



تحلیل منابع خطا در شبیه سازی جریان گذرا در خطوط لوله با استفاده از روش ماتریس انتقال در حوزه فرکانس

محمد مهدی ریاحی¹، علی حقیقی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی عمران، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز
2- دانشیار، مهندسی عمران، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز
* اهواز، صندوق پستی 61357-83151، scu.ac.ir، a.haghighi@scu.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
جریان‌های گذرا را می‌توان علاوه بر تحلیل در حوزه‌ی زمان در حوزه‌ی فرکانس نیز تحلیل کرد. از مزایای استفاده از حوزه‌ی فرکانس وابسته نبودن این حوزه به تقسیمات مکانی و زمانی است. همین عامل سبب کاهش زمان انجام محاسبات می‌شود. برای تحلیل جریان‌های گذرا در حوزه‌ی فرکانس باید ترم‌های غیرخطی معادلات حاکم و شرایط مرزی خطی شوند. همین عامل سبب بروز خطاهایی در خروجی حوزه‌ی فرکانس نسبت به مدل دقیق روش خطوط مشخصه (MOC) می‌شود. شناخت تأثیر هر یک از ترم‌های غیرخطی به صورت جداگانه در خطای ایجاد شده در حوزه‌ی فرکانس باعث بیشترین نسبت به این حوزه و زمینه‌ساز فعالیت‌های آتی برای بهبود این حوزه می‌شود. در این تحقیق با استفاده از یک سیستم مخزن لوله شیر (RPV) که به صورت نوسانی تحریک پیدا کرده است تأثیرات جداگانه‌ی هر یک از ترم‌های غیرخطی اصطکاک ماندگار و شیر در خطای ایجاد شده در خروجی حوزه‌ی فرکانس نمایش داده شده است. در این تحقیق نشان داده شده است که تأثیر ترم اصطکاک ماندگار بر خطای ایجاد شده در خروجی حوزه‌ی فرکانس بسیار ناچیز است در حالی که ترم غیر خطی شیر عامل اصلی ایجاد خطا در حوزه‌ی فرکانس است.	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 23 آبان 1396 پذیرش: 09 دی 1396 ارائه در سایت: 03 بهمن 1396 کلید واژگان: جریان‌های گذرا حوزه‌ی فرکانس حوزه‌ی زمان

Investigation of error resources in the transient flow simulation of pipelines in the frequency domain using the transfer matrix method

Mohammad Mehdi Riyahi, Ali Haghighi*

Civil engineering department, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran
* P.O.B. 61357-83151, Ahvaz, Iran, a.haghighi@scu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 14 November 2017
Accepted 30 December 2017
Available Online 23 January 2018

Keywords:
Transient flows
Frequency domain
Time domain

ABSTRACT

Transient flows can also be analyzed in the frequency domain in addition to the time domain. The frequency domain needs no discretization in time and space and this is one of the advantages of using this domain. Due to this reason, time of computations is reduced. For the frequency analysis of transient flows, the non-linear terms of the governing equations and boundary conditions must be linearized. It causes errors in the output of the frequency domain over the exact model of the characteristics method (MOC). Understanding the effect of each non-linear terms separately in the error caused by the frequency domain leads to a greater insight into this domain and provides the basis for future activities to improve this domain. In this study, the individual effects of each non-linear terms of the steady friction and valve in the generated error in the frequency domain output are shown by using a Reservoir-Pipe-Valve (RPV) system which has been excited oscillatory. This study has demonstrated that the effect of the friction term of steady flow on the generated error in the output of frequency domain is negligible, while the nonlinear term of the valve is the main cause of the error in the frequency domain.

1- مقدمه

جریان‌های گذرا در لوله‌ها را حل کرد. معادلات حاکم را می‌توان در حوزه‌ی زمان و با استفاده از روش‌های عددی همچون روش خطوط مشخصه [1]، روش موج مشخصه [2] و روش المان‌های محدود [3] حل کرد. برای استفاده از روش‌های عددی باید فضای مساله را در مکان و زمان تقسیم‌بندی کرد. همین عامل باعث می‌شود در یک سیستم پیچیده محاسبات در حوزه‌ی زمان وقت‌گیر باشند [4]. علاوه بر حل معادلات حاکم در حوزه‌ی زمان می‌توان آنها را در حوزه‌ی فرکانس حل کرد. برای حل

جریان‌های گذرا از آن جهت که با ایجاد سیکل‌های فشاری مثبت و منفی در خطوط لوله باعث ایجاد خسارت‌های مالی و جانی می‌شوند اهمیت دارند. سیکل‌های فشاری مثبت و منفی ایجاد شده توسط جریان گذرا از آن جهت که خط لوله را طی می‌کنند می‌توانند منبع مناسبی برای شناسایی نقص در سیستم باشند. از این رو تحلیل جریان گذرا در خطوط لوله دارای اهمیت است. برای تحلیل جریان‌های گذرا در لوله‌ها باید معادلات حاکم بر

Please cite this article using:

M. M. Riyahi, A. Haghighi, Investigation of error resources in the transient flow simulation of pipelines in the frequency domain using the transfer matrix method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 10-18, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.SRU.ir

ایجاد شده توسط مدل خطوط مشخصه است و هنگامی که افت غالب در لوله اتفاق بیافتد، کمتر از مقادیر ایجاد شده توسط مدل خطوط مشخصه است که یافته‌ی مقاله‌ی لیبی و ویتکفسکی [13] را نشان می‌دهد. این مقاله همچنین نشان می‌دهد که خروجی مدل خطی انتقال تنها دارای یک فرکانس است در حالی که خروجی مدل خطوط مشخصه دارای فرکانس‌های بالاتر است که این باعث ایجاد اختلاف در خروجی هد فشار در حوزه‌ی زمان بین دو مدل می‌شود.

در تحقیقات ارائه شده هیچ‌یک از تحقیقات به تأثیر ترم‌های غیرخطی به صورت جداگانه در ایجاد خطا در حوزه‌ی فرکانس اشاره نکرده‌اند. شناخت تأثیرات جداگانه‌ی هر یک از ترم‌های غیرخطی در خطای ایجاد شده در حوزه‌ی فرکانس زمینه ساز ایجاد روش‌هایی برای بهبود این حوزه است. در این تحقیق ابتدا با استفاده از معادلات خطی شده در حوزه‌ی فرکانس و انتقال آنها به حوزه‌ی زمان، معادلات خطی شده در حوزه‌ی زمان به دست می‌آیند. با استفاده از معادلات خطی حوزه‌ی زمان در روش خطوط مشخصه می‌توان به روش خطوط مشخصه‌ی کاملاً خطی ($MOC_{fn,vn}$) دست یافت. سپس با استفاده از روش خطوط مشخصه‌ی کاملاً خطی و با تحریک سینوسی شیر در یک سیستم مخزن لوله شیر می‌توان به خروجی یکسانی مطابق با خروجی حوزه‌ی فرکانس دست یافت. سپس با جاگزین کردن هر یک از ترم‌های غیرخطی به روش خطوط مشخصه‌ی کاملاً خطی و مقایسه‌ی آن با خروجی حوزه‌ی فرکانس و همچنین خروجی روش خطوط مشخصه‌ی کاملاً غیرخطی (MOC) می‌توان تأثیر هر یک از ترم‌های غیرخطی را در ایجاد خطا در حوزه‌ی فرکانس به دست آورد.

2- معادلات حاکم و معادله‌ی شیر

2-1- معادلات حاکم

برای تحلیل جریان‌های گذرا در خطوط لوله باید معادلات حاکم بر آنها را حل کرد. معادلات غیرخطی حاکم بر جریان‌های گذرا در خطوط لوله به صورت معادله‌ی (1) می‌باشند [15].

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f|Q|Q}{2DA} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

در معادله‌ی (1) Q دبی، H هد فشاری، g شتاب گرانش زمین، A سطح مقطع لوله، D قطر لوله، f ضریب دارسی ویسباخ و x موقعیت در طول لوله است. برای حل معادله‌ی (1) از روش عددی خطوط مشخصه استفاده می‌شود. با استفاده از روش خطوط مشخصه دو معادله‌ی غیرخطی (2-الف) و (2-ب) به دست می‌آیند [16].

$$Q_P = C_P - C_a H_P$$

$$C_P = Q_A + \frac{gA}{a} H_A - r_1 Q_P |Q_P| \Delta t \quad (2-الف)$$

$$Q_P = C_n + C_a H_P$$

$$C_n = Q_B - \frac{gA}{a} H_B - r_1 Q_P |Q_P| \Delta t$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad r_1 = \frac{f}{2DA} \quad (2-ب)$$

در معادلات (2-الف) و (2-ب) a سرعت موج سیال، زیرنویس P نشان دهنده‌ی نقطه‌ای است که محاسبات در آن انجام می‌شود و زیرنویس‌های A و B نقاط گام زمانی قبل می‌باشند که مقادیر دبی و هد فشاری در آنها معلوم است. با توجه به شکل 1 معادله‌ی (2-الف) بر روی خط A تا P صادق است و معادله‌ی (2-ب) بر روی خط B تا P صادق است. معادله‌ی (2-الف)

معادلات حاکم در حوزه‌ی فرکانس ابتدا ترم‌های غیر خطی معادلات حذف می‌گردند و سپس معادلات به حوزه‌ی فرکانس انتقال داده می‌شوند. تحلیل در حوزه‌ی فرکانس نیازمند تقسیمات زمانی و مکانی نیست و این باعث افزایش سرعت محاسبات می‌شود و کاهش زمان محاسبات را در پی دارد. یکی دیگر از مزیت‌های تحلیل در حوزه‌ی فرکانس وابسته نبودن خروجی تابع پاسخ فرکانسی¹ به نوع تحریک وارده به سیستم می‌باشد [5]. هنگامی که از تغییرات سیگنال هد فشاری به وجود آمده ناشی از یک تحریک، تبدیل فوریه گرفته شود و به حوزه‌ی فرکانس برده شود و بر مقادیری که از تبدیل فوریه‌ی تحریک وارده به دست می‌آید، تقسیم شود تابع پاسخ فرکانسی به دست می‌آید که برخلاف خروجی حوزه‌ی زمان که وابسته به نوع تحریک است، خروجی تابع پاسخ فرکانسی وابسته به نوع تحریک نیست و برای انواع تحریک‌ها یکسان است. امروزه از حوزه‌ی فرکانس برای تحلیل ضربه کوچ [7,6]، کشف نشت [9,8] و کشف تنگ شدگی [11,10] استفاده می‌شود.

نقطه‌ی ضعف تحلیل جریان‌های گذرا در حوزه‌ی فرکانس خطی سازی ترم‌های غیرخطی است. این خطی سازی‌ها باعث ایجاد خطا در خروجی حوزه‌ی فرکانس می‌شوند. برخلاف استفاده‌ی وسیعی که از حوزه‌ی فرکانس در تعیین نقص در سیستم‌های آبرسانی شده است اما تحقیقاتی کمی بر روی خطای حاصل از خطی سازی حوزه‌ی فرکانس صورت گرفته است. مهم ترین این تحقیقات شامل لیبی و همکاران [12]، لیبی و ویتکفسکی [13] و لیبی [14] می‌باشند.

لیبی و همکاران [12] نشان دادند هنگامی که اندازه تحریک شیر زیاد باشد فرض خطی بودن سیستم از بین می‌رود و باعث انتقال انرژی بین سیگنال‌های مختلف در خروجی دیاگرام پاسخ فرکانسی می‌شود. این غیرخطی شدن سیستم باعث ایجاد اختلاف بین خروجی پاسخ فرکانسی سیستم و خروجی روش خطوط مشخصه می‌شود. لیبی و ویتکفسکی [13] به بررسی خطای به وجود آمده بین خروجی خطوط مشخصه و خروجی روش پاسخ فرکانسی در یک سیستم مخزن لوله شیر پرداختند. آنها خطای به وجود آمده را تابعی از فرکانس، مقدار بازشدگی شیر از حالت اولیه و مشخصات سیستم اعلام کردند و گفتند که در بازشدگی‌های کمتر از 20 درصد سیستم خطاهای زیادی را نشان نمی‌دهد. آنها با معرفی پارامتر بدون بعد k که معیاری برای سنجش میزان افت در شیر بود، سیستم تک لوله را به دو حالت افت غالب² و شیر غالب³ دسته بندی کردند. هنگامی که k مقادیر بزرگی داشته باشد به آن حالت شیر غالب گفته می‌شود و هنگامی که k مقادیر کوچکی داشته باشد به آن حالت افت غالب گفته می‌شود. آنها نشان دادند که برای حالتی که میزان k کوچک باشد، روش پاسخ فرکانسی مقادیر بیشتری را نسبت به روش خطوط مشخصه نشان می‌دهد و هنگامی که k مقادیر بزرگی داشته باشد، روش پاسخ فرکانسی مقادیر کوچکتری را نسبت به روش خطوط مشخصه نمایش می‌دهد. لیبی [14] از دیاگرام فاز انرژی برای بررسی خطاهای ایجاد شده بین مدل خطی انتقال و مدل خطوط مشخصه استفاده کرد. در این مقاله با استفاده از یک سیستم تک لوله‌ای با مرزهای با هد ثابت، نشان داده شد که در تحریک‌های کوچک مقادیر ایجاد شده بین مدل خطی انتقال و مدل خطوط مشخصه یکسان هستند. با افزایش مقدار تحریک شیر خطاهای ایجاد شده بین مدل خطی انتقال و مدل خطوط مشخصه زیاد می‌شود. این مقاله همچنین نشان داد که مقادیر ایجاد شده توسط سیستم خطی انتقال هنگامی که افت غالب در شیر اتفاق افتاده باشد بیشتر از مقادیر

¹ Frequency Response Function

² Friction dominant

³ Valve dominant

در معادله‌ی (5) مقادیر q و h تبدیل فوریه‌ی مقادیر q^* و h^* هستند. همچنین ω فرکانس زاویه‌ای و $j = \sqrt{-1}$ می‌باشد. با حل دستگاه معادله (5) معادله‌ی (6) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} q_D &= -\frac{h_U}{Z_c} \sinh(\mu x) + q_U \cosh(\mu x) \\ h_D &= -Z_c q_U \sinh(\mu x) + h_U \cosh(\mu x) \\ Z_c &= \frac{(\mu a^2)}{(j\omega gA)} \\ \mu^2 &= \frac{aA j\omega}{a^2} \left(\frac{j\omega}{gA} + \frac{fQ_0}{gDA^2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

در معادله‌ی (6) Z_c ، μ و به ترتیب مشخصه‌ی امپدانس⁶ و ثابت انتشار⁷ نام دارند. همچنین زیروند U و D نشان دهنده‌ی بالادست و پایین دست لوله است. در نتیجه با توجه به معادله (6) می‌توان ماتریس میدان را به صورت زیر نوشت.

$$F = \begin{bmatrix} \cosh(\mu x) & -\frac{1}{Z_c} \sinh(\mu x) & 0 \\ -Z_c \sinh(\mu x) & \cosh(\mu x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

با توجه به معادله‌ی (5) که دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی در حوزه‌ی فرکانس را نشان می‌دهند با گرفتن عکس تبدیل فوریه از آنها می‌توان به دستگاه معادله‌ی (4) رسید. حال با جاگذاری معادله‌ی (3) در معادله‌ی (4) و با انجام ساده‌سازی‌های ریاضی می‌توان به دستگاه معادلات دیفرانسیلی خطی حاکم بر جریان‌های گذرا در خطوط لوله رسید.

$$\begin{aligned} a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \\ gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ_0}{DA} \left(Q - \frac{Q_0}{2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

با حل دستگاه معادله (8) با استفاده از روش خطوط مشخصه، دو معادله‌ی مشخصه خطی مثبت و منفی به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} Q_P &= C_P - C_a H_P \\ C_P &= Q_A + \frac{gA}{a} H_A - \frac{fQ_0}{DA} \left(Q_A - \frac{Q_0}{2} \right) \Delta t \quad (9\text{-الف}) \\ Q_P &= C_n + C_a H_P \\ C_n &= Q_B - \frac{gA}{a} H_B - \frac{fQ_0}{DA} \left(Q_B - \frac{Q_0}{2} \right) \Delta t \quad (9\text{-ب}) \end{aligned}$$

2-2- معادله‌ی شیر

معادله‌ی شیر را می‌توان به صورت رابطه (10) نوشت [16].

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\tau}{\tau_0} \left(\frac{H}{H_0} \right)^{1/2} \quad (10)$$

با جاگذاری فرمول (3) در معادله‌ی (10) می‌توان به معادله‌ی (11) رسید.

$$\left(1 + \frac{q^*}{Q_0} \right) = \left(1 + \frac{\tau^*}{\tau_0} \right) \left(1 + \frac{h^*}{H_0} \right)^{1/2} \quad (11)$$

عبارت $\left(1 + \frac{h^*}{H_0} \right)^{1/2}$ در معادله‌ی (11) را می‌توان با بسط تیلور تقریب زد.

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{q^*}{Q_0} \right) &= \left(1 + \frac{\tau^*}{\tau_0} \right) \left(1 + \frac{h^*}{H_0} \right)^{1/2} = \\ &= \left(1 + \frac{\tau^*}{\tau_0} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h^*}{H_0} - \frac{1}{8} \left(\frac{h^*}{H_0} \right)^2 + \frac{3}{48} \left(\frac{h^*}{H_0} \right)^3 + \dots \right) \end{aligned} \quad (12)$$

با حذف ترم‌های با توان بیش‌تر از 3 از سمت چپ معادله‌ی (12) می‌توان به معادله‌ی (13) رسید.

معادله‌ی مشخصه غیرخطی مثبت و معادله‌ی (2-ب) معادله‌ی مشخصه غیرخطی منفی نام دارند.

برای تحلیل جریان‌های گذرا در حوزه‌ی فرکانس دو روش وجود دارد که عبارتند از: روش ماتریس انتقال¹ [16] و روش امپدانس² [17]. به دلیل سادگی و فهم آسان در این تحقیق از روش ماتریس انتقال استفاده شده است. در روش ماتریس انتقال نوسانات هد فشاری و دبی در بالادست و پایین دست سیستم از طریق ماتریس انتقال به یکدیگر مرتبط می‌شوند. ماتریس انتقال به سه قسمت تقسیم می‌شود که عبارتند از: ماتریس نقطه³، ماتریس میدان⁴ و ماتریس جامع⁵. ماتریس نقطه دبی و هد فشاری در بالادست و پایین دست یک مرز را به یکدیگر مرتبط می‌سازد. ماتریس میدان دبی و هد فشاری در بالادست و پایین دست یک لوله را به یکدیگر مرتبط می‌سازد و ماتریس جامع که از ضرب ماتریس نقطه در ماتریس میدان به دست می‌آید دبی و هد فشاری در بالادست و پایین دست یک سیستم با تمام مرزها و لوله‌ها را به یکدیگر مرتبط می‌سازد.

برای حل معادلات حاکم بر جریان‌های گذرا در خطوط لوله در حوزه‌ی فرکانس ابتدا باید فرض شود که جریان‌ات تولید شده از نوع جریان‌ات نوسانی ماندگار هستند. در نتیجه می‌توان دبی، هد و باز شدگی شیر را به صورت معادله‌ی (3) نوشت [18].

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 + q^* \\ H &= H_0 + h^* \\ \tau &= \tau_0 + \tau^* \end{aligned} \quad (3)$$

در معادله‌ی (3) مقادیر Q_0 ، H_0 و τ_0 نشان دهنده‌ی مقدار میانگین هستند و مقادیر q^* ، h^* و τ^* مقادیر نوسانی حول مقدار میانگین هستند. حال با جاگذاری معادله‌ی (3) در معادله‌ی (1) و حذف ترم غیرخطی معادله‌ی مومنتم معادله‌ی (4) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{\partial q^*}{\partial x} + \frac{gA}{a^2} \frac{\partial h^*}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial h^*}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial q^*}{\partial t} + \frac{fQ_0}{gDA^2} q^* &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

با گرفتن تبدیل فوریه از دستگاه معادله (4)، دستگاه معادله (5) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{gA}{a^2} h j \omega &= 0 \\ \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{gA} q j \omega + \frac{fQ_0}{gDA^2} q &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

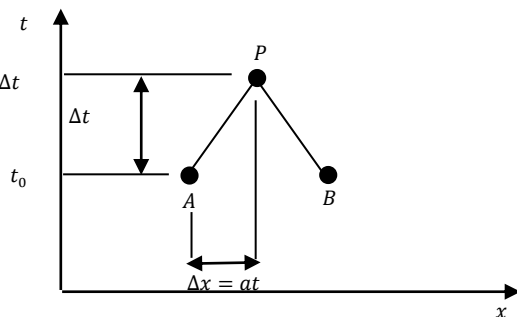


Fig. 1 Characteristic lines in $x-t$ plane

شکل 1 خطوط مشخصه در صفحه‌ی $x-t$

¹ Transfer matrix method

² Impedance method

³ Point matrix

⁴ Field matrix

⁵ Overall matrix

⁶ Characteristic impedance

⁷ Propagation constant

جدول 1 مشخصات سیستم

Table 1 System properties

طول لوله (m)	قطر لوله (m)	هد مخزن (m)	ضریب سرعت موج حداکثر بازشدگی (ms ⁻¹)	شیر اولیه شیر
1000	0.25	50	0.021	1000
				0.8
				1

ماندگار در حالتی است که شیر کاملاً باز است.

در شکل 2 پاسخ حوزه‌ی فرکانس (FDR) با خروجی روش خطوط مشخصه‌ی کاملاً غیرخطی (MOC_{fn,vn}) با یکدیگر برای دو حالت افت غالب با مقدار $k=1$ و شیر غالب با مقدار $k=25000$ مقایسه شده‌اند. سیستم استفاده شده در این مقایسه در جدول 1 ارائه شده است. در این سیستم شیر به صورت سینوسی و با فرکانس تئوریک سیستم f_{thr} که برابر با مقدار $a/4L$ است تحریک یافته است. L نشان دهنده‌ی طول لوله می‌باشد. محل مقایسه‌ی خروجی‌ها در محل شیر بوده است و برای انتقال هد فشاری به دست آمده از خطوط مشخصه به حوزه‌ی فرکانس از تبدیل فوریه سریع (FFT) استفاده شده است.

با توجه به شکل 2 می‌توان به نکات زیر اشاره کرد:

1- خروجی حوزه‌ی فرکانس در فرکانس اول مقادیر کمتری را نسبت به خروجی خطوط مشخصه نمایش می‌دهد. این در حالی است که اگر سیستم دارای حالت شیر غالب باشد خروجی حوزه‌ی فرکانس در فرکانس اول مقادیر بیشتری را نسبت به خروجی خطوط مشخصه نمایش می‌دهد.

2- خروجی خطوط مشخصه دارای فرکانس‌های بالاتر¹ است ولی خروجی پاسخ حوزه‌ی فرکانس تنها دارای یک خروجی می‌باشد که دلیل این امر خطی بودن روش حوزه‌ی فرکانس و غیرخطی بودن روش خطوط مشخصه است.

با استفاده از معادلات (9- الف)، (9- ب) و (18) که به ترتیب معادله‌ی مشخصه‌ی خطی مثبت، معادله‌ی مشخصه‌ی خطی منفی و معادله‌ی شیر خطی می‌باشند و با جاگذاری آنها در روش خطوط مشخصه‌ی کاملاً غیرخطی روش خطوط مشخصه تبدیل به روش خطوط مشخصه کاملاً خطی (MOC_{fl,vl}) می‌شود. حال با استفاده از سیستم جدول 1 و تحریک شیر به صورت سینوسی در فرکانس تئوریک سیستم و مقایسه‌ی خروجی FDR با MOC_{fl,vl} در شکل 3 این نکته به دست می‌آید که خروجی دو روش یکسان شده است.

اگر در روش MOC_{fl,vl} به جای معادلات مشخصه‌ی خطی، معادلات مشخصه‌ی غیر خطی گذاشته شود و با دو روش FDR و MOC_{fn,vn} مقایسه شود و بار دیگر در روش MOC_{fl,vl} به جای معادله‌ی شیر خطی، معادله‌ی شیر غیر خطی گذاشته شود و با دو روش FDR و MOC_{fn,vn} مقایسه شود می‌توان به تأثیرات جداگانه‌ی هر یک از ترم‌های غیر خطی در خطای خطی سازی حوزه‌ی فرکانس پی‌برد. برای این کار ابتدا در روش MOC_{fl,vl} به جای معادلات مشخصه‌ی خطی، از معادلات مشخصه‌ی غیر خطی استفاده می‌شود. خروجی این روش با MOC_{fn,vn} نمایش داده می‌شود. با استفاده از مشخصات سیستم جدول 1 و تحریک شیر به صورت سینوسی در فرکانس تئوریک سیستم و نمایش خروجی سه روش MOC_{fn,vl} و MOC_{FDR} در حوزه‌ی فرکانس در شکل 4 و در حوزه‌ی زمان در شکل 5 به این نکته می‌توان رسید که تبدیل ترم افت ماندگار از حالت غیرخطی به خطی در خروجی سیستم تأثیرگذار نیست و ایجاد خطای قابل توجهی نمی‌کند. برای بررسی بیشتر، خطای بین FRD و MOC_{fn,vl} برای $\Delta\tau$ بین 0.1 تا 0.8 و k

$$\left(1 + \frac{q^*}{Q_0}\right) = \left(1 + \frac{\tau^*}{\tau_0}\right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h^*}{H_0} - \frac{1}{8} \left(\frac{h^*}{H_0}\right)^2\right) \quad (13)$$

حال با حذف جمله‌ی غیرخطی $(h^*/H_0)^2$ از معادله‌ی (13)، معادله‌ی (14) به دست می‌آید.

$$\left(1 + \frac{q^*}{Q_0}\right) = \left(1 + \frac{\tau^*}{\tau_0}\right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h^*}{H_0}\right) \quad (14)$$

با حذف حاصل ضرب ترم (τ^*/τ_0) در $(h^*/2H_0)$ از معادله‌ی (14)، معادله‌ی (15) به دست می‌آید.

$$\left(1 + \frac{q^*}{Q_0}\right) = 1 + \left(\frac{\tau^*}{\tau_0}\right) + \left(\frac{1}{2} \frac{h^*}{H_0}\right) \quad (15)$$

با گرفتن تبدیل فوریه از معادله‌ی (15) می‌توان به معادله‌ی (16) رسید.

$$h - \frac{2H_0}{Q_0} q + \frac{2H_0 \Delta\tau}{\tau_0} = 0 \quad (16)$$

در معادله‌ی (16) عبارت $\Delta\tau$ نشان دهنده‌ی تبدیل فوریه‌ی مقدار τ^* و برابر با حداکثر بازشدگی شیر است. با توجه به معادله‌ی (16) می‌توان ماتریس نقطه را به صورت معادله‌ی (17) نوشت.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2H_0}{Q_0} & 1 & \frac{2H_0 \Delta\tau}{\tau_0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

با توجه به معادله‌ی (16) که معادله‌ی شیر خطی در حوزه‌ی فرکانس است با عکس تبدیل فوریه به معادله‌ی (15) می‌توان رسید. با جاگذاری فرمول (3) در معادله‌ی (15) و انجام محاسبات ریاضی به معادله‌ی (18) که معادله‌ی شیر خطی در حوزه‌ی زمان است می‌توان رسید.

$$Q = -\frac{Q_0}{2} + \left(\frac{Q_0}{\tau_0} \tau\right) + \left(\frac{Q_0}{2H_0} H\right) \quad (18)$$

همچنین با جاگذاری فرمول (3) در معادلات (13) و (14) می‌توان به معادلات (19) و (20) که به ترتیب معادله‌ی شیر شبه‌خطی و شیر شبه‌غیرخطی در حوزه‌ی زمان است رسید.

$$Q = (Q_0) \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{H}{2H_0}\right) \quad (19)$$

$$Q = (Q_0) \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \left(\frac{12}{8} + \frac{-(H - 3H_0)^2}{8H_0^2}\right) \quad (20)$$

3-2- ماتریس جامع

ماتریس جامع از حاصل ضرب ماتریس نقطه در ماتریس میدان به دست می‌آید. در نتیجه با ضرب معادله‌ی (17) در معادله‌ی (7) ماتریس جامع به دست می‌آید.

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2H_0}{Q_0} & 1 & \frac{2H_0 \Delta\tau}{\tau_0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\mu x) & -\frac{1}{Z_c} \sinh(\mu x) & 0 \\ -Z_c \sinh(\mu x) & \cosh(\mu x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

3- تأثیر جداگانه‌ی ترم‌های غیر خطی بر خطای حوزه‌ی فرکانس

با معرفی k به عنوان ضریب بدون بعد افت مقطعی که نشان دهنده‌ی میزان افت روزنه در هنگامی است که شیر کاملاً باز است، می‌توان آن را به صورت معادله‌ی (22) نمایش داد [13].

$$k = \frac{\Delta H_{V0} 2gA^2}{Q_{V0}^2} \quad (22)$$

با توجه به فرمول (22)، ΔH_{V0} نشان دهنده‌ی اختلاف فشار در دو طرف شیر است و زیروند V نشان دهنده‌ی شیر و زیروند 0 نشان دهنده‌ی جریان

¹ Higher order frequency

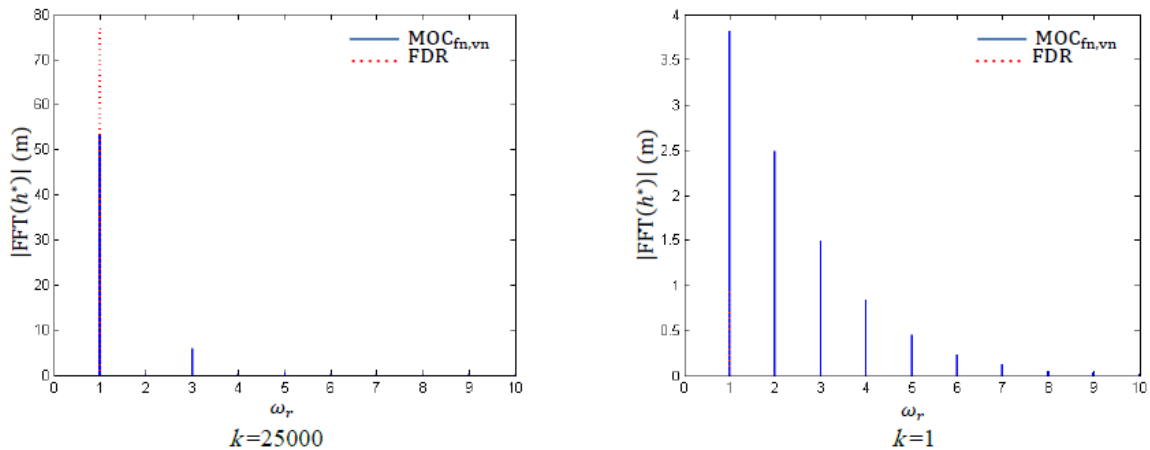


Fig. 2 Comparison of the responses between the full nonlinear method of characteristic and frequency domain

شکل 2 مقایسه پاسخ‌های روش خطوط مشخصه کاملاً غیر خطی و حوزه فرکانس

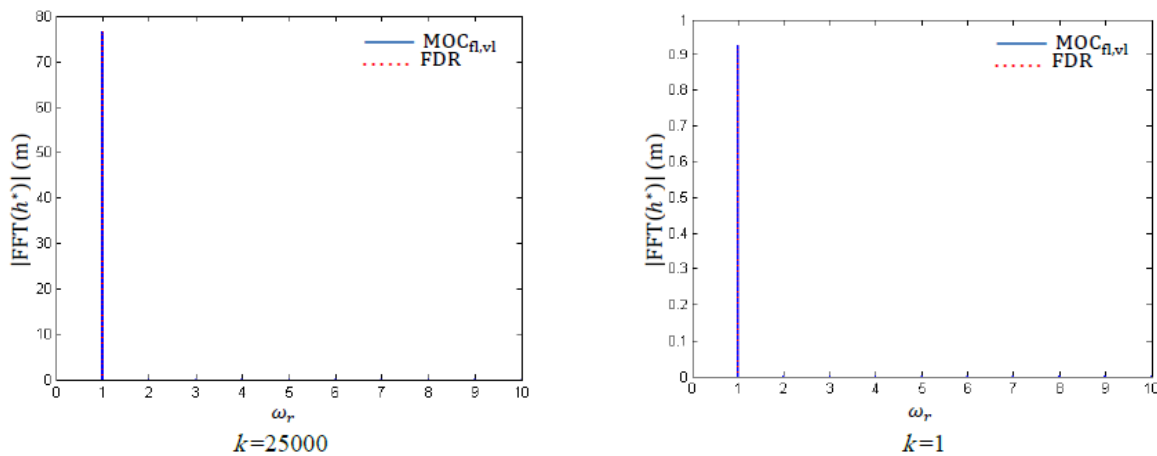


Fig. 3 Comparison of the responses between the full linear method of characteristic and frequency domain

شکل 3 مقایسه پاسخ‌های روش خطوط مشخصه کاملاً خطی و حوزه فرکانس

نام‌گذاری این روش به نام $MOC_{fl,vn}$ می‌توان تأثیرات شیر غیرخطی را مشاهده کرد. در شکل 8 خروجی سه روش $MOC_{fl,vn}$ و MOC_{FDR} در حوزه فرکانس و در شکل 9 خروجی سه روش در حوزه زمان به نمایش در آمده است. برای بررسی بیشتر می‌توان خطای بین $MOC_{fl,vn}$ و

بین 0.05 تا 25000 به دست آمده است که در شکل 6 نمایش داده شده است. همچنین خطای بین $MOC_{fl,vl}$ و $MOC_{fn,vn}$ برای $\Delta\tau$ بین 0.1 تا 0.8 و k بین 0.05 تا 25000 نیز در شکل 7 نمایش داده شده است. حال با تغییر معادله‌ی شیر خطی در روش $MOC_{fl,vl}$ به معادله‌ی شیر غیر خطی و با

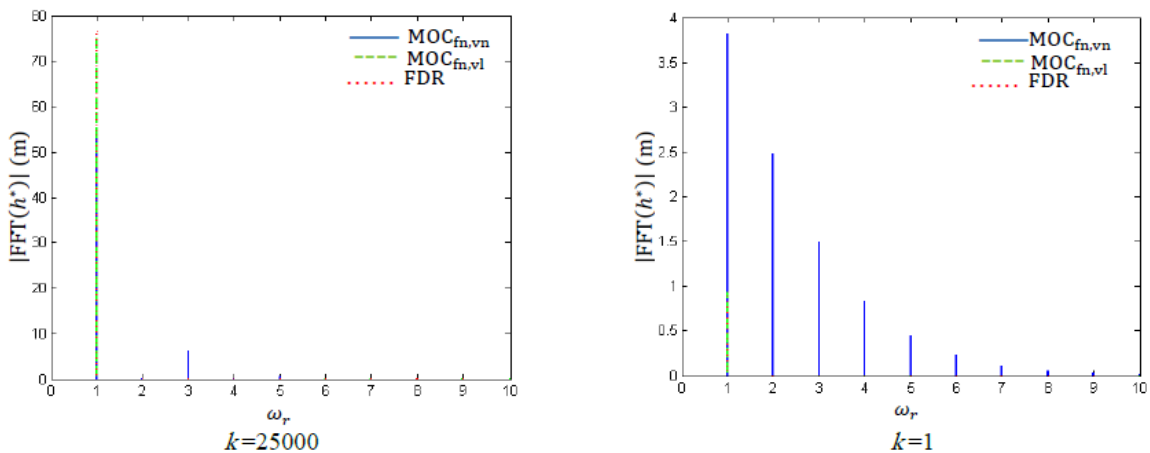


Fig. 4 Comparison of the responses between the full nonlinear method of characteristic, frequency domain and method of characteristic with linear valve and nonlinear friction term

شکل 4 مقایسه پاسخ‌های روش خطوط مشخصه کاملاً غیر خطی، حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه دارای شیر خطی و اصطکاک غیر خطی

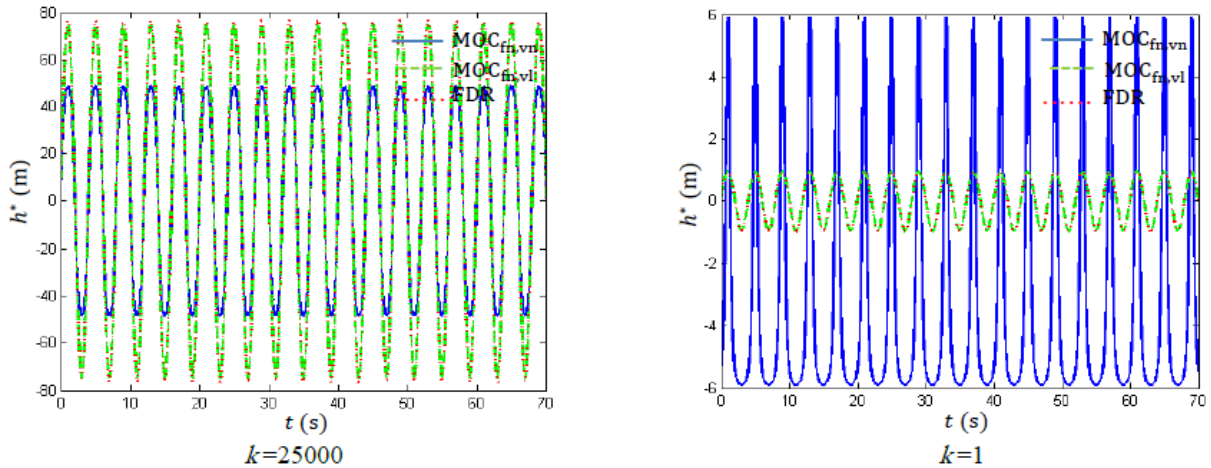


Fig. 5 Comparison of the responses between the full nonlinear method of characteristic, frequency domain and method of characteristic with linear valve and nonlinear friction term

شکل 5 مقایسه پاسخ های روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی، حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه دارای شیر خطی و اصطکاک غیر خطی

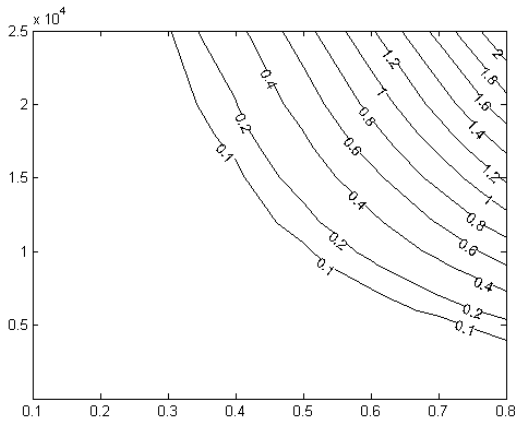


Fig. 6 Error between frequency domain and characteristic method with linear valve and nonlinear friction term along with head loss variations of valve and perturbation size

شکل 6 خطای بین حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه دارای شیر خطی و ترم اصطکاک غیر خطی با تغییرات افت هد شیر و اندازه تحریک

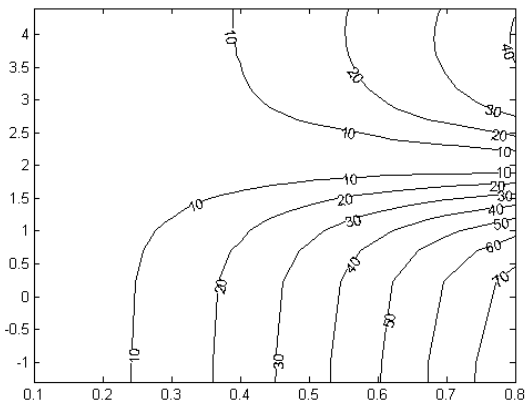


Fig. 7 Error between full nonlinear characteristic method and characteristic method with linear valve and nonlinear friction term along with head loss variations of valve and perturbation size

شکل 7 خطای بین روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی و روش خطوط مشخصه دارای شیر خطی و ترم اصطکاک غیر خطی با تغییرات افت هد شیر و اندازه تحریک

خطای بین $MOC_{fl,vn}$ و $MOC_{fm,vn}$ را برای $\Delta\tau$ بین 0.1 تا 0.8 و k بین 0.05 تا 25000 به دست آورد که در شکل های 10 و 11 به ترتیب نمایش داده شده است. با توجه به خروجی ها به دست آمده می توان به این نتیجه رسید که در یک سیستم مخزن لوله شیر معادله ی غیر خطی شیر بیشترین سهم را در ایجاد خطا در حوزه ی فرکانس دارد و سهم ترم غیر خطی اصطکاک ماندگار بسیار ناچیز است.

همان طور که ذکر شد تأثیر خطی یا غیر خطی بودن ترم اصطکاک ماندگار در خروجی هد فشاری بسیار ناچیز است از این رو می توان با در نظر گرفتن ترم خطی اصطکاک ماندگار و با اضافه کردن ترم های حذف شده ی معادله ی شیر، نتایج را به سمت خروجی دقیق یعنی خروجی روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی برد. برای این منظور می توان با استفاده از سیستم ارائه شده در مثال های قبل و با استفاده از شیر شبه خطی و شیر شبه غیرخطی به خروجی های شکل های 12 و 13 دست یافت.

با توجه به شکل 12 که مقایسه ای بین سه حالت روش خطوط مشخصه غیرخطی، روش حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه ی دارای شیر شبه خطی و اصطکاک خطی ($MOC_{fl,vsl}$) است، اضافه شدن ترم حذف شده ی $(h^*/2H_0)(\tau^*/\tau_0)$ به شیر خطی باعث بهبود خروجی سیستم در حالت افت غالب شده است. در شکل 13 نیز که مقایسه ای بین سه حالت روش خطوط مشخصه غیرخطی، روش حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه ی دارای شیر شبه غیرخطی و اصطکاک خطی ($MOC_{fl,vsn}$) است، اضافه شدن ترم حذف شده ی $(-1/8)(h^*/H_0)^2$ به شیر شبه غیرخطی باعث بهبود خروجی سیستم در حالت شیر غالب شده است. از این رو با اضافه کردن ترم های حذف شده ی بیشتر به معادله ی شیر خطی می توان خروجی هد فشاری سیستم را به سمت خروجی روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی برد. این امر در حالی انجام می پذیرد که معادله اصطکاک ماندگار خطی است و این موضوع مؤید مطالب گفته شده می باشد.

به عنوان بحث آخر باید به این موضوع اشاره کرد که در حوزه ی زمان مرسوم است که برای کالیبره شدن مدل از تغییر در ضریب اصطکاک ماندگار استفاده شود. با توجه به توضیحات گفته شده در حوزه ی فرکانس برای تدقیق خروجی هد فشاری می توان با تغییر در میزان بازشدگی شیر که در معادله ی شیر آمده است استفاده کرد. به عنوان مثال همان طور که در شکل 14 مشاهده

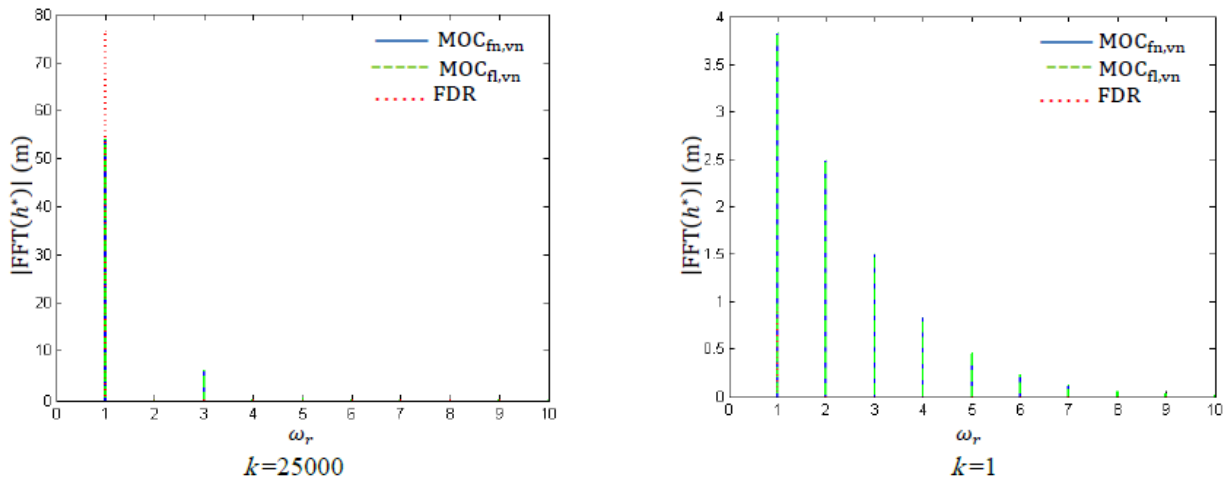


Fig. 8 Comparison of the responses between the full nonlinear method of characteristic, frequency domain and method of characteristic with nonlinear valve and linear friction term

شکل 8 مقایسه پاسخ های روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی، حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه دارای شیر غیرخطی و ترم اصطکاک خطی

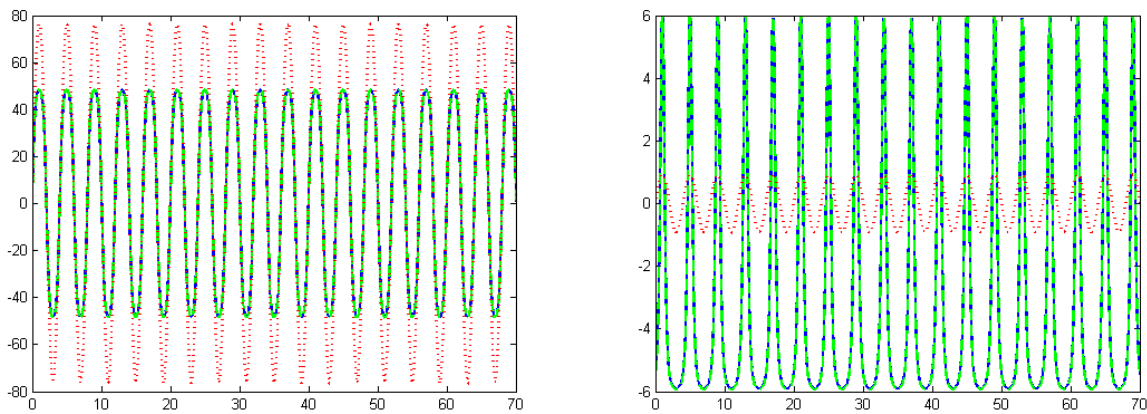


Fig. 9 Comparison of the responses between the full nonlinear method of characteristic, frequency domain and method of characteristic with nonlinear valve and linear friction term

شکل 9 مقایسه پاسخ های روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی، حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه دارای شیر غیرخطی و ترم اصطکاک خطی

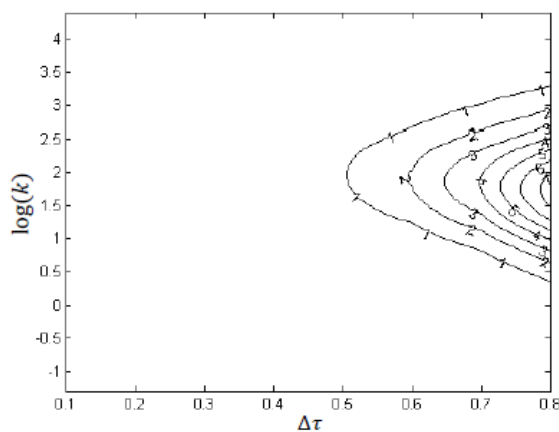


Fig. 11 Error between full nonlinear characteristic method and characteristic method with nonlinear valve and linear friction term along with head loss variations of valve and perturbation size

شکل 11 خطای بین روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی و روش خطوط مشخصه دارای شیر غیرخطی و ترم اصطکاک خطی با تغییرات افت هر شیر و اندازه تحریک

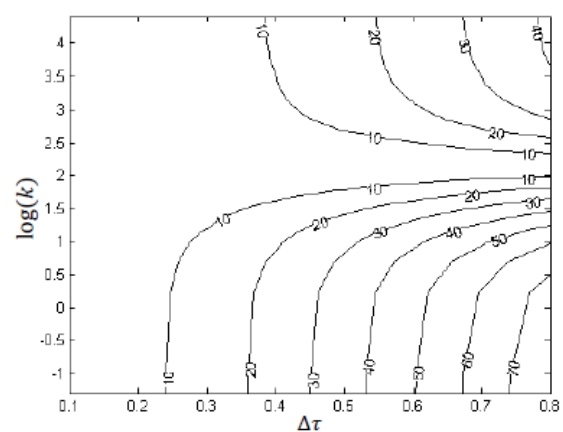


Fig. 10 Error between frequency domain and characteristic method that with valve and linear friction term along with head loss variations of valve and perturbation size

شکل 10 خطای بین حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه دارای شیر غیرخطی و ترم اصطکاک خطی با تغییرات افت هد شیر و اندازه تحریک

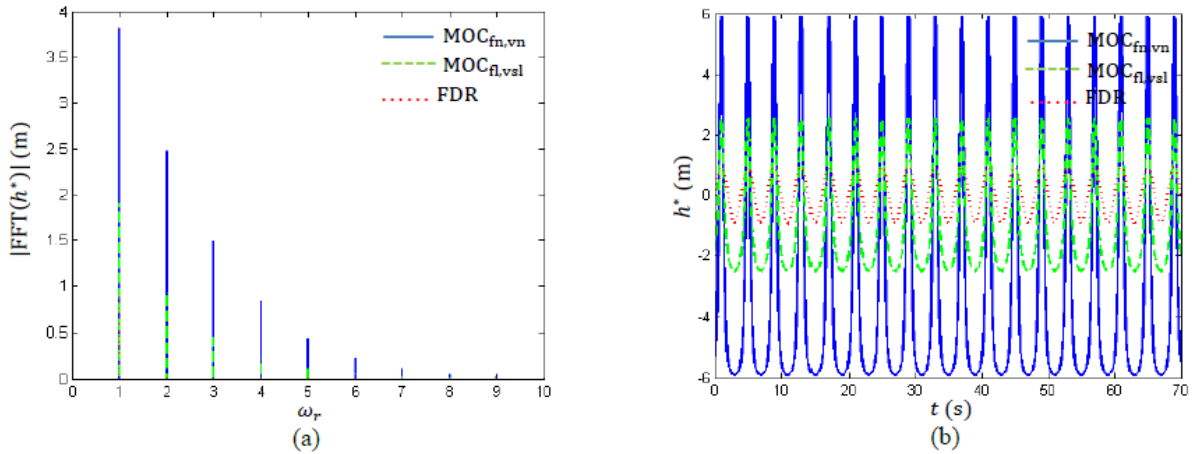


Fig. 12 Comparison of the responses between the full nonlinear method of characteristic, frequency domain and method of characteristic with semi linear valve and linear friction term; (a) output in frequency domain and (b) output in time domain

شکل 12 مقایسه پاسخ‌های روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی، حوزه فرکانس و روش ماتریس انتقال در حوزه فرکانس و (b) خروجی در حوزه زمان

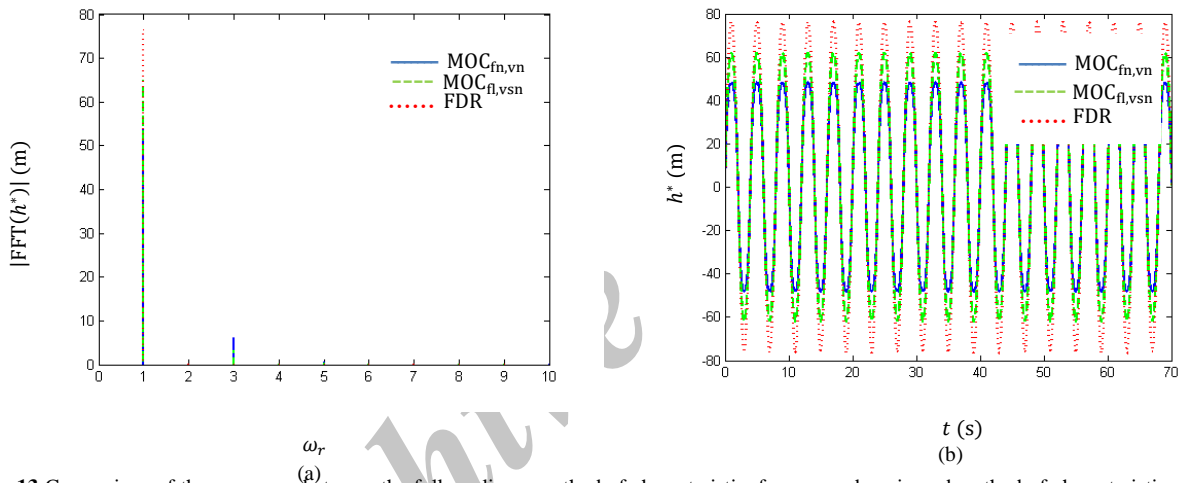


Fig. 13 Comparison of the responses between the full nonlinear method of characteristic, frequency domain and method of characteristic with semi nonlinear valve and linear friction term : (a) output in frequency domain and (b) output in time domain

شکل 13 مقایسه پاسخ‌های روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی، حوزه فرکانس و روش خطوط مشخصه دارای شیر شبه غیرخطی و ترم اصطکاک خطی در حوزه فرکانس و (b) خروجی در حوزه زمان

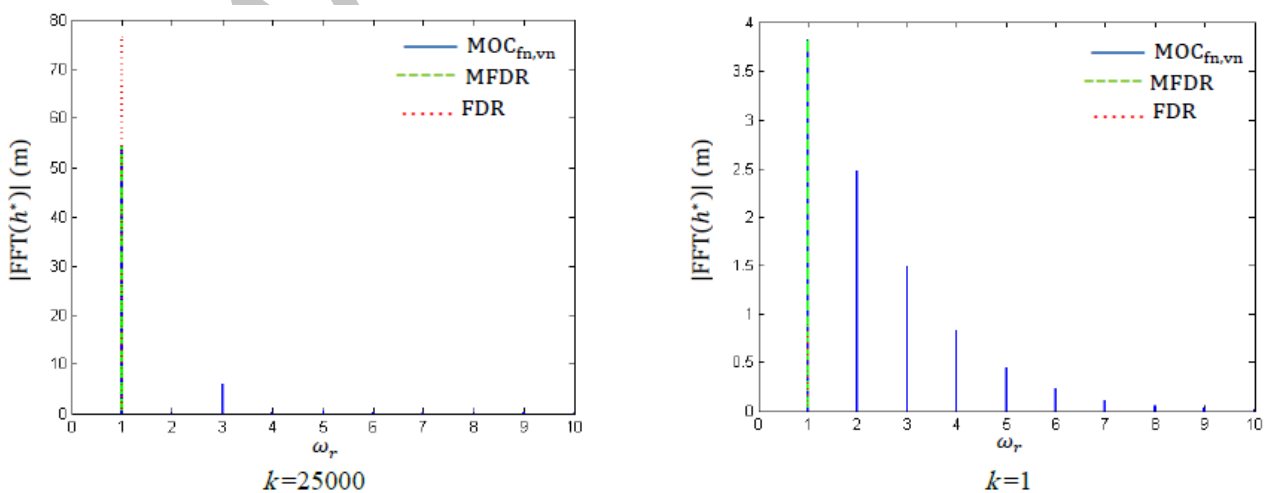


Fig. 14 Comparison of the responses between the full nonlinear method of characteristic, modified frequency domain and frequency domain

شکل 14 مقایسه پاسخ‌های روش خطوط مشخصه کاملاً غیرخطی، حوزه فرکانس اصلاح شده و حوزه فرکانس

می‌شود. می‌توان با اعمال ضرایب اصلاحی 4.1 و 0.712 که به ترتیب برای حالت افت غالب و شیر غالب است به تدقیق خروجی فرکانس اول پرداخت و به خروجی پاسخ فرکانسی اصلاح شده (MFDR) دست یافت. این موضوع می‌تواند زمینه‌ای برای فعالیت‌های آتی به منظور بهبود جریان‌های نوسانی ماندگار تولید شده در خروجی روش حوزه‌ی فرکانس باشد.

4- نتیجه گیری

جریان‌های ایجاد شده در حوزه‌ی فرکانس از نوع جریان‌های نوسانی ماندگار هستند. برای شبیه‌سازی خروجی حوزه‌ی زمان به خروجی فرکانس باید تمام ترم‌های غیرخطی، خطی سازی شوند و سپس شیر به صورت نوسانی تحریک یابد تا خروجی حوزه‌ی زمان برابر با خروجی حوزه‌ی فرکانس شود. در این مقاله با استفاده از یک سیستم مخزن لوله شیر که به صورت نوسانی تحریک یافته بود به تأثیرات جداگانه‌ی معادلات غیرخطی مومنتم و شیر در خطای به وجود آمده در حوزه‌ی فرکانس پرداخته شد. با استفاده از معادلات خطی به دست آمده از حوزه‌ی فرکانس و انتقال آنها به حوزه‌ی زمان و استفاده در روش خطوط مشخصه، روش خطوط مشخصه کاملاً خطی به دست آمد که خروجی این روش با خروجی حوزه‌ی فرکانس یکسان شد. در ادامه با جاگذاری ترم‌های غیرخطی در روش خطوط مشخصه کاملاً خطی تأثیرات هر یک از ترم‌های غیرخطی در خطای به وجود آمده در حوزه‌ی فرکانس نمایش داده شد. در این تحقیق نشان داده شد که تأثیر ترم غیر خطی اصطکاک ماندگار در خطای به وجود آمده در حوزه‌ی فرکانس بسیار ناچیز است و بیشترین سهم را در ایجاد خطا در حوزه‌ی فرکانس معادله‌ی غیر خطی شیر بر عهده دارد. در نتیجه برای بهبود خروجی‌های حوزه‌ی فرکانس اصلاح ترم خطی افت ماندگار تأثیر ی در خروجی نتایج ندارد. می‌توان برای بهبود خروجی حوزه‌ی فرکانس از تصحیح بازشدگی شیر بهره برد. همچنین برای کالیبره کردن نتایج مدل حوزه‌ی فرکانس بر خلاف حوزه‌ی زمان که کالیبره کردن مدل با تغییر ترم اصطکاک ماندگار انجام می‌پذیرد، تغییر در افت اصطکاک ماندگار باعث کالیبره شدن مدل نمی‌شود.

5- فهرست علائم

a	سرعت موج فشاری (ms^{-1})
A	سطح مقطع لوله (m^2)
D	قطر لوله (m)
f	ضریب اصطکاک داری
f_{thr}	فرکانس تثوریک سیستم (Hz)
g	شتاب گرانش زمین (ms^{-2})
H	هد فشاری سیال (m)
h^*	هد فشاری نوسانی حول مقدار میانگین (m)
k	ضریب بدون بعد افت روزه
Q	دبی سیال (m^3s^{-1})
q^*	دبی نوسانی حول مقدار میانگین (m^3s^{-1})
t	زمان (s)
x	موقعیت در طول لوله (m)
h	تبدیل فوریه h^*
q	تبدیل فوریه q^*
ΔH_{V0}	اختلاف هد فشار در دو طرف شیر (m)
j	$\sqrt{-1}$

علائم یونانی

μ	ثابت انتشار
ω	فرکانس زاویه ای (rad / s)
τ^*	بازشدگی نوسانی حول مقدار میانگین
$\Delta\tau$	تبدیل فوریه τ^*

زیر نویس‌ها

0	مقدار میانگین
V	شیر
f	ترم اصطکاک ماندگار
l	رابطه‌ی خطی
n	رابطه‌ی غیرخطی
U	بالادست لوله
D	پایین دست لوله

6- مراجع

- [1] J. Izquierdo, P. Iglesias, Mathematical modelling of hydraulic transients in simple systems, *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 35, No. 7-8, pp. 801-812, 2002.
- [2] D. J. Wood, S. Lingireddy, P. F. Boulous, B. W. Karney, D. L. McPherson, Numerical methods for modeling transient flow in distribution systems, *Journal (American Water Works Association)*, Vol. 97, No. 7, pp. 104-115, 2005.
- [3] M. Zhao, M. S. Ghidaoui, Godunov-type solutions for water hammer flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 130, No. 4, pp. 341-348, 2004.
- [4] H. M. Sam Ani, A. Khayatzaheh, Transient flow in pipe networks, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 40, No. 5, pp. 637-644, 2002.
- [5] P. J. Lee, H.-F. Duan, M. Ghidaoui, B. Karney, Frequency domain analysis of pipe fluid transient behaviour, *Journal of hydraulic research*, Vol. 51, No. 6, pp. 609-622, 2013.
- [6] M. H. Ranginkaman, A. Haghghi, H. M. V. Samani, Application of the Frequency Response Method for Transient Flow Analysis of Looped Pipe Networks, *International Journal of Civil Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 677-687, 2017.
- [7] A. Riasi, A. Nourbakhsh, M. Raisee, Numerical modeling for hydraulic resonance in hydropower systems using impulse response, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 136, No. 11, pp. 929-934, 2010.
- [8] C. Capponi, M. Ferrante, A. C. Zecchin, J. Gong, Leak Detection in a Branched System by Inverse Transient Analysis with the Admittance Matrix Method, *Water Resources Management*, pp. 1-15, 2017.
- [9] M. Ranginkaman, A. Haghghi, H. Vali Samani, Inverse frequency response analysis for pipelines leak detection using the particle swarm optimization, *Iran University of Science & Technology*, Vol. 6, No. 1, pp. 1-12, 2016.
- [10] H. Duan, P. Lee, M. S. Ghidaoui, J. Tuck, Transient wave-blockage interaction and extended blockage detection in elastic water pipelines, *Journal of fluids and structures*, Vol. 46, No. 1, pp. 2-16, 2014.
- [11] H.-F. Duan, P. J. Lee, A. Kashima, J. Lu, M. S. Ghidaoui, Y.-K. Tung, Extended blockage detection in pipes using the system frequency response: analytical analysis and experimental verification, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 139, No. 7, pp. 763-771, 2013.
- [12] P. J. Lee, J. P. Vitkovský, A. R. Simpson, M. E. Lambert, J. A. Liggett, Leak detection in pipes by frequency response method using a step excitation: By W. Mpesha, M. H. Chaudhry, and S. L. Gassman, *Journal of Hydraulic Research*, Volume 40, No. 1, pp. 55-62, 2003.
- [13] P. J. Lee, J. P. Vitkovský, Quantifying linearization error when modeling fluid pipeline transients using the frequency response method, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 136, No. 10, pp. 831-836, 2010.
- [14] P. J. Lee, Energy analysis for the illustration of inaccuracies in the linear modelling of pipe fluid transients, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 51, No. 2, pp. 133-144, 2013.
- [15] M. S. Ghidaoui, M. Zhao, D. A. McInnis, D. H. Axworthy, A review of water hammer theory and practice, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 58, No. 1/6, pp. 49, 2005.
- [16] M. H. Chaudhry, *Applied Hydraulic Transients*, pp. 65-326, New York: Springer New York, 2014.
- [17] E. B. Wylie, V. L. Streeter, L. Suo, *Fluid transients in systems*, pp. 205-236, New York: Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [18] M. Ferrante, B. Brunone, Pipe system diagnosis and leak detection by unsteady-state tests. 1. Harmonic analysis, *Advances in Water Resources*, Vol. 26, No. 1, pp. 95-105, 2003.