می‌توان رابطه $3\Omega = 1 + \varepsilon\sigma$ را نوشت. با در نظر گرفتن این فرض، ترم سکولار یعنی ترمی که موجب ایجاد رزونانس در سیستم می‌شود در رابطه ۲۹ به صورت رابطه ۳۰ قابل بیان است.

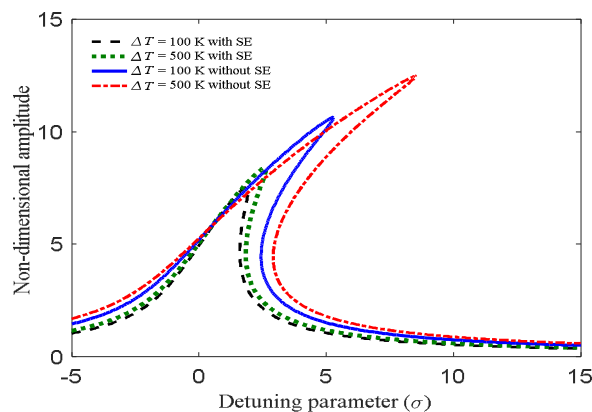
رابطه ۳۰:

$$2i\Gamma' + i\mu\Gamma + 6\alpha\Gamma Z^2 + 3\alpha\Gamma\bar{\Gamma} - \alpha Z^3 e^{3i\sigma T_1} = 0$$

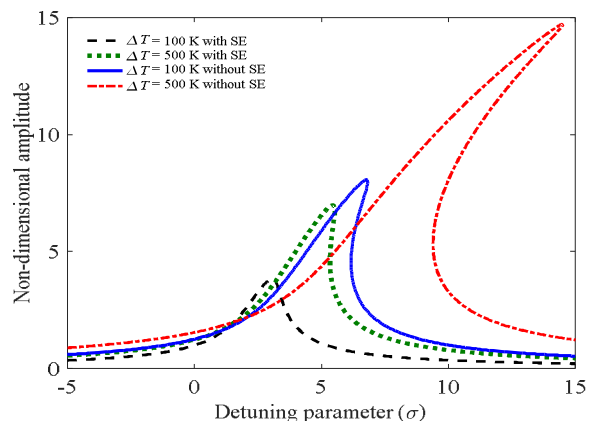
با در نظر گرفتن فرم قطبی برای پاسخ سیستم و حالت پایدار، پاسخ فرکانسی سیستم برای رزونانس سوپرهارمونیک به صورت رابطه ۳۱ استخراج می‌شود.

$$\left[\frac{1}{4} \left(\frac{c}{\rho A \omega_0} \right)^2 + \left(\sigma - 3\alpha^2 \left(\frac{F}{2r\omega_0^2(1-\Omega^2)} \right)^2 - \frac{3\alpha}{8} a^2 \right)^2 \right] a^2 = \alpha^2 \left(\frac{F}{2r\omega_0^2(1-\Omega^2)} \right)^2$$

رزونانس سوپرهارمونیک نسبت رزونانس اولیه رخ می‌دهد.



نمودار ۲) اثر سطح و تغییر دما بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در وضعیت رزونانس اولیه



نمودار ۳) اثر سطح و تغییر دما بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک

اثر تغییر میدان مغناطیسی بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی با در نظر گرفتن اثر الاستیسیته سطح و تنش پسماند در وضعیت‌های رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک به دست آمد (نمودارهای ۴ و ۵). با توجه به منحنی‌های پاسخ فرکانسی ارائه شده در این نمودارها می‌توان دریافت که افزایش میدان مغناطیسی موجب افزایش سطح پایداری سیستم و کاهش شدت پدیده پرش پیشرو به همراه کاهش بیشینه دامنه نانولوله کربنی می‌شود. همچنین با توجه به

برای حالتی که فرکانس تحریک Ω نزدیک به یک سوم فرکانس طبیعی است و پدیده رزونانس تحت عنوان رزونانس سوپرهارمونیک نامیده می‌شود، می‌توان رابطه $3\Omega = 1 + \varepsilon\sigma$ را نوشت. با در نظر گرفتن این فرض، ترم سکولار یعنی ترمی که موجب ایجاد رزونانس در سیستم می‌شود در رابطه ۲۹ به صورت رابطه ۳۰ قابل بیان است.

رابطه ۳۰:

$$2i\Gamma' + i\mu\Gamma + 6\alpha\Gamma Z^2 + 3\alpha\Gamma\bar{\Gamma} - \alpha Z^3 e^{3i\sigma T_1} = 0$$

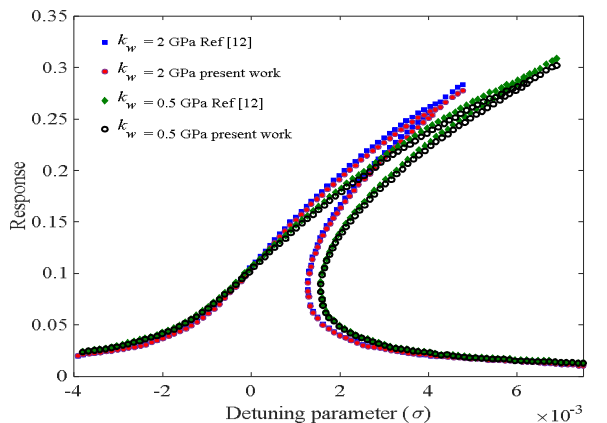
با در نظر گرفتن فرم قطبی برای پاسخ سیستم و حالت پایدار، پاسخ فرکانسی سیستم برای رزونانس سوپرهارمونیک به صورت رابطه ۳۱ استخراج می‌شود.

$$\left[\frac{1}{4} \left(\frac{c}{\rho A \omega_0} \right)^2 + \left(\sigma - 3\alpha^2 \left(\frac{F}{2r\omega_0^2(1-\Omega^2)} \right)^2 - \frac{3\alpha}{8} a^2 \right)^2 \right] a^2 = \alpha^2 \left(\frac{F}{2r\omega_0^2(1-\Omega^2)} \right)^2$$

رزونانس سوپرهارمونیک نسبت رزونانس اولیه رخ می‌دهد.

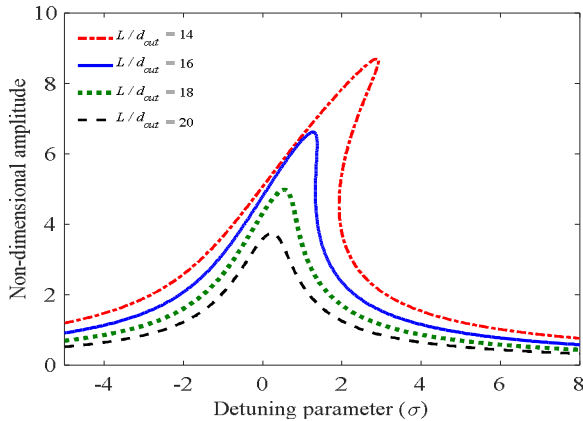
۴- تحلیل نتایج

نانولوله کربنی تک‌لایه مورد مطالعه دارای ویژگی‌های مکانیکی و هندسی به صورت مدول الاستیسیته $E = 1.1\text{Tpa}$ ، تنش پسماند الاستیسیته سطح به صورت $E_s = 5.1882\text{N/m}$ ، چگالی $\rho = 1300\text{Kg/m}^3$ ، طول سطحی $\tau = 0.9108\text{N/m}$ ، قطر خارجی $d_{out} = 1.4\text{nm}$ و قطر داخلی $d_{in} = 0.7\text{nm}$ ، ضریب نفوذ $\alpha_x = 1.1 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$ ، تغییرات دمای $\Delta T = 100\text{K}$ ، ضریب پواسون $\nu = 0.3$ ، ضریب الاستیک بستر ویسکوالاستیک برابر $K = 10^7\text{N/m}^2$ ، ضریب استهلاک بستر ویسکوالاستیک برابر $C = 3 \times 10^{-15}\text{Ns/m}^2$ ، ضریب نفوذپذیری میدان مغناطیسی $\eta = 4\pi \times 10^{-7}$ ، میدان مغناطیسی محوری $H_x = 0.2 \times 10^8\text{A/m}$ و پارامتر غیرموضعی $e_0 a = 1\text{nm}$ است. صحت‌سنجی نتایج پژوهش حاضر با یک مرجع [12] به دست آمد (نمودار ۱). در این نمودار تغییرات منحنی رزونانس اولیه نانولوله کربنی تک‌لایه بر حسب پارامتر کنترلی فرکانس به‌ازای سفتی محیط الاستیک یا ضریب بستر وینکلر برای دو مقدار $k_w = 0.5\text{GPa}$ و 2GPa نشان داده شد. یافته‌های حاضر با نتایج مرجع [12] انطباق بسیار نزدیکی داشت و نتایج حاضر را تایید کرد. علاوه بر این از نتایج این نمودار و منحنی‌های رزونانس اولیه ارائه شده می‌توان دریافت که با افزایش مقدار ضریب بستر وینکلر، اثر غیرخطی رفتار ارتعاشی سیستم که به صورت پدیده پرش بروز می‌کند، تعدیل می‌یابد و به سمت رفتار خطی میل می‌کند.

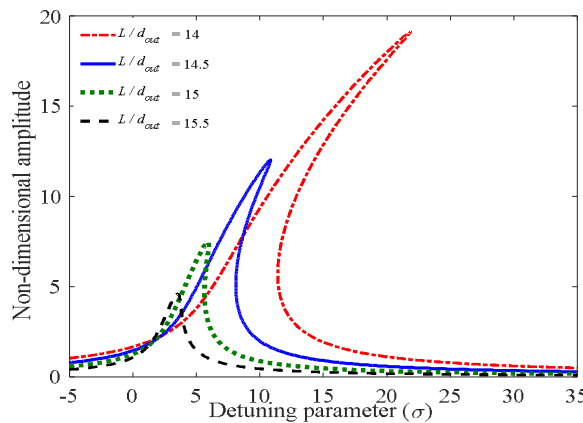


نمودار ۱) صحت‌سنجی نتایج پژوهش حاضر

پاسخ فرکانسی سیستم به‌طور واضح قابل مشاهده است. با انتخاب مناسب از نسبت طول به قطر خارجی می‌توان پایداری بالاتری را از پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی تک‌لایه به دست آورد.



نمودار ۶) اثر نسبت طول به قطر بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در وضعیت رزونانس اولیه

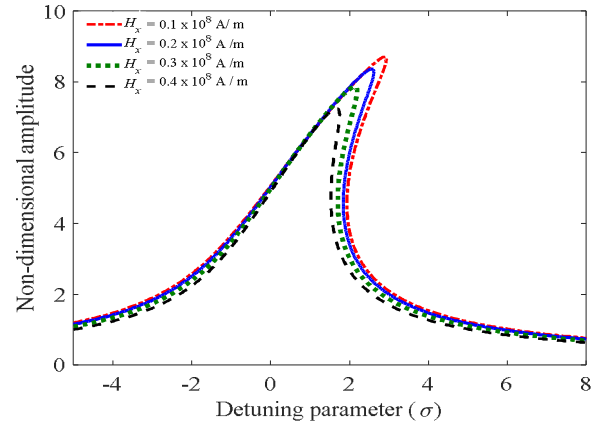


نمودار ۷) اثر نسبت طول به قطر بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک

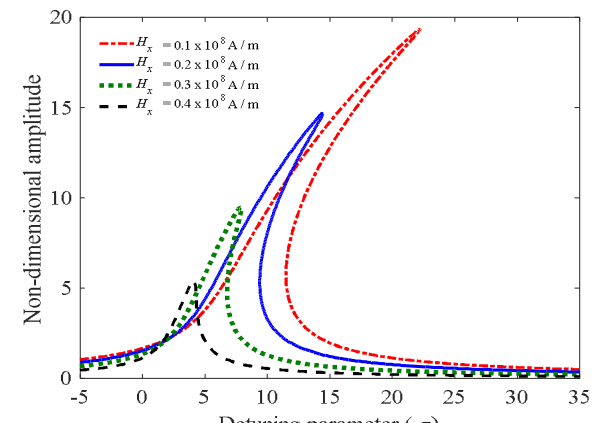
اثر الاستیسیته سطح و تغییر دما بر تغییرات دامنه نانولوله کربنی بر حسب تغییر دامنه تحریک خارجی بی‌بعد برای دو وضعیت رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک به دست آمد (نمودارهای ۸ و ۹). در وضعیت رزونانس اولیه با افزایش دامنه تحریک در یک مقدار مشخص، افزایش ناگهانی در دامنه پاسخ رخ داد و بروز پدیده پرش پسرو مشاهده شد. در نظر گرفتن اثر سطح موجب می‌شود که پدیده پرش در مقادیر بزرگ‌تری از دامنه تحریک، برای هر دو وضعیت رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک رخ دهد. همچنین با افزایش تغییر دما مقدار دامنه تحریکی که در آن پدیده پرش رخ می‌دهد، کاهش می‌یابد. علاوه بر این در نظر گرفتن اثر سطح و کاهش تغییر دما موجب افزایش ارتفاع پرش در وضعیت رزونانس اولیه می‌شود. در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک، پدیده پرش تقریباً قابل اغماض است. به عبارت دیگر در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک نیز کاهش تغییر دما موجب افزایش دامنه تحریک متناظر با بیشینه دامنه پاسخ سیستم می‌شود.

اثر میدان مغناطیسی بر تغییرات دامنه نانولوله کربنی تک‌لایه بر حسب تغییر دامنه تحریک خارجی بی‌بعد برای وضعیت رزونانس اولیه و رزونانس سوپرهارمونیک به دست آمد (نمودارهای ۱۰ و ۱۱). در وضعیت رزونانس اولیه، پدیده پرش با افزایش میدان

بازه تغییرات میدان مغناطیسی مورد بررسی از $H_x = 0.1 \times 10^8$ تا 0.4×10^8 A/m، تغییرات بیشینه دامنه پاسخ بی‌بعد برای وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک نسبت به رزونانس اولیه بیشتر بود. این رفتار بیان می‌کند که حساسیت سیستم در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک نسبت به رزونانس اولیه به تغییرات میدان مغناطیسی بیشتر است. همچنین زوال ناحیه پایدار با سرعت بیشتری در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک نسبت به رزونانس اولیه رخ می‌دهد.

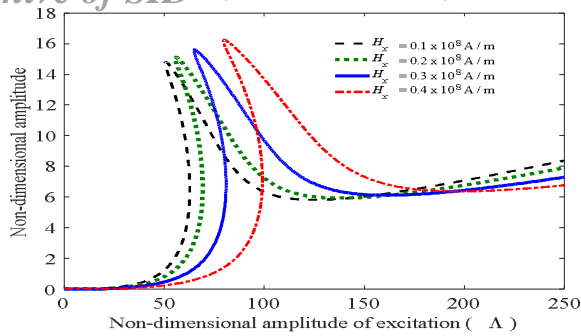


نمودار ۸) اثر میدان مغناطیسی بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در وضعیت رزونانس اولیه



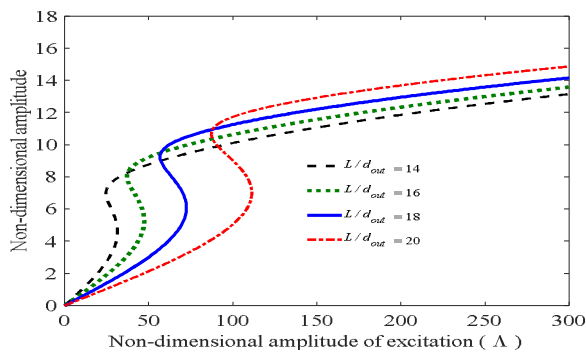
نمودار ۹) اثر میدان مغناطیسی بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک

اثر تغییر نسبت طول به قطر خارجی نانولوله کربنی تک‌لایه بر پاسخ فرکانسی آن در دو وضعیت رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک به دست آمد (نمودارهای ۶ و ۷). در این نمودارها مقدار قطر خارجی، ثابت و طول نانولوله، متغیر در نظر گرفته شد. همان طور که منحنی پاسخ فرکانسی مربوط به نسبت طول به قطر خارجی $L/d_{out} = 14$ در دو وضعیت رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک نشان دادند، پدیده پرش به فرم پیشرو با بیشترین ناحیه ناپایدار رخ داد. همچنین بیشینه دامنه پاسخ نانولوله کربنی تک‌لایه در کمترین نسبت طول به قطر خارجی بالاترین مقدار را داشت. به عبارت دیگر با افزایش نسبت طول به قطر خارجی، اثر الاستیسیته سطح بیشتر می‌شود که موجب کاهش و حذف پدیده پرش با دامنه بیشینه کمتر از سیستم در هر دو وضعیت رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک می‌شود. زوال ناحیه ناپایدار نیز با افزایش این نسبت از منحنی‌های

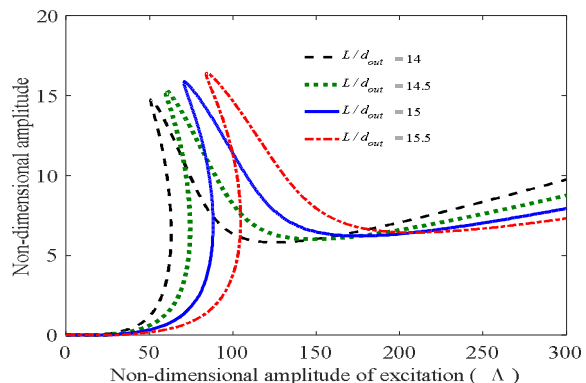


نمودار (۱۱) اثر میدان مغناطیسی بر دامنه پاسخ نانولوله کربنی بر حسب تابعی از دامنه تحریک در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک

اثر نسبت طول به قطر خارجی نانولوله کربنی تک‌لایه بر تغییرات دامنه پاسخ آن بر حسب تغییرات دامنه تحریک خارجی برای رزونانس اولیه و رزونانس سوپرهارمونیک به دست آمد (نمودارهای ۱۲ و ۱۳). با تحلیل منحنی‌های ارائه شده برای وضعیت رزونانس اولیه می‌توان دریافت که افزایش نسبت طول به قطر خارجی موجب بروز پدیده پرش در دامنه تحریک بیشتر می‌شود. همچنین ارتفاع پرش نیز با افزایش این نسبت افزایش می‌یابد و پدیده پرش با شدت بیشتر به همراه توسعه ناحیه پایدار ظاهر می‌شود. با توجه به مقادیر نسبت طول به قطر خارجی ارائه شده در منحنی‌ها (نمودار ۱۳) برای وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک می‌توان دریافت که حساسیت پاسخ سیستم در این وضعیت نسبت به رزونانس اولیه به مراتب بالاتر است. همچنین افزایش نسبت طول به قطر خارجی موجب انتقال بیشینه دامنه پاسخ به مقادیر بزرگ‌تری از دامنه تحریک می‌شود. مجموع علایم مورد استفاده در پژوهش جمع‌آوری شد (جدول ۱).

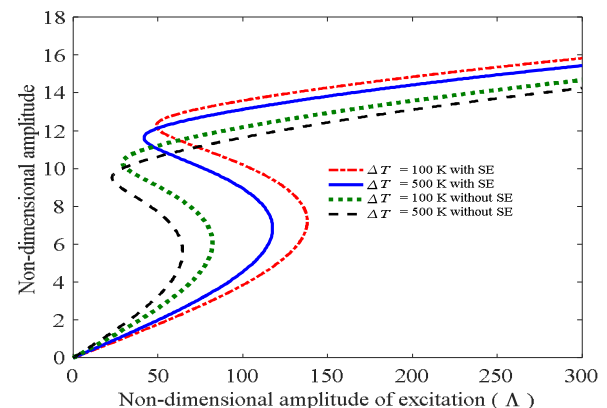


نمودار (۱۲) اثر نسبت طول به قطر بر دامنه پاسخ نانولوله کربنی بر حسب تابعی از دامنه تحریک در وضعیت رزونانس اولیه

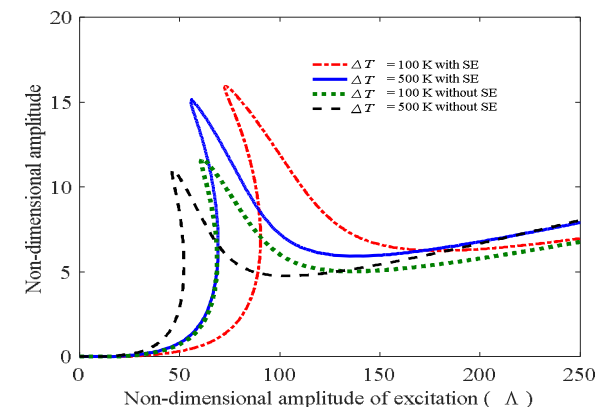


نمودار (۱۳) اثر نسبت طول به قطر بر دامنه پاسخ نانولوله کربنی بر حسب تابعی از دامنه تحریک در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک

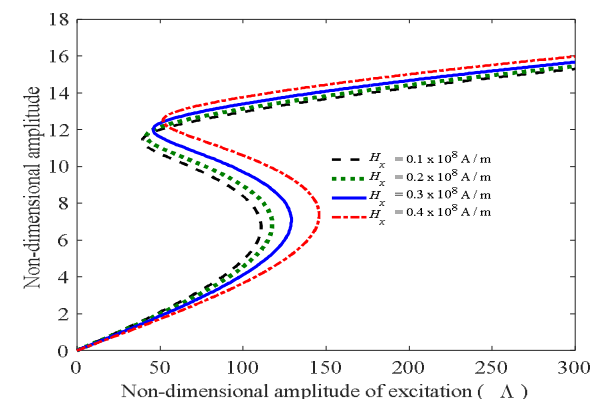
مغناطیسی در دامنه‌های تحریک بزرگ‌تری رخ داد، ولی تقریباً دامنه پرش یعنی میزان افزایش دامنه پاسخ با افزایش میدان مغناطیسی بدون تغییر باقی ماند. علاوه بر این افزایش میدان مغناطیسی موجب بروز پدیده پرش در دامنه تحریک بالاتر برای وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک با پرش پسرو شد. البته شدت پدیده پرش قابل اغماض بود و همانند حالت رزونانس اولیه، بیشینه دامنه پاسخ تقریباً ثابت بود. به عبارت دیگر در هر دو وضعیت رزونانس اولیه و رزونانس سوپرهارمونیک، افزایش میدان مغناطیسی موجب انتقال پدیده پرش در دامنه تحریک بیشتر شد.



نمودار (۸) اثر سطح و تغییر دما بر دامنه پاسخ نانولوله کربنی بر حسب تابعی از دامنه تحریک در وضعیت رزونانس اولیه



نمودار (۹) اثر سطح و تغییر دما بر دامنه پاسخ نانولوله کربنی بر حسب تابعی از دامنه تحریک در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک



نمودار (۱۰) اثر میدان مغناطیسی بر دامنه پاسخ نانولوله کربنی بر حسب تابعی از دامنه تحریک در وضعیت رزونانس اولیه

نوع علائم	معادل فارسی
علامت	
A	مساحت (m^2)
a	دامنه بی‌بعد جابه‌جایی
C	ضریب ویسکوزیته بستر ویسکوالاستیک (N.s/m)
d_{in}	قطر داخلی نانولوله (nm)
d_{out}	قطر خارجی نانولوله (nm)
D_0	اپراتور مشتق نسبت T_0
D_1	اپراتور مشتق نسبت T_1
D_2	اپراتور مشتق نسبت T_2
E	مدول الاستیسیته (N/m^2)
E_s	مدول الاستیسیته سطح (N/m)
$e_0 a$	ضریب غیرموضعی (nm)
F	نیروی تحریک (N)
H_x	میدان مغناطیسی (A/m)
H_τ	نیروی تنش سطحی (N)
I	ممان اینرسی (m^4)
K	ضریب الاستیک بستر ویسکوالاستیک (N/m)
n	پارامتر حقیقی
L	طول نانولوله (nm)
N_t	نیروی دمایی (N)
P	نیروی بستر ویسکوالاستیک (N)
r	ضریب تناسب
t	زمان (sec)
T_n	متغیر مستقل زمان
ΔT	تغییر دما (K)
u	جابه‌جایی بی‌بعد
u_k	جابه‌جایی بی‌بعد
w	جابه‌جایی عرضی (nm)
w_k	تابع زمان جابه‌جایی
x	مختصه در راستای محوری (nm)
علائم یونانی	
α	ضریب غیرخطی
α_x	ضریب نفوذ دمایی ($1/K$)
γ	زاویه فاز
Λ	دامنه تحریک بی‌بعد
ϵ	پارامتر بسیار کوچک
η	ضریب نفوذ مغناطیسی
θ	زاویه فاز
μ	ضریب بی‌بعد استهلاک
ν	ضریب پواسون
ρ	چگالی (kg/m^3)
σ	پارامتر تنظیم فرکانس
τ	تنش پسماند سطحی (N/m)
ξ	زمان بی‌بعد
Γ	ضریب تابع زمان جابه‌جایی
$\bar{\Gamma}$	مزدوج ضریب تابع زمان جابه‌جایی
ω	فرکانس تحریک (rad/s)
Ω	فرکانس تحریک بی‌بعد

فرکانسی نانولوله کربنی تک‌لایه در دو وضعیت رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک، استخراج شد و اثرات الاستیسیته سطح، تغییرات دمایی، میدان مغناطیسی و نسبت طول به قطر خارجی بر پاسخ فرکانسی سیستم مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج اصلی استخراج‌شده به شرح زیر بود:

۱- در نظر گرفتن اثر غیرخطی در معادلات حاکم بر رفتار نانولوله کربنی تک‌لایه با مقادیر هندسی و مکانیکی ارایه‌شده موجب بروز پدیده پرش در هر دو وضعیت رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک می‌شود.

۲- در نظر گرفتن اثر الاستیسیته سطح موجی باعث کاهش شدت پدیده پرش و افزایش سطح پایداری سیستم می‌شود.

۳- افزایش دما موجب افزایش شدت بروز پدیده پرش و توسعه ناپایداری سیستم می‌شود.

۴- میدان مغناطیسی اثری مثبت بر پاسخ فرکانس سیستم در کاهش شدت وقوع پدیده پرش و کاهش بیشینه دامنه پاسخ دارد.

۵- افزایش میدان مغناطیسی موجب بروز پدیده پرش در مقادیر بزرگ‌تری از دامنه تحریک می‌شود، ولی اثر قابل توجهی روی اندازه ارتفاع پرش ندارد.

۶- در نظر گرفتن اثر الاستیسیته سطح و کاهش تغییرات دما، پدیده پرش را در مقادیر بزرگ‌تری از دامنه تحریک با ارتفاع پرش بیشتر تخمین می‌زند.

۷- افزایش نسبت طول به قطر خارجی اثری مثبت در کاهش پدیده پرش با بیشینه دامنه پاسخ کمتر به علت افزایش اثر الاستیسیته سطح در پاسخ فرکانسی سیستم دارد.

۸- افزایش نسبت طول به قطر خارجی موجب بروز پدیده پرش در مقادیر بیشتری از دامنه تحریک می‌شود، ولی ارتفاع پرش با توسعه ناحیه ناپایدار را در وضعیت رزونانس اولیه به همراه دارد.

۹- حساسیت پاسخ فرکانسی سیستم در افزایش نسبت طول به قطر خارجی در وضعیت رزونانس سوپرهارمونیک نسبت به رزونانس اولیه به مراتب بیشتر است.

تشکر و قدردانی: نگارندگان بر خود لازم می‌دانند از حمایت دانشگاه آزاد اسلامی واحد رامسر در انجام این تحقیق کمال تشکر و قدردانی نمایند.

تأییدیه اخلاقی: این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده است. ضمناً محتویات علمی و ادبی مقاله منتج از فعالیت علمی خود نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج و متن مقاله برعهده نویسندگان مقاله است.

تعارض منافع: مقاله حاضر هیچگونه تعارض منافعی با پایان نامه / رساله و طرح پژوهشی ندارد.

سهم نویسندگان: حبیب رمضان‌نژاد آزارینی (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۶۰٪)؛ حماد کشاورزپور (نویسنده دوم)، نگارنده مقدمه/روش‌شناس/پژوهشگر کمکی (۴۰٪).

منابع مالی: منابع مالی خاصی برای انجام این تحقیق استفاده نشده است.

منابع

1- De Volder MF, Tawfick SH, Baughman RH, Hart AJ. Carbon nanotubes: Present and future commercial applications. Science. 2013;339(6119):535-539.
2- Alimohammadi F, Parvinezadeh Gashti M, Shamei A. A novel method for coating of carbon nanotube on

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدلی غیرخطی و غیرموضعی از تیر اویلر برنولی تحت اعمال بارهای محوری مغناطیسی و دمایی و بار عرضی هارمونیک روی بستر ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن اثر الاستیسیته سطح و تنش پسماند به منظور تحلیل رزونانس اولیه و سوپرهارمونیک نانولوله کربنی تک‌لایه ارایه شد. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر رفتار سیستم با استفاده از روش گالرکین به همراه توابع شکل مثلثاتی به معادلات دیفرانسیل معمولی تابع زمان تقلیل نمود. با به‌کارگیری روش مقیاس چندگانه زمانی، پاسخ

Solitons & Fractals. 2009;42(3):1860-1867.

14- Ghorbanpour Arani A, Rabbani H, Amir S, Khoddami Maraghi Z, Mohammadimehr M, Haghparast E. Analysis of nonlinear vibrations for multi-walled carbon nanotubes embedded in an elastic medium. *Journal of Solid Mechanics*. 2011;3(3):258-270.

15- Sari MS. Superharmonic resonance analysis of nonlocal nano beam subjected to axial thermal and magnetic forces and resting on a nonlinear elastic foundation. *Microsystem Technologies*. 2017;23(8):3319-3330.

16- Wang GF, Feng XQ. Effects of surface elasticity and residual surface tension on the natural frequency of microbeams. *Applied Physics Letters*. 2007;90(23):231904.

17- Abbasion S, Rafsanjani A, Avazmohammadi R, Farshidianfar A. Free vibration of microscaled Timoshenko beams. *Applied Physics Letters*. 2009;95(14):143122.

18- Dai HL, Zhao DM, Zou JJ, Wang L. Surface effect on the nonlinear forced vibration of cantilevered nanobeams. *Physica E Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2016;80:25-30.

19- Wang L. Vibration analysis of fluid-conveying nanotubes with consideration of surface effects. *Physica E Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2010;43(1):437-439.

20- Chen X, Fang CQ, Wang X. The influence of surface effect on vibration behaviors of carbon nanotubes under initial stress. *Physica E Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2017;85:47-55.

21- Ghazi R, Payganeh GH, Shahgholi M. Resonance analysis and free nonlinear vibrations of a nanocomposite with internal damping. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;17(12):98-104. [Persian]

22- Vosooghi Baneh Sh, Shooshtari AA. Analysis of nonlinear forced vibration of single walled carbon nanotubes in elastic foundation. 3rd International Conference on Acoustics and Vibration, Tehran, Iran, December 25-26, 2013. Tehran: Iranian Society of Acoustics and Vibration; 2013. [Persian]

23- Ramezannejad Azarboni H, Keshavarzpour H, Rahimzadeh M. Nonlocal analysis of chaotic vibration, primary and super-harmonic resonance of single walled carbon nanotube in thermal environment. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*. 2018 May. [Persian]

cellulose fiber using 1,2,3,4-butantetracarboxylic acid as a cross-linking agent. *Progress in Organic Coatings*. 2012;74(3):470-478.

3- Prakash P, Mohana Sundaram K, Anto Bennet M. A review on carbon nanotube field effect transistors (CNTFETs) for ultra-low power applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2018;89:194-203.

4- Wang Y, Kempa K. Receiving and transmitting light-like radio waves: Antenna effect in arrays of aligned carbon nanotubes. *Applied Physics Letters*. 2004;85(13):2607.

5- Yukui L, Changchun Z, Xinghui L. Field emission display with carbon nanotubes cathode: Prepared by a screen-printing process. *Diamond and Related Materials*. 2002;11(11):1845-1847.

6- Alemansour H, Maani Miandoab E, Nejat Pishkenari H. Effect of size on the chaotic behavior of nano resonators. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2017;44:495-505.

7- Hu W, Deng Z, Wang B, Ouyang H. Chaos in an embedded single-walled carbon nanotube. *Nonlinear Dynamics*. 2013;72(1-2):389-398.

8- Tajaddodianfar F, Hairi Yazdi MR, Nejat Pishkenari H. On the chaotic vibrations of electrostatically actuated arch micro/nano resonators: A parametric study. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2015;25(8):1550106.

9- Askari H, Esmailzadeh E. Forced vibration of fluid conveying carbon nanotubes considering thermal effect and nonlinear foundations. *Composites Part B Engineering*. 2017;113:31-43.

10- El-Borgi S, Fernandes R, Reddy JN. Non-local free and forced vibrations of graded nanobeams resting on a nonlinear elastic foundation. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2015;77:348-363.

11- Murmu T, Mc Carthy MA, Adhikari S. Vibration response of double-walled carbon nanotubes subjected to an externally applied longitudinal magnetic field: A nonlocal elasticity approach. *Journal of Sound and Vibration*. 2012;331(23):5069-5086.

12- Wang YZ, Li FM. Nonlinear primary resonance of nano beam with axial initial load by nonlocal continuum theory. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2014;61:74-79.

13- Mayoof FN, Hawwa MA. Chaotic behavior of a curved carbon nanotube under harmonic excitation. *Chaos*