



## شبیه‌سازی عددی رژیم تخلیه کرونا تولید شده توسط پیکربندی سیم-سیلندر در شرایط اتمسفریک

علیرضا فتحی<sup>۱</sup>، مهدی آهنگر<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هواپیما، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

۲- استادیار، مهندسی هواپیما، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۹۸۳۹۶۹۴۱۱

### چکیده

اختلاف ولتاژ بین دو الکترود با ضخامت‌های ناهمسان، در صورتی که میدان الکتریکی در اطراف الکترود تخلیه کننده (آن) به حدی قوی باشد که باعث یونیزه شدن گازهای اطراف خود شود اما توانایی ایجاد قوس الکتریکی را نداشته باشد، موجب پدیده تخلیه کرونا می‌گردد. تخلیه کرونا در ابتدا به عنوان پدیده‌ای ناخواهاند شناخته می‌شد، اما امروزه کاربردهای مختلفی از جمله استفاده در رانشگرها دارد. در تحقیق حاضر مشخصات جریان ناشی از تخلیه کرونا از قبیل سرعت، تراست، دما، جریان الکتریکی، خلط‌جایان و راندمان مورد مطالعه‌ی عددی قرار گرفته است. بدین منظور معادلات الکترواستاتیکی و معادلات نویر استوکس به صورت کوپل و با استفاده از روش المان محدود حل شده‌اند. اعتبارسنجی نتایج بدست‌آمده نشان می‌دهد که بیشترین مقدار خطأ در اندازه‌ی جریان الکتریکی، نیروی پیشران و راندمان نیروی پیشران در مقایسه با مقادیر تجربی به ترتیب کمتر از ۱۴، ۲ و ۶ درصد می‌باشد. ممچنین نتایج نشان می‌دهند که با افزایش ولتاژ اعمالی بر آن، نیروی پیشران و جریان افزایش، و راندمان نیروی پیشران کاهش می‌یابد. علاوه بر این با در نظر گرفتن اثر گرمایش اهمی در معادله‌ی انرژی مشاهده شد که بیشینه‌ی دما در اطراف الکترود آند رخ می‌دهد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۵ آذر ۱۳۹۶

پذیرش: ۲۵ دی ۱۳۹۶

ارائه در سایت: ۲۱ بهمن ۱۳۹۶

کلید واژگان:

جریان پلاسمای

مدلسازی عددی

تخلیه کرونا

جریان هیدرودینامیک الکتریکی

## Numerical simulation of electrohydrodynamic flow produced by wire-to-cylinder in atmospheric condition

Alireza Fathi, Mahdi Ahangar\*

Department of Aerospace Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 1983969411, Tehran, Iran, m\_ahangar@sbu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 06 December 2017

Accepted 15 January 2018

Available Online 10 February 2018

Keywords:

Plasma Flow

Numerical Modeling

Corona Discharge

Electro-Hydro-Dynamic Flow

### ABSTRACT

Applying an Electric potential between two electrodes with different thicknesses will cause corona discharge if the electric field around the corona electrode is strong enough to ionize the surrounding gas and weak enough to avoid arcing. Corona discharge used to be known as an unpleasant phenomenon but it has lots of applications today including the ionic thrusters. In this research, the specifications of the flow resulted from corona discharge such as velocity, thrust, and temperature, electric current, flow streamlines and thrust effectiveness have been numerically studied. To do so, the electrostatic and Navier-Stokes equations have been coupled and solved by finite element method (FEM) using the COMSOL Multiphysics software version 5.2. Data validation shows that the maximum errors between the numerical and experimental results in computing thrust, current and thrust effectiveness are respectively below 2%, 14% and 6%. Also the results show that with rising the applied Voltage, the resulted thrust and electric current will increase and the thrust effectiveness decreases. Furthermore, by considering the effect of Ohmic heating in the energy equation, it has been found that the maximum temperature raise happens around anode.

### - مقدمه

تخلیه کرونا در سیستم‌های فشار قوی و خطوط انتقال قدرت پدیده‌ای نامطلوب و خطرناک محاسبه می‌گردد؛ اما یک تخلیه کرونا کنترل شده می‌تواند از طریق باردار کردن ذرات اطراف آند و انتقال مومنت آن‌ها به ذرات خنثی دورتر از آند، جریانی را ایجاد کند که به آن جریان الکتروهیدرودینامیکی (EHD) می‌گویند و امروزه کاربردهای بسیاری در صنایع مختلف دارد.

اولین مشاهده‌ی جریان EHD در سال ۱۷۰۹ توسط هاکرbi صورت

با افزایش اختلاف ولتاژ بین دو الکترود با ضخامت‌های متفاوت تا جایی که قوس الکتریکی رخ ندهد، میدان الکتریکی در اطراف الکترود آند افزایش می‌یابد که به تبع آن گازهای اطراف آند یونیزه شده و پدیده تخلیه کرونا بوجود می‌آید. این فرایند در شکل ۱ قابل مشاهده می‌باشد. مطابق این شکل، با به وجود آمدن یک میدان الکتریکی قوی در اطراف الکترود آند، مولکول‌های هوا یونیزه شده و به سمت الکترود کاتد حرکت می‌کنند. برخورد یون‌ها با مولکول‌های خنثی باعث انتقال مومنت شده و جریانی را بین دو

Please cite this article using:

A. Fathi, M. Ahangar, Numerical simulation of electrohydrodynamic flow produced by wire-to-cylinder in atmospheric condition, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 323-330, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.SID.ir

اندازه گرفتند و با استفاده از پروفیل‌های سرعت، نیروی EHD را تا  $350 \text{ mN}$  بر واحد طول الکترود محاسبه نمودند. در این پژوهش توان مصرفی به میزان  $210 \text{ W/m}$  اندازه‌گیری شد که در نتیجه مقدار راندمان  $W/\text{m}$   $1.7$  به ثبت رسید.

موریاو و همکاران برای درک بهتر پدیده الکتروهیدرودینامیک، آن را در یک پیکربندی سوزن-صفحه‌ای به صورت تجربی مطالعه کردند [9]. در این پژوهش جامع، رابطه‌ی جریان الکتریکی حاصل از تخلیه کرونا با ابعاد کاتد و فاصله‌ی بین دو الکترود، تأثیر افزایش فاصله الکترودها بر راندمان رانشگر و تفاوت میزان نیروی پیشران حاصل از اعمال ولتاژ‌های مثبت و منفی مورد بررسی قرار گرفت. همچنین با افزایش ولتاژ اعمالی تا  $24 \text{ kV}$ ، میزان نیروی پیشران حاصل تا  $90 \text{ mN/m}$  اندازه‌گیری شد.

موریاو در پژوهش تجربی بعدی خود سعی کرد با تغییر تعداد و نحوه چیدمان کاتدها، میزان راندمان بدست آمده برای رانشگر را افزایش دهد [10]. نتایج بدست آمده حاکی از آن است که با افزایش تعداد الکترودها از دو به سه، نیروی درگ ناشی از کاتد کاهش می‌یابد. ضمن اینکه بهترین راه برای افزایش راندمان رانشگر الکتروهیدرودینامیکی در یک پیکربندی سه الکترودی، افزایش فاصله بین آند و کاتدها می‌باشد. البته به این نکته نیز اشاره شد که با افزایش این فاصله بین الکترودها بر نیروی پیشران تولیدی در پژوهش‌های موریاو امکان‌پذیر است که ولتاژ اعمالی موجب قوس الکتریکی نشود.

کیوسیس و همکاران در سال 2014 پژوهشی مشابه با مرجع [9] انجام دادند؛ با این تفاوت که در این پژوهش به مطالعه پارامتریک مشخصه‌های هندسی الکترودها توجه بیشتری نشان داده شد [11]. تأثیرات تغییر شعاع آند و کاتد و فاصله بین الکترودها بر نیروی پیشران تولیدی در پژوهش مذکور بررسی شد و یک رابطه‌ی خطی بین جریان الکتریکی و نیروی پیشران تولیدی مشاهده گردید. سرعت ایجادشده ناشی از تخلیه کرونا در این پژوهش تا میزان  $2.88 \text{ m/s}$  اندازه‌گیری شد.

همچنین گیلمور و بوت سعی کردند با تغییر پارامترهای هندسی، مقدار بیشینه‌ی چگالی نیروی پیشران را برای یک رانشگر الکتروهیدرودینامیکی به صورت تجربی اندازه‌گیری کنند [12]. آن‌ها موفق شدند مقادیر نیروی پیشران بر واحد سطح را تا  $3.3 \text{ N/m}^2$  و نیروی پیشران بر واحد حجم را تا  $15 \text{ N/m}^3$  محاسبه نمایند. در نتایج این پژوهش، رانشگرهای EHD هم از لحاظ راندمان انرژی و هم از لحاظ چگالی نیروی پیشران، به عنوان سامانه‌هایی قابل اطمینان تایید شدند و پهپادها به عنوان بهترین گزینه برای بکارگیری آن‌ها معرفی گشتند.

شبیانا و همکاران در سال 2016 روشی جدید را برای مطالعه‌ی عددی تخلیه کرونا برای استفاده در یک رانشگر الکتروهیدرودینامیکی به کار گرفتند [13]. مدلسازی عددی در این پژوهش بر اساس روش اغتشاشات<sup>۲</sup> انجام شد. همچنین، تأثیر اضافه کردن یک کاتد متصل به ولتاژ منفی به رانشگر بررسی گردید؛ نتایج حاکی از آن بودند که اگر اندازه‌ی ولتاژ منفی اعمالی بر کاتد از مقدار خاصی بیشتر باشد، راندمان رانشگر دو مرحله‌ای از رانشگر تک مرحله‌ای بیشتر خواهد شد. بنابراین نویسنده‌گان این تحقیق پس از موفقیت در مدلسازی رانشگرهای الکتروهیدرودینامیکی تک مرحله‌ای و دوم مرحله‌ای با روش اغتشاشات، این روش را به عنوان روشی مناسب برای مطالعه‌ی رانشگری با تعداد مراحل بیشتر پیشنهاد دادند. از دیگر تلاش‌های انجام شده برای مطالعه‌ی رانشگرهای الکتروهیدرودینامیک می‌توان به پژوهش تجربی

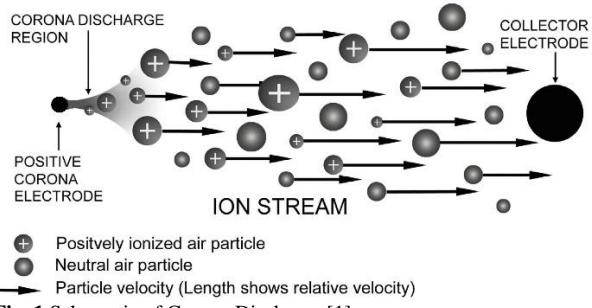


Fig. 1 Schematic of Corona Discharge [1]

شکل ۱ شماتیک تخلیه کرونا [1]

گرفت [2]. وی متوجه تولید جریان هوایی با سرعت کم هنگام اعمال ولتاژ بین دو الکترود شد که بعداً این پدیده توسط نیوتن "باد الکتریکی" نامیده شد [3]. در اوخر قرن نوزدهم، چتوک برای نخستین بار باد الکتریکی را به صورت کمی مطالعه کرد [4] و در سال 1957 هارنی مشخصات الکتریکی تخلیه کرونا و تغییر پارامترهای آبرودینامیکی جریان را برای بررسی میزان نیروی تولید شده توسط این پدیده بررسی نمود [5]. وی رابطه‌ای بین دو الکترود صفحه‌ای پیدا کرد که تبدیل به مبنایی برای پژوهش‌های آینده گردید.

روابطی که طی این سال‌ها بر اساس پژوهش‌های تجربی بدست آمدند تنها قادر به حل تحلیلی مسائل بسیار ساده بودند و در مسائل دو یا سه بعدی کارایی لازم را نداشتند. از این رو توسعه‌ی روش‌های عددی برای مطالعه‌ی جریان EHD به یک ضرورت بدل شد. در همین زمان روش المان محدود نیز ابداع شد و دیویس یکی از نخستین پژوهش‌های عددی در زمینه تخلیه کرونا را با این روش انجام داد [6].

بحث دیگری که در اوخر قرن بیستم مطرح شد این بود که آیا استفاده از تخلیه کرونا برای توسعه‌ی رانشگرها در حوزه‌ی مهندسی هوافضا توجیه‌پذیر است یا خیر؟ از طرفی این رانشگرها وزن سبک و سهولت در ساخت هستند، قادر قطعات متحرک می‌باشند و قادر به فعالیت در گستره‌ی وسیعی از فشارها می‌باشند؛ اما از طرف دیگر راندمان پایینی دارند و به علت افزایش حرکت‌پذیری یون‌ها با افزایش ارتفاع، این راندمان کمتر هم می‌شود. به هر حال برخی محققان ادعا کردند که می‌توان راندمان رانشگر EHD را افزایش داد. بوندار و باستین در پژوهش خود با استفاده از سرعت ۵۰  $\text{m/s}$  توانستند میزان راندمان رانشگر را تا  $7.5\%$  بهبود بخشنند [7]. در این پژوهش پیشنهاد استفاده از نیروی EHD در سیستم پیشرانش کترولی بالن‌ها و هواییماهای کوچک با در نظر گرفتن انرژی خورشیدی و سامانه‌های تبدیل انرژی فتوولتائیک<sup>۱</sup> (به منظور تولید ولتاژ لازم برای شروع تخلیه کرونا) جهت تامین انرژی لازم نیز مطرح شد.

در سال 2008، جول لارسن و همکاران برای اولین بار از نرم‌افزار کامسول برای شبیه‌سازی عددی جریان الکتروهیدرودینامیک استفاده و سپس آن را با نتایج تجربی مقایسه کردند [1]. در این پژوهش با اعمال ولتاژ  $8 \text{ kV}$  سرعت هوای ساکن در شرایط اتمسفریک به  $1.1 \text{ m/s}$  افزایش داده شد و در محدوده ولتاژ  $4$  تا  $8$  کیلوولت، میانگین درصد خطای  $4\%$  بین نتایج عددی و تجربی حاصل شد.

کولاس و همکاران در یک پیکربندی مشکل از  $5$  الکترود شامل یک آند متصل به ولتاژ مثبت، دو کاتد متصل به زمین و دو کاتد متصل به ولتاژ منفی، رژیم تخلیه کرونا را بهینه‌سازی کردند [8]. آن‌ها سرعت را تا  $10 \text{ m/s}$

<sup>1</sup> Photovoltaic

<sup>2</sup> Perturbation Method

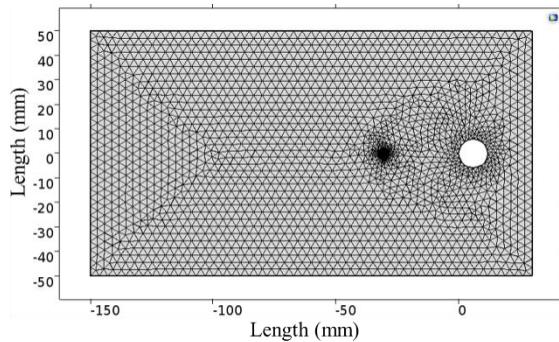


Fig. 3 Generated Mesh

شکل ۳ شبکه‌بندی

نرمافزار، در اطراف آند و کاتد تعداد سلول‌ها بیشتر و ابعاد آن‌ها ریزتر و در باقی دامنه‌ی حل ابعاد سلول‌ها درشت‌تر در نظر گرفته شده است.

## 2-2- معادلات حاکم

شبیه‌سازی عددی رژیم تخلیه کرونا نیازمند در نظر گرفتن همزمان معادلات الکترواستاتیک و نویر-استوکس می‌باشد. در جریان‌های پلاسمای میدان الکتریکی و چگالی بار الکتریکی از طریق رابطه پواسون (1) به یکدیگر مرتبط می‌شوند:

$$\nabla \cdot E = -\nabla^2 V = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

که  $(n_i - n_e) = q$  نشان‌دهنده‌ی چگالی بار الکتریکی و  $\epsilon_0$  ثابت گذردهی هوا می‌باشد.

همچنین چگالی جریان الکتریکی از رابطه (2) قابل محاسبه است:

$$J = \mu_p E q + U q - D \nabla q \quad (2)$$

در این معادله،  $\mu_p$  ضریب تحرک‌پذیری<sup>۲</sup> یون‌های هوا،  $U$  سرعت جریان و  $D$  ضریب نفوذ‌پذیری یون‌ها می‌باشد. سه عبارت سمت راست رابطه (2) به ترتیب نشانگر سهم حرکت یون‌ها بر اثر میدان الکتریکی، حرکت بار الکتریکی ناشی از جریان سیال، و نفوذ بارهای الکتریکی می‌باشند. پیوستگی چگالی بار الکتریکی با در نظر گرفتن معادله (3) (ضمیم می‌گردد):

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (3)$$

با توجه به این‌که تغییرات چگالی جریان هوا در پیرامون الکترودها ناچیز است، جریان به صورت تراکم‌پذیر در نظر گرفته شده و معادله‌ی پیوستگی به شکل رابطه (4) می‌باشد:

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (4)$$

با ترکیب کردن معادلات (2)، (3) و (4)، رابطه (5) بدست می‌آید:

$$\nabla \cdot (\mu_p E q - D \nabla q) + U \cdot \nabla q = 0 \quad (5)$$

همچنین با در نظر گرفتن اثر نیروی حجمی ناشی از میدان الکترواستاتیکی، معادله‌ی موننتم به صورت رابطه (6) در می‌آید:

$$\rho U \cdot \nabla U = -\nabla p + \mu \nabla^2 U + qE \quad (6)$$

که  $p$  فشار هوا و  $\mu$  لزجت دینامیک هوا می‌باشد. ضمناً  $qE$  نشانگر نیروی الکترواستاتیک یا نیروی کولمب است.

در نهایت برای بررسی تأثیر تخلیه کرونا بر دمای جریان، معادله‌ی انرژی بصورت رابطه (7) نوشته می‌شود:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p u \cdot \nabla T = -\nabla \cdot (K \nabla T) + EJ \quad (7)$$

<sup>2</sup> Mobility Coefficient

ماسویاما و برت [14] اشاره کرد. آنها با بررسی عملکرد رانشگرهای الکتروهیدرودینامیکی دریافتند که نسبت نیروی پیشران به توان مصرفی آن‌ها بین 2 تا 5 برابر پیشران‌های جت می‌باشد. همچنین گرانادوس و همکاران [15] در پژوهشی عددی به بررسی آثار تغییر شکل کاتد و استفاده از گازهایی همچون آرگون، نیتروژن و اکسیژن در شرایط شبه خلاء بر نیروی پیشران تولیدشده توسط یک رانشگر الکتروهیدرودینامیک پرداختند.

وانگ و همکاران به منظور بهبود عملکرد انتقال حرارت با کمک تخلیه کرونا، تأثیر تعداد الکترودهای کاتد و نحوه قرارگیری آن‌ها را بر روی ضخامت لایه مرزی حرارتی و تغییرات گرادیان‌های سرعت در آن مطالعه کردند [16]. در این پژوهش برخلاف مرجع [13] تعداد آندها افزایش یافت و فقط یک کاتد استفاده شد. طبق نتایج بدست آمده با اعمال ولتاژ 11 kV و استفاده از سه آند، ضریب انتقال حرارت تا 8 برابر و ضخامت لایه مرزی حرارتی تا 39.8% کاهش یافت.

بررسی پژوهش‌های ذکر شده نشان می‌دهد که مرجع [9] به صورت جامع اثرات پارامترهای عملکردی و هندسی در رژیم تخلیه کرونا را مورد مطالعه‌ی تجربی قرار داده است. با این حال، در پژوهش مذکور رفتار مشخصه‌ها و الگوی جریان الکتروهیدرودینامیک مورد بررسی قرار نگرفته‌اند. از این‌رو برای درک بهتر فیزیک حاکم بر جریان پلاسمای بین دو الکترود، در پژوهش حاضر نمونه‌آزمایش بکار گرفته شده در مرجع [9] برای اولین بار به صورت عددی شبیه‌سازی شده و مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در این شبیه‌سازی تلاش شده تا علاوه بر مطالعه پارامترهای عملکردی جریان الکتروهیدرودینامیک بین دو الکترود، الگو و رفتار جریان سیال، مشخصه‌های الکتریکی رژیم تخلیه کرونا و اثرات اتفاقات الکتروگرمایی در قالب تغییرات دمای جریان سیال به طور همزمان مد نظر قرار گیرند.

## 2- مشخصات مسئله

### 2-1- هندسه مسئله و شبکه محاسباتی

هندسه بکار گرفته شده در مرجع [9] بصورت شماتیک در شکل 2 قابل مشاهده است. در این چیدمان شاعع آند 12.5 μm و شاعع کاتد 6 mm در نظر گرفته شده و دو الکترود در فاصله‌ی 30 mm از یکدیگر قرار گرفته‌اند.

شبکه تولیدشده که از نوع بی‌سازمان و مثلثی می‌باشد در شکل 3 نشان داده شده است برای تولید این شبکه از گزینه‌ی ساخت شبکه برای مطالعه‌ی جریان پلاسمای نرم‌افزار کامسول استفاده شده است. شبکه‌ی تولیدی دارای 4824 سلول محاسباتی بوده و با اعمال گزینه توزیع<sup>۱</sup> روی سطح الکترودها در

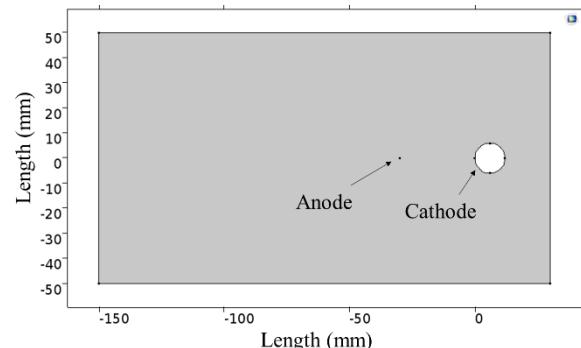


Fig. 2 Schematic of Geometry

شکل 2 هندسه‌ی مسئله

<sup>1</sup> Distribution

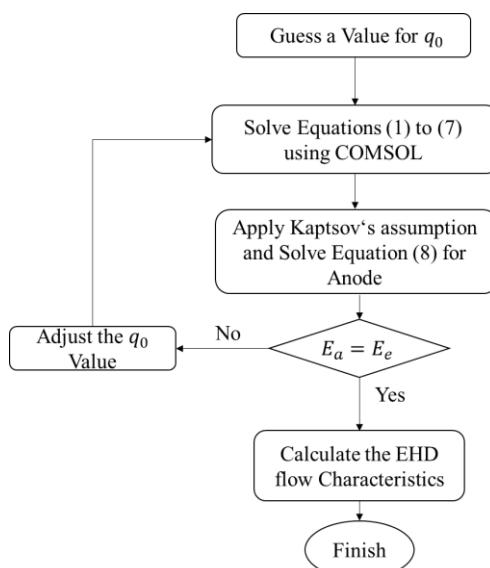


Fig. 4 Space Charge Density Calculation

شکل 4 محاسبه چگالی بار الکتریکی آند

**2-5 روش حل عددی**  
 حل عددی معادلات حاکم با استفاده از نرمافزار کامسول<sup>۴</sup> نسخه 5.2 انجام شده است. این نرمافزار مسائل را به روش المان محدود حل کرده و برای مطالعه‌ی جریان‌های پلاسمای مناسب می‌باشد. با توجه به ماهیت متفاوت معادلات (1) تا (7)، برای کوپل کردن آن‌ها از حلگر مستقیم<sup>۵</sup> پاردیس<sup>۶</sup> استفاده شده است [18]. برای دستیابی به حل پایای معادلات ذکرشده، با توجه به غیرخطی بودن آن‌ها و سختی بالای مساله‌ی حاضر، گزینه‌ی "شیداً غیر خطی"<sup>۷</sup> در تنظیمات حلگر مذکور فعال گردید. همچنین در قسمت تنظیمات معادله غیر خطی، از ترانسنس نسبی 0.01 استفاده شد.

### 3- نتایج

چنان‌که در انتهای بخش مقدمه ذکر گردید، در این پژوهش، مطالعه‌ی تجربی صورت‌گرفته در مرجع [9] به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. در ادامه ابتدا سه پارامتر عملکردی رانشگر مورد اعتبارسنجی واقع شده و اختلاف آن با مقادیر تجربی بررسی می‌گردد. سپس نتایج مربوط به رفتار مشخصه‌های الکتروهیدرودینامیکی و الگوی جریان سیال مورد بحث قرار می‌گیرد.

جدول 1 شرایط مرزی

Table 1 Boundary Conditions

	پتانسیل الکتریکی	چگالی بار الکتریکی	مرز
جریان عمودی	$\frac{\partial V}{\partial x} = 0$	$q=0$	وروودی جریان
p=1 atm	$\frac{\partial V}{\partial x} = 0$	$q=0$	خروجی
جریان آزاد	$\frac{\partial V}{\partial y} = 0$	$q=0$	مرزهای باز
عدم لغزش	$V = V_0$	روش تکراری (بخش 2-2)	آند
عدم لغزش	$V = 0$	$q=0$	کاتد

در این معادله  $C_p$  ظرفیت گرمایی مخصوص هوای  $K$  ضریب انتقال حرارت هوایی باشد. همچنین عبارت  $EJ$  بیانگر حرارت اهمی ناشی از افت ولتاژ بین دو الکترود است.

### 2-3- مکانیزم تولید چگالی بار الکتریکی

فاصله‌ی بین دو الکترود را از لحاظ چگالی بار الکتریکی می‌توان به دو ناحیه تقسیم کرد. در نزدیکی کاتد به دلیل وجود تعداد تقریباً برابر از الکترون‌ها و یون‌های مثبت، می‌توان از چگالی بار الکتریکی صرف‌نظر کرد، اما در اطراف آند مقادیر چگالی یون‌های همان و اتم‌های خنثی هوای غالب می‌باشد. بنابراین مقدار چگالی بار در این ناحیه قابل چشم‌پوشی نیست. برای تخلیه جریان الکتریکی در رژیم کرونا در هوا تحت شرایط استاندارد، با استفاده از فرمول پیک<sup>۱</sup> [17] می‌توان شدت میدان الکتریکی را روی الکترود آند با شرط صاف بودن سطح آن تخمین زد:

$$(8) \quad E_e = E_0(1 + (0.0262/\sqrt{R_e}))$$

در این رابطه  $R_e$  شعاع آند و  $E_0 = 3.31 \times 10^6 \text{ V/m}$  شدت میدان الکتریکی شکست<sup>۲</sup> هوایی باشد. شرایط مرزی چگالی بار الکتریکی می‌تواند با استفاده از فرض کاپیتسوف<sup>۳</sup> در ناحیه‌ی یونیزاسیون اعمال شود. طبق این فرض قبل از شروع رژیم کرونا، میدان الکتریکی متناسب با اختلاف پتانسیل اعمالی افزایش می‌آید، اما پس از شروع کرونا مقدار آن ثابت می‌ماند. در این پژوهش فرض می‌شود که ناحیه‌ی یونیزاسیون کوچک است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. تحت این شرایط، شدت میدان الکتریکی در سطح آند را می‌توان با استفاده از معادله (8) تخمین زد.

لازم به ذکر است که با توجه به اینکه معادله‌ی صریحی برای تعیین مقدار چگالی بار الکتریکی بر روی سطح آند در دسترس نمی‌باشد، از یک روش تکراری برای مشخص کردن مقدار این متغیر استفاده شده است. در این روش ابتدا مقدار چگالی بار الکتریکی حدس زده می‌شود و سپس به ازای این مقدار، معادلات تا رسیدن به حالت پایا حل می‌شوند. در صورتی که مقدار متوسط میدان الکتریکی محاسباتی بر روی آند با مقدار بدست آمده از فرمول پیک برابر باشد، حل پایان می‌پذیرد؛ در غیر این صورت حدس اولیه تصحیح شده و الگوریتم ذکر شده مجدداً تکرار خواهد شد. روند نمای روش ذکور، در شکل 4 نشان داده شده است.

### 2-4- شرایط مرزی و اولیه

با توجه به اینکه شبیه‌سازی در شرایط اتمسفریک انجام می‌شود، فشار ثابت  $p = 1 \text{ atm}$  بر روی تمامی مرزهای خارجی اعمال شده است. در مرزهای خارجی فرض می‌شود که چگالی اتم‌های خنثی بیشتر از ذرات باردار است و لذا جریان هوای تحت تأثیر میدان الکتریکی قرار نمی‌گیرد، بنابراین مقدار پتانسیل و چگالی بار الکتریکی بر روی آن‌ها برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. بر روی سطح کاتد نیز با توجه به توضیحات بخش 2-3 مقدار چگالی بار الکتریکی را می‌توان برابر صفر در نظر گرفت. همچنین با توجه به چیدمان شرایط آزمایشگاهی در مرجع [9] و لتاژ اعمالی بر این الکترود برابر صفر می‌باشد. لازم به ذکر است که دمای آزمایش نیز 293.15 درجه‌ی کلوین گزارش شده است. در جدول 1 شرایط مرزی پتانسیل الکتریکی، چگالی بار الکتریکی و جریان آرام در کل دامنه نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Peck's Formula<sup>2</sup> Breakdown Electric Strength<sup>3</sup> Kaptsov's assumption

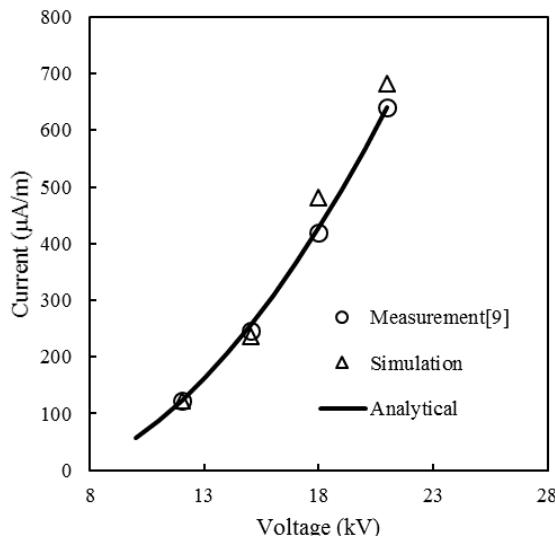


Fig. 6 Electric Current Versus Applied Voltage

**1-3-اعتبارسنجی مدل عددی**  
برای بررسی صحت مدل عددی به کار گرفته شده، در این قسمت سه پارامتر عملکردی نیروی پیشران، جریان الکتریکی و بازده نیروی پیشران با نتایج اندازه‌گیری شده در مرجع [9] مقایسه شده‌اند و خطای بیشینه‌ی هر کدام از آن‌ها محاسبه شده است.

در شکل 5 نمودار تغییرات نیروی پیشران بر حسب مقادیر ولتاژ نشان داده شده است.

مشاهده می‌شود که نیروی پیشران تولید شده بر اثر تخلیه کرونا با افزایش ولتاژ اعمالی افزایش می‌یابد. بیشترین میزان خطای بین نتایج عددی و تجربی مربوط به نیروی پیشران، کمتر از 2% می‌باشد که حاکی از تطابق خوب نتایج عددی با مقادیر تجربی است. همچنین، تغییرات نیروی پیشران بر حسب ولتاژ که از رابطه تحلیلی (9) به دست آمده، در شکل 5 به صورت خط پیوسته رسم شده است. این رابطه تحت فرضیات ساده کننده‌ای در مرجع [9] استخراج شده است.

$$(9) F = C \times V(V - V_0)d/\mu$$

در این رابطه  $V_0$  مقدار ولتاژ شروع تخلیه کرونا و  $C$  ثابت است که به تحرک پذیری یون‌ها، ابعاد و فاصله‌ی دو الکترود بستگی دارد. انتباط نتایج تحلیلی با سایر نتایج نشان می‌دهد که شبیه‌سازی عددی به خوبی رفتار سهمی شکل جریان بر حسب ولتاژ را پیش‌بینی کرده است.

همچنین تغییرات جریان الکتریکی حاصل از شبیه‌سازی عددی بر حسب ولتاژ و مقایسه‌ی آن با مقادیر اندازه‌گیری شده در مرجع [9] در شکل 6 قابل رویت می‌باشد.

مشاهده می‌شود که با زیاد شدن مقدار ولتاژ اعمالی، جریان الکتریکی افزایش می‌یابد. بیشترین مقدار خطای در ولتاژ 18 kV به 14% می‌رسد. همچنین، در این نمودار با استفاده از رابطه (10) [9]، جریان الکتریکی بر حسب ولتاژ رسم شده است.

$$(10) I = C \times V(V - V_0)$$

مالحظه می‌شود که جریان الکتریکی محاسبه شده نیز همچون نیروی پیشران به صورت سهمی شکل بر حسب ولتاژ تغییر می‌کند.

در رانشگرهای الکتریکی پارامتر عملکردی راندمان نیروی پیشران طبق رابطه (11) تعریف می‌شود که نتایج مربوط به آن در شکل 7 نشان داده شده است.

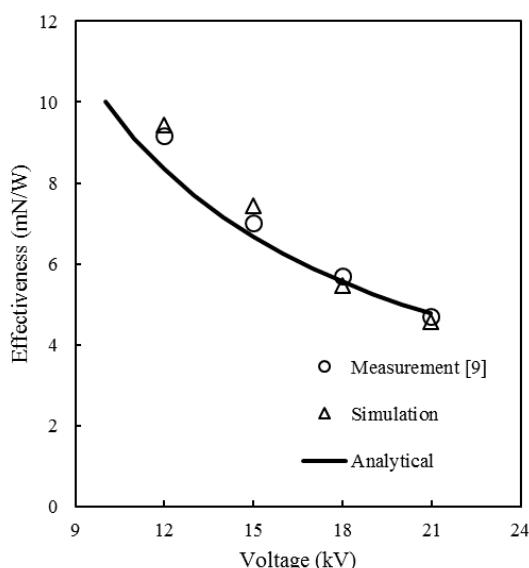


Fig. 7 Thrust Effectiveness versus Applied Voltage

شکل 7 نمودار راندمان نیروی پیشران بر حسب ولتاژ

$$\theta = \frac{F_{EHD}}{P} \quad (11)$$

مشاهده می‌شود که برخلاف نیروی پیشران و جریان الکتریکی، با افزایش ولتاژ اعمالی مقدار راندمان کم می‌شود. اگرچه با افزایش ولتاژ اعمالی نیروی پیشران افزایش یافته اما بازده آن کاهش می‌یابد، بنابراین عملکرد بهینه تخلیه کرونا مستلزم پیدا کردن یک نقطه بهینه برای ولتاژ اعمالی است که در پژوهش‌های آتی به آن پرداخته خواهد شد. بیشترین میزان خطای در ولتاژ 15 kV به 6% می‌رسد. علاوه بر این، نتایج عددی به دست آمده با نتایج حاصل از رابطه تحلیلی (12) [9] نیز مقایسه شده است.

$$\theta = \frac{d}{\mu V} \quad (12)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود نتایج عددی به خوبی ارتباط معکوس بین ولتاژ و بازده در معادله (12) را نشان می‌دهند. در حقیقت، این رابطه معکوس به این معناست که رانشگر برای تولید نیروی پیشران بیشتر، نیازمند توان ورودی مصرفی بالاتری می‌باشد.

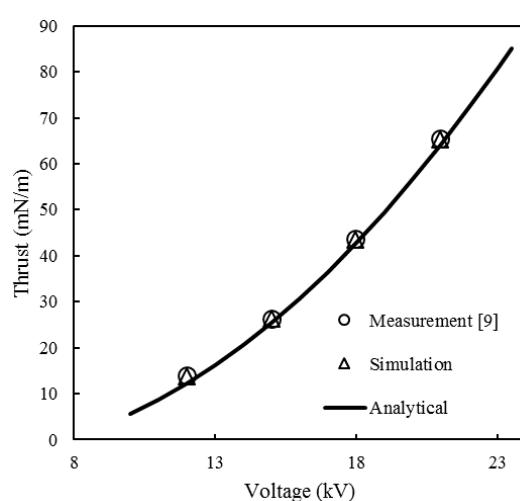


Fig. 5 Thrust Versus Applied Voltage

شکل 5 نمودار نیروی پیشران بر حسب ولتاژ

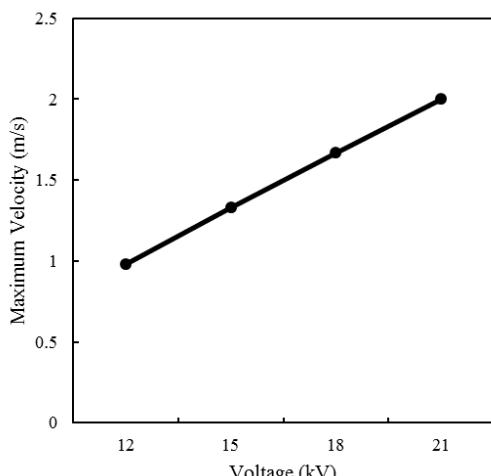


Fig. 10 Maximum Velocity Versus Applied Voltage

شکل 10 نمودار سرعت ماکریم بر حسب ولتاژ

که در این رابطه  $D_{cte}$  یک مقدار ثابت است. با جایگذاری رابطه (10) در رابطه (13) مشخص است که سرعت و ولتاژ تقریباً بطور خطی با یکدیگر ارتباط دارند و این امر مovid نتایج بدست آمده در شکل 10 می‌باشد. همان‌طور که در شکل 8 دیده شد، بردارهای سرعت در نزدیکی سطح کاتد دارای گرادیان‌های شدیدی هستند. برای بررسی دقیق‌تر پروفیل سرعت در این ناحیه، تغییرات سرعت به ازای مقادیر مختلف ولتاژ در امتداد خط A (به طول 35 mm و زاویه  $60^\circ$  که در شکل 11 قابل رویت است) در شکل 12 رسم شده‌اند.

نتایج نشان می‌دهند که با افزایش ولتاژ اعمالی بر آن، گرادیان سرعت در مجاورت کاتد شدیدتر می‌گردد؛ اما ضخامت لایه مرزی سرعت تقریباً ثابت می‌ماند و در ولتاژ‌های مختلف، سرعت سیال در فاصله‌ی معینی از سطح کاتد به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

در شکل 13 الگوی توزیع پتانسیل الکتریکی در دامنه حل پس از رسیدن به شرایط پایا مشاهده می‌شود. مقدار پتانسیل الکتریکی در سطح آند بیشینه است و با حرکت به سمت کاتد رفته کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. همچنین با توجه به اینکه مرزهای بیرونی در بینهایت فیزیکی واقع شده‌اند، مقدار پتانسیل در این مرزها نیز به صفر می‌گردد.

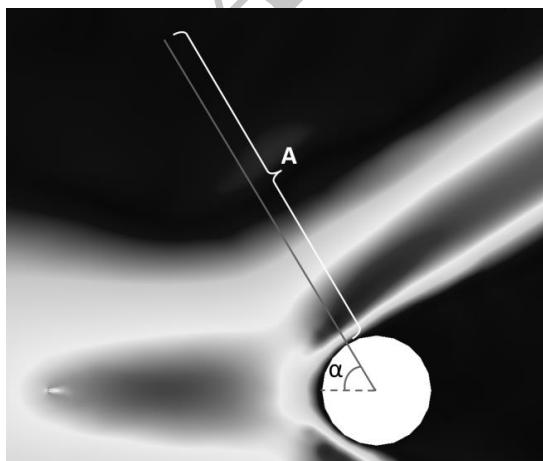


Fig. 11 Cut line

شکل 11 خط برش در مسیر جریان

### 3-2- بررسی رفتار و الگوی جریان سیال پلاسما

در شکل 8 توزیع سرعت جریان در حالت پایا نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود جریان در فضای بین دو الکترود به دلیل وجود نیروی کولمب وارده بر ذرات باردار، شتاب گرفته و پس از عبور از اطراف کاتد به صورت دو جت زاویه‌دار خارج می‌شود. مقدار سرعت در مجاورت الکترود کاتد حداقل شده و به 1.42 m/s می‌رسد.

خطوط جریان و بردارهای سرعت در شکل 9 رسم شده‌اند. همان‌طور که بیان شد بدلیل وقوع سرعت بیشینه در مجاورت سطح الکترود کاتد، بردارهای سرعت در این ناحیه نسبت به سایر نواحی دارای اندازه بزرگ‌تری هستند. در حقیقت مونتم (در جهت محوری) حاصل از نیروی الکترواستاتیکی بین دو الکترود، در هنگام عبور جریان از روی سطح کاتد، به مونتم در جهت مماسی تبدیل می‌شود. لذا ملاحظه می‌گردد که خطوط جریان در بین دو الکترود کاملاً کشیده و موادی می‌باشند. همان‌طور که در شکل 9 مشاهده می‌شود دست جریان شده و خطوط جریان در نیمه پشتی الکترود کاتد (زاویه بزرگ‌تر از 90 درجه) از سطح جدا شده‌اند.

تغییرات سرعت بیشینه بر حسب ولتاژ اعمالی در شکل 10 قابل مشاهده است.

ملحوظه می‌شود رابطه‌ی سرعت با ولتاژ در جریان الکتروهیدرودینامیک رابطه‌ای خطی می‌باشد. این موضوع را از لحاظ تحلیلی نیز می‌توان بررسی کرد. طبق رابطه (10) جریان الکتریکی با مرتع ولتاژ متناسب است. همچنین در رابطه (13) مشاهده می‌شود که سرعت جریان گاز با محدود جریان الکتریکی تغییر می‌کند [9]

$$v_G = D_{cte} \sqrt{\frac{d \times I}{\mu}} \quad (13)$$

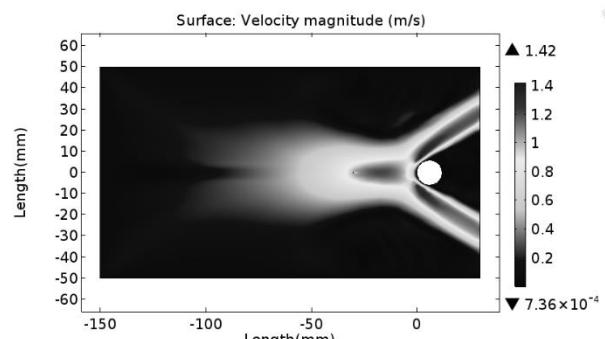


Fig. 8 Velocity Contour in 15 kV

شکل 8 کانتور سرعت در ولتاژ 15 kV

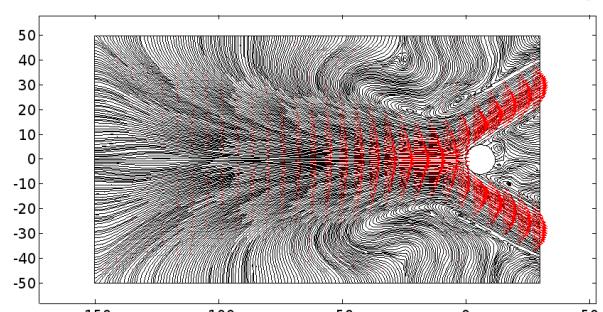


Fig. 9 Flow Streamlines in 15 kV

شکل 9 خطوط جریان در ولتاژ 15 kV

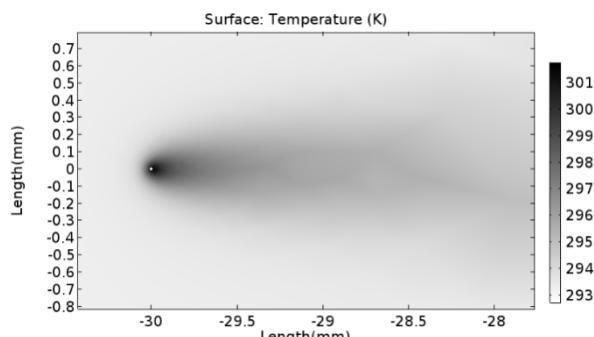
نیروی کولمب در این ناحیه حداکثر می‌باشد.

### 3-3- بررسی اثر تخلیه کرونا بر دمای جریان سیال

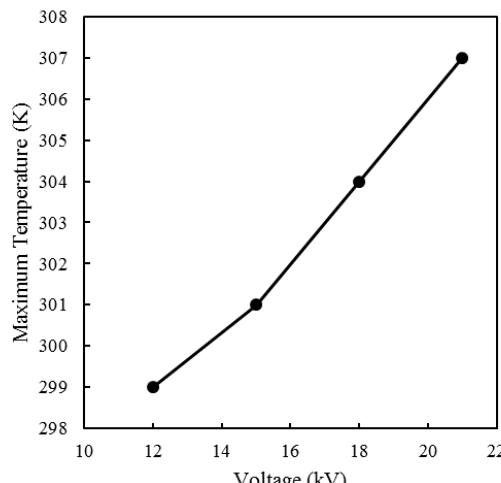
در شکل 15 توزیع دمای جریان سیال در اطراف الکتروود آند نشان داده شده است. با توجه به معادله انرژی (7) می‌توان افزایش چند درجه‌ای دما را ناشی از اثر عبارت مربوط به حرارت اهمی دانست. همان‌طور که پیشتر ذکر شد، افزایش میدان الکتریکی در نزدیکی سطح آند بر اساس رابطه (2) منجر به افزایش جریان الکتریکی در این ناحیه شده و در نتیجه اتفاقات الکتروگرمایی در نزدیکی سطح آند افزایش می‌یابد و به تبع آن مقدار دما رشد می‌کند.

به طور کلی از رابطه (2) می‌توان نتیجه گرفت که  $E \propto V$ ، بنابراین حرارت اهمی ( $EJ$ ) با مربع میدان الکتریکی ( $E^2$ ) متناسب می‌باشد. با توجه به رابطه مستقیم دما و ولتاژ به ترتیب با حرارت اهمی و میدان الکتریکی، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش ولتاژ اعمالی، دما روندی صعودی دارد. نتایج شکل 16 که مقادیر بیشینه دما بر حسب ولتاژ در آن رسم شده است، مؤید بحث ذکرشده می‌باشد.

با این حال باید در نظر داشت که چون جریان الکتروهیدرودینامیک در خانواده‌ی جریان‌های پلاسمایی رژیم سرد قرار دارد، افزایش دما به واسطه‌ی افزایش ولتاژ اعمالی در این نوع از جریان‌ها چشم‌گیر نمی‌باشد و در نهایت به ازای ولتاژ اعمالی 21 kV، دمای جریان هوا حدوداً 15 افزایش می‌یابد.

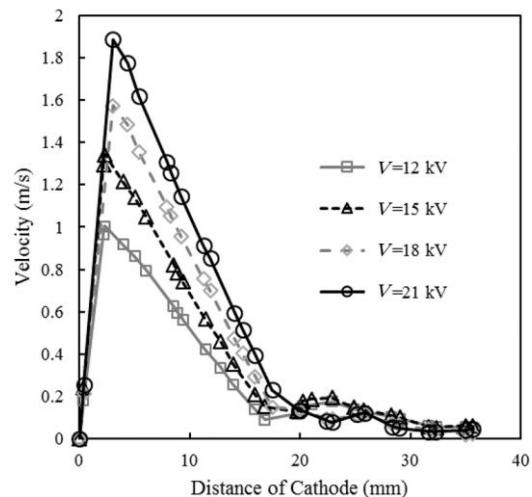


شکل 15 کانتور دما در ولتاژ 15 kV

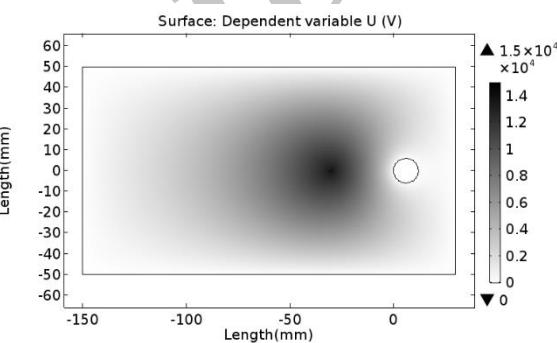


شکل 16 نمودار دمای بیشینه بر حسب ولتاژ

شکل 16 نمودار دمای بیشینه بر حسب ولتاژ



شکل 12 تغییر پروفیل سرعت با ولتاژ

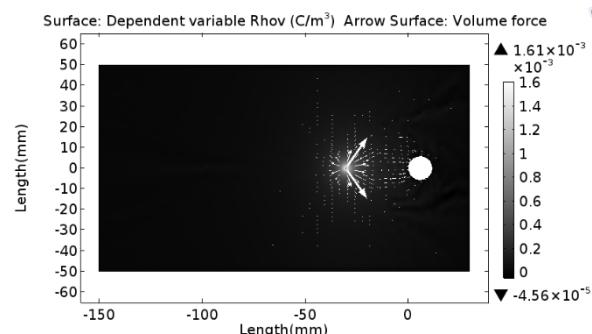


شکل 13 کانتور پتانسیل الکتریکی در ولتاژ 15 kV

در شکل 14 توزیع چگالی بار الکتریکی در شرایط پایا رسم شده است.

با توجه به توضیحات ذکرشده در بخش 3-2، چگالی بار الکتریکی بیشترین مقدار خود را در ناحیه‌ی یونیزاسیون (در سطح آند) اختیار می‌کند. الگوریتم تکرارپذیر ذکرشده، مقدار این متغیر فیزیکی را در ولتاژ 15 kV برابر  $1.61 \times 10^{-3} C/m^3$  پیش‌بینی کرده است.

علاوه بر این در شکل 14 بردارهای نیروی الکترواستاتیکی نمایش داده شده‌اند. اندازه‌ی این بردارها در اطراف الکتروود آند نسبت به سایر نواحی در دامنه‌ی حل بزرگ‌تر است. همان‌طور که در معادله (6) مشاهده می‌شود نیروی کولمب متناسب با مقادیر میدان الکتریکی و چگالی بار می‌باشد. بنابراین به دلیل بیشینه بودن کمیات مذکور در نزدیکی سطح آند مقادیر



شکل 14 کانتور چگالی بار الکتریکی در ولتاژ 15 kV

مهدی‌سازی مکانیک مداریون، اردیبهشت 1397، دوره 18 شماره 02

### 3-4- جمع‌بندی

در پژوهش حاضر مشخصات جریان الکتروهیدرودینامیک ناشی از رژیم تخلیه کرونا بین دو الکترود با پیکربندی سیم-سیلندر، به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفت. با بررسی و رفتارسنجی مشخصه‌های الکتریکی و الگوی جریان سیال نتایج زیر حاصل شد:

- میزان چگالی بار الکتریکی در سطح الکترود آند بیشترین مقدار خود را دارد و با حرکت از سمت آند به کاتد مقدار آن کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش ولتاژ اعمالی، مقدار چگالی بار الکتریکی در اطراف آند افزایش می‌یابد.

- افزایش ولتاژ با تأثیرگذاری بر روی چگالی بار الکتریکی موجب افزایش نیروی کولمب و به تبع آن افزایش سرعت جریان می‌گردد.

شبیه‌سازی انجام شده بیانگر این است که با زیاد شدن مقدار ولتاژ ورودی از 12 kV تا 21 kV، مقدار نیروی پیشران از 12 mN/m به 64 mN/m یافته و همچنین بیشینه سرعت نیز از 2 m/s به 0.98 m/s می‌باشد.

- مشاهده شد که با افزایش ولتاژ اعمالی، سرعت بیشینه در نزدیکی سطح کاتد (در زاویه حدوداً 60 درجه) رخ داده اما ضخامت لایه مزدی سرعت در این ناحیه تغییر نکرده و همچنان ثابت می‌ماند. این در حالی است که با افزایش ولتاژ در بازه‌ی مذکور، مقدار بیشینه سرعت در این ناحیه تقریباً دو برابر شده است.

در نهایت پیشنهاد می‌شود که در مطالعات آتی با اضافه کردن معادلات بقای اجزاء شیمیایی موجود در پلاسماء، اثر فرایند یونیزاسیون در این دو الکترود مورد مطالعه قرار گیرد. همچنین می‌توان اثر تغییر پارامترهای هندسی از جمله تغییر تعداد الکتروودها، قطر الکتروودها و فاصله بین آنها را بر روی پارامترهای عملکردی مورد بحث قرار داد. علاوه بر این می‌توان با حل غیردائمی معادلات رفتار ناپایای جریان کرونا و اثر اتفاقات حرارتی ناشی از آن را بر روی راندمان نیروی پیشران بررسی کرد.

### 4- فهرست علایم

$C_p$	ظرفیت گرمایی مخصوص ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$D$	ضریب نفوذ یون‌ها ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )
$E$	میدان الکتریکی ( $\text{Vm}^{-1}$ )
$K$	ضریب انتقال حرارت ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$n_i$	چگالی تعداد ذرات یون‌ها و اتم‌های خنثی ( $\text{m}^{-3}$ )
$n_e$	چگالی تعداد ذرات الکترون ( $\text{m}^{-3}$ )
$p$	فشار (Pa)
$q$	چگالی بار الکتریکی ( $\text{Cm}^{-3}$ )
$qE$	نیروی کولمب ( $\text{Nm}^{-3}$ )
$R_e$	شعاع آند (m)
$T$	دما (K)

- 5- مراجع
- [1] F. Hauksbee, *Physico-Mechanical Experiments on Various Subjects*, First Edition, pp. 46-47, London: Brugis, 1709.
  - [2] I. Newton, *Optics*, pp. 25-27, London: Printers to the Royal Society, 1718.
  - [3] A. P. Chattock, On the velocity and mass of the ions in the electricwind in air, *Philosophical Magazine*, Vol. 48, No. 294, pp. 401-420, 1899.
  - [4] D. J. Harney, *An Aerodynamic Study of the Electric Wind*, PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, CA, USA ,1957.
  - [5] J. L. Davis, J. F. Hoburg, Wire-duct precipitator field and charge computation using finite element and characteristics methods, *Journal of Electrostatics*, Vol. 14, No. 2, pp. 187-199, Aug. 1983.
  - [6] H. Bondar, F. Bastein, Effect of neutral fluid velocity on direct conversion from electric to fluid kinetic energy in an electro-fluid-dynamic device *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 19, No. 9, pp. 1657-1663, 1986.
  - [7] N. E. Jewell-Larsen, S. V. Karpov, I. A. Krichtafovitch, V. Jayanty, C. P. Hsu, A. V. Mamishev, Modeling of corona-induced electrohydrodynamic flow with COMSOL multiphysics, Proceedings *ESA Annual Meeting on Electrostatics*, Minneapolis, Minnesota, June 17-19, 2008.
  - [8] D. F. Colas, A. Ferret, D. Z. Pai, D. A. Lacoste, C. O. Laux, Ion wind generation by a wire-cylinder-plate corona discharge in air at atmospheric pressure, *Journal of Applied Physics*, Vol. 108, No. 10, pp. 1-6, 2010.
  - [9] E. Moreau, N. Benard, J. D. Lan-Sun-Luk, J. P. Chabriat, Electrohydrodynamic force produced by a wire-to-cylinder dc corona discharge in air at atmospheric pressure, *Journal of Physics D Applied Physics*, Vol. 46, No. 47, pp. 1-14, 2013.
  - [10] E. Moreau, N. Benard, F. Alcalap, A. Douyère, Electrohydrodynamic force produced by a corona discharge between a wire active electrode and several cylinder electrodes. application to electric propulsion, *Journal of Electrostatics*, Vol. 76, pp. 194-200, 2015.
  - [11] K. Kioussis, N. A. X. Moronis, W. G. Fruh, Electro-Hydrodynamic (EHD) thrust analysis in Wire-Cylinder electrode arrangement, *Plasma Science and Technology*, Vol. 16, No. 4, pp. 363-369, 2014.
  - [12] C. K. Gilmore, S. R. H. Barrett, Electrohydrodynamic thrust density using positive corona-induced ionic winds for in-atmosphere propulsion, *Proceedings of Royal Society A*, Vol. 471, No. 2175, pp. 1-24, 2015.
  - [13] H. Shibata, Y. Watanabe, K. Suzuki, Performance prediction of electrohydrodynamic thrusters by the perturbation method, *Physics of Plasmas*, Vol. 23, No. 5, pp. 1-7, 2016.
  - [14] K. Masuyama, S. R. Barrett, On the performance of electrohydrodynamic propulsion, *The Royal Society A*, Vol. 469, No. 2154, 2013.
  - [15] V. H. Granados, M. J. Pinheiro, P. A. Sá, Electrostatic propulsion device for aerodynamics applications, *Physics of Plasmas*, Vol. 23, No. 7, pp. 1-11, 2016.
  - [16] W. Wang, L. Yang, K. Wu, C. Lin, P. Huo, S. Liu, D. Huang, M. Lin, Regulation-controlling of boundary layer by multi-wire-to-cylinder negative corona discharge, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 119, pp. 438-448, 2017.
  - [17] F. W. Peek, *Dielectric Phenomena in High Voltage Engineering*, pp. 8-38, New York: McGraw-Hill Book Company, 1920.
  - [18] C. G. Petra, O. Schenk, M. Anitescu, Real-time stochastic optimization of complex energy systems on high-performance computers, *IEEE Computing in Science & Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 32-42, 2014.