



## Numerical Simulation of Droplet Falling and Positioning on Surface Using Multiphase Lattice Boltzmann Model

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Bolandi Kashani A.H.<sup>1</sup> MSc,  
Nobakhti M.H.\*<sup>1</sup> PhD,  
Khayat M.<sup>1</sup> PhD

#### How to cite this article

Bolandi Kashani A.H, Nobakhti M.-H, Khayat M, Numerical Simulation of Droplet Falling and Positioning on Surface Using Multiphase Lattice Boltzmann Model. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(1):171-179.

### ABSTRACT

Shan-Chen model is the most common model for simulation of multiphase flows using lattice Boltzmann method. The entire multiphase Lattice Boltzmann models are limited to regimes, where the temperature dynamics are either negligible or their effects on the flow are unimportant. The entire multiphase LBE models are limited to regimes where the temperature dynamics are either negligible or their effects on the flow are unimportant. The multiphase isothermal lattice Boltzmann equation (LBE) model and single phase thermal LBE (TLBE) model were described. In this research, by combining these two models, the thermal two-phase LBE model was proposed. The coupling of the two models is through a suitably defined body force term. Due to the external nature of this coupling, the new model will have the same stability as the isothermal two-phase model. For this purpose, the scalar thermal model was initially neutral and, then, the Shan-Chen model was expressed in homogeneous state. Also, droplet falling on a heated solid surface and positioning droplet on heated solid surface in different Rayleigh and Reynolds number and different diameter size of droplet were considered. Results show that the temperature in the multiphase flow, as a barrier, delays achieving a stable state, and the fake speed created at the interface area in the temperature field also affects.

**Keywords** Lattice-Boltzmann method; Shan-Chen model; Thermal Multiphase flow; Droplet on heated solid surface

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Department, Science & Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Science & Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. Postal code: 1477893855  
Phone: +98 (21) 44865100  
Fax: +98 (21) 44865105  
m.nobakhti@srbiau.ac.ir

#### Article History

Received: May 08, 2018  
Accepted: September 24, 2018  
ePublished: January 01, 2019

### CITATION LINKS

[1] A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit [2] Dynamics of rising CO<sub>2</sub> bubble plumes in the QICS field experiment: Part 2—Modelling [3] A thermal lattice Boltzmann two-phase flow model and its application to heat transfer problems—Part 2 [4] Application of the lattice Boltzmann method to two-phase Rayleigh-Benard convection with a deformable interface [5] A numerical investigation of bubble growth on and departure from a superheated wall by lattice Boltzmann method [6] Lattice Boltzmann model for thermal free surface flows with liquid-solid phase transition [7] A simple enthalpy-based lattice Boltzmann scheme for complicated thermal systems [8] A novel multiple-phase, multi-component, thermal lattice Boltzmann model [Dissertation] [9] Lattice Boltzmann simulation of periodic bubble nucleation, growth and departure from a heated surface in pool boiling [10] Lattice-Boltzmann-based two-phase thermal model for simulating phase change [11] Lattice Boltzmann model for thermal behavior of a droplet on the solid surface [12] Effects of incompressibility on the elimination of parasitic currents in the lattice Boltzmann equation method for binary fluids [13] Lattice Boltzmann modeling of boiling heat transfer: The boiling curve and the effects of wettability [14] A Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components

## شبیه‌سازی عددی سقوط و قرارگیری قطره روی سطح با استفاه از مدل چندفازی روش شبکه بولتزمن

امیرحسین بلندی کاشانی MSc

گروه مهندسی مکانیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

محمدحسن نوپختی PhD\*

گروه مهندسی مکانیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

مرتضی خیاط PhD

گروه مهندسی مکانیک، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

### چکیده

روش شان-چن رایج‌ترین مدل روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی است. اما معمولاً در بررسی جریان‌های چندفازی اثرات دما یا در نظر گرفته نمی‌شود یا اثرات ناچیز فرض می‌شود. ابتدا معادلات شبکه بولتزمن چندفازی هم‌دما (روش شان-چن) و معادلات روش شبکه بولتزمن تک‌فازی گرمایی مدل اسکالر خنثی بیان شدند. در مطالعه حاضر از ترکیب مدل گرمایی اسکالر خنثی و مدل دوفازی شان-چن، روش شبکه بولتزمن جریان‌های دوفازی گرمایی مورد بررسی قرار گرفت. ترکیب این دو مدل از طریق تعریف یک عبارت نیرویی انجام می‌گیرد. به‌علت ماهیت خارجی این ترکیب، مدل ترکیبی پایداری شبیه به مدل چندفازی هم‌دما دارد. بدین منظور در ابتدا مدل گرمایی اسکالر خنثی و سپس مدل شان-چن در حالت هم‌دما بیان می‌شود. همچنین سقوط قطره روی دیواره گرم در قطره‌های مختلف بررسی می‌شود و قرارگیری قطره روی دیواره گرم در اعداد رایلی و رینولدز مختلف و همچنین قطره‌های مختلف قطره مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد وجود دما در مسایل چندفازی به عنوان یک مانع رسیدن به حالت پایدار را به تاخیر می‌اندازد و سرعت جعلی به‌وجودآمده در سطح مشترک در میدان دما نیز تاثیر می‌گذارد. **کلیدواژه‌ها:** روش شبکه بولتزمن، مدل شان-چن، جریان چندفازی گرمایی، قطره روی سطح گرم

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۲/۱۸

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۷/۰۲

\* نویسنده مسئول: m.nobakhti@srbiau.ac.ir

### ۱- مقدمه

شیوه تشخیص محل سطوح مشترک و اعمال شرایط مرزی مناسب در آن محل، یک چالش در استفاده از روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی در شبیه‌سازی سیستم‌های چندفازی است. از این رو در سال‌های اخیر، روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی این جریان‌ها مورد توجه قرار گرفته است. پایین‌بودن هزینه محاسباتی، امکان پردازش موازی و تشخیص خودکار محل تشکیل سطح مشترک در مسایل چندفازی باعث شده است تا امروزه به این روش به‌خصوص در مسایل چندفازی توجه زیادی شود.

جریان چندفازی در بسیاری از فرآیندهای صنعتی و طبیعی مشاهده می‌شوند، به همین دلیل به‌طور گسترده‌ای توسط محققان به‌صورت آزمایشگاهی و تئوری مورد مطالعه قرار گرفته است. در سال‌های اخیر مطالعات زیادی روی جریان چندفازی صورت گرفته، اما جریان چندفازی گرمایی کمتر مورد بررسی قرار گرفته است و جای کار بیشتری دارد. از معروف‌ترین مسایل چندفازی گرمایی، فرآیند جوشش، قطره روی دیواره جامد و انتقال حرارت جابه‌جایی رایلی-بنارد دوفازی است.

هه و همکاران<sup>[1]</sup> در سال ۱۹۹۸ از مدل اسکالر خنثی، روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی گرمایی هیدرودینامیک جریان تراکم‌ناپذیر استفاده کرده‌اند. ژان و چن<sup>[2]</sup> در سال ۲۰۰۲ مدلی از روش شان-چن شبکه بولتزمن را ارائه کرده‌اند که دارای قابلیت

شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی ترمودینامیک بوده و این روش از نظر ترمودینامیک در سطح ماکروسکوپیک پایدار است. با استفاده از این روش، فرآیند جوشش از جمله تشکیل مایع-بخار و انعقاد آنها با در نظر گرفتن دما به‌عنوان یک اسکالر خنثی، برای اولین بار شبیه‌سازی شده است. یوان و شافر<sup>[3]</sup> در سال ۲۰۰۶ در ابتدا معادلات چندفازی شبکه بولتزمن هم‌دما و سپس مدل اسکالر خنثی شبکه بولتزمن را توصیف و با ترکیب این دو مدل، مدل شبکه بولتزمن دوفاز گرمایی را ارائه کرده‌اند. کاربرد مدل جدید با ارائه نتایج شبیه‌سازی عددی یک سیستم دوفاز گرمایی در یک کانال مستطیلی نشان داده شده است. چانگ و الکساندر<sup>[4]</sup> در سال ۲۰۰۶ مدل هیبرید شبکه بولتزمن را برای یک سیال دوفازی توسعه داده‌اند. آنها میدان دما را با استفاده از معادله انتقال انرژی و کمک روش اختلاف محدود مدل‌سازی کرده‌اند و نتایج نشان داده که تغییرات فصل مشترک، وابسته به ضریب انبساط گرمایی و اختلاف دما بوده است. دانگ و همکاران<sup>[5]</sup> در سال ۲۰۱۰ رشد حباب و خروج از دیوار فوق گرم را با استفاده از روش گرمایی هیبرید، روش شبکه بولتزمن و مدل چندفازی شان-چن اصلاح‌شده شبیه‌سازی کرده‌اند. عطار و کرنر<sup>[6]</sup> در سال ۲۰۱۱ روی توسعه یک الگوریتم برای استفاده از روش شبکه بولتزمن در حل مسایل جریان سطح آزاد گرمایی با تغییرات فاز مایع-جامد مطالعه کرده‌اند. در کار آنها از مدل اسکالر خنثی برای شبیه‌سازی جریان گرمایی و مدل انرژی آزاد برای جریان چندفازی استفاده شده است. چن و همکاران<sup>[7]</sup> در سال ۲۰۱۲ یک مدل هیبریدی شبکه بولتزمن گرمایی را ارائه کرده‌اند که رفتار مرزی را براساس آنتالپی کل تشریح می‌کند. ایکد/ایکد<sup>[8]</sup> در سال ۲۰۱۲ با توجه به این که روش‌های موجود برای جریان گرمایی در مورد اثر برهم‌کنش قطره و دیواره در مسایل چندجذبی ناکافی بود، یک روش جدید را معرفی کرده‌اند که قادر است با دقت بالایی جریان‌های چندفازی-چندجذبی و گرمایی را شبیه‌سازی کند. گونگ و چنگ<sup>[9]</sup> در سال ۲۰۱۳ رشد و خروج حباب از یک سطح گرم در جوشش استخری را با استفاده از توسعه جدیدی از مدل شان-چن روش شبکه بولتزمن بررسی کرده‌اند.

کمالی و همکاران<sup>[10]</sup> در سال ۲۰۱۳ یک روش عددی را برای حل معادله بقای انرژی در دوفاز هنگامی که اثرات تغییر فاز در نظر گرفته می‌شود، بررسی کرده‌اند. در این روش چند تابع توزیع، یکی برای متغیر اسکالر شبه دمایی و دیگری برای بقیه حالت‌ها اعمال شده است. تقی‌لو و رحیمیان<sup>[11]</sup> در سال ۲۰۱۴ یک مدل شبکه بولتزمن گرمایی را برای شبیه‌سازی رفتار گرمایی یک قطره روی سطح جامد ارائه و از مدل انرژی آزاد<sup>[12]</sup> برای استخراج نتایج برهم‌کنش قطره و دیواره استفاده کرده‌اند. همچنین زاویه تماس بین فازهای جامد، مایع و گاز در شبیه‌سازی در نظر گرفته شده و نتایج نشان داده است که با افزایش نسبت عدد پرانتل بین قطره و اطراف آن، انتشار گرمایی در درون قطره به تعویق خواهد افتاد و این باعث کاهش دمای میانگین قطره است. همچنین شار گرمایی دیوار در اطراف قطره متمرکز بوده، در حالی که در فاز گاز، شار گرمایی ناچیز است. در سال ۲۰۱۵، لی و همکاران<sup>[13]</sup> یک مدل گرمایی هیبرید شبکه را در روش بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی گرمایی با تغییر فاز با استفاده از روش شان-چن اصلاح‌شده ارائه و با این مدل، فرآیند جوش مایع-بخار را شبیه‌سازی کرده‌اند. نتایج عددی نشان داده است که ویژگی‌های اساسی و خصوصیات بنیادی انتقال حرارت در جوش مانند

رابطه ۸:

$$F_1(x, t) = -G\psi(x) \left( \sum_{\alpha} \omega_{\alpha} \psi(x + e_{\alpha} \delta t) e_{\alpha} \right)$$

در رابطه ۸،  $G$  پارامتر قدرت بین مولکولی است که از لحاظ عددی و فیزیکی روی نتایج مسایل حل شده به کمک مدل *شان*-چین اثرگذار بوده و همچنین  $\psi(x)$  تابع پتانسیل مولکولی است.

تابع پتانسیل مولکولی  $\psi(x)$  در واقع از طریق وابستگی خود به چگالی در رابطه ۹ به صورت تابعی از  $x$  بیان و جرم موثر نامیده می‌شود.

رابطه ۹:

$$\psi(x) = \rho_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\rho(x)}{\rho_0}\right) \right]$$

ثابت  $\rho_0$  چگالی مرجع نامیده شده است. با تغییر رابطه فوق و انتخاب شکل‌های متفاوت برای  $\psi(x)$  می‌توان به معادله حالت‌های متفاوت برای سیال غیرایده‌آل چندفازی- تک‌جزیی دست یافت. در نهایت با استفاده از تابع جرم موثر، تابع حالت به صورت رابطه ۱۰ برای محاسبه فشار ارایه شد.

رابطه ۱۰:

$$p = c_s^2 \rho + c_0 G [\psi(x)]^2$$

در صورتی که سیال در نزدیکی یک سطح جامد باشد، نیرویی نیز برای برهم‌کنش مایع- جامد به صورت رابطه ۱۱ در نظر گرفته می‌شود.

رابطه ۱۱:

$$F_{ads}(x, t) = -G_{ads} \rho(x) \sum_i w_{\alpha} s(x + e_{\alpha} \delta t) e_{\alpha}$$

که  $s(x + e_{\alpha} \delta t)$  یک تابع شاخص است که برای سیال، برابر با صفر و برای جامد، برابر با یک است. مقدار  $G_{ads}$  برای هر دو سیال، مقدار یکسان اما مختلف‌العلامه‌ای دارد که برای سیال آب‌دوست، منفی و برای سیال آب‌گریز، مثبت است. همچنین نیرویی نیز که به واسطه شتاب کانال به سیال وارد می‌شود به صورت رابطه ۱۲ است.

رابطه ۱۲:

$$F_3 = \rho(x) a$$

همه این نیروها یعنی نیروی مایع- مایع  $F_1$ ، نیروی مایع- جامد  $F_2$  و نیرو به واسطه حرکت سیال در کانال  $F_3$  به صورت عدد رینولدز و در عبارت سرعت تعادلی به صورت رابطه ۱۳ وارد می‌شود.

رابطه ۱۳:

$$u^{eq} = u + \frac{\tau F_{total}}{\rho(x)}$$

و  $F_{total} = F_1 + F_2 + F_3$  خواهد بود.

### ۳- روش شبکه بوتزمن تک‌فاز گرمایی

در این قسمت مدل شبکه بوتزمن تک‌فاز گرمایی با استفاده از روش اسکالر خنثی شرح داده شد. در یک سیستم گرمایی، اگر اثرات لزجت و فشار گرمایی قابل نظر باشد، میدان دما در روش اسکالر خنثی به صورت رابطه ۱۴ ارایه می‌شود.

رابطه ۱۴:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\kappa \nabla T)$$

$u$  سرعت کل سیال و  $\kappa$  ضریب انتشار حرارتی است. با توجه به ماهیت خنثی برای میدان دما، در روش اسکالر خنثی برای دما نیز

نوسانات شدید شار گرمایی گذرا در انتقال جوش و این خصوصیت که حداکثر ضریب انتقال حرارت نهان در دیوار فوق گرم پایین‌تر از حداکثر شار گرمایی است، در این روش به خوبی ارایه می‌شود.

در پژوهش حاضر با ترکیب دو روش دوفازی و تک‌فازی گرمایی شبکه بوتزمن، نتایج دوفازی چندفازی بیان شد که با توجه به آن سقوط و قرارگیری قطره و همچنین برای اولین بار به عنوان نوآوری، صورت قطره بررسی شد.

### ۲- روش *شان*-چین

این مدل در سال ۱۹۹۳ توسط *شان* و *چین* [14] ارایه و به نام آنها نام‌گذاری شده است. امروزه میان تمامی مدل‌های شبکه بوتزمن چندفازی یا چندجزیی، مدل *شان*-چین به دلیل سادگی و انعطاف‌پذیری بالای خود کاربرد وسیعی یافته است. در مدل چندفازی- چندجزیی *شان*-چین روش شبکه بوتزمن، یک تابع توزیع تعریف می‌شود که برای هر تابع توزیع، رابطه ۱ حل می‌شود.

رابطه ۱:

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha} \delta t, t + \delta t) - f_{\alpha}(x, t) = -\frac{1}{\tau_v} [f_{\alpha}(x, t) - f_{\alpha}^{eq}(x, t)]$$

$\tau_v$  ضریب تخفیف برای میدان جریان است و همچنین تابع توزیع تعادلی در مدل *شان*-چین به صورت رابطه ۲ تعریف می‌شود.

رابطه ۲:

$$f_{\alpha}^{eq}(x, t) = \omega_{\alpha} \rho \left[ 1 + \frac{e_{\alpha} \cdot u^{eq}}{c_s^2} + \frac{(e_{\alpha} \cdot u^{eq})^2}{2c_s^4} + \frac{u_{\sigma}^{eq2}}{2c_s^2} \right]$$

$\omega_{\alpha}$  ضریب وزنی،  $c$  سرعت صوت در واحد شبکه و  $u^{eq}$  سرعت معادل است. در مدل D2Q9 که به صورت روابط ۳ و ۴ در این پژوهش، استفاده و خواص ماکروسکوپیکی نیز به صورت روابط ۵ و ۶ محاسبه شد.

رابطه ۳:

$$e_{\alpha i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

رابطه ۴:

$$w_{\alpha} = \left[ \frac{4}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{36} \quad \frac{1}{36} \quad \frac{1}{36} \quad \frac{1}{36} \right]$$

رابطه ۵:

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{eq}$$

رابطه ۶:

$$\rho u = \sum_{\alpha} f_{\alpha} e_{\alpha} = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{eq} e_{\alpha}$$

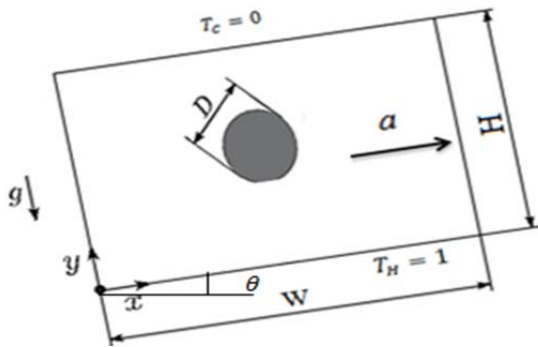
در معادلات بالا لزجت به صورت رابطه ۷ تعریف می‌شود:

رابطه ۷:

$$u_{\sigma} = c_s^2 (\tau_{\sigma} - 0.5 \delta t)$$

$F$  برهم‌کنش بین ذره‌ای بین ذرات است که شامل نیروهای بین مولکولی سیال- سیال، سیال- جامد و نیروهای حجمی است. نیروی اندرکنش سیال- سیال در هر نقطه از شبکه از طریق رابطه ۸ محاسبه می‌شود:

بررسی‌های فراوان توسط محققان بسیاری که روش‌های مختلف چندفازی را مورد استفاده قرار داده‌اند تا بتوانند یک الگوی کلی برای این پدیده در نظر بگیرند، همچنان به‌طور کامل شناخته نشده است. شرایط مرزی و پارامترهای مورد نیاز به‌صورت شکل نمایش داده شد (شکل ۱). مطابق شکل پارامتر  $R_d = \frac{D}{H}$  به‌عنوان شعاع بی‌بعد قطره تعریف می‌شود. برای این که مساله یک کانال است، در کانال شتاب  $a$  در نظر گرفته شد. مرزهای عمودی شرط مرزی پریودیک و مرز پایین دیواره گرم با دمای  $T_H = 1$  و مرز بالای دیواره سرد با دمای  $T_C = 0$  است.



شکل ۱) شرایط مرزی و پارامترهای فیزیکی موثر در شبیه‌سازی قطره روی دیواره گرم

اعداد بدون بعد رینولدز، رایلی و ناسلت تقریباً شامل تمام پارامترهای موثر به‌جز زاویه سطح تماس و فشار می‌شوند. این پارامترها به‌صورت رابطه ۲۰ تعریف می‌شوند که در ادامه به‌طور کامل آورده شدند.

$$Re = \frac{a N_y^3}{\nu^2}, Ra = \frac{g \beta \Delta T N_y^3}{\nu \kappa}$$

$$Nu_{ave} = 1 + \frac{\langle u_y (T - T^*) \rangle N_y}{\kappa \Delta T}$$

$g$  شتاب گرانش،  $\beta$  ضریب انبساط گرمایی و  $N_y$  اندازه شبکه در جهت  $y$  است.  $\Delta T$  نیز تفاوت دمای دیواره بالایی و پایینی است ( $\Delta T = T_H - T_C = 1$ ) خواهد بود. همچنین  $u_y$  سرعت در راستای  $y$  و  $T^*$  دمای مرجع و دمای سیال در زمان هدایت خالص است.  $N_y$  اندازه شبکه در جهت  $y$  و  $\langle \rangle$  نشان‌دهنده متوسط جریان در کل محدوده است.

#### ۲-۵- استقلال شبکه

در پژوهش حاضر از برنامه‌نویسی به زبان فورترن استفاده شد و شبیه‌سازی و مش‌بندی صورت گرفت. به‌منظور انتخاب شبکه مناسب، شبکه‌های  $100 \times 100$ ،  $200 \times 200$  و  $300 \times 300$  در نظر گرفته شد و عدد ناسلت متوسط در هر شبکه اندازه‌گیری شد. عدد ناسلت متوسط برای سه اندازه شبکه آورده شد که نشان داد با افزایش تعداد شبکه‌های حل، اختلاف فراوانی در نتایج به وجود نمی‌آید. با توجه به این که زمان حل در شبکه‌های درشت‌تر به‌مراتب کمتر است، در شبیه‌سازی‌های پیش رو از شبکه  $200 \times 200$  استفاده شد (جدول ۱).

جدول ۱) عدد ناسلت متوسط در اندازه شبکه‌های مختلف

اندازه شبکه	عدد ناسلت متوسط ( $Nu_{ave}$ )
$100 \times 100$	۱/۷۰
$200 \times 200$	۱/۷۴
$300 \times 300$	۱/۷۵

مانند چگالی یک تابع توزیع به‌صورت رابطه ۱۵ در نظر گرفته می‌شود.

$$g_\alpha(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) = g_\alpha(x, t) - \frac{1}{\tau_T} [g_\alpha(x, t) - g_\alpha^{eq}(T, u)]$$

$\tau_T$  ضریب تخفیف برای دما است. تابع توزیع تعادلی برای دما به‌صورت رابطه ۱۶ خواهد بود.

$$g_\alpha^{eq} = w_\alpha T [1 + e_\alpha \cdot u + \frac{(e_\alpha \cdot u)^2}{2} - \frac{u^2}{2}]$$

دما هم مانند چگالی با جمع تمامی تابع توزیع‌ها به‌صورت رابطه ۱۷ به دست می‌آید.

رابطه ۱۷:

$$T = \sum_{\alpha=0} g_\alpha$$

در این مدل  $\kappa = (\tau_T - \frac{1}{2}) c_s^2 \delta t$  عدد پراگتال به‌صورت رابطه ۱۸ خواهد بود.

رابطه ۱۸:

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} = \frac{2\tau_V - 1}{2\tau_T - 1}$$

با تغییر  $\tau_V$  یا  $\tau_T$  می‌توان اعداد پراگتال متفاوتی ایجاد نمود.

#### ۴- روش شبکه بولتزمن چندفاز گرمایی

در پژوهش حاضر با ترکیب معادلات مدل تابع توزیع دوتایی شبکه بولتزمن گرمایی و مدل شان-چن چندفازی جریان دوفازی گرمایی شبیه‌سازی شد. در این مدل، دینامیک سیالات با مدل شان-چن شبیه‌سازی می‌شود، در حالی که برای حل میدان دما از یک معادله اضافی اسکالر خنثی، استفاده و با استفاده از تعریف یک عبارت نیروی خارجی، با مدل چندفاز هم‌دمای ترکیب می‌شود. عبارت نیروی شناوری که ناشی از نیروی گرانش و اختلاف دما است، به‌صورت رابطه ۱۹ بیان می‌شود.

رابطه ۱۹:

$$\rho(x)G = \rho(x)g \left( 1 - \frac{\langle \rho \rangle}{\rho(x)} \right) - \beta \rho g (T - T_0)$$

$\langle \rho \rangle$  چگالی متوسط در کل محدوده سیال،  $g$  شتاب گرانش،  $T_0$  دمای مرجع که همیشه برابر دمای سیستم در جابه‌جایی خالص بوده و  $\beta$  ضریب انبساط گرمایی سیال است که در پژوهش حاضر برای دو سیال برابر در نظر گرفته می‌شود. در معادله ۱۹، عبارت اول در سمت چپ نیروی شناوری به‌دلیل اختلاف چگالی‌ها را نشان می‌دهد، در حالی که عبارت دوم نشان‌دهنده نیروی گرانش به‌دلیل اختلاف دماست. این مدل با این که مفهوم ساده‌ای دارد، اما می‌تواند برای معادله حالت‌های مختلف گاز ایده‌ال استفاده شود و میدان دما را استخراج کند. در مقایسه با دیگر مدل‌های چندفازی گرمایی، مدل ارائه‌شده مفهوم ساده‌تر و ثبات بیشتری دارد، چرا که نیازی به اضافه‌کردن سرعت ذرات بیشتر یا ردیابی سطح مشترک نیست. در این مدل پایداری توسط دینامیک سیالات محاسبه می‌شود و میدان دما تأثیری روی آن ندارد.

#### ۵- نتایج شبیه‌سازی

##### ۱-۵- شبیه‌سازی قطره روی دیواره گرم

برخورد قطره با سطح جامد یکی از مهم‌ترین مسایل مورد بحث در جریان‌های چندفازی و چندجزیی است. این مساله با وجود



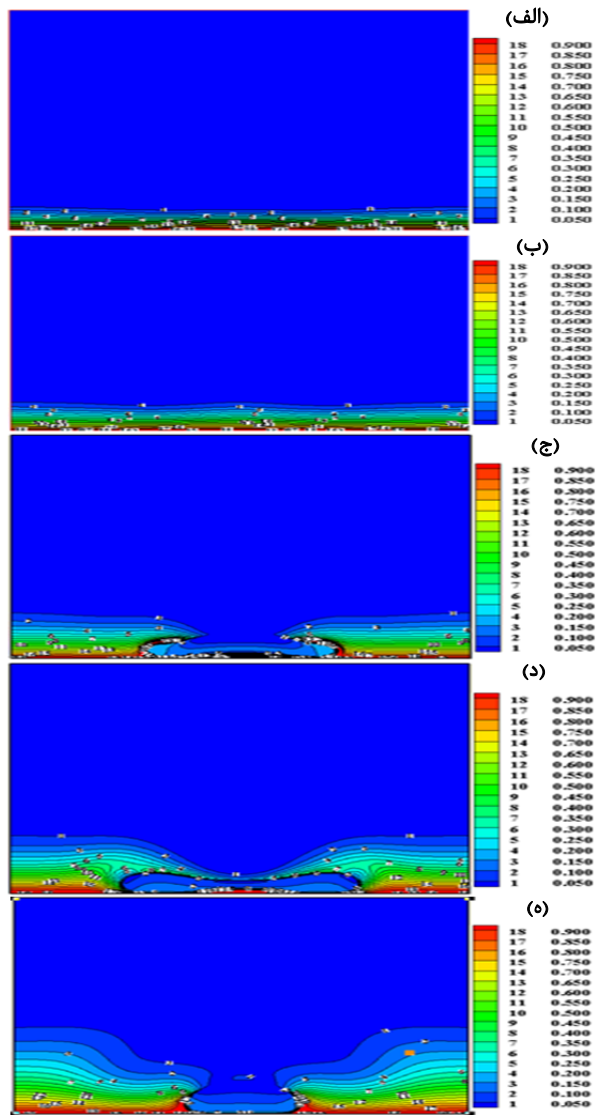
پیش از بررسی پارامترهای موثر در پدیده قطره روی سطح جامد گرم لازم است اعتبارسنجی برای برنامه کامپیوتری موجود انجام گیرد. ابتدا خطوط هم‌دما در پژوهش حاضر و کار یوان و شافر<sup>[3]</sup> برای  $Re = 100$ ،  $Ra = 10^4$  و  $R_d = 0.14$  مقایسه (شکل ۲) و همخوانی کیفی مناسبی میان خطوط هم‌دما در کل محدوده مشاهده شد. باید توجه شود که مکان قطره با توجه به پیرویدیک بودن دیواره‌های عمودی و جریان درون کانال متغیر می‌شود.

عدد ناسلت متوسط در پژوهش حاضر و کار یوان و شافر<sup>[3]</sup> برای  $Re = 100$ ،  $Ra = 10^4$  و  $R_d = 0.14$  مقایسه شد (نمودار ۱). نمودار ناسلت در هر دو کار به مقدار تقریباً ثابتی رسید که حدود ۱/۷۴ است. همخوانی خوبی بین نتایج پژوهش حاضر و کار یوان و شافر<sup>[3]</sup> مشاهده شد. علت تفاوت در گام‌های زمانی اولیه، تفاوت روش‌های دو پژوهش بود که به شیوه متفاوتی با بالارفتن گام زمانی به جواب درست می‌رسد.

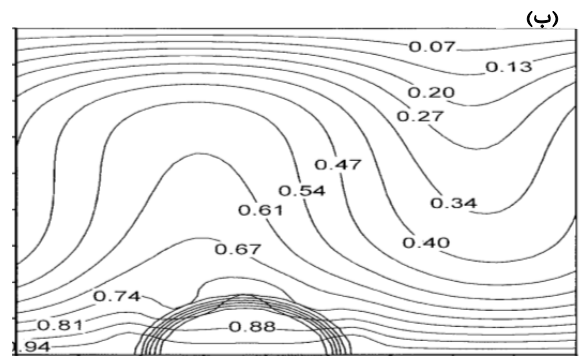
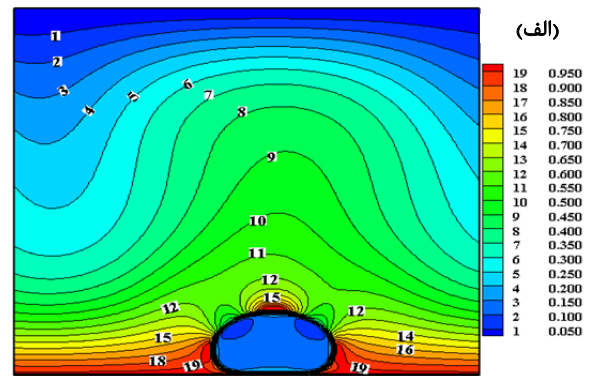
۴-۵- سقوط قطره روی دیواره گرم

سپس سقوط قطره مورد بررسی قرار گرفت. به این صورت که قطره در ابتدا در مرکز محدوده قرار گرفت و نیروها بر آن اعمال شد. ابتدا تحلیل در ابعاد شبکه  $200 \times 200$  برای  $Re = 200$  و  $Ra = 10^4$  انجام پذیرفت. در حالت کلی، قطره چهار مرحله را طی می‌کند که پس از برخورد در بازه زمانی بسیار اندکی، قطر موثر افزایش می‌یابد که مرحله سینتیک نامیده می‌شود.

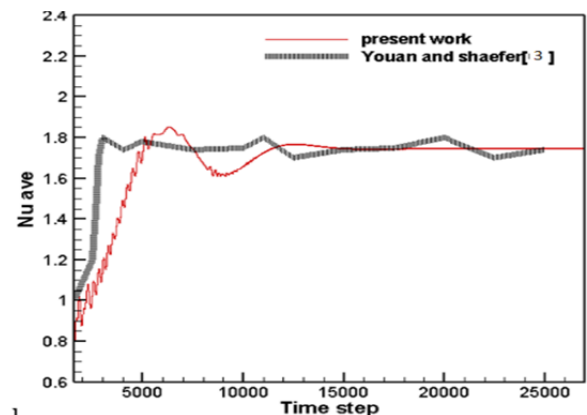
پس از آن قطره روی سطح پخش می‌شود تا به بیشینه مقدار خود برسد، سپس قطر موثر آن کاهش پیدا می‌کند که مرحله آسایش شناخته می‌شود و در نهایت با افزایش مجدد قطر موثر به حالت تعادلی نهایی می‌رسد. این حالت نهایی که همان حالت تعادلی است، براساس پارامترهای مختلف حاصل می‌شود. سقوط قطره در  $Re = 200$  و  $Ra = 10^5$  بررسی شد توجه شود با افزایش قطر قطره متغیر ترشوندگی تغییر می‌کند و زمان به تعادل رسیدن قطره و پخش آن افزایش می‌یابد. خطوط هم‌دما در فاز گاز دارای صعود و نزول است، درحالی که در فاز مایع به‌جز در مرز مایع، این خطوط صاف هستند که آن هم به‌علت اثرات سرعت‌های جعلی دما بالاتر می‌رود. (شکل‌های ۳ و ۴).



شکل ۳ خطوط هم‌دما برای  $Re = 200$  و  $Ra = 10^5$ ،  $R_d = 0.13$  (الف) صفر=گام زمانی؛ (ب) ۱۰۰=گام زمانی؛ (ج) ۱۸۰=گام زمانی؛ (د) ۲۵۰=گام زمانی؛ (ه) ۴۵۰=گام زمانی

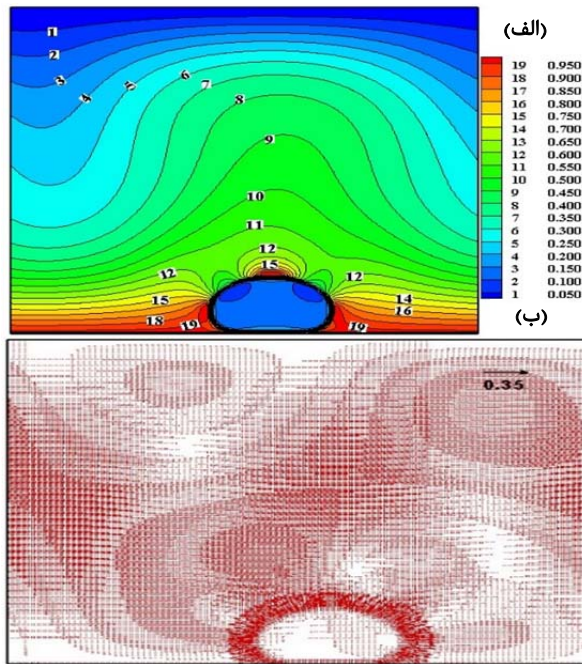


شکل ۲ مقایسه خطوط هم‌دما در پژوهش حاضر و کار یوان و شافر، (الف) پژوهش حاضر؛ (ب) کار یوان و شافر

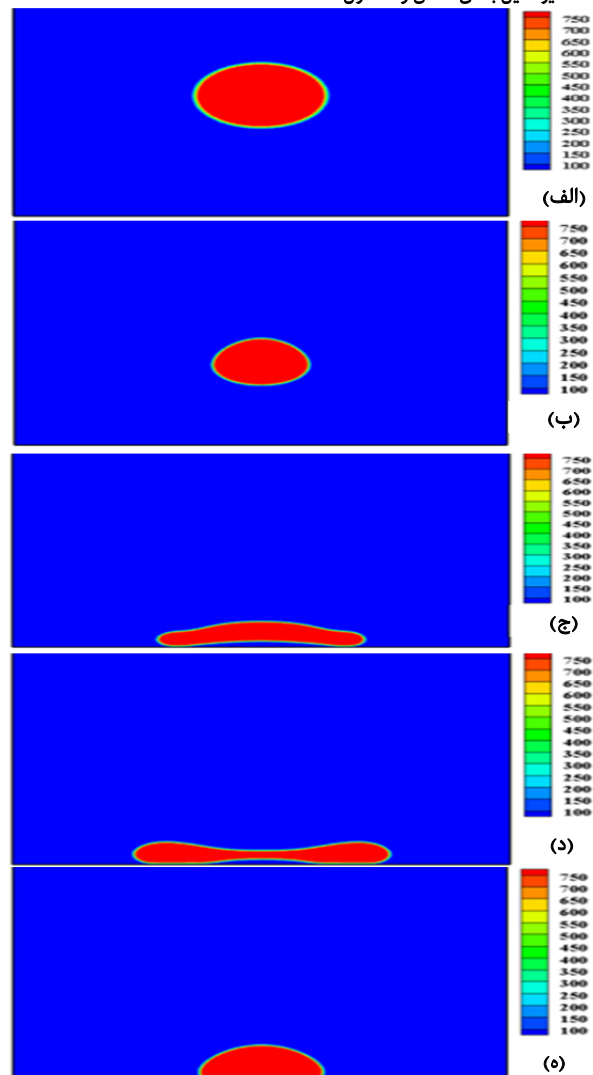


نمودار ۱ مقایسه عدد ناسلت متوسط در پژوهش حاضر و کار یوان و شافر

می‌شود و سرعت در بعضی مناطق جعلی است. نوسانات خطوط همدمای نزدیکی سطح تماس بالای قطره (شکل ۵) به علت همین جریان‌های جعلی است. با این حال، برای مقیاس‌های بزرگ یا نتایج کلی انتقال حرارت، این اثرات به دو دلیل نادیده گرفته می‌شوند. اول این که جریان‌های جعلی محدود به منطقه سطح تماس است و با فاصله گرفتن از سطح تماس دوفاز گسترش نمی‌یابد. دوم، برای  $|G_{ads}| \leq -0.35$ ، در مقایسه با سرعت جریان اصلی، مقدار سرعت جعلی به نسبت کوچک است و می‌تواند نادیده گرفته شود. همچنین با انتخاب معادله حالت مناسب می‌توان این سرعت‌های جعلی را کاهش داد و توزیع دما را دقیق‌تر به دست آورد.



شکل ۵ خطوط هم‌دما و بردار سرعت برای  $Re = 100$ ،  $Ra = 10^4$  و  $R_d = 0.14$  (الف) خطوط هم‌دما؛ (ب) بردار سرعت



شکل ۴ خطوط چگالی برای  $R_d = 0.13$ ،  $Ra = 10^5$  و  $Re = 200$  (الف، صفر=گام زمانی؛ ب) ۱۰۰=گام زمانی؛ ج) ۱۸۰=گام زمانی؛ د) ۲۵۰=گام زمانی؛ ه) ۴۵۰=گام زمانی

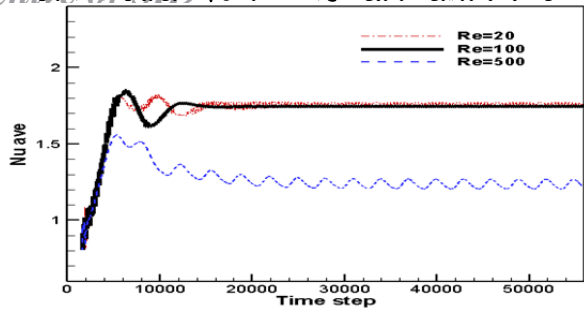
### ۵-۶- اثر تغییرات عدد رایلی

در ابتدا با ثابت نگه داشتن عدد رینولدز، اثرات تغییر عدد رایلی بررسی شد. خطوط هم‌دما برای اعداد رایلی مختلف در  $Re = 200$  تعیین شد (شکل ۶). با افزایش مقدار رایلی، گردابان دما در نزدیکی دیوار واضح‌تر می‌شود. با توجه به شکل در  $Ra = 5000$  خطوط هم‌دما خطوط مستقیمی هستند و به صورت یکنواخت توزیع شدند، در حالی که در  $Ra = 15000$  این خطوط با صعود و نزول زیادی همراه است و در نزدیک دیواره نیز این خطوط به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند. همچنین با افزایش عدد رایلی، صعود و نزول خطوط هم‌دما در داخل قطره کاهش می‌یابد و به یک حالت یکنواخت می‌رسد. توجه شود که با افزایش عدد رایلی انتقال حرارت جابه‌جایی رایلی-بنارد در کانال افزایش می‌یابد.

اعداد ناسلت متوسط، تابعی از گام زمانی برای  $Ra = 100$  و  $Re = 10^4$  به دست آمد (نمودار ۲). در هر منحنی به جای نزدیک شدن به یک مقدار ثابت، دارای نوسانات کوچک در سراسر شبیه‌سازی است. در این نمودار محدوده A نشان داده شد که این محدوده در نمودار جداگانه‌ای آورده شد (نمودار ۳). این نوسانات به صورت تناوبی هستند (نمودار ۳). این نمودار تغییرات دقیق‌تر عدد ناسلت در گام‌های زمانی بالاتر را نشان داد. عدد ناسلت متوسط را می‌توان با

### ۵-۵- قرارگیری قطره روی دیواره گرم

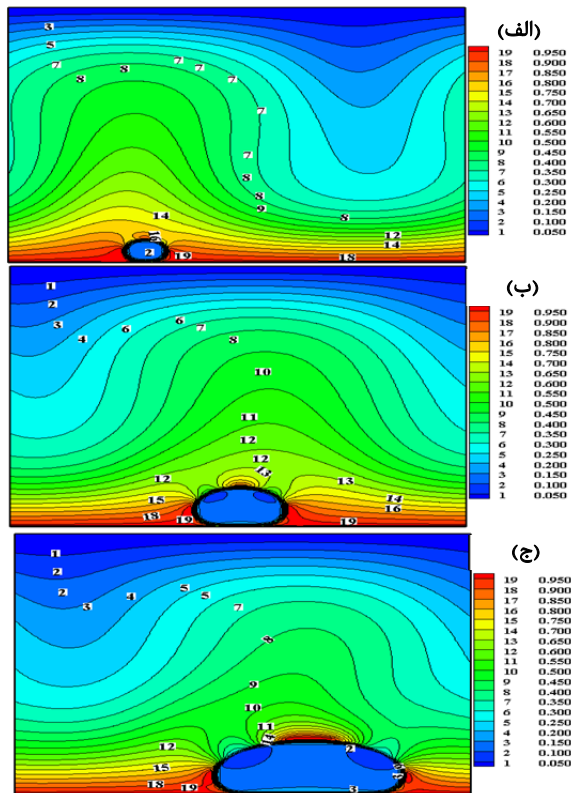
ابتدا قطره بدون این که هیچ نیرویی به آن وارد شود در مرکز محدوده قرار می‌گیرد، بعد از چند صد تکرار قطره به تعادل می‌رسد. این تعادل قطره لازم است، زیرا در غیر این صورت مساله همگرا نخواهد شد. سپس نیروی شناوری در جهت  $y$  و نیروی حجمی در جهت  $x$  اعمال می‌شود و قطره سقوط می‌کند تا به دیوار پایین برخورد کند. قدرت نیروی بین‌ذره‌ای  $G_{ads} = -0.35$  و شعاع قطره اولیه، ۲۵ در واحد شبکه است ( $R_d = 0.14$ ). ابتدا عدد رینولدز برابر ۱۰۰ در نظر گرفته شد. خطوط هم‌دما و بردارهای سرعت در صفحه  $xy$  برای  $Re = 100$  و  $R_d = 0.14$  نشان داده شد (شکل ۵). خطوط هم‌دما در فاز گاز دارای صعود و نزول است، در حالی که در فاز مایع این خطوط صاف هستند و دلیل آن این است که نیروی شناوری به واسطه اختلاف دما با نیروی شناوری به واسطه اختلاف چگالی متعادل می‌شود. توجه شود که در پژوهش حاضر فاز مایع و گاز به جز در چگالی دارای خواص مشابهی بودند. با توجه به بردارهای سرعت (شکل ۵)، جریان‌های جعلی در نزدیک سطح مشترک دو سیال دیده می‌شود. جریان‌های جعلی بر میدان دما و نتایج انتقال حرارت نیز تاثیر می‌گذارند. این امر طبیعی است، زیرا از سرعت جریان در معادله انتقال حرارت استفاده



نمودار ۴) تغییرات عدد ناسلت حجمی با زمان برای اعداد رینولدز مختلف در  $Ra = 10000$  و  $Rd = 0.14$

### ۵-۷- اثر قطر قطره

همان طور که گفته شد پارامتر  $Rd = \frac{D}{H}$  برای بی‌بعد کردن قطر قطره تعریف می‌شود که در آن  $D$  قطر قطره و  $H$  اندازه کانال در جهت  $y$  است (شکل ۱). به این منظور عدد رایلی و رینولدز ثابت در نظر گرفته و  $Rd$  تغییر داده می‌شود. خطوط هم‌دما و نحوه قرارگیری قطره روی سطح گرم برای  $Re = 100$  و  $Ra = 10^4$  در  $Rd$  های متفاوت آورده شد (شکل ۷).

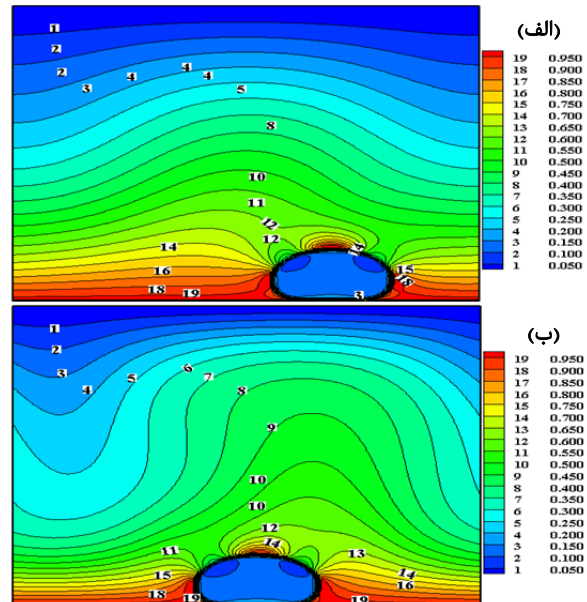


شکل ۷) خطوط هم‌دما و نحوه قرارگیری قطره روی سطح گرم برای  $Re = 100, Ra = 10^4$  در  $Rd$  های متفاوت، الف)  $Rd=0.1$  ب)  $Rd=0.125$  ج)  $Rd=0.175$

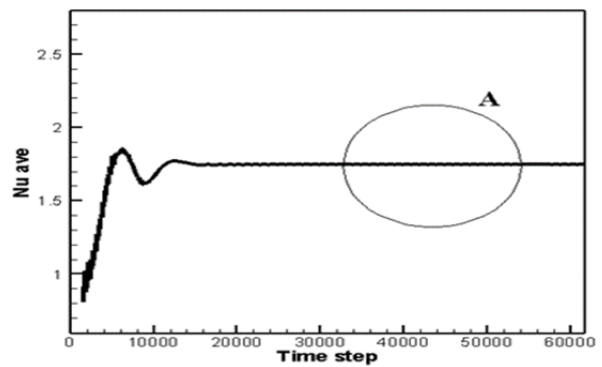
با افزایش قطر قطره به دلیل افزایش طول سطح مشترک، اثر جریان‌های جعلی در مرز دو سیال بیشتر مشاهده می‌شود، در حالی که در قطرات کوچک‌تر این اثرات ناچیز است. همچنین با تغییر شعاع زاویه، تماس قطره با سطح به دلیل تغییر خواص ترشوندگی قطره نیز تغییر می‌کند، به‌صورتی که در  $Rd = 0.1$  زاویه تماس  $\theta = 107$  است، در حالی که برای  $Rd = 0.125$  این زاویه  $\theta = 87$  است و برای  $Rd = 0.125$  زاویه برابر با  $\theta = 77$  است. با افزایش

متوسط‌گیری از کل زمان به دست آورد.

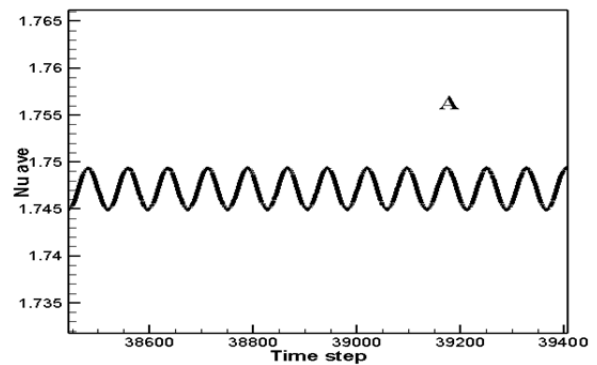
تغییرات عدد ناسلت متوسط با تغییرات زمان برای اعداد رایلی مختلف در  $Rd = 0.14$  و  $Re = 100$  رسم شد (نمودار ۴). عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی، افزایش و قدر مطلق دامنه نوسانات نمودار ناسلت متوسط بر حسب زمان نیز با افزایش رایلی کاهش می‌یابد. با توجه به این که در  $Ra = 5000$  عدد ناسلت متوسط نزدیک یک است، در این مقدار هدایت خالص مشاهده خواهد شد.



شکل ۶) خطوط هم‌دما در اعداد رایلی مختلف برای  $Re = 200$  و  $Rd = 0.14$  الف)  $Ra=5000$  ب)  $Ra=15000$



نمودار ۲) اعداد ناسلت متوسط، تابعی از گام زمانی در  $Re = 100$  و  $Ra = 10^4$



نمودار ۳) تغییرات عدد ناسلت متوسط در گام‌های زمانی بالا برای  $Ra = 10^4$  و  $Re = 100$



**تشکر و قدردانی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.  
**تاییدیه اخلاقی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.  
**تعارض منافع:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.  
**سهم نویسندگان:** امیرحسین بلندی کاشانی (نویسنده اول)، تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۴۵٪)؛ محمدحسن نوبختی (نویسنده دوم)، نگارنده مقدمه/روش شناس/پژوهشگر اصلی (۴۵٪)؛ مرتضی خیاط (نویسنده سوم)، پژوهشگر کمکی (۱۰٪)  
**منابع مالی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**۷- پی نوشت**

نوع علامت	اختصاری
	$a$ شتاب کانال (m/s <sup>2</sup> )
	$c_s$ سرعت صوت (m/s)
	$e_\alpha$ سرعت میکروسکوپی در جهت $\alpha$ (m/s)
	$F$ نیروی برهم کنش بین ذره ای (N)
	$f_\alpha$ تابع توزیع برای جریان
	$f^{eq}$ تابع توزیع تعادلی برای میدان جریان
	$G$ پارامتر قدرت بین مولکولی
	$g$ شتاب جاذبه (m/s <sup>2</sup> )
	$g_\alpha$ تابع توزیع برای میدان دما
	$g^{eq}$ تابع توزیع تعادلی برای میدان دما
	$N$ اندازه شبکه
	$Nu$ عدد ناسلت
	$R$ شعاع قطره (m)
	$Ra$ عدد رایلی
	$Re$ عدد رینولدز
	$T$ دما (K°)
	$T^*$ دمای متوسط (K°)
	$U$ بردار سرعت ماکروسکوپی (m/s)
	$u$ مولفه افقی سرعت (m/s)
	$u^{eq}$ سرعت تعادلی (m/s)
	$v$ مولفه عمودی سرعت (m/s)
	<b>یونانی</b>
	$\beta$ ضریب انبساط گرمایی (K <sup>-1</sup> )
	$\theta$ زاویه تماس
	$\kappa$ ضریب پخش گرما (m <sup>2</sup> /s)
	$\mu$ لزجت دینامیکی (N.m/s)
	$\rho$ چگالی (kg/m <sup>3</sup> )
	$T_T$ ضریب تخفیف میدان دما
	$T_V$ ضریب تخفیف میدان جریان
	$\psi$ تابع شبه پتانسیل
	$\omega_\alpha$ ضریب وزنی در جهت $\alpha$
	<b>زیر نویس ها</b>
	$Ads$ جامد- مایع
	$Ave$ متوسط

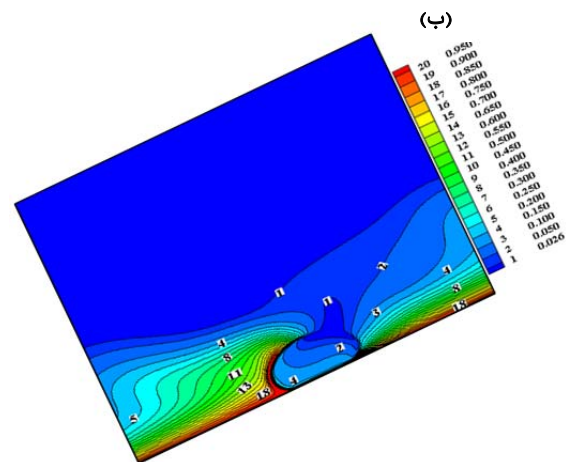
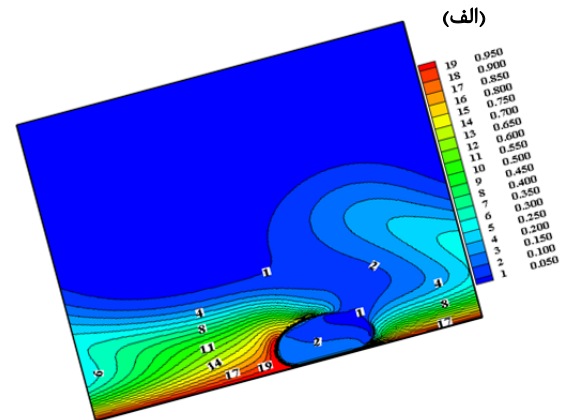
**منابع**

1- He X, Chen S, Doolen GD. A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit. *Journal of Computational Physics*. 1998;146(1):282-300.  
 2- Dewar M, Sellami N, Chen B. Dynamics of rising CO<sub>2</sub> bubble plumes in the QICS field experiment: Part 2-Modelling. *International Journal of Greenhouse Gas Control*. 2015;38:52-63.  
 3- Yuan P, Schaefer L. A thermal lattice Boltzmann two-phase flow model and its application to heat transfer problems—Part 2. Integration and validation. *Journal of Fluids Engineering*. 2006;128(1):151-156.  
 4- Chang Q, Alexander JID. Application of the lattice

شعاع قطره، زاویه تماس نیز افزایش می یابد. همچنین مشاهده شد که با کاهش شعاع قطره، خطوط هم دما دارای صعود و نزول های با شیب تندتر خواهد بود که دلیل آن نزدیک شدن مساله به حالت تک فاز و افزایش جابه جایی در جهت  $z$  خواهد بود (شکل ۷).

**۵-۸- اثر زاویه سطح**

خطوط هم دما و نحوه قرارگیری قطره روی سطح گرم برای  $Re = 100$  و  $Ra = 10^4$  در زاویه های  $\theta = 15$  و  $\theta = 30$  به دست آمد (شکل ۸). در زوایای بالاتر با زیاد شدن شیب سطح، قطره روی سطح قرار نمی گیرد و شروع به غلظش می کند. همچنین با افزایش شیب سطح، نیروی شناوری در راستای  $y$  کاهش می یابد که باعث می شود انتقال حرارت جابه جایی رایلی- بنارد کاهش یابد.



شکل ۸ خطوط هم دما و قرارگیری قطره روی سطح گرم برای  $Ra = 10^4$  و  $Re = 100$  در زاویه های متفاوت، الف)  $\theta = 15$ ، ب)  $\theta = 30$

**۶- نتیجه گیری**

در پژوهش حاضر مدل چندفازی گرمایی روش شبکه بولتزمن تشریح شد. در این مدل مکانیک سیالات با استفاده از مدل شان-چن روش شبکه بولتزمن و میدان دما با استفاده از مدل اسکالر خنثی روش شبکه بولتزمن شبیه سازی شد. با ترکیب مدل گرمایی تک فاز و چندفازی هم دمای شبکه بولتزمن، روش چندفازی گرمایی شبکه بولتزمن ارایه شد. در ادامه قرارگیری قطره روی دیواره گرم بررسی شد که به عنوان نوآوری، سقوط قطره روی دیواره گرم نیز مورد بررسی قرار گرفت. می توان نتیجه گرفت جریان های جعلی، نوسانات مصنوعی کوچک میدان سرعت هستند که ناشی از عدم بالانس بین گسسته سازی نیرو است و از دستیابی به حالت تعادلی صحیح جلوگیری می کند و روی میدان دما نیز تاثیر می گذارد.



heated surface in pool boiling. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2013;64:123-132.

10- Kamali MR, Gillissen JJJ, Van Den Akker HEAM, Sundaresan S. Lattice-Boltzmann-based two-phase thermal model for simulating phase change. Physical Review E. 2013;88(3):033302.

11- Taghilou M, Rahimian MH. Lattice Boltzmann model for thermal behavior of a droplet on the solid surface. International Journal of Thermal Sciences. 2014;86:1-11.

12- Lee T. Effects of incompressibility on the elimination of parasitic currents in the lattice Boltzmann equation method for binary fluids. Computers & Mathematics with Applications. 2009;58(5):987-994.

13- Li Q, Kang QJ, Francois MM, He YL, Luo KH. Lattice Boltzmann modeling of boiling heat transfer: The boiling curve and the effects of wettability. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2015;85:787-796.

14- Shan X, Chen H. Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components. Physical Review E. 1993;47:1815-1819.

Boltzmann method to two-phase Rayleigh-Benard convection with a deformable interface. Journal of Computational Physics. 2006;212(2):473-489.

5- Dong Z, Li W, Song Y. A numerical investigation of bubble growth on and departure from a superheated wall by lattice Boltzmann method. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2010;53(21-22):4908-4916.

6- Attar E, Körner C. Lattice Boltzmann model for thermal free surface flows with liquid-solid phase transition. International Journal of Heat and Fluid Flow. 2011;32(1):156-163.

7- Chen S, Luo KH, Zheng C. A simple enthalpy-based lattice Boltzmann scheme for complicated thermal systems. Journal of Computational Physics. 2012;231(24):8278-8294.

8- Ikeda MK. A novel multiple-phase, multi-component, thermal lattice Boltzmann model [Dissertation]. Pittsburgh: University of Pittsburgh; 2013.

9- Gong S, Cheng P. Lattice Boltzmann simulation of periodic bubble nucleation, growth and departure from a