

بررسی عددی شار حرارتی وارد بر سینی کف و بدنه موشک و پدیده جدایش جریان در اثر القای پلوم

حدیثه سلطانی¹، سجاد قاسملوی^{2*}، حمید پرهیزکار²، حمیدرضا طالش بهرامی³

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

3- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* صندوق پستی 441315875 @mut.ac.ir sghasemloo

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 28 شهریور 1396

پذیرش: 26 دی 1396

ارائه در سایت: 21 بهمن 1396

کلید واژگان:

نازل

پلوم

جدایش جریان

گرمایش سینی کف

چکیده

بازگشت پلوم خروجی در اثر انبساط ناشی از اوج گرفتن یک موشک، تداخل و برهمکنش آن با بدنه موشک و بخصوص سینی کف همواره یکی از دغدغه‌های محققین و طراحان موشک بوده است. هدف از تحقیق فعلی، بررسی پارامترهای مختلف تاثیرگذار بر فرایند بازگشت پلوم بر بدنه یک موشک فرضی است. برای این کار شار حرارتی در شش ارتفاع مختلف و در نسبت فشارهای گوناگون بررسی شده و اثر پارامترهای مختلف، نظیر شرایط پروازی مختلف، مدل‌های توربولانسی، مدل‌سازی یا عدم مدل‌سازی نازل و طول سینی کف موشک بر شار حرارتی وارد بر سینی کف و بدنه موشک بررسی شده است. در ادامه پدیده جدایش جریان در اثر القای پلوم بررسی شده است. جهت تولید شبکه و حل جریان از نرم‌افزارهای گمبیت و فلوئنت استفاده شده است. نتایج حاصل نشان داد با افزایش ارتفاع، جریان خروجی در پشت موشک به تدریج باز شده و در ارتفاعات بالا کل سینی کف را در برمی‌گیرد. همچنین نتایج نشان می‌دهد عدم مدل‌سازی جریان داخل نازل باعث انبساط سریع‌تر جریان در خروجی و کاهش شار حرارتی می‌شود. کاهش شار حرارتی در نقاط مختلف سینی کف متفاوت بوده و در نزدیکی نازل به 83 درصد در فواصل دور از نازل به صفر می‌رسد. همچنین تاثیر افزایش طول سینی کف بررسی شد و ملاحظه گردید که با افزایش طول سینی کف، گردابه‌های انتهایی جسم گسترده‌تر شده و باعث افزایش شار حرارتی می‌شود، به گونه‌ای که با دوبرابر شدن طول سینی، حداکثر شار حرارتی افزایشی 20 درصدی دارد.

Numerical investigation of imposed heat flux on the base and body of a missile and plume induced flow separation

Hadiseh Soltani¹, Sadjad Ghasemloo^{1*}, Hamid Parhizkar¹, Hamid Reza Talesh Bahrami²

1-Department of Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

2-Department of Mechanical Engineering, Iran University of science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 441315875, Tehran, Iran, sghasemloo@mut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 19 September 2017

Accepted 16 January 2018

Available Online 10 February 2018

Keywords:

Nozzle

Plume

Flow Separation

Base Heating

ABSTRACT

Plume reversion due to missile ascending and related flow expansion and its interaction with missile body especially with missile base has been an important concern of investigators and missile designers. The aim of the current is investigation of effects of different parameters on the interaction of plume and missile body. To do this, heat flux on the missile body at different conditions including different flight conditions, turbulence modeling, base length and nozzle modeling has been studied. In the following, plume induced flow separation is studied. To model flow field, Gambit 2.4.6 and Ansys Fluent 17 are used for grid generation and flow simulation respectively. The results show that with increasing in flight height, plume at the base of missile gradually expands and finally covers the base completely. As well as, it can be seen that plume expands more rapidly in the base region and reduces heat flux when the nozzle is not considered. The reduction of heat flux is different in various parts of the base, ranging from zero to a maximum of 83% in areas far away from or near the nozzle. In the end, the effect of the base length was investigated. The results showed that as the base length is increased, the vortices are further expanded and this expansion leads to increased heat flux so that when the base length is doubled, the heat flux is increased by 20% at most.

1- مقدمه

بیش از پیش اهمیت پیدا می‌کند. در واقع اهمیت این موضوع در علوم هوافضا زمانی به اوج خود رسید که بشر توانست به سرعت‌های مافوق صوت و ابرصوت دست یابد. در سرعت‌های بالا به‌علت لزجت و اصطکاک جریان بر

با پیشرفت روز افزون در طراحی وسایل پرنده و بالا رفتن سرعت پرنده‌های ساخت بشر، لزوم توجه به مباحث مربوط به انتقال حرارت این وسایل نیز

Please cite this article using:

H. Soltani, S. Ghasemloo, H. Parhizkar, H. R. Talesh Bahrami, Numerical investigation of imposed heat flux on the base and body of a missile and plume induced flow separation, Modares Mechanical Engineering, Vol. 18, No. 02, pp. 1-9, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله ذیل استفاده نمایید:

H. Soltani, S. Ghasemloo, H. Parhizkar, H. R. Talesh Bahrami, Numerical investigation of imposed heat flux on the base and body of a missile and plume induced flow separation, Modares Mechanical Engineering, Vol. 18, No. 02, pp. 1-9, 2018 (in Persian)

هندسه‌های بدنه انتهایی^۳ و بدنه جلویی^۴ مختلف در سرعت‌های مافوق صوت انجام داده‌اند. نتیجه‌گیری مهم آن‌ها این بود که در اعداد ماخ نسبتاً پایین نواحی جدایش کوچک بودند و نسبت فشار جت موردنیاز برای القای جدایش نسبتاً پایین‌تر از هنگامی است که اعداد ماخ بالاتر است. میشنکوو [8] با حل کامل معادلات ناویر - استوکس اثر پلوم را بر روی بدنه هواپیما بررسی کرده است. علی طالبی [9] اثر فروسرخ پلوم هواپیما با استفاده از تغییرات هندسی در نازل خروجی آگزوز بررسی کرد. در این راستا او میدان سیال پلوم برای دو نازل با هندسه‌های متفاوت با نرم‌افزار انسیس فلونت^۵ شبیه‌سازی کرد و تاثیر هندسه بر توزیع دمای پلوم را مشاهده کرد. او نتیجه گرفت که دما در هسته داغ پلوم برای نازل صاف بدون برش و برش دار به ترتیب حدود 900 و 840 می‌باشد و نشان داد که پلوم در حالت نازل برش دار زودتر سرد می‌شود. حسین احمدی‌کیا و شهرام طالبی [10] جریان متلاطم فراصوتی روی موشک به همراه پلوم خروجی از آن را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که عدد ماخ و فشار پلوم تاثیر زیادی در آرایش جریان پشت موشک بخصوص تشکیل و انعکاس‌های مختلف امواج فشاری و انبساطی نواحی جدایی جریان دارند. محمد فرشچی و عباسعلی گرجی [11] تحلیل‌های عددی بر روی میدان جریان در قسمت انتهایی موشک همراه با جت خروجی (پلوم) انجام دادند. ابراهیم شیرانی و شهرام طالبی [12] شبیه‌سازی عددی جریان جت مافوق صوت به کمک مدل تلاطمی کی امگا انجام دادند. آن‌ها نتیجه گرفتند که برای جت کاملاً منبسط دو مدل تفاوت چندانی باهم ندارند ولی برای جت فرومنبسط نتایج مدل کی امگا بهتر از مدل کی اسپیلون می‌باشد.

در ارتفاعات پایین جریان خارجی پس از عبور از بدنه و به محض رسیدن به سینی کف^۶ و دم موشک دچار انبساط ناگهانی شده و گرادیان فشار مثبت جریان را جدا کرده و یک گردابه^۷ در ناحیه سینی کف تشکیل می‌شود. تغییرات پی در پی در ارتفاع باعث تغییر نسبت فشار بین پلوم نازل و محیط می‌شود. زمانی که نسبت فشار افزایش می‌یابد، پلوم نازل ناحیه چرخشی را تحت فشار قرار می‌دهد و به سمت بدنه موشک هل می‌دهد. در نهایت بازشدگی پلوم منجر به ایجاد گرادیان فشار مثبت بر روی بدنه موشک شده و آن را از سطح جدا می‌کند. این پدیده به عنوان جدایش جریان در اثر پلوم شناخته می‌شود که در "شکل 2" نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود، این پدیده بسیار پیچیده می‌باشد. پلوم در خروجی نازل تحت امواج انبساط قوی منبسط می‌شود و پلوم منبسط شده در تقابل با جریان خارجی یک شوک تراکمی تشکیل می‌دهد که جزئیات آن در "شکل 2" به خوبی نمایش داده شده است. وسایل پرنده در اثر این پدیده‌ها تغییراتی را در نیروهای آیرودینامیکی، مومنوم و بار گرمایشی در ناحیه سینی کف تجربه می‌کند [13].

با بررسی تحقیقات و مقالات نوشته شده، مشاهده شد که تأثیر پلوم بر عملکرد جسم پرنده بسیار قابل توجه و نیز حائز اهمیت است. از جمله عواملی که تاثیر بسزایی در میزان شار حرارتی وارد بر سینی کف و یا بدنه خارجی موشک دارند می‌توان به مدل‌سازی یا عدم مدل‌سازی نازل، نوع مدل توربولانسی مورد استفاده و طول سینی اشاره کرد که در منابع و مقالات در دسترس نویسندگان بررسی نشده است. در این تحقیق تاثیر این عوامل بر شار حرارتی سینی کف و بدنه مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از موضوعات جدیدی که در حیطه موضوع پلوم مطرح شده است اما تحقیقات

روی جسم پرنده دمای سطح جسم به خصوص در لبه‌هایی که در معرض جریان هوا با سرعت زیاد قرار دارند (نظیر ناحیه دماغه موشک) به شدت افزایش پیدا می‌کند. عدم توجه به این موضوع باعث آسیب رسیدن به جسم پرنده و عدم تحقق مأموریت آن می‌شود. یکی از پدیده‌های مهم مرتبط با انتقال حرارت جسم پرنده، پدیده پلوم^۱ است. جریان خروجی از مجموعه خروجی موشک‌ها و هواپیماها شامل گازهای داغ (گاهی با درصد کمی ذرات جامد) و با سرعت زیاد است. این جریان که شبیه تخلیه یک جریان جت در جریانی موازی است، به اصطلاح پلوم نامیده می‌شود. تداخل جریان گازهای داغ و پرسرعت در خروجی نازل جسم پرنده با جریان آزاد باعث تغییرات اساسی در میدان جریان نزدیک به جسم پرنده و عملکرد آن خواهد شد. میدان جریان پلوم متقارن محوری خروجی یک موشک در "شکل 1" نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود جریان در این ناحیه را می‌توان به سه بخش طبقه‌بندی کرد. به‌طور عمده میدان نزدیک پلوم مکانی غیرلزج است که شامل امواج قوی بوده و فرآیند اختلاط آشفته معمولاً به لایه‌های نازک محدود می‌شوند. منطقه گذرا جایی است که لایه‌های ترکیبی سراسر پلوم را فرا گرفته‌اند و قدرت امواج به‌علت اتلاف (کاهش) آشفته‌گی کاهش می‌یابد. میدان دور از پلوم کاملاً لزج ناحیه‌ای است که فرآیندهای موج کاملاً مستهلک می‌شود (کاهش می‌یابد) و یک ناحیه فشار ثابت با اختلاط آشفته‌گی غالب می‌شود. برای تجزیه و تحلیل فعل و انفعالات بین پلوم و بدنه، تنها ساختار میدان نزدیک پلوم مورد توجه قرار می‌گیرد زیرا ناحیه دور از ساختار پلوم تأثیر ناچیزی بر روی بدنه موشک دارد [1].

تحقیقات اولیه در بررسی جریان پلوم شامل روش‌های تجربی و تحلیلی بوده‌اند. به علت پیچیدگی جریان پلوم روش‌های تجربی اهمیت خاصی در بررسی پلوم دارند. نخستین بار آلپینیری و همکارانش [2] مسئله اثر پلوم بر جدایی جریان روی بدنه را مطرح کردند. کینبرگ و همکاران [3] این مسئله را با یک روش انتگرالی حل کرده‌اند. آن‌ها میدان نزدیک جت را با جریان لایه مرزی روی بدنه مرتبط کرده و از یک مدل ساده جبری برای شبیه‌سازی آشفته‌گی استفاده کرده‌اند. نتایج آن‌ها نشان داده است که با افزایش ارتفاع پرواز (افزایش نسبت فشار میان خروجی نازل و میدان جریان دور دست) محل جدایی جریان روی بدنه به سمت جلوی وسیله منتقل می‌شود. کان و همکاران [4] در تحقیقات خود نشان داده‌اند که با افزایش ارتفاع پرواز، شکل پلوم بازر (پهن‌تر) می‌شود و کاهش ارتفاع و کاهش عدد ماخ حالت خمیدگی پلوم را کمتر می‌کند. هم‌چنین با افزایش ارتفاع پرواز، کاهش عدد ماخ پرواز و کم شدن نسبت گرمای ویژه گاز، جدایی جریان روی بدنه موشک در اثر بازشدگی پلوم زودتر اتفاق می‌افتد (یعنی نقطه جدایی به قسمت سر وسیله نزدیک‌تر می‌شود). مک گی و همکاران [5-7] آزمایشاتی روی اثرات جدایش جریان القا شده توسط جت پلوم^۲ روی چندین جسم متقارن محوری با

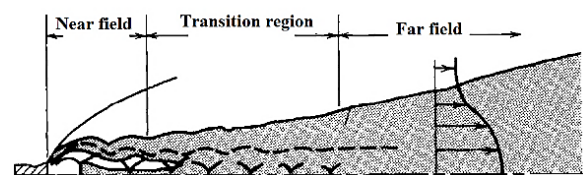


Fig. 1 A section of plume flow field of a racket at low altitudes [1]

شکل 1 یک مقطع از میدان جریان پلوم خروجی از راکت در ارتفاعات پایین [1]

³ After body

⁴ Forbody

⁵ Ansys Fluent

⁶ Base

⁷ Vortex

¹ Plume

² Pifs (plume induced flow stream)

$$\mu_t = c_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

که ضرایب به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} c_\mu &= 0.09 & c_{\varepsilon 1} &= 1.44 & c_{\varepsilon 2} &= 1.92 \\ \sigma_k &= 1.0 & \sigma_\varepsilon &= 1.3 & \sigma_c &= 0.9 \end{aligned} \quad (10)$$

شار حرارتی (q_k) برابر است با:

$$q_k = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_k} \quad (11)$$

که λ برابر با ضریب گرمایش رسانشی می باشد.

3- تعریف مسئله و روش حل

به منظور مطالعه اثرات پلوم روی سینی کف و بدنه موشک، یک مدل از انتهای یک موشک نمونه به همراه یک نازل همگرا - واگرا استفاده شده است. "شکل 3" یک نمای شماتیک از مسئله را نشان می دهد. همان طور که در "شکل 3" مشاهده می شود، موشک نمونه شامل قسمت سینی کف و بدنه و یک نازل همگرا - واگرا می باشد. جدول 1 مشخصات هندسی مسئله مورد نظر را ارائه می دهد.

برای تولید شبکه در این تحقیق، از نرم افزار گمبیت نسخه 2.4.6 و برای مطالعه جریان نیز از نرم افزار انسیس فلونت نسخه 17 استفاده شده است. دامنه جریان شامل یک محفظه احتراق با طول و قطر مشخص است که مقدار فشار و دمای احتراق به عنوان ورودی آن اعمال می شود. شرایط مرزی ورودی در این مسئله برای دمای محفظه احتراق، 3000 کلوین است. برای شرط مرزی ورودی از شرط مرزی دی جرمی ورودی² استفاده شده است و دی جرمی ورودی 100 کیلوگرم بر ثانیه است و برای شرایط مرزی دور میدان نیز از شرط مرزی فشار دور دست³ استفاده شده است. شرایط مرزی دور دست نیز با توجه به مسیر پروازی یا شرایط پروازی در ارتفاعات مختلف تنظیم می شود. همچنین بدنه موشک و نازل و سینی کف از نوع دیواره⁴ می باشد. مسئله به صورت متقارن محوری بوده و نیز از شرط مرزی تقارن⁵ برای قسمت پایین دامنه حل استفاده شده است که شرایط مرزی در جدول 2 بیان شده است. فرضیاتی جهت حل عددی مسئله در نظر گرفته شده است که شامل

جدول 1 مشخصات هندسی مسئله مورد بررسی

Table 1 Geometric Properties of the Problem

مشخصات هندسی مسئله مورد بررسی	
0.062047	طول نازل همگرا - واگرا
0.026284	ارتفاع نازل همگرا - واگرا
0.031750	ارتفاع سینی کف موشک
0.095250	طول بدنه موشک

جدول 2 شرایط مرزی مسئله

Table 2 Problem solving conditions

نام شرط مرزی	نوع شرط مرزی
نازل	دیواره
موشک	دیواره
سینی کف	دیواره
ورودی محفظه احتراق	دی جرمی ورودی
محور تقارن	تقارن
دور دست	فشار دور دست

² Mass Flow Inlet

³ Far Field

⁴ wall

⁵ Axis

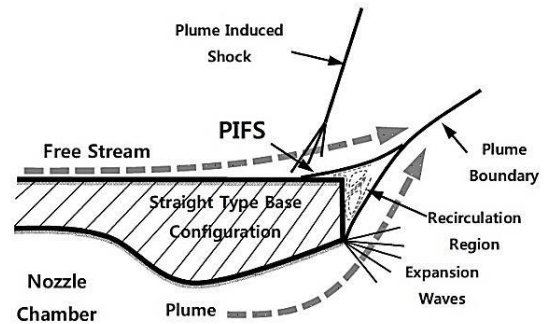


Fig. 2 Phenomena related to plume and far field interaction [13]

شکل 2 پدیده های مرتبط با تقابل جریان پلوم و محیط اطراف [13]

کمی بر روی آن ها صورت گرفته، بررسی اثر جریان جدا شده در اثر القای پلوم بر روی شار حرارتی سینی کف و بدنه یک موشک می باشد. بنابراین در این مطالعه به صورت دقیق تری بر روی این موضوع تمرکز شده است. لازم به ذکر است که جهت انجام این مطالعه از نرم افزارهای تجاری گمبیت¹ و انسیس فلونت برای تولید شبکه و شبیه سازی جریان استفاده شده است.

2- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان آشفته تراکم پذیر به صورت زیر می باشد [14]. معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k) = 0, \quad k = 1, 2, 3 \quad (1)$$

معادله مومنوم:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_i u_k) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial (\tau_{ik})}{\partial x_k}, \quad i, k = 1, 2, 3 \quad (2)$$

معادله انرژی:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k H) = - \frac{\partial}{\partial x_k} (u_j \tau_{jk}) + \frac{\partial q_k}{\partial x_k}, \quad j, k = 1, 2, 3 \quad (3)$$

معادله جنبشی توربولانسی (k)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k k) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\left(\frac{\mu_l}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) + s_k \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\left(\frac{\mu_l}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + s_\varepsilon \quad (5)$$

که ρ, μ, p, H, E, u_i به ترتیب آنتالپی کل، انرژی کل، فشار، سرعت و چگالی می باشد. لزجت کل برابر $\mu = \mu_t + \mu_l$ می باشد که μ_t به ترتیب ادی لزجت آرام و آشفته و Pr عدد پرانتل می باشد. s_k و s_ε که ترم های چشمه هستند به صورت زیر تعریف می شوند.

$$s_k = \tau_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \rho \varepsilon \quad \text{و} \quad s_\varepsilon = c_{\varepsilon 1} \tau_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - c_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

که تنش برشی آشفته برابر است با:

$$\tau_{ik} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

μ_l ادی لزجت آرام می باشد که از قانون ساترلند به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\mu_l = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \left(\frac{T_{ref} + S}{T + S} \right) \quad (8)$$

μ_t ادی لزجت آشفته می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

¹ Gambit

مرزی باسازمان استفاده شده است. همچنین برای بررسی دقیق تر جریان پلوم، گردابه‌های شکل گرفته و شوک‌های مربوطه، از شبکه ریزتری بر روی مرز تقارن در نزدیکی بدنه و ناحیه پشت استفاده شده است.

3-2- استقلال از شبکه

به منظور بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی از چهار شبکه متفاوت استفاده شده است. لازم به ذکر است که شبکه‌ها به صورت یکنواخت و با یک نسبت در تمامی دامنه ریز یا درشت شده‌اند. پارامتری که استقلال حل با آن قضاوت شده است، شار حرارتی بر روی بدنه بوده است. در "شکل 5" نتایج این چهار شبکه با هم مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود که روند تغییرات به این صورت است که با افزایش تعداد سلول‌ها متوسط شار حرارتی کاهش پیدا می‌کند اما شار حرارتی در شبکه با تعداد سلول 371242 تفاوت چندانی با شبکه با تعداد سلول 210325 ندارد. بنابراین در این مطالعه از شبکه با تعداد سلول 210325 استفاده خواهد شد. با توجه به این که در این مطالعه از مدل توربولانسی کی امگا اس تی استفاده شده است، وای پلاس در این مطالعه بر روی دیواره در حدود 1 حفظ شده است [15].

4- اعتبارسنجی

برای بررسی اعتبار روش حل انجام شده در این تحقیق، از نتایج منتشر شده کی و همکاران استفاده شده است [13]. این مقاله به بررسی پدیده جدایش جریان در اثر القای پلوم و گرمایش آیرودینامیکی در شش ارتفاع مختلف و در نسبت فشارهای گوناگون پرداخته است. بدنه پرنده مورد بررسی در آن تحقیق به صورت استوانه ای با دماغه مخروطی 15 درجه به همراه یک نازل همگرا واگرا است. جزئیات نازل در مرجع [13] بیان نشده به همین دلیل برای انجام اعتبارسنجی از اثرات نازل صرف نظر شده است. در این تحقیق شار حرارتی روی سینی کف برای نسبت فشار بین پلوم و جریان، 516 و ارتفاع 40 کیلومتری نسبت به مقاله مرجع [13] اعتبارسنجی شده و

دوبعدی بودن هندسه و حل متقارن محوری و عددی است. همچنین جریان هوا گاز کامل و ایده‌آل است و لزجت و ضریب هدایت حرارتی و ظرفیت حرارتی همگی ثابت فرض شده است. لازم به ذکر است که جریان گاز مغشوش و فرمولاسیون به صورت ضمنی در نظر گرفته شده است. این نکته حائز اهمیت است که از روش حل بر پایه دانسیته استفاده شده است. علت استفاده از این روش حل، تراکم‌پذیر بودن جریان و به وجود آمدن شرایط فیزیکی مانند شوک و انتشار امواج می‌باشد که دانسیته در حلقه اصلی و فشار از معادله حالت به دست می‌آید. در این تحقیق از مدل کی امگا اس تی¹ برای شبیه سازی اثرات آشفتنگی استفاده شده است. لازم به ذکر است که انتخاب دقت روش حل مهم می‌باشد. برای همگرایی لازم است تا از گزینه دبل پریسیشن² در نرم‌افزار فلونت استفاده کرد. همچنین برای افزایش سرعت همگرایی پس از اطمینان از روند همگرایی مسئله عدد کورانت را به تدریج افزایش می‌دهیم تا زمان کمتری برای همگرایی مسئله صرف شود. برای حل معادلات جریان از روش گسسته سازی حجم محدود استفاده شده است. همچنین از مرتبه دوم تفکیک ترم جابجایی در معادلات ناویراستوکس به دلیل دقت بیشتر نسبت به روش مرتبه اول استفاده شده است. لازم به ذکر است که کی و همکاران [13] نیز از این مدل جهت بررسی پلوم استفاده کرده اند. در تحقیق حاضر اثرات مدل‌های مختلف اغتشاشی بر روی نتایج بررسی شده است. شرایط پروازی مورد استفاده در این مطالعه در جدول 3 ذکر شده است.

با توجه به جدول 3 که بیانگر تغییر عدد ماخ بر حسب ارتفاع و به عبارتی دیگر معرف مسیر پروازی می باشد، مقادیر فشار و دما در نقاط ذکر شده در جدول فوق از جداول اتمسفر استاندارد استخراج شده و در نرم‌افزار فلونت تنظیم می شود. لازم به ذکر است که مقدار انتقال گرمای تشعشعی در سینی کف بستگی به نوع و عملکرد موتور موشک دارد و به طور نسبی مقدار شار حرارتی جابجایی در مقابل مقدار شار حرارتی تشعشعی آنقدر قابل توجه است که معمولاً در مطالعه پلوم موشک از مدل سازی پدیده‌های تشعشعی - با توجه به پیچیدگی‌های آن صرف نظر می شود [13].

3-1- تولید شبکه

در "شکل‌های 3، 4" نمای کلی از میدان محاسباتی به همراه شبکه تولید شده نشان داده شده است که ناحیه سینی کف و بدنه موشک در "شکل 3" نشان داده شده است. در این مسئله از شبکه بی‌سازمان در همه بخش‌های دامنه به غیر از نزدیکی دیواره استفاده شده است. برای بررسی دقیق تر جریان و استخراج لایه‌های مرزی حرارتی و جریان، در نزدیکی دیواره از شبکه لایه

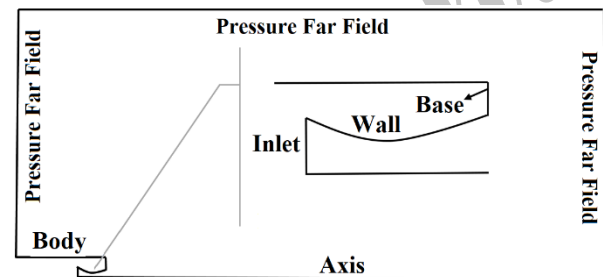


Fig. 3 Schematic of the problem

شکل 3 نمای شماتیک از مسئله

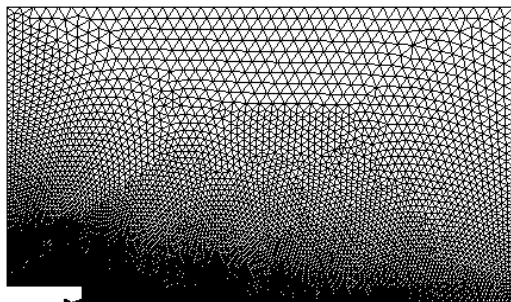


Fig. 4 An overview of the generated mesh

شکل 4 نمایی از شبکه تولید شده

جدول 3 مسیر پروازی و شرایط جریان در ارتفاعات مختلف پروازی موشک

Table 3 Flight trajectory and flow conditions in different rocket flight altitudes

ارتفاع	فشار	عدد ماخ	دما
h (km)	P(Pa)	M	T(K)
2	79385	0.4	275
5	53925	0.9	255
6.9	38459	1.2	240
14	14701	2	216
23	3354.53	3	219
33	664	4	230
48	104	5	270
56.5	34	6	256
64	12	7	236

¹ SST k- ω

² Double precision

مسیر ارائه شده در جدول 1 محاسبه شده و نتایج به صورت نمودار و کانتور ارائه شده است. اثرات پارامترهای مختلف نظیر مدل سازی یا عدم مدل سازی نازل و نوع مدل توربولانسی مورد استفاده بر روی نتایج نیز بررسی شده است.

5-1- رفتار پلوم در شرایط مختلف پروازی

کانتورهای سرعت در شرایط مختلف در "شکل 7" نمایش داده شده است. در ارتفاعات پایین زمانی که جریان در سرعت های مافوق صوت از نازل خارج می شود، فشار اتمسفر بالاتر از فشار خروجی پلوم می باشد. در این حالت که فرا منبسط¹ نامیده می شود، الگوی صاف حلقوی از جریان با فاصله از یکدیگر در مجموعه خروجی موتور تشکیل می شود که به عنوان الماس های ضربه ای یا دیسک های ماخ² نیز شناخته می شوند [1]. در این وضعیت جریان پلوم در مواجهه با محیط پی در پی دچار انبساط و تراکم می شود. این حالت در ارتفاع های 2 و 5 کیلومتری در این تحقیق دیده می شود. هر چقدر ارتفاع افزایش می یابد، شکل پلوم بیشتر شبیه به مخروط ناقص می شود و قطر و طول پلوم افزایش می یابد. هسته ی پلوم از خروجی نازل با سرعت مافوق صوت خارج شده و با یک شوک ضربه ای متراکم و مایل که معروف به موج بارل³ است، به جریان خارجی می پیوندد. پس از آن بخش مرکزی پلوم وارد ماخ دیسک می شود که یک موج ضربه ای متراکم قائم قوی است. این پدیده بخوبی در "شکل 7" قابل مشاهده است.

خطوط جریان در منطقه سینی کف و خروجی موشک در شرایط مختلف در "شکل 8" ارائه شده است. ملاحظه می شود که در ارتفاعات پایین جریان خارجی پس از عبور از بدنه و به محض رسیدن به سینی کف و دم موشک دچار انبساط ناگهانی شده و گردایان فشار مثبت جریان را جدا کرده و یک گردابه در ناحیه سینی کف تشکیل می شود. زمانی که ارتفاع افزایش می یابد، با باز شدن پلوم اندازه ناحیه و منطقه چرخشی کاهش می یابد و موقعیت این منطقه روی سینی کف حرکت می کند و به طرف نقطه ای روی لبه خارجی سینی پیش می رود. بدین ترتیب ناحیه چرخشی با افزایش ارتفاع مرتباً کاهش یافته تا اینکه در ارتفاعات بسیار بالا کاملاً محو می شود.

5-2- شار حرارتی وارد بر سینی کف

یکی از اثرات پلوم بر روی موشک، افزایش دمای آن در قسمت سینی کف و بدنه آن در ناحیه انتهایی می باشد. در ناحیه انتهایی موشک تجهیزات حساسی مثل عملگرها قرار دارند که خود باعث می شود بحث انتقال حرارت حائز اهمیت شود. در این مطالعه شار حرارتی در شرایط پروازی متفاوت بر روی بدنه و سینی کف محاسبه شده و نتایج آن در "شکل های 9 و 10" نشان داده شده است. در "شکل 9" مشاهده می شود که شار حرارتی روی بدنه موشک از ارتفاع 2 تا 23 کیلومتری افزایش می یابد و سپس از ارتفاع 23 تا 64 کیلومتری کاهش می یابد. همان طور که در "شکل 10" مشاهده می شود، حداکثر شار حرارتی بالاتر از 1300 کیلو وات بر متر مربع در مناطقی شامل خروجی نازل اتفاق می افتد (جایی که انبساط یا گسترش سریع پلوم بعد از خروجی نازل اتفاق می افتد). مطابق "شکل 10" ملاحظه می شود که تغییرات شار حرارتی از ارتفاع 2 تا 64 کیلومتری به صورت منحنی وار و منظم نسبت به یکدیگر تغییر می کنند. با افزایش ارتفاع در همان شرایط، متوسط شار حرارتی از طریق کاهش سریع چگالی جریان آزاد، کاهش می یابد.

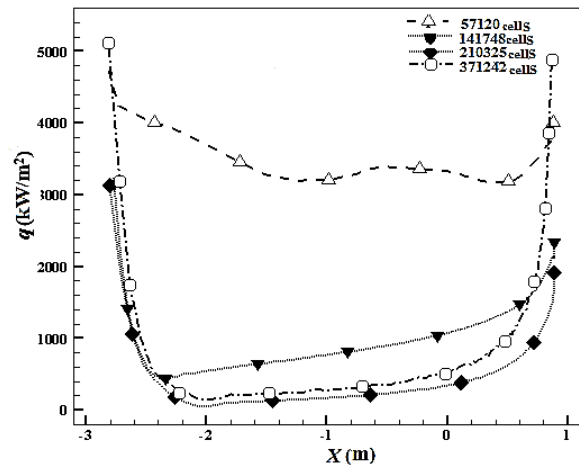


Fig. 5 Plot of mesh sensitivity with respect to heat flux at base region
شکل 5 نمودار حساسیت شبکه نسبت به تغییرات شار حرارتی روی بدنه موشک

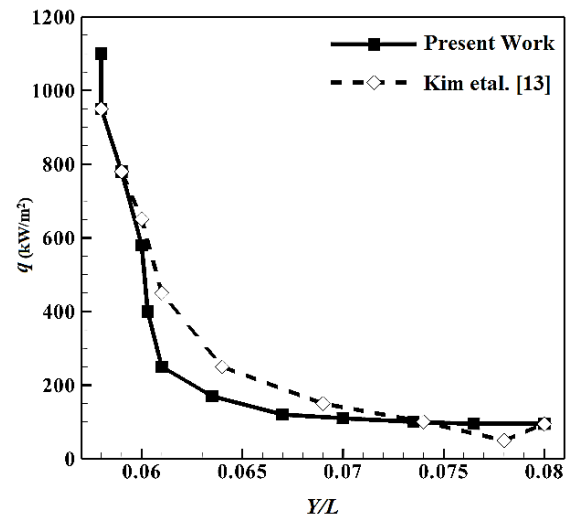


Fig.6 Comparison of the current study and Kim et al. [13] result
شکل 6 مقایسه نتایج این تحقیق با کار کیم و همکاران [13]

مقایسه نتایج در "شکل 6" ارائه شده است. اختلاف بین نتایج تحقیق حاضر و مرجع [13] به خاطر عدم مدل سازی نازل است. با محاسبه میزان دقت "شکل 6" که شامل دو نمودار شار حرارتی روی سینی کف حاصل از این پژوهش و مقاله کیم می باشد، میزان دقت در حل عددی حاضر بین 0 تا 50 درصد می باشد. همان طور که در "شکل 6" مشاهده می شود، بین نتایج پژوهش حاضر با نتایج مقاله کیم تفاوت بسیاری وجود دارد. علت این اختلاف این است که به دلیل عدم ارائه جزئیات نازل در مقاله ی کیم جزئیات نازل مدل سازی نشده است. بنابراین نتایج پژوهش با مقاله کیم که نازل در آن مدل سازی نشده است، تفاوت دارد. ملاحظه می شود که در حالت بدون مدل سازی نازل، جریان بلافاصله با خروج از نازل منبسط شده و سینی کف را در برمی گیرد که می تواند موجب ماکزیمم شدن شار حرارتی شود. در حالی که با در نظر گرفتن نازل جریان با زاویه ای مماس بر خروجی نازل وارد محیط شده و شکل کاملاً منظمی با توجه به زاویه ی خروجی نازل به خود می گیرد. همین مسئله منجر به تغییرات چشم گیر شار حرارتی در طول سینی کف می شود.

5- نتایج و بحث

در این مطالعه تغییرات شار حرارتی روی سینی کف و بدنه موشک با توجه به

¹ Overexpand
² Mach disks
³ Barrel

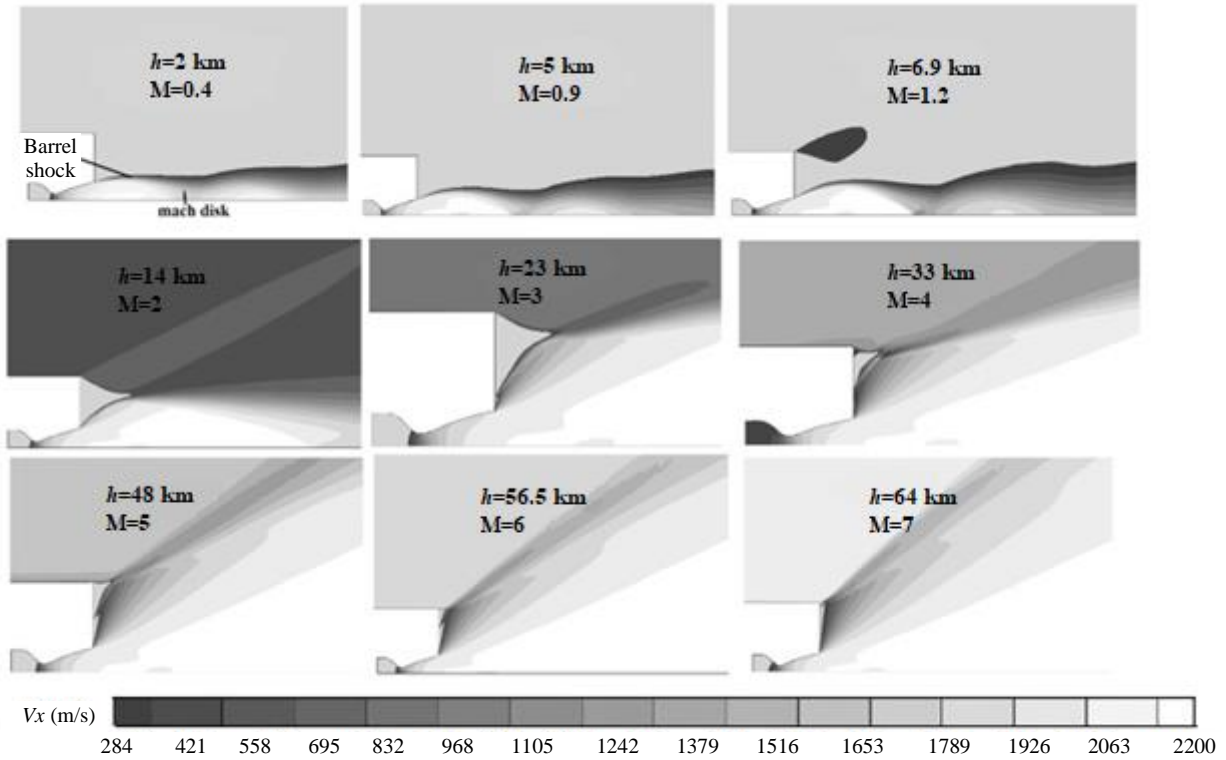


Fig. 7 Velocity contours in the missile exit at different Mach numbers (m/s)

شکل 7 کانتورهای سرعت در خروجی موشک در اعداد ماخ متفاوت

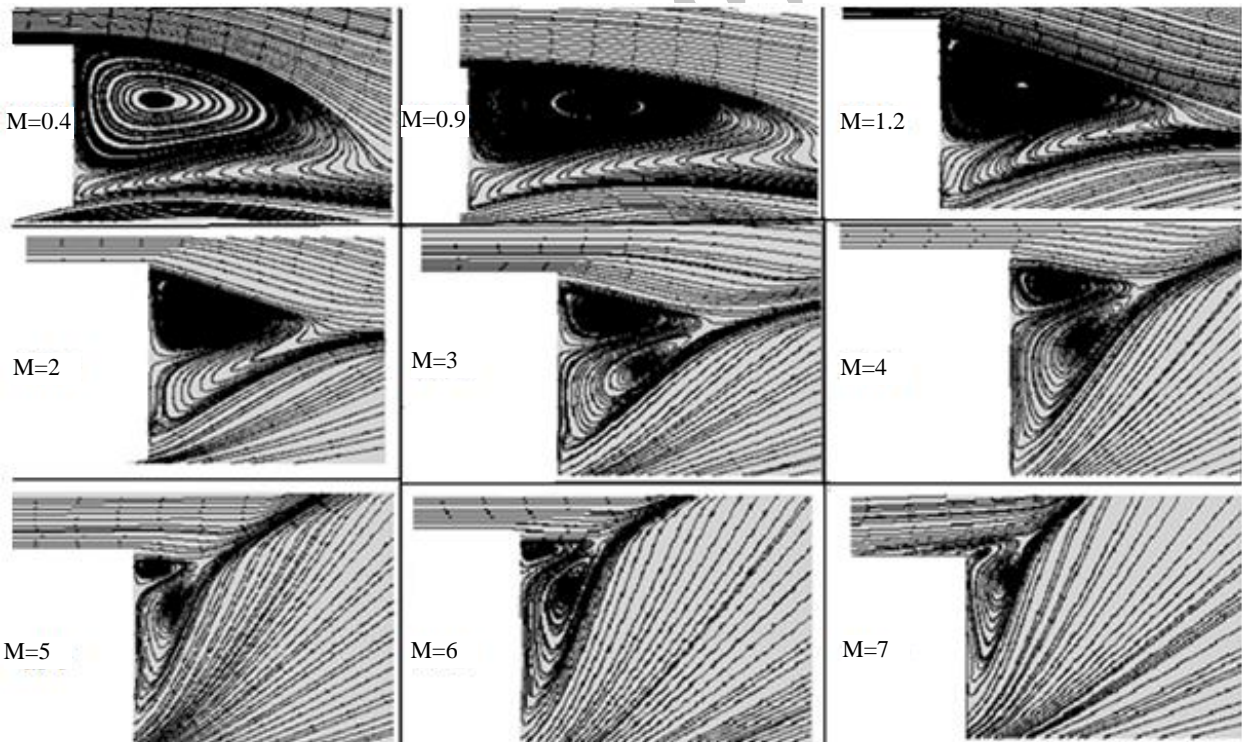


Fig. 8 Stream lines at different Mach numbers

شکل 8 خطوط جریان در اعداد ماخ متفاوت

است. بخصوص این که در نازل هر سه شرایط زیر صوت، گذر صوت و فراصوت وجود دارد. از این رو گاهی در مسائل مهندسی این گونه هندسه‌ها بدون نازل حل می‌شود. در این بخش اثر مدل سازی نازل بر میدان جریان و شار حرارتی

6- اثر مدل سازی یا عدم مدل سازی نازل بر روی انتقال حرارت سینی کف
حل جریان درون نازل به همراه حل سایر قسمت‌های میدان مسئله ای دشوار

از نازل منبسط شده یعنی فرآیند انبساط سریع تر اتفاق می‌افتد و مسیر معینی را طی می‌کند. در حالی که با در نظر گرفتن نازل جریان با زاویه‌ای مماس بر خروجی نازل وارد محیط شده و شکل کاملاً منظمی با توجه به زاویه‌ی خروجی نازل به خود می‌گیرد و سپس فرآیند انبساط رخ می‌دهد و جریان به سینی کف برخورد می‌کند و باعث افزایش دما و شار حرارتی در طول سینی کف نسبت به حالت بدون نازل می‌شود. همین مسئله منجر به تغییرات چشم‌گیر شارحرارتی در طول سینی کف می‌شود. "شکل‌های 12 و 13" تفاوت شارحرارتی در طول سینی کف و بدنه در دو حالت با و بدون حل جریان داخلی نازل و در شرایط جریان خارجی با عدد ماخ 5 را نشان می‌دهد. همچنین مطابق "شکل 13" ملاحظه می‌شود که عدم مدل‌سازی نازل تاثیر چندانی بر روی شار حرارتی وارد بر بدنه‌ی موشک در این ارتفاع ندارد.

7- اثر مدل توربولانسی بر شار حرارتی روی سینی کف

یکی از عواملی که تاثیر بسزایی در بررسی عددی جریان‌های آشفته دارد، نوع مدل آشفتگی مورد استفاده می‌باشد. در این مطالعه تاثیر سه مدل

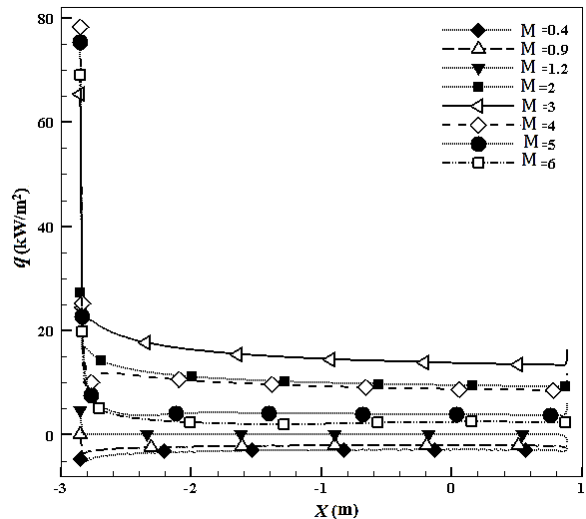


Fig. 9 Heat flux variations of missile body at different Mach numbers
شکل 9 تغییرات شار حرارتی در طول بدنه موشک در اعداد ماخ متفاوت

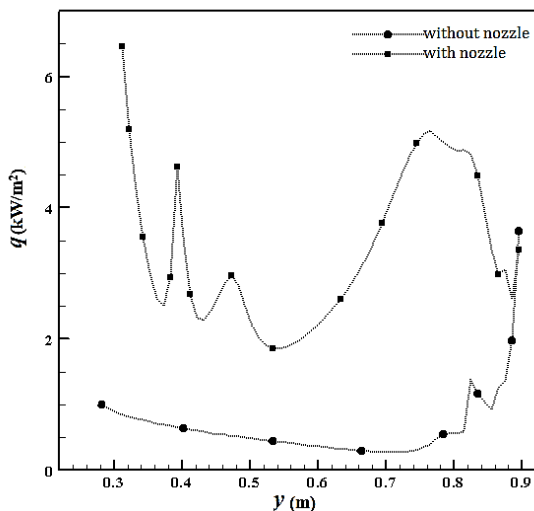


Fig. 12 Comparison of basal heat flux variations with/without nozzle modeling

شکل 12 مقایسه تغییرات شار حرارتی بر روی سینی کف با و بدون مدل‌سازی نازل

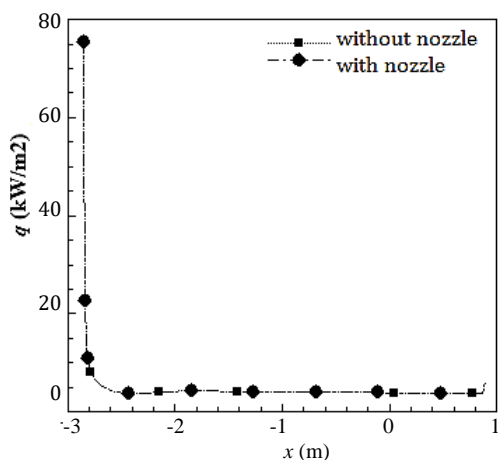


Fig. 13 Comparison of missile heat flux variations with/without nozzle modeling

شکل 13 مقایسه تغییرات شار حرارتی در طول بدنه موشک در حالات بدون مدل‌سازی نازل و با مدل‌سازی نازل

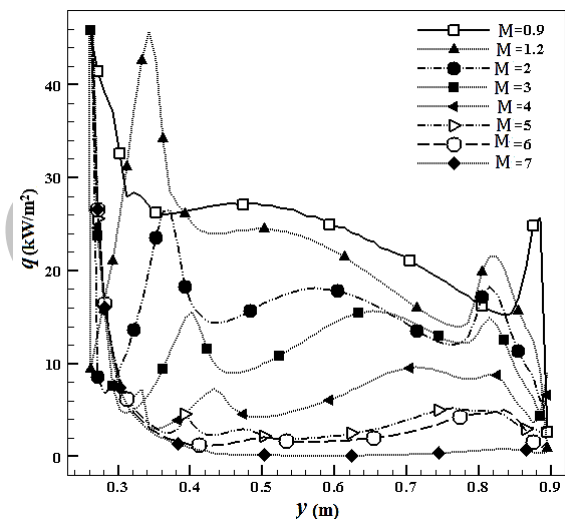


Fig. 10 Heat flux variations of missile base at different Mach numbers
شکل 10 تغییرات شار حرارتی در طول سینی کف در اعداد ماخ متفاوت

وارد شده بر روی سینی کف مدل می‌شود. "شکل 11" کانتور سرعت میدان مدل‌سازی شده بدون در نظر گرفتن نازل را نشان می‌دهد.

از مقایسه "شکل 11" با کانتور سرعت نشان داده شده در "شکل 7" ملاحظه می‌شود که در حالت بدون مدل‌سازی نازل، جریان بلافاصله با خروج

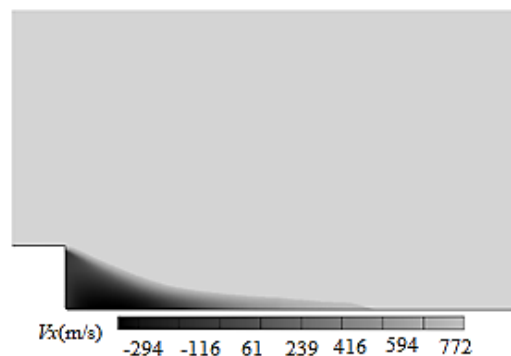


Fig. 11 Contour of velocity when the nozzle is not modelled

شکل 11 کانتور سرعت زمانی که نازل مدل نشده است

جدول 4 طول سینی کف در سه حالت

Table 4 Base length in three moods

طول	L_1	L_2	L_3
متر	0.7	0.9	1.1

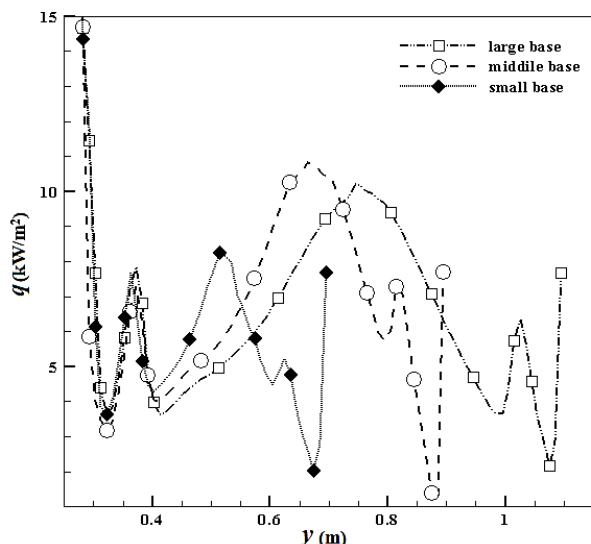


Fig. 15 Comparison of heat flux in three different lengths of the base in Mach number 5

شکل 15 مقایسه شار حرارتی در سه طول متفاوت سینی کف در عدد ماخ 5

جدول 5 متوسط شار حرارتی در سه طول متفاوت سینی کف

Table 5 average heat flux in three base length

طول (متر)	$L_1 = 0.7$	$L_2 = 0.9$	$L_3 = 1.1$
شار حرارتی (کیلووات بر مترمربع)	12748.19	10548.57	8508.545

سریعتر طول سینی کف را فرا می‌گیرد و پلوم بازتر می‌شود و جریان گسترده تری به سینی کف برخورد می‌کند و شار حرارتی افزایش می‌یابد.

9- نتیجه‌گیری

بازگشت پلوم خروجی در اثر انبساط ناشی از اوج گرفتن یک موشک، تداخل و برهمکنش آن با بدنه موشک و بخصوص سینی کف همواره یکی از دغدغه اصلی محققین و بخصوص طراحان موشک بوده است. هدف از تحقیق فعلی، بررسی پارامترهای مختلف تاثیرگذار بر فرایند بازگشت پلوم بر بدنه یک موشک فرضی است. برای این کار شار حرارتی در شش ارتفاع مختلف و در نسبت فشارهای گوناگون بر روی یک موشک فرضی بررسی شده و اثر پارامترهای مختلف، نظیر شرایط پروازی مختلف، انواع مدل‌های توربولانسی، مدل‌سازی یا عدم مدل‌سازی نازل و طول سینی کف موشک بر شار حرارتی وارد بر سینی کف و بدنه موشک بررسی شده است. از جمله نوآوری‌هایی که در این پژوهش در زمینه جریان پلوم صورت گرفته است، تغییر همزمان ارتفاع و عدد ماخ می‌باشد. مدل‌سازی نازل یکی از پارامترهایی است که تاثیر به‌سزایی در مقدار شار حرارتی بر روی سینی کف دارد و طی بررسی‌های انجام گرفته مشخص شد تاکنون هیچ مطالعه‌ای در زمینه تاثیر عدم مدل‌سازی آن صورت نگرفته است. حرارت دیدن بیش از حد سطح موشک بخصوص در انتهای آن که مکانیزم‌هایی چون عملگرها تعبیه شده‌اند، باعث تغییر مسیر پروازی و عدم پایداری موشک می‌شود. به همین دلیل بررسی پارامتر شار حرارتی در ارتفاعات مختلف و به عبارتی در طی مسیر پروازی جهت طراحی

توربولانسی اسپالارت آلمارس¹، کی اسپیلون² و کی امگا بر شار حرارتی وارد بر سینی کف در عدد ماخ 3 مورد بررسی قرار گرفته شده است. همان‌طور که در "شکل 14" دیده می‌شود، مدل آشفتگی کی اسپیلون بیشترین شار حرارتی و تغییرات شار حرارتی در مدل کی امگا اس تی بین دو مدل دیگر می‌باشد. لازم به ذکر است که مدل توربولانسی کی امگا اس تی، مدل کی امگا را در ناحیه لایه مرزی و مدل کی اسپیلون را در منطقه بیرونی و جریان برشی آزاد به کار می‌گیرد. در این مطالعه از مدل کی امگا اس تی استفاده شده است زیرا نتایج خوبی را در پارامترهای محاسبه پلوم منبسط شده نظیر لایه اختلاط و جریان اطراف جت نشان می‌دهد [16]. همچنین مقالات بسیاری [16-20] جهت بررسی پدیده پلوم و شار حرارتی بر روی سینی کف از این مدل استفاده کرده‌اند. بنابراین این مدل قابل اعتمادتر است. همچنین لازم به ذکر است که در عدد ماخ 2 و 5 این سه مدل آشفتگی بررسی شده است و نتایج آن همانند عدد ماخ 3 می‌باشد. بنابراین مدل کی امگا اس تی را می‌توان برای تمامی اعداد ماخ تعمیم داد.

8- اثر هندسه موشک بر پلوم خروجی از موشک

یکی از عواملی که تاثیر به‌سزایی در شار حرارتی در طول سینی کف موشک دارد طول سینی کف می‌باشد. بدین دلیل از سه طول متفاوت برای مقایسه شار حرارتی استفاده شده است. به‌منظور بررسی شار حرارتی، در عدد ماخ 5 پایین به دلیل این که شعله باز نشده است، طول سینی کف تاثیر روی شار حرارتی ندارد. به همین دلیل مطالعه در این بخش در عدد ماخ 5 انجام شده است. طول‌های انتخاب شده سینی کف جهت بررسی پلوم خروجی در جدول 4 بیان شده است. با توجه به "شکل 15" و استفاده از نرم‌افزار فلونت می‌توان متوسط شار حرارتی را در سه طول متفاوت به دست آورد که مطابق جدول 5 می‌باشد.

همین‌طور که در جدول 5 دیده می‌شود، هرچه طول افزایش پیدا کند،

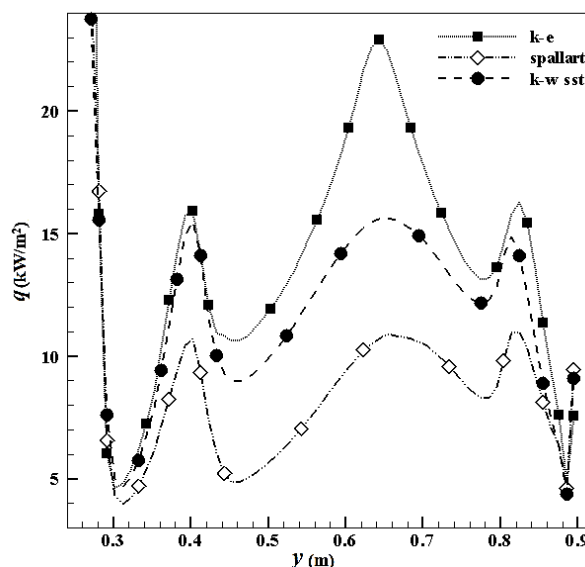


Fig. 14 Comparison of base heat flux variations in various types of turbulent models

شکل 14 مقایسه تغییرات شار حرارتی در طول سینی کف در انواع مدل‌های توربولانسی

¹ Spallart Almaras
² k-ε

- York: Wiley & Sons, 1992.
- [2] L. J. Alpinieri, R. H. Adams, Flow separation due to jet pluming, *AIAA Journal*, Vol. 4, No. 10, pp. 1865-1866, 1966.
- [3] J. M. Kineberg, T. Kubota, L. Lees, Theory of exhaust plume/boundary layer interactions at supersonic speeds, *AIAA Journal*, Vol. 10, No. 5, pp. 581-588, 1972.
- [4] G. D. Kuhn, Calculation of separated turbulent flows on axisymmetric after bodies including exhaust plume effects, *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 3, pp. 235-240, 1980.
- [5] R. J. McGhee, *Some Effects of Jet Pluming on the Static Stability of Ballistics Bodies at a Mach Number of 6*, NASA No. TD-3698, 1966.
- [6] R. J. McGhee, J. A. Martin, *Exploratory Investigation of Flow Field Resulting from Forward-Facing Nozzles Exhausting Near a Large Cylindrical Body at Free-Stream Mach Numbers of 3.0 to 6.0*, NASA No. TND-5030, 1969.
- [7] R. J. McGhee, *Jet Plume Induced Flow Separation on Axisymmetric Bodies at Mach numbers of 3.00, 4.50 and 6.00*, NASA No. TM X-2059, 1970.
- [8] E. V. Myshenkov, Regimes of laminar lateral flow separation due jet exhaust, *Fluid Dynamics*, Vol. 29, No. 1, pp. 103-107, 1994.
- [9] A. Talebi, Reduction of aircraft plume infrared signature using geometric changes in the exhaust nozzle, *Journal of Passive Defense Quarterly*, Vol. 3, No. 4, pp. 37-43, 2012. (in Persian فارسی)
- [10] H. Ahmadiakia, S. H. Talebi, The fluctuating flow of ultrasound on a rocket with plume, *The 10th Dynamic Fluid Conference*, Yazd, Iran, October 31-November 2, 2006. (in Persian فارسی)
- [11] M. Farshchi, A. Gorgi, Numerical analysis of the flow field at the end of the body of the missiles with the output jet, *The 2nd Dynamic Fluid Conference*, Esfahan, Iran, February 4-6, 1993. (In Persian فارسی)
- [12] S. H. Talebi, E. Shirani, Numerical simulation of supersonic jet with turbulent model k-ε, *The 8th Dynamic Fluid Conference*, Tabriz, Iran, September 8-10, 2002. (in Persian فارسی)
- [13] J. Kim, J. Woo Lee, J. Choi, K. Kim, Investigation on the characteristics of plume induced flow separation and wall heat transfer, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 49, No. 1, pp. 189-192, 2012.
- [14] S. Saha, S. Rathod, M. S. R. Chandra Murty, P. K. Sinha, Debasis Chakraborty, Numerical simulation of base flow of a long range flight vehicle, *Journal of Acta Astronautica*, Vol. 74, No. 1, pp. 112-119, 2012.
- [15] *ANSYS Fluent Theory Guide chapter 4: Turbulence*, ANSYS, Inc., 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317, 2017.
- [16] J. Lee, J. Kim, K. Kim, Effects of Al₂O₃ particle on convective and radiative heat flux to rocket base surface, *Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics*, Big Island: Hawaii, pp. 103-111, 2012.
- [17] K. Deere, A. Elmiligui, K. S. Abdol-Hamid, USM3D simulations of saturn v plume induced flow separation, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 49, No. 4, pp. 679-690, 2012.
- [18] C. Bauer, A. Koch, F. Minutolo, P. Grenard, Engineering model for rocket exhaust plumes verified by CFD results, *29th ISTS*, Nagoya, Japan, 2-9 June, 2013.
- [19] Y. K. Lee1, H. D. Kim, S. Raghunathan, A study of base drag optimization using mass bleed, *15th Australasian Fluid Mechanics Conference*, Sydney: Australia, pp. 50-59, 2004.
- [20] M. Mehta, F. Canaba, S. B. Tashakkor, S. D. Smith, *Base Heating Sensitivity Study for a 4-Cluster Rocket Motor Configuration in Supersonic Free Stream*, TFAWS Patent NO. M11-0717, M11-0847 and M11-0848, 2011.

موشک امری واجب است که در مطالعات سال‌های اخیر به آن پرداخته نشده است. تحقیق حاضر نشان می‌دهد که:

1- زمانی که ارتفاع افزایش می‌یابد، ناحیه چرخشی روی سطح سینی کف وجود می‌آید. این ناحیه چرخشی به سمت لبه حرکت می‌کند، به طوری که اندازه این ناحیه چرخشی کاهش می‌یابد. سپس پدیده جدایش جریان ناشی از پلوم در قسمت انتهایی بدنه به‌وجود می‌آید. به علاوه این موضوع باعث افزایش نسبت فشار قسمت انتهایی بدنه می‌شود.

2- با افزایش ارتفاع و کاهش چگالی، مقدار متوسط شار حرارتی جایجایی کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل‌ها مشهود است زمانی که ارتفاع افزایش می‌یابد، شار حرارتی متوسط از طریق کاهش چگالی جریان آزاد کاهش می‌یابد. به گونه‌ای که در ارتفاعات بالا شار حرارتی تقریباً برابر صفر می‌شود.

3- در این مطالعه تاثیر انواع مدل توربولانسی روی تغییرات شار حرارتی مورد بررسی قرارگرفت و نتیجه گیری شد که مدل کی امگا اس اس تی بهترین مدل جهت بررسی عددی پدیده پلوم می‌باشد.

4- هم چنین تاثیر عدم مدل‌سازی نازل بر تغییرات شار حرارتی بررسی شد و مشاهده شد که تفاوت چشم‌گیری در دو حالت وجود دارد و عدم مدل‌سازی نازل باعث کاهش شار حرارتی می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهد عدم مدل‌سازی جریان داخل نازل باعث انبساط سریع تر جریان در خروجی و کاهش شار حرارتی می‌شود. کاهش شار حرارتی در نقاط مختلف سینی کف متفاوت است و در بیشترین حالت (در نزدیکی نازل) به 83 درصد می‌رسد و در فواصل دور از نازل تاثیر آن به صفر می‌رسد.

5- از آنجایی که تغییرات هندسه موشک تاثیر بسزایی در شار حرارتی بر روی بدنه موشک و سینی کف دارد، این عامل نیز در این مطالعه بررسی شد. در واقع با افزایش طول سینی کف مقدار شار حرارتی افزایش می‌یابد. به گونه‌ای که با دوبرابر شدن طول سینی، حداکثر شار حرارتی افزایشی 20 درصدی دارد.

10- مراجع

- [1] G. P. Sutton, *Rocket Propulsion Elements*, 7th Edition, pp. 127-149, New