



## بررسی سرعت فلاتر و تأثیر لایه چینی بال کامپوزیتی با دو موتور متصل

سعید محرمی<sup>1</sup>، سعید ایرانی<sup>2\*</sup>، شاهرخ شمس<sup>3</sup>، محمدرضا فلاح<sup>4</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، سازه‌های هوایی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشیار، سازه‌های هوایی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

3- استادیار، سازه‌های هوایی، دانشگاه تهران، تهران

4- دانشجوی دکتری، سازه‌های هوایی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 16765-3381، irani@kntu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 مهر 1396

پذیرش: 15 دی 1396

ارائه در سایت: 21 بهمن 1396

کلید واژگان:

ناپایداری

فلاتر

بال

کامپوزیت

### چکیده

در این مقاله سرعت فلاتر بال کامپوزیتی با دو موتور متصل مورد بررسی قرار گرفته است. بال مورد نظر به صورت یک تیر یک سر گیردار و دارای دو درجه آزادی و همچنین به همراه دو نیروی پیشران تعقیب کننده و جرم موتورها مدل سازی شده است. برای مدل سازی آیرودینامیک از تئوری واگنر استفاده شده و معادلات حاکم بر حرکت بال با استفاده از روابط لاگرانژ و با در نظر گرفتن مودهای فرضی بدست آمده است. سرعت فلاتر خطی نیز با استفاده از روش مقدار ویژه محاسبه شده است. برای صحت سنجی کار انجام شده، ابتدا بال کامپوزیتی بدون موتور و سپس با در نظر گرفتن دو موتور با نتایج پیشین مقایسه شده است که همخوانی خوبی بین نتایج مشاهده گردیده است. بال کامپوزیتی هم بصورت تک لایه و هم بصورت چند لایه مورد تحلیل قرار گرفته و تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل تغییر اندازه نیروی پیشران و جرم موتورها و همچنین موقعیت قرارگیری موتورها و افزایش تعداد لایه‌های کامپوزیت بررسی شده است و نتایج حاصل نشان می‌دهد با افزایش جرم و نیروی پیشران موتورها و همچنین با افزایش فاصله طولی موتور از ریشه بال، سرعت فلاتر کاهش می‌یابد و با نزدیک شدن موتورها به لبه حمله سرعت فلاتر افزایش یافته است.

## The flutter speed and effect of laminate layers of composite wing carrying two powered engines

Saied Moharami<sup>1</sup>, Saied Irani<sup>2\*</sup>, Shahrokh Shams<sup>3</sup>, Mohammad Reza Fallah<sup>4</sup>

1- Faculty of Aerospace Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran

2- Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

\* P.O.B. 16765-3381 Tehran, Iran, irani@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 17 October 2017

Accepted 05 January 2018

Available Online 10 February 2018

### Keywords:

Instability

Flutter

Wing

Composite

### ABSTRACT

In this article, the Flutter speed of a composite wing carrying two power engines is analyzed. The wing is modeled as a beam with two degrees of freedom, which is a cantilever, with two thrust as a follower force and mass of the engines. Wagner theory has been used for aerodynamic model and using the assumed mode, the wing dynamic equations of the motion has been achieved by Lagrange equations. Linear flutter speed according to the eigenvalues of the motion equations was calculated. In order to valid the results of present work, at first composite wing assumed without engines and then wing modeled with two engines that results are compared with published results and good agreement has been observed. Composite wing has been analyzed as one layer and also laminate layers, and effect of variables such as follower force, engines mass, position of engines and number of layers has been investigated and the results show that with increase in mass and force of engines and also with increases distance between engine and wing root, flutter speed decreases and with decrease distance between engines and leading edge, flutter speed increases.

### 1- مقدمه

آیرودینامیکی جدیدی را بوجود می‌آورند، پدیده‌های آیروالاستیک آشکار می‌شوند. گاهی ممکن است بر هم کنش این عوامل باعث بزرگتر شدن دامنه تغییر شکل‌های سازه شده و نهایتاً آن را متلاشی کنند. یکی از خطرناک ترین ناپایداری‌های آیروالاستیک دینامیکی که در طراحی و تحلیل بال هواپیما مورد بررسی قرار می‌گیرد، فلاتر می‌باشد. این پدیده از برهمکنش نیروهای آیرودینامیکی، نیروهای الاستیک و نیروهای اینرسی ایجاد شده و می‌تواند باعث گسیختگی ناگهانی سازه بال هواپیما شود [1].

بررسی رفتار استاتیک و دینامیک سازه الاستیک در جریان سیال (هوا) را آیروالاستیسیته می‌نامند. امروزه به دلیل تمایل به کاهش مصرف سوخت، تا حد ممکن از مواد سبک در ساخت هواپیماها استفاده می‌شود. استفاده از این مواد در طراحی هواپیما باعث افزایش انعطاف پذیری سازه می‌گردد که به خودی خود برای تحلیل سازه مشکل ساز نیست، اما از آنجا که تغییر شکل‌های سازه‌ای باعث تغییر در نیروهای آیرودینامیکی می‌شود و نیروهای

Please cite this article using:

S. Moharami, S. Irani, Sh. Shams, M. R. Fallah, The flutter speed and effect of laminate layers of composite wing carrying two powered engines, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 314-322, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

آوردن بارهای آیرودینامیکی از تئوری نوارهای باریک استفاده شده، و این نیروها در طول بال اعمال می‌گردد که بدین منظور در روش‌های تحلیلی مقدار نیروهای آیرودینامیکی برای یک مقطع بال حساب شده و به طول بال تعمیم داده می‌شود. در تئوری نوار باریک توزیع فشار در هر مقطع بال تنها به جریان پایین‌شونده همان مقطع بصورت دوبعدی وابسته است و تأثیر جریان اطراف مقاطع دیگر در نظر گرفته نشده است. از فرضیات عمده این روش آن است که جریان سیال تراکم ناپذیر بوده و بال در دو جهت از صفحه تقارن تا بی‌نهایت ادامه پیدا می‌کند، لذا جریان پیرامون بالواره برای هر سطح مقطع عرضی عمود بر بال یکسان بوده و جریان به صورت دو بعدی است. ضمناً از اثرات لزجت سیال صرف نظر شده و زاویه حمله کوچک در نظر گرفته شده است.

در شکل‌های 1 و 2 مدل بال مورد نظر به صورت شماتیک و در شکل 3 بال تغییر شکل یافته نشان داده شده است. شکل 2 محل قرارگیری نیروهای آیرودینامیکی، مرکز جرم و محل قرارگیری موتور از نمای جانبی را نشان می‌دهد.

برای بدست آوردن معادلات سیستم از روابط لاگرانژ استفاده شده است

که برای بال دو درجه آزادی به صورت رابطه (1) بیان می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial (T_w + T_{ei})}{\partial \dot{h}_1} \right) - \frac{\partial (T_w + T_{ei})}{\partial h_1} + \frac{\partial V}{\partial \dot{h}_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{h}_1} = Q_h \quad (1-الف)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial (T_w + T_{ei})}{\partial \dot{\alpha}_1} \right) - \frac{\partial (T_w + T_{ei})}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial V}{\partial \dot{\alpha}_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}_1} = Q_\alpha \quad (1-ب)$$

با توجه به این که بال مورد نظر در این مقاله دارای دو درجه آزادی خمش و پیچش می‌باشد، از تغییر شکل‌ها در جهت طولی ( $u$ ) و عرضی ( $v$ ) صرف‌نظر خواهد شد. این بدان معناست که بال مورد نظر از نظر طولی

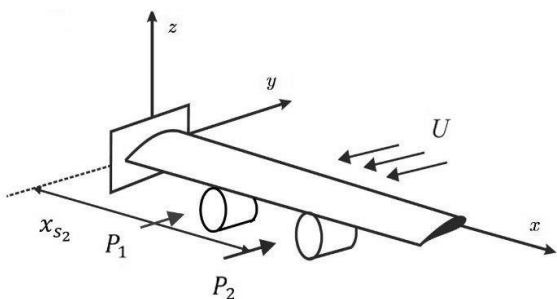


Fig. 1 The wing with engine configuration

شکل 1 نحوه اتصال موتور به بال

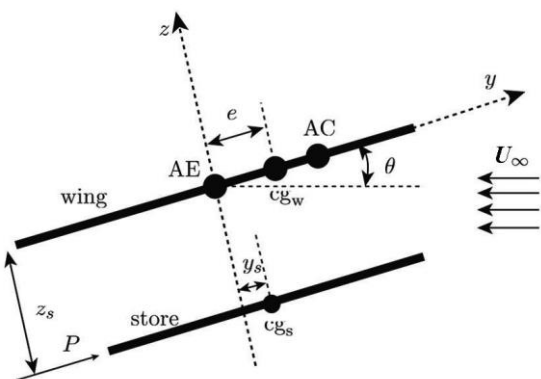


Fig. 2 Side view of wing [17]

شکل 2 نمای جانبی بال [17]

مطالعات بسیاری بر روی فلاتر بال هواپیما صورت گرفته است، که یکی از اولین آثار در تحلیل آیرولاستیکی بال، مقاله‌ای از گلند است که مبتنی بر تغییر سرعت فلاتر بال یکسرگردار می‌باشد [2]. همچنین او در سال 1948 این مساله را برای یک بال یکسرگردار همراه با جرم متمرکز در نوک بال محاسبه کرد [3]. در سال 1998 گرن و لیبرسکیو فلاتر و واگرایی یک بال با زاویه عقب رفت را که جرم‌های متمرکز را در طول و نوک خود حمل می‌کند را با مدل بارگذاری غیردائمی (مدل تئودرسون)، بدست آوردند. در این پژوهش معادلات حاکم بر بال با استفاده از اصل هامیلتون همراه با شرایط مرزی بدست آمده است [4]. در همین سال لیبرسکیو و گرن مقاله‌ای دیگر در مورد جرم متمرکز و بال با زاویه عقب رفت ارائه دادند که در این پژوهش به مسئله استاتیک آیرولاستیسیت بیشتر پرداخته شده است [5]. در سال 2002 هاجز و همکارانش با در نظر گرفتن دو درجه آزادی برای بال اثر نیروی رانش بر پایداری بال را مورد بررسی قرار دادند. این تحلیل نشان داد که نیروی پیشران موتور بر روی مرز ناپایداری بال تأثیر منفی دارد که این اثر با توجه به پارامترهای سازه‌ای کم یا بیشتر می‌شود [6]. کن و لیبرسکیو در سال 2003 ناپایداری بال هواپیما که به صورت کامپوزیتی مدل‌سازی شده بود را در جریان غیرقابل تراکم مورد بررسی قرار دادند [7]. شمس و همکارانش در سال 2008 رفتار غیر خطی یک بال بلند با ضخامت ناچیز را بر اساس تئوری واگنر محاسبه کردند [8]. مزیدی و فاضل زاده در سال 2009 تأثیر زاویه عقب‌گرد بال بر ناپایداری دینامیکی بال و موتور متصل به آن را بررسی کردند [9]. همچنین آن‌ها در سال 2010 تأثیر مانور غلتش را بر ناپایداری استاتیکی و دینامیکی بال هواپیما و جرم متصل به آن مورد مطالعه قرار دادند [10]. در همین سال تأثیر زاویه عقب‌گرد بر ناپایداری دینامیکی بال و موتور متصل به آن را بررسی کردند [11]. در سال 2011 مزیدی و فاضل‌زاده به بررسی تأثیر سرعت مانور محوری هواپیما بر ناپایداری دینامیکی بال هواپیما تحت نیروی پیشران، پرداختند [12]. آموزگار و ایرانی در سال 2013 ناپایداری بال کامپوزیتی تک لایه را که دارای موتور بود، بر اساس تغییر زاویه الیاف تک لایه، موقعیت قرارگیری موتور و نیروی بی بعد پیشران، مورد بررسی قرار دادند [13]. فاضل زاده و همکارانش در سال 2013 فلاتر یک بال با زاویه عقب‌گرد که دارای دو موتور بود را محاسبه کردند [14] و در سال 2015 بامینگ و همکاران فلاتر بال کامپوزیتی با لایه چینی مشخص را بررسی [15] و در سال 2015 لیوبومیرف و همکاران ناپایداری یک بال آنیزوتروپ را بررسی کردند [16]. حال در این تحقیق به بررسی یک بال کامپوزیتی بلند دو موتوره پرداخته شده است که با توجه به نیروهای پیشران متفاوت و موقعیت قرارگیری موتورها و همچنین تک لایه و چند لایه بودن کامپوزیت در زاویه الیاف مختلف بررسی شده است.

## 2- معادلات حرکت

بال مورد بررسی به صورت یک تیر نازک دارای دو درجه آزادی با اتصال صلب به بدنه در نظر گرفته شده است. از فرضیاتی که در این بررسی در نظر گرفته شده است، می‌توان به عدم تغییر طول وتر بال از نوک تا ریشه اشاره نمود؛ همچنین بال حین جابجایی تاب بر نمی‌دارد و فرم وتر بال تغییر نمی‌کند. بال در جریان غیرقابل تراکم زیر صوت قرار دارد و جرم موتورها به صورت یک جرم متمرکز در نظر گرفته شده است. نیروی پیشران هر موتور توسط یک نیروی تعقیب‌کننده مدل‌سازی شده است و از روابط لاگرانژ برای بدست آوردن معادلات آیرولاستیک و همچنین برای مدل کردن نیروهای آیرودینامیک در حوزه زمان از تئوری واگنر استفاده شده است. برای به دست

$$\delta W_p = \sum_{i=1}^2 \left\{ P_i \theta \delta w + P_i (Y_{e_i} \theta - z_{e_i}) \delta \theta \right\} \Big|_{x=x_i} \quad (9)$$

شکل مدهای حرکتی برای درجات آزادی جابجایی عمودی و چرخش بال به صورت روابط (10) و (11) در نظر گرفته که در این رابطه  $\eta = x/l$  می‌باشد:

$$F_h(\eta) = \frac{(\sin h\beta_1 + \sin \beta_1)}{(\cos h\beta_1 + \cos \beta_1)} \quad (10)$$

$$\cos(\beta_1) - (\cos h(\beta_1) + \sin h(\beta_1) - \sin(\beta_1)) \quad (11)$$

$$F_\alpha(\eta) = \sqrt{2} \sin(\beta_2) \quad (12)$$

که مقادیر  $\beta_1$  و  $\beta_2$  برای چهار مد، به صورت رابطه (12) بیان می‌شود:

$$\beta_1 = [1.8751, 4.69406, 7.85476, 10.9955, 14.1372] \quad (12)$$

$$\beta_2 = (i - 0.5) \quad (12)$$

حال با استفاده از روش مدهای فرضی جابجایی و پیش‌بال که به صورت رابطه (13) می‌باشد و با جایگذاری این رابطه در معادلات (3) تا (9) روابط نهایی انرژی پتانسیل، جنبشی، میرایی و کار نیروهای آیرودینامیکی و خارجی بال ناشی از نیروهای پیش‌ران به صورت روابط (14) تا (22) بدست می‌آید:

$$h = F_h(\eta)h_1(t), \quad \alpha = F_\alpha(\eta)\alpha_1(t) \quad (13)$$

$$T_w = \frac{1}{2} mlA_3 \dot{h}_1^2 + melA_5 \dot{\alpha}_1 \dot{h}_1 + \frac{1}{2} I_\alpha lA_4 \dot{\alpha}_1^2 \quad (14)$$

$$T_{e_1} = \frac{1}{2} M_{e_1} \left( \frac{z_{e_1}}{l} \right) A_6 \dot{h}_1^2 + \frac{1}{2} (I_{e_1} + M_{s_1} (y_{e_1}^2 + z_{e_1}^2)) A_8 \dot{\alpha}_1 + \frac{1}{2} M_{e_1} A_7 \dot{h}_1 + M_{e_1} y_{e_1} A_9 \dot{h}_1 \dot{\alpha}_1 \quad (15)$$

$$T_{e_2} = \frac{1}{2} M_{e_2} \left( \frac{z_{e_2}}{l} \right) A_{10} \dot{h}_1^2 + \frac{1}{2} (I_{e_2} + M_{e_2} (y_{e_2}^2 + z_{e_2}^2)) A_{12} \dot{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2} M_{e_2} A_{11} \dot{h}_1^2 + M_{e_2} y_{e_2} A_{13} \dot{h}_1 \dot{\alpha}_1 \quad (16)$$

$$V = \frac{1}{2} \frac{GJ}{l} A_2 \alpha_1^2 + \frac{1}{2} \frac{EI}{l^3} A_1 h_1^2 + P_1 A_{14} \alpha_1 h_1 + P_2 A_{16} \alpha_1 h_1 \quad (17)$$

$$D = \frac{1}{2} A_3 l C_h \dot{h}_1^2 + \frac{1}{2} A_4 l C_\alpha \dot{\alpha}_1^2 \quad (18)$$

$$\delta W_p = P_1 A_9 \alpha_1 \delta h_1 + P_2 A_{13} \alpha_1 \delta h_1 + P_1 y_{e_1} A_8 \alpha_1 \delta \alpha_1 + P_2 y_{e_2} A_{12} \alpha_1 \delta \alpha_1 - P_1 z_{e_1} A_{15} \alpha_1 \delta \alpha_1 - P_2 z_{e_2} A_{17} \alpha_1 \delta \alpha_1 \quad (19)$$

$$\delta W_A = -L F_h P_1(\eta) \delta h_1 + M F_\alpha P_1(\eta) \delta \alpha_1 \quad (20)$$

$$\delta W = \delta W_A + \delta W_p \quad (21)$$

$$Q_h = -\rho U^2 b l \int_0^l dC_L F_h(\eta) d\eta \quad (الف-22)$$

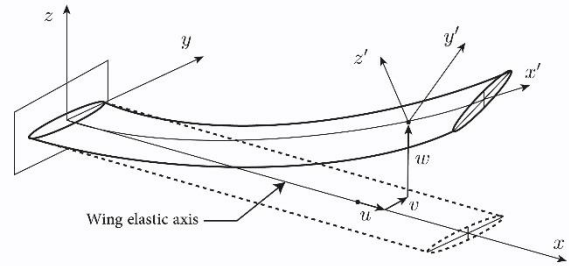
$$Q_\alpha = 2\rho U^2 b^2 l \int_0^l dC_M F_\alpha(\eta) d\eta \quad (ب-22)$$

ضرایب  $A_1$  تا  $A_{18}$  در روابط بالا، در پیوست تعریف شده‌اند.

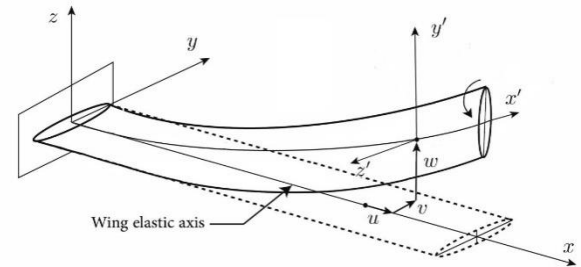
## 2-1- مدل نیرو و ممان‌های آیرودینامیکی غیردائم به وسیله تابع واگنر

معادلات استفاده شده برای نیروی برآ و گشتاور آیرودینامیکی در حوزه زمان به صورت روابط (23) و (24) می‌باشد. [13]

$$dC_L(\tau) = \pi(\xi'' - \alpha_n \alpha'' + \alpha') + 2\pi \left( \alpha(0) + \xi'(0) + \left( \frac{1}{2} - \alpha_n \right) \alpha'(0) \right) \varphi(\tau) + 2\pi \int_0^\tau \varphi(\tau - \sigma) \left( \alpha'(\sigma) + \xi'(\sigma) + \left( \frac{1}{2} - \alpha_n \right) \alpha''(\sigma) \right) d\sigma \quad (23)$$



a) Bendig deformation [18]



b) Torsional and bendig deformation

(الف) تغییر شکل خمشی [18]

(ب) تغییر شکل پیچشی و خمشی

Fig. 3 The wing situation before and after the deformation of elastic

شکل 3 وضعیت بال قبل و بعد از تغییر شکل‌های الاستیک

غیرقابل انعطاف پذیر می‌باشد. همچنین سختی خمشی در جهت z نسبت به سختی خمشی در جهت y بسیار زیاد در نظر گرفته می‌شود حال باید روابط انرژی جنبشی، پتانسیل و میرایی و کار نیروها را بدست آورده و در رابطه (2) قرار داده شود. برای محاسبه انرژی جنبشی متمرکز نیاز است مشتق بردار جابجایی زمان محاسبه گردد. بدین ترتیب رابطه نهایی مشتق جابجایی به صورت رابطه (2) خواهد بود:

$$\dot{R}_{e_i} = (-\dot{w}' z_{e_i}) \hat{i} + (-\dot{\theta} z_{e_i}) \hat{j} + (\dot{w} + \dot{\theta} y_{e_i}) \hat{k} \quad (2)$$

برای محاسبه انرژی جنبشی جرم متمرکز موتورها با جایگذاری رابطه (2) در رابطه (3) رابطه نهایی به صورت رابطه (4) بدست می‌آید:

$$T_{e_i} = \frac{1}{2} \iiint_V M_{e_i} (\dot{R}_{e_i} \cdot \dot{R}_{e_i}) \delta(x - x_{e_i}) dV \quad (3)$$

$$T_{e_i} = \frac{1}{2} \int_0^L (M_{e_i} z_{e_i}^2 \dot{w}'^2 + M_{e_i} z_{e_i}^2 \dot{\theta}^2 + M_{e_i} \dot{w}^2 + M_{e_i} y_{e_i}^2 \dot{\theta}^2 + 2M_{e_i} y_{e_i} \dot{w} \dot{\theta} + I_{e_i} \dot{\theta}^2) \delta(x - x_{e_i}) dx \quad (4)$$

انرژی جنبشی بال با رابطه (5) برابر است:

$$T_w = \frac{1}{2} \int_0^L (m \dot{h}^2 + 2me \dot{\alpha} \dot{h} + I_\alpha \dot{\alpha}^2) dx \quad (5)$$

انرژی پتانسیل بال به صورت رابطه (6) محاسبه خواهد شد:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L (GJ \alpha'^2 + EI h''^2 + 2P_1 (x_{e_1} - x) H(x_{e_1} - x) \alpha h'' + 2P_2 (x_{e_2} - x) H(x_{e_2} - x) \alpha h'' dx \quad (6)$$

و انرژی میرایی به صورت رابطه (7) نوشته می‌شود:

$$D = \frac{1}{2} \int_0^L (C_h \dot{h}^2 + C_\alpha \dot{\alpha}^2) dx \quad (7)$$

کار نیروهای آیرودینامیکی به صورت رابطه (8) و کار نیروهای خارجی

ناشی از نیروی پیش‌ران به صورت رابطه (9) محاسبه می‌شود:

$$\delta W_A = \int_0^L (-L \delta h + M \delta \alpha) dx \quad (8)$$

$$K = 2b \left( D_{26} - \frac{D_{16}D_{12}}{D_{11}} \right) \quad (29-پ)$$

برای محاسبه  $D_{ij}$  از رابطه (30) استفاده شده است و همچنین چند لایه کامپوزیتی متقارن در نظر گرفته شده است.

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{nol} (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (30)$$

### 3- محاسبه سرعت فلاتر

برای محاسبه سرعت فلاتر توسط نرم افزار متلب، می‌بایست ابتدا با استفاده از مودهای فرضی (رابطه (13)) معادلات حرکت سیستم (27) و (28) به فرم ماتریسی تبدیل شوند. در معادله ماتریسی قسمت حقیقی مقادیر ویژه همان میرایی مودال که سرعت ناپایداری مربوط به زمانی است که این میرایی از مقدار منفی به مثبت تغییر یابد و همچنین قسمت موهومی آن فرکانس کاهش یافته می‌باشد. و با اضافه شدن نیروهای پیشران تعقیب کننده به بال مورد نظر، خود این نیروها عاملی برای ناپایداری می‌باشند.

### 4- اعتبار سنجی

سرعت فلاتر توسط معادلات بدست آمده با نرم افزار متلب برای مشخصات بال هیل که در جدول‌های 1 و 2 آمده، محاسبه شده است. قابل ذکر است که بال اشاره شده در مرجع (6) همگن می‌باشد که برای این منظور در این مقاله برای صحت‌سنجی زاویه الیاف صفر در نظر گرفته شده است.

#### 4-1- اعتبار سنجی بال کامپوزیتی بدون موتور

به منظور اعتبار سنجی سرعت فلاتر محاسبه شده بدون نیروی پیشران ابتدا برای بال هیل در جدول (3) و سپس برای بال گلند در جدول (4) با مراجع

جدول 1 مشخصات ساختاری و هندسی بال

Table 1 Geometrical specification of composite wing

پارامتر	مقدار
طول بال (L)	16 (m)
نصف طول وتر بال	0.5 (m)
جرم بر واحد طول	0.75 (kg/m)
ممان اینرسی	0.1 (kg m)
چگالی هوا	0.0889 (kg m <sup>-3</sup> )

جدول 2 مشخصات ماده کامپوزیتی و سطح مقطع بال

Table 2 Material specification of composite wing

پارامتر	مقدار
E1	2×10 <sup>11</sup> (Pa)
E2	5×10 <sup>9</sup> (Pa)
G12	5×10 <sup>8</sup> (Pa)
v12	0.25
پهنای تیر بال	0.24 (m)
ضخامت تیر بال	0.017 (m)

جدول 3 اعتبارسنجی بال کامپوزیتی هیل

Table 3 Validation of composite HALE wing

بال هیل	سرعت فلاتر (m/s)	درصد خطا
حاضر	32.4	-
مرجع [6]	32.2	-0.6
مرجع [8]	32.805	+1.2

$$dC_M(\tau) = \pi \left( \frac{1}{2} - \alpha_h \right) \left( \alpha(0) + \xi'(0) + \left( \frac{1}{2} - \alpha_h \right) \alpha'(0) \right) \varphi(\tau) + \frac{\pi}{2} \alpha_h (\xi' - \alpha_h \alpha'') + \pi \left( \frac{1}{2} + \alpha_h \right) \int_0^\tau \varphi(\tau - \sigma) (\alpha'(\sigma) + \xi'(\sigma) + \left( \frac{1}{2} - \alpha_h \right) \alpha'(\sigma)) d\sigma \quad (24)$$

در روابط (22) و (23)،  $\varphi(\tau)$  تابع واگنر به صورت رابطه (25) است و  $\xi$  جابجایی بی‌بعد و  $\alpha$  پیچش مقطع بال می‌باشد.

$$\varphi(\tau) = 1 - \psi_1 e^{-\varepsilon_1 \tau} - \psi_2 e^{-\varepsilon_2 \tau} \quad (25)$$

$$\psi_1 = 0.165, \psi_2 = 0.335, \varepsilon_1 = 0.0455, \varepsilon_2 = 0.3$$

### 2-2- بی بعدسازی

برای سهولت در امر محاسبات از پارامترهای بی بعد روابط (26) استفاده می‌شود:

$$\xi = \frac{h}{b_n}, \quad r_\alpha = \sqrt{\frac{I_\alpha}{mb^2}}, \quad \mu = \frac{m}{\pi \rho b^2}$$

$$\eta = \frac{y}{l}, \quad U^* = \frac{U}{b\omega_\alpha}, \quad \xi_\alpha = \frac{1}{\pi} \frac{lC_\alpha}{\sqrt{I_\alpha GJ}}$$

$$\tau = \frac{Ut}{b}, \quad \omega_\alpha = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{GJ}{I_\alpha l^2}}, \quad \omega_h = (1.8751)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_h}{\omega_\alpha}, \quad K = \frac{K}{GJ}, \quad \xi_\xi = \frac{1}{(1.8751^2)^2} \frac{l^2 C_h}{\sqrt{mEI}}$$

$$b^* = \frac{b}{l}, \quad e^* = x_\alpha, \quad M_s^* = \frac{M_s}{ml}$$

$$I_s^* = \frac{I_s}{I_\alpha l}, \quad \lambda = \frac{EI}{GJ}, \quad P = \sqrt{\lambda} \frac{pl^2}{GJ}$$

$$y_s^* = \frac{y_s}{b}, \quad z_s^* = \frac{z_s}{l} \quad (26)$$

### 2-3- معادلات نهایی

نهایتاً پس از ساده‌سازی‌های ممکن، معادلات نهایی بال کامپوزیتی تحت نیروی پیشران و جرم موتور به صورت روابط (27) و (28) بدست می‌آیند:

$$C_0 \xi_1'' + C_1 \alpha_1'' + C_2 \xi_1' + C_3 \alpha_1' + C_4 \xi_1 + C_5 \alpha_1 + C_6 w_1 + C_7 w_2 + C_8 w_3 + C_9 w_4 + A_1 \left( \frac{1}{1.8751^4} \right) \left( \frac{\bar{\omega}}{U^*} \right)^2 G(\xi) + A_{12} K b^* \left( \frac{r_\alpha}{U^*} \right)^2 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 M(\alpha) = f(\tau) \quad (27)$$

$$D_0 \xi_1'' + D_1 \alpha_1'' + D_2 \xi_1' + D_3 \alpha_1' + D_4 \xi_1 + D_5 \alpha_1 + D_6 w_1 + D_7 w_2 + D_8 w_3 + D_9 w_4 + A_2 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{U^*} \right)^2 M(\alpha) + A_{12}^T b^* \left( \frac{1}{U^*} \right)^2 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 G(\xi) = g(\tau) \quad (28)$$

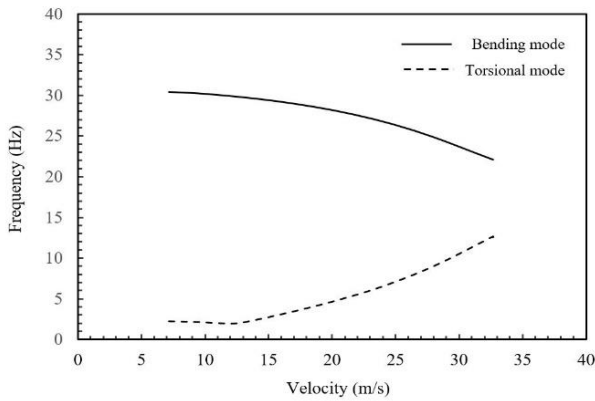
ضرایب  $C_1$  تا  $C_9$  و  $D_1$  تا  $D_9$  بکار رفته در معادلات (27) و (28)، در پیوست موجود می‌باشند.

### 2-4- کامپوزیت

سختی‌های خمشی و پیچشی و کوپلینگ بین آن‌ها برای چند لایه کامپوزیتی بصورت رابطه (30) محاسبه می‌شوند [19].

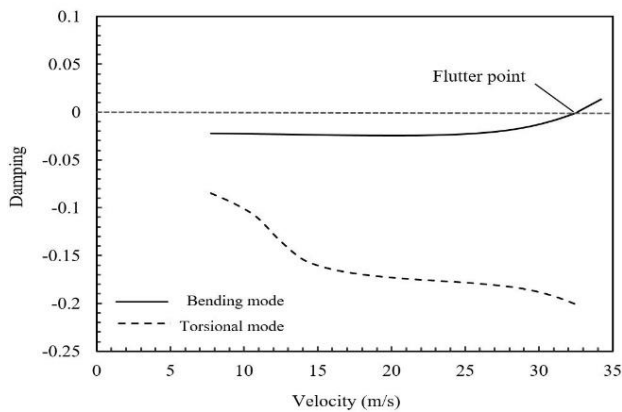
$$EI = b \left( D_{22} - \frac{D_{12}^2}{D_{11}} \right) \quad (29-الف)$$

$$GJ = 4b \left( D_{66} - \frac{D_{16}^2}{D_{11}} \right) \quad (29-ب)$$



a) Frequency vs air speed plot

الف) نمودار فرکانس برحسب سرعت جریان



b) Damping vs air speed plot

ب) نمودار میرایی برحسب سرعت جریان

Fig. 4 Variation of Frequency and Damping vs air speed for HALE wing

شکل 4 تغییرات فرکانس و میرایی برحسب سرعت جریان برای بال هیل

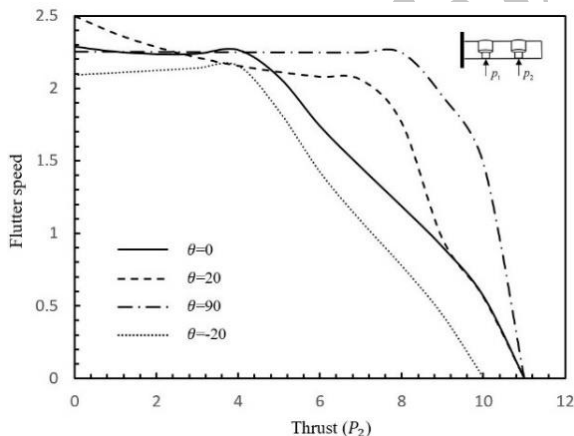


Fig. 5 Effect of second engine thrust on the flutter speed for different fiber orientations in  $P_1 = 6$

شکل 5 تأثیر نیروی پیشران موتور دو بر روی سرعت فلاتر بال در زوایای مختلف الیاف تک لایه و  $P_1 = 6$

بخصوصی ندارد. در شکل 9 تأثیر تغییر مکان طولی موتور دو بر سرعت فلاتر با در نظر گرفتن موتور یک در موقعیت  $X_{S1} = 0.3$  در نیروهای پیشران مختلف برای کامپوزیت تک لایه در زاویه الیاف صفر درجه رسم شده است. همان طور که مشهود است با تغییر موقعیت موتور از وسط بال به سمت نوک بال ابتدا سرعت فلاتر کمی زیاد ولی بعد کاهش می‌یابد، همچنین این

جدول 4 اعتبارسنجی بال کامپوزیتی گلند

Table 4 Validation of composite GOLAND wing

بال گلند	سرعت فلاتر (m/s)	درصد خطا
حاضر	489.27	-
مرجع [3]	494.1	0.98
مرجع [20]	488.3	-0.2
مرجع [14]	492.7	0.7

ذکر شده مقایسه گردیده و نتایج با دقت خوبی همخوانی دارد.

#### 4-2- اعتبار سنجی بال کامپوزیتی دو موتور

در این بخش صحت‌سنجی را برای سرعت فلاتر با در نظر گرفتن دو موتور برای بال گلند با کار آقای مزیدی در حالت بدون سوئپ انجام داده شده و مقایسه نتایج در جدول (5) تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

#### 5- تحلیل فلاتر

در این بخش موتورها به حالت صلب به بال نصب شده که هر کدام از موتورها دارای یک نیروی تعقیب کننده می‌باشد و سرعت فلاتر برای حالت‌های مختلف بدست آمده و ارائه شده است. لازم به ذکر است تمام نمودارها برای بال هیل می‌باشند و همچنین جرم هر کدام از موتورها 11 kg و موقعیت آنها در  $X_{S1} = 0.3$ ,  $X_{S2} = 0.7$  در نظر گرفته شده است. همچنین شکل 4 نمودار فرکانس و صفر شدن میرایی و رخداد پدیده فلاتر برای بال هیل را نشان می‌دهد.

ابتدا شکل 5 تأثیر نیروی پیشران موتورها بر سرعت فلاتر در زاویه الیاف مختلف کامپوزیت تک لایه را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود در ابتدا با افزایش نیروی پیشران موتور دو در برخی زوایا الیاف سرعت فلاتر افزایش ولی بعد از مقدار معینی با افزایش نیروی پیشران موتور دو سرعت فلاتر کاسته و به مرز ناپایداری نزدیک می‌شود و همچنین در حالتی که نیروی موتور دو صفر است بیشتر سرعت فلاتر برای زاویه الیاف بیست درجه می‌باشد. در شکل 6 تأثیر نیروی پیشران موتور دو بر سرعت فلاتر نسبت به نیروی پیشران موتور یک مختلف برای یک کامپوزیت چهار لایه  $[0/90]_S$  نشان داده شده که هر چه نیروی پیشران زیاد می‌شود سرعت فلاتر کاهش می‌یابد.

شکل 7 تغییرات سرعت فلاتر نسبت به تغییرات جرم‌های موتور در زاویه الیاف مختلف کامپوزیت تک لایه را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل دیده می‌شود با افزایش جرم موتورها سرعت فلاتر کاهش می‌یابد و این روند کاهش در زاویه الیاف مختلف، متفاوت است؛ البته این روند برای زاویه الیاف 90 درجه متفاوت و با افزایش جرم تا حد معینی، سرعت فلاتر افزایش و بعد تغییر چندانی ندارد و در زاویه 20- درجه بیشترین تغییر را دارد. در شکل 8 تغییرات سرعت فلاتر نسبت به جرم موتورها برای یک کامپوزیت چهار لایه  $[0/90]_S$  در نیروهای مختلف رسم شده است که با افزایش این نیرو، سرعت فلاتر کاهش می‌یابد ولی با افزایش جرم در ابتدا کمی افزایش و بعد تغییر

جدول 5 اعتبار سنجی بال کامپوزیتی دو موتور برای بال گلند

Table 5 Validation of composite wing two engines

شرایط	مرجع [14]	کار حاضر	درصد خطا
$P_1=P_2=0$	412.1	389.3	-5.5
$P_1=2, P_2=0$	400.7	383.22	-4.3
$P_1=0, P_2=2$	257.6	241.51	-6.2
$P_1=2, P_2=2$	197.5	197.1	-0.2

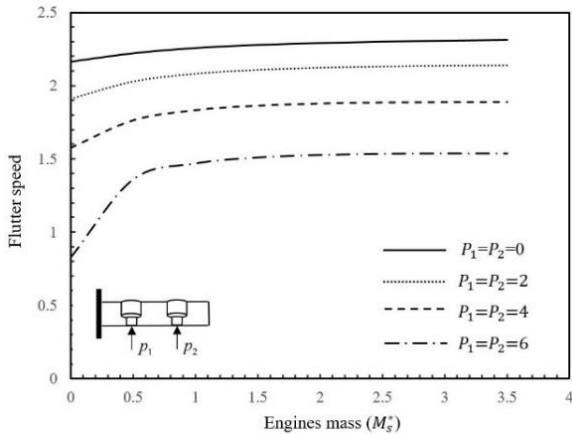


Fig. 8 Flutter speed against engines mass for different engine thrust of 4 layer wing

شکل 8 تغییرات سرعت فلاتر در برابر تغییر میزان جرم‌های متمرکز نسبت به  $P$  های مختلف در الیاف چهار لایه

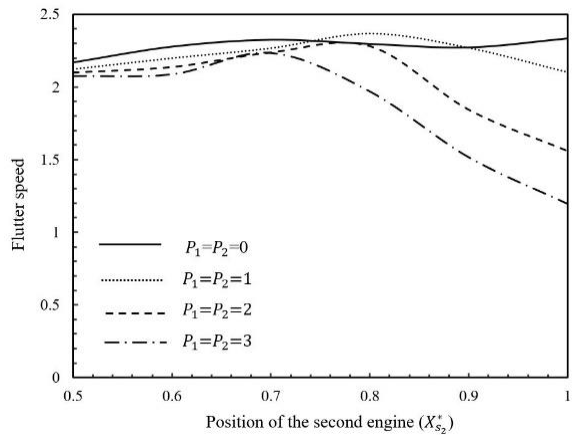


Fig. 9 variation of the position of the second engine on flutter speed in fiber orientation  $\theta = 0$

شکل 9 تغییرات سرعت فلاتر بر حسب تغییر مکان موتور دوم در راستای طولی بال در زاویه الیاف  $\theta = 0$

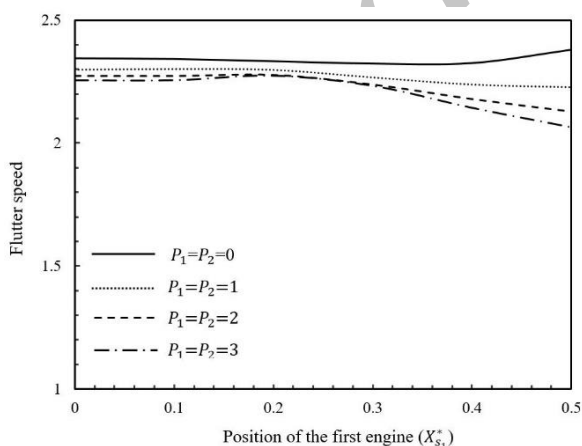


Fig. 10 Effects of the position of the first engine on flutter speed in fiber orientation  $\theta = 0$

شکل 10 تغییرات سرعت فلاتر بر حسب تغییر مکان موتور یک در راستای طولی بال در زاویه الیاف  $\theta = 0$

سرعت فلاتر کاهش می‌یابد و همچنین این کاهش با افزایش نیروهای پیشران، با شیب بیشتری همراه است و در حالت بدون نیرو دارای کمترین

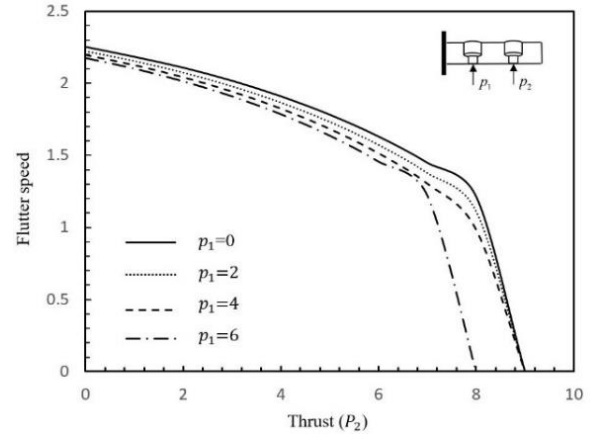


Fig. 6 Effect of second engine thrust on the flutter speed for different first engine thrust

شکل 6 تأثیر نیروی پیشران موتور دو بر روی سرعت فلاتر بال نسبت به  $P_1$  های مختلف در الیاف چهار لایه

تغییرات در نوک بال برای نیروهای مختلف متفاوت است. مثلاً زمانی که نیرویی نباشد، سرعت فلاتر کمی افزایش می‌یابد ولی با افزایش نیروها در انتهای بال سرعت فلاتر با کاهش بیشتر همراه است. در شکل 10 نیز تأثیر تغییر مکان طولی موتور یک بر سرعت فلاتر با در نظر گرفتن موتور دو در موقعیت  $X_{S_2} = 0.7$  در کامپوزیت تک لایه با زاویه الیاف صفر درجه رسم شده است که با تغییر موقعیت موتور یک از ریشه بال به سمت وسط بال ابتدا سرعت فلاتر با تغییر چندانی همراه نیست ولی بعد از موقعیت 0.3 هر چه موتور یک به وسط بال نزدیک می‌شود، سرعت فلاتر با افزایش نیروها، کاهش می‌یابد.

تغییرات سرعت فلاتر بر حسب تغییر موقعیت موتورها در راستای وتر بال در شکل 11 برای یک کامپوزیت تک لایه در چهار زاویه الیاف مختلف نشان داده شده است همان‌طور دیده می‌شود هر چه موتورها به سمت مثبت نمودار نزدیک می‌شوند سرعت فلاتر کاهش می‌یابد همچنین این تغییرات برای یک کامپوزیت چهار لایه  $[0/90]_s$  در شکل 12 با توجه به تغییراندازه جرم موتورها رسم گردیده است که با توجه به شکل شیب کاهش سرعت فلاتر با افزایش جرم موتورها در قسمت منفی بیشتر است.

در شکل 13 تغییرات سرعت فلاتر برای تعداد لایه‌های مختلف کامپوزیت با توجه به تغییر اندازه موتورها را نشان داده شده که با افزایش تعداد لایه‌ها

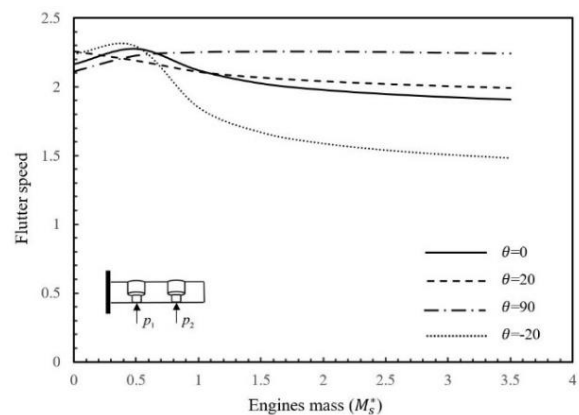


Fig. 7 Flutter speed against engines mass for different fiber orientation

شکل 7 تغییرات سرعت فلاتر در برابر تغییر میزان جرم‌های متمرکز در زوایای مختلف الیاف تک لایه

قرار گرفته است. معادلات حرکت بال با استفاده از روابط لاگرانژ و با استفاده از مودهای فرضی بدست آمده است و از روش مقادیر ویژه سرعت فلاتر برای شرایط مختلف محاسبه شده است. می‌توان دستاوردهای این پژوهش را بصورت زیر دسته‌بندی کرد:

- با افزایش نیروی پیشران موتورها برای کامپوزیت تک لایه سرعت فلاتر بال ابتدا افزایش ولی بعد از مقدار معینی با کاهش همراه است و این روند برای کامپوزیت چند لایه متفاوت و از همان ابتدا با افزایش نیروی پیشران، سرعت فلاتر کاهش می‌یابد.
- با افزایش جرم موتورها سرعت فلاتر بال کامپوزیتی تک لایه ابتدا افزایش و بعد کاهش می‌یابد ولی این روند برای زاویه الیاف 90 درجه متفاوت است و در حالت چهار لایه کمی افزایش و بعد تغییر چشمگیری ندارد.
- با ثابت در نظر گرفتن موقعیت موتور دو و تغییر موقعیت موتور یک از ریشه تا وسط بال حالت مطلوب تقریباً در فاصله  $X_{S_1} = 0.3$  می‌باشد.
- با ثابت در نظر گرفتن موقعیت موتور یک و تغییر موقعیت موتور دو از وسط تا نوک بال حالت مطلوب تقریباً در فاصله  $X_{S_2} = 0.7$  می‌باشد.
- با افزایش نیروی پیشران موتورها و نزدیک شدن آنها به نوک بال سرعت فلاتر کاهش می‌یابد.
- با تغییر موقعیت موتورها در راستای وتر بال و نزدیک شدن آنها به سمت لبه حمله سرعت فلاتر افزایش می‌یابد.

#### 7- فهرست علائم

فاصله بدون بعد از وسط وتر تا محور الاستیک	$a_h$
نصف وتر	$b$
انرژی میرایی	$D$
مود شیب‌های خمشی، پیچشی	$F_h(\eta), F_\alpha(\eta)$
ارتفاع لایه $k$ ام	$h_k$
جرم موتور	$M_s$
تراست بی بعد موتور	$p$
بردار موقعیت جرم متمرکز	$R_e$
انرژی جنبشی	$T$
انرژی جنبشی جرم متمرکز	$T_e$
سرعت نرمال جریان بر بال	$U$
انرژی پتانسیل	$V$
فاصله بدون بعد از محور الاستیک تا مرکز ثقل	$x_a$

#### علائم یونانی

زاویه پیچش	$\alpha$
چگالی هوا	$\rho$
نزاویه الیاف	$\theta$
زمان بی بعد	$\tau$
ثوابت تابع واگنر	$\epsilon_1, \epsilon_2$
ثوابت تابع واگنر	$\psi_1, \psi_2$
فرکانس پیچشی و خمشی	$\omega_\alpha, \omega_\xi$

#### 8- پیوست

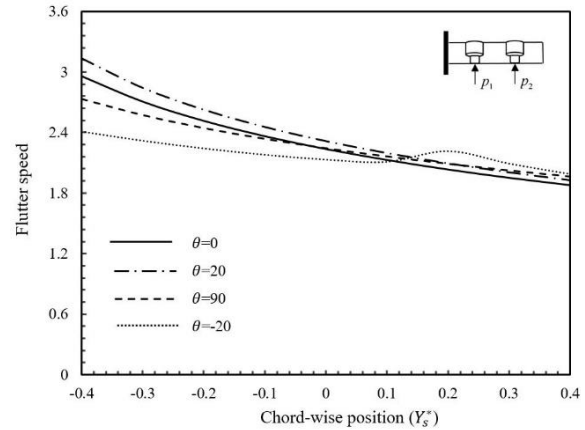


Fig. 11 Flutter speed against chord-wise position of the concentrated mass for different fiber orientation

شکل 11 تأثیر جابجایی موتور در راستای وتر بال بر روی سرعت فلاتر در زاویه الیاف مختلف

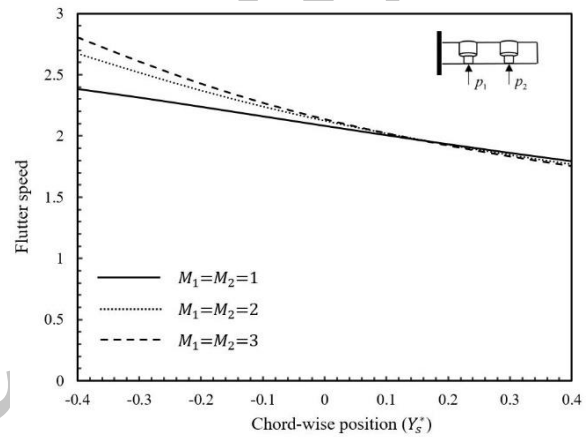


Fig. 12 Flutter speed against chord-wise position for different concentrated mass of 4 layer wing

شکل 12 تأثیر جابجایی موتور در راستای وتر بال بر روی سرعت فلاتر نسبت به جرم‌های مختلف در الیاف چهار لایه

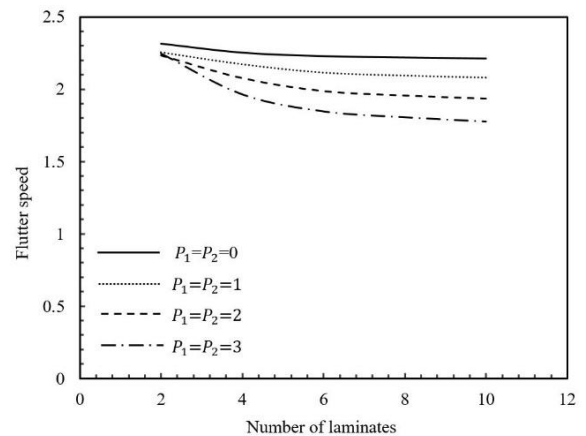


Fig. 13 Flutter speed for different layers

شکل 13 سرعت فلاتر برای تعداد لایه‌های مختلف

شیب است.

#### 6- نتیجه گیری

در این مقاله سرعت فلاتر بال کامپوزیتی برای حالت‌های تک لایه و چند لایه و نیروی پیشران موتورها و با در نظر گرفتن جرم متمرکز موتورها مورد بررسی

$$f(\tau) = \frac{2}{\mu} \left[ A_3 \zeta_1(0) + A_9 \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \alpha_1(0) \right] \left( \varepsilon_1 \psi_1 e^{-\varepsilon_1 \tau} + \varepsilon_2 \psi_2 e^{-\varepsilon_2 \tau} \right)$$

$$D_0 = \left( e^* - \frac{a_h}{\mu} \right) \frac{A_5}{r_a^2} + \frac{M_{e_1}^*}{r_a^2} y_{e_1}^* A_9 + \frac{M_{e_2}^*}{r_a^2} y_{e_2}^* A_{13}$$

$$D_1 = \frac{A_4}{\mu r_a^2} \left( a_h^2 + \frac{1}{8} \right) + A_4 + \left( I_{e_1}^* + \frac{M_{e_1}^*}{r_a^2} (y_{e_1}^{*2} + z_{e_1}^{*2}) A_8 \right) + \left( I_{e_2}^* + \frac{M_{e_2}^*}{r_a^2} (y_{e_2}^{*2} + z_{e_2}^{*2}) A_{12} \right)$$

$$D_2 = -\frac{2 \left( \frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_5 \varphi(0)$$

$$D_3 = -\frac{2 \left( \frac{1}{2} - a_h \right)}{\mu r_a^2} A_4 \left( \left( \frac{1}{2} + a_h \right) \varphi(0) - \frac{1}{2} \right) + 2A_4 \frac{\zeta}{v} \alpha$$

$$D_4 = (P_1 A_{14} + P_2 A_{16}) b^* \frac{A_4}{A_2} - \frac{2 \left( \frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_5 \varphi'(0)$$

$$D_5 = A_4 \left( \frac{1}{v} \right)^2 - \frac{2 \left( \frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_4 \left( \varphi(0) + \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \varphi'(0) \right) - p_1 y_{e_1}^* \frac{A_4}{A_2} - p_2 y_{e_2}^* \frac{A_4}{A_2}$$

$$D_6 = -\frac{2 \left( \frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_4 \varepsilon_1 \psi_1 \left( 1 - \varepsilon_1 \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \right)$$

$$D_7 = -\frac{2 \left( \frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_4 \varepsilon_2 \psi_2 \left( 1 - \varepsilon_2 \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \right)$$

$$D_8 = \frac{2 \left( \frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_5 \psi_1 \varepsilon_1^2$$

$$D_9 = \frac{2 \left( \frac{1}{2} + a_h \right)}{\mu r_a^2} A_5 \psi_2 \varepsilon_2^2$$

$$g(\tau) = -\frac{2}{\mu r_a^2} \left[ A_9 \zeta_1(0) + A_4 \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \alpha_1(0) \right] \left( \frac{1}{2} + a_h \right) \left( \varepsilon_1 \psi_1 e^{-\varepsilon_1 \tau} + \varepsilon_2 \psi_2 e^{-\varepsilon_2 \tau} \right) - \bar{p}_1 z_{e_1}^* \frac{A_4}{A_2} - \bar{p}_2 z_{e_2}^* \frac{A_4}{A_2}$$

## 9- مراجع

- [1] R. Bisplinghoff, H. Ashley, *Principles of Aeroelasticity*, Vol. 25, pp. 235-258, John Wiley&Sons, 1962.
- [2] M. Goland, The flutter of a uniform cantilever wing, *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, Vol. 12, No. 4, pp. A197-A208, 1945.
- [3] M. Goland, Y. Luke, The flutter of a uniform wing with tip weights, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 15, No. 1, pp. 13-20, 1948.
- [4] F. H. Gern, L. Librescu, Static and dynamic aeroelasticity of advanced aircraft wings carrying external stores, *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 7, pp. 1121-1129, 1998.
- [5] F. H. Gern, L. Librescu, Effects of externally mounted stores on aeroelasticity of advanced swept cantilevered aircraft wings, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 2, No. 5, pp. 321-333, 1998.
- [6] D. H. Hodges, M. J. Patil, S. Chae, Effect of Thrust on Bending-Torsion Flutter of Wings, *Journal of Aircraft*, Vol. 39, No. 2, pp. 371-376, 2002.
- [7] Z. Qin, L. Librescu, Aeroelastic instability of aircraft wings modelled as anisotropic composite thin-walled beams in incompressible flow, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 18, No. 1, pp. 43-61, 2003.
- [8] S. Shams, M. H. Sadr Lahidjani, H. Haddadpour, Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function, *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, No. 11, pp. 1192-1203, 2008.
- [9] S. A. Fazelzadeh, A. Mazidi, H. Kalantari, Bending-torsional flutter of wings with an attached mass subjected to a follower force, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 323, No. 1, pp. 148-162, 2009.
- [10] S. A. Fazelzadeh, P. Marzocca, E. Rashidi, A. Mazidi, Effects of rolling maneuver on divergence and flutter of aircraft wing store, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 1, pp. 64-70, 2010.
- [11] A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, Flutter of a swept aircraft wing with a powered engine, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 243-250, 2010.
- [12] A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, P. Marzocca, Flutter of aircraft wings carrying a powered engine under roll maneuver, *Journal of Aircraft*, Vol. 48, No. 3, pp. 874-883, 2011.

$$A_1 = \int_0^1 (F_\alpha'')^2 d\eta$$

$$A_2 = \int_0^1 (F_\alpha')^2 d\eta$$

$$A_3 = \int_0^1 (F_h)^2 d\eta$$

$$A_4 = \int_0^1 (F_\alpha)^2 d\eta$$

$$A_5 = \int_0^1 F_h F_\alpha d\eta$$

$$A_6 = \int_0^1 (F_h')^2 \delta_D (\eta - \eta_{e_1}) d\eta$$

$$A_7 = \int_0^1 (F_h)^2 \delta_D (\eta - \eta_{e_1}) d\eta$$

$$A_8 = \int_0^1 (F_\alpha)^2 \delta_D (\eta - \eta_{e_1}) d\eta$$

$$A_9 = \int_0^1 F_h F_\alpha \delta (\eta - \eta_{e_1}) d\eta$$

$$A_{10} = \int_0^1 (F_h')^2 \delta (\eta - \eta_{e_2}) d\eta$$

$$A_{11} = \int_0^1 (F_h)^2 \delta (\eta - \eta_{e_2}) d\eta$$

$$A_{12} = \int_0^1 (F_\alpha)^2 \delta_D (\eta - \eta_{e_2}) d\eta$$

$$A_{13} = \int_0^1 F_h F_\alpha \delta_D (\eta - \eta_{e_2}) d\eta$$

$$A_{14} = \int_0^1 F_\alpha'' F_\alpha (\eta_{e_1} - \eta) H(\eta_{e_1} - \eta) d\eta$$

$$A_{15} = \int_0^1 F_h \delta_D (\eta - \eta_e) d\eta$$

$$A_{16} = \int_0^1 F_\alpha'' F_\alpha (\eta_{e_2} - \eta) H(\eta_{e_2} - \eta) d\eta$$

$$A_{17} = \int_0^1 F_h \delta_D (\eta - \eta_{e_2}) d\eta$$

$$A_{18} = \int_0^1 F_\alpha'' F_\alpha' d\eta$$

$$C_0 = A_3 \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) + M_{e_1}^* (Z_{e_1}^{*2} A_6 + A_7) + M_{e_2}^* (Z_{e_2}^{*2} A_{10} + A_{11})$$

$$C_1 = A_5 \left( e^* - \frac{a_h}{\mu} \right) + M_{e_1}^* y_{e_1}^* A_9 + M_{e_2}^* y_{e_2}^* A_{13}$$

$$C_2 = A_3 \varphi(0) \frac{2}{\mu} + 2A_3 \zeta_\zeta \frac{\bar{\omega}}{v}$$

$$C_3 = \frac{A_5}{\mu} \left( 1 + 2 \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \varphi(0) \right)$$

$$C_4 = \frac{2A_3}{\mu} \dot{\varphi}(0) + A_3 \left( \frac{\bar{\omega}}{v} \right)^2$$

$$C_5 = p_1 r_a^2 b^* \frac{A_4}{A_2} (A_{14} - A_9) + p_2 r_a^2 b^* \frac{A_4}{A_2} (A_{16} - A_{13}) + \frac{2A_5}{\mu} \left( \varphi(0) + \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \varphi'(0) \right)$$

$$C_6 = \frac{2A_5}{\mu} \varepsilon_1 \psi_1 \left( 1 - \varepsilon_1 \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \right)$$

$$C_7 = \frac{2A_5}{\mu} \varepsilon_2 \psi_2 \left( 1 - \varepsilon_2 \left( \frac{1}{2} - a_h \right) \right)$$

$$C_8 = -\frac{2A_3}{\mu} \psi_1 \varepsilon_1^2$$

$$C_9 = -\frac{2A_3}{\mu} \psi_2 \varepsilon_2^2$$



- [17] M. R. Fallah, M. Farrok, S. Irani, The effect of laminate layers and follower force on optimum flutter speed of composite wing, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 226-236, 2016 (In Persian فارسی).
- [18] H. Pourshamsi, A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, Flutter analysis of an aircraft wing carrying elastically, an external store, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 49-58, 2014. (In Persian فارسی)
- [19] A. Ali, M. Hamed, The effect of laminated layers on the flutter speed of composite wing, *Journal of Engineering*, Vol. 18, No. 8, pp. 924-934, 2012.
- [20] M. J. Patil, D. H. Hodges, C. E. S. Cesnik, Nonlinear aeroelastic analysis of complete aircraft in subsonic flow, *Journal of Aircraft*, Vol. 37, No. 5, pp. 753-760, 2000.
- [13] M. R. Amoozgar, S. Irani, G. A. Vio, Aeroelastic instability of a composite wing with a powered-engine, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 36, pp. 70-82, 2013.
- [14] A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, Aeroelastic modeling and flutter prediction of swept wings carrying twin powered engines, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 26, No. 3, pp. 586-593, 2013.
- [15] B. K. Hadi, I. Permana, The design of a high aspect ratio HALE aircraft composite wing, Part II: Buckling and flutter speed analysis, *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 2, pp. 14-25, 2015.
- [16] Y. Lyubomirov, B. Yartsev, Classical flutter anisotropic composite wing, In *Mechanics-Seventh Polyakhov's Reading, International Conference on 2015, IEEE*, pp. 1-4, 2015.

Archive of SID