ماهنامه علمى پژوهشى





mme.modares.ac.ir

# بررسی اثر تغییرات نمایی سطح مقطع بر ولتاژ خروجی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک با غیرخطینگی هندسی، اینرسی، ماده و میرایی

حامد سلمانى<sup>1</sup>، غلامحسىن رحيمى<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا ، دانشگاه تربیت مدرس، تهران 2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران \* تهران، صندوق بستي ahimi\_gh@modares.ac.ir ،14115-111 \*

Tullini5i e nodatesite il il	* تهران، طسوق پستی ۱۱۱
چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این مقاله روابط الکترومکانیکی غیرخطی تیر برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک با مقطع متغیر نمایی ارائه شده است تا تاثیر متغیر نمودن مقطع تیر پیزوالکتریک با تابع نمایی در استخراج توان بیشتر با وزن کمتر از برداشت کننده انرژی بررسی شود. بدین منظور غیرخطینگیهای ماده، میرایی، اینرسی و هندسی در نظر گرفته شده است. در بهدست آوردن معادلات حرکت فرضیه اویلر برنولی و تغییرات خطی ولتاژ در جهت	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 29 مهر 1396 پذیرش: 27 دی 1396 ارائه در سایت: 26 بهمن 1396
ضخامت مد نظر گرفته شده است. معادلات حاکم با شکل مودهای متعامد تیر پیزوالکتریک با مقطع متغیر نمایی بههمراه جرم نوک جداسازی	کلید واژگان:
شده است. معادلات دیفرانسیل غیرخطی و کوپل حاکم با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه حل شدهاند. ضریب میرایی تیر با استخراج تابع	پيزوالكتريک
پاسخ فرکانسی شتاب نوک تیر به شتاب تحریک پایه از آزمایشی مناسب در حالت خطی و مدار اتصال کوتاه محاسبه شده است. برای شناسایی	برداشت کننده انرژی
ضرایب غیرخطی ماده و صحهگذاری نتایج، شتاب تحریک شیکر افزوده شده است و در نتیجه آن دقت معادلات توسعه یافته مورد تایید قرار	مقطع متغير نمايي
گرفته است. بمنظور بررسی اثر متغیر نمودن مقطع تیر بصورت نمایی در کاراًیی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک، تاثیر طول، ضریب باریک	غیرخطی، روش تجربی
شوندگی و شتاب تجریک مورد بررسی قرار گرفته است.	

## Investigation of the exponentially tapering effect on the behavior of piezoelectric energy harvester including geometric, inertial, material and damping nonlinearities

#### Hamed Salmani, Gholam Hossein Rahimi

Department of Aerospace Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran \* P.O.B. 14115-111, Tehran, Iran, rahimi\_gh@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	ABSTRACT
Original Research Paper Received 21 October 2017 Accepted 17 January 2018 Available Online 15 February 2018	In this paper, the nonlinear electromechanical formulations of a piezoelectric energy harvester are proposed to investigate the effect of exponential tapering on generating more power with less mass from energy harvester. For this purpose, geometric, inertial, material and damping nonlinearities are included. The governing equations are derived using the Euler-Bernoulli and linear variation of electric voltage
Keywords: Piezoelectric, Energy harvesting Exponential tapering Nonlinear Experimental method	along the thickness assumptions. The coupled nonlinear equations are discretized by the mass normalized mode shapes of an exponentially tapered piezoelectric beam with tip mass, and resulting differential equations are solved employing the method of multiple scales. An experiment is set up, and the damping coefficient of the beam is calculated from the tip acceleration to base acceleration frequency response function in the case of low exciting acceleration and short circuit. Material nonlinear coefficients are identified using the experiment, when the exciting acceleration of the shaker is increased, and the proposed solution accuracy is verified. The effect of tapering exponentially on the behavior of the piezoelectric energy harvester is investigated by studying length, tapering parameter and exciting acceleration amplitude in some examples

#### 1- مقدمه

سيم كشي ها به دليل افزايش وزن، كاهش قابليت اطمينان و افت جريان گزینه چندان مناسبی برای رفع این نقیصه نمی باشند. بنابراین در حسگرهای بیسیم رویکردی که در نظر گرفته میشود، استفاده از باطری است که باطرىها نيز مستعمل شده ونياز به تعويض و يا شارژ مجدد پيدا مى كنند. اين مساله زمانی اهمیت بیشتری پیدا میکند که شبکهای متشکل از حسگرها

فناوریها روز به روز کوچکتر میشوند و با این پیشرفت، بخصوص در زمینه الکترونیک، حسگرها و مدارات الکترونیکی میتوانند در جاهای دور از دسترس و فضاهای محدود مانند داخل بال و بدنه هواپیما، روی موتور و ... قرار بگیرند و اطلاعات حسگر را بصورت بی سیم منتقل نمایند. اگرچه این سیستمها کوچک میشوند، ولی نیاز به منابع انرژی الکتریکی دارند که

Please cite this article using: H. Salmani, Gh. H. Rahimi, Investigation of the exponentially tapering effect on the behavior of piezoelectric energy harvester including geometric, inertial, material and damping *U* nonlinearities. *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, no. 424, 442, 2019 (19) nonlinearities, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 434-442, 2018 (in Persian)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Network Sensor Node

مدنظر باشد، که در این حالت نیاز به سیستمهایی وجود دارد که خود، منبع انرژی<sup>۱</sup> داشته باشند. این منابع انرژی میتوانند به صورت مستقیم در حسگر مورد استفاده قرار گیرند و یا این که بهطور غیرمستقیم برای شارژ باطری استفاده شوند. به علاوه باطریها در شرایط محیطی خاصی کار میکنند و در دماهای بالا نمیتوان از آنها استفاده نمود. آلودگی زیست محیطی نیز دیگر مشکلی است که باطریها ایجاد میکنند، بنابراین محققین به دنبال راههای تازه تر برای تامین انرژی حسگرها بودهاند و در این میان توجهها به برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریک که برمبنای ار تعاشات تیر کار میکنند، به طور وسیعی رو به افزایش است. برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریک از یک تیر تشکیل شدهاند که یک یا دو لایه پیزوالکتریک به آن متصل شده است و وزنهای به نوک آن متصل شده است که با استفاده از آن فرکانس طبیعی تیر تنظیم و تقریبا برابر با فرکانس تحریک میشود [1].

تحقیقات نشان داده است که متغیر نمودن سطح مقطع تیر پیزوالکتریک منجر به افزایش نسبت ولتاژ، به وزن برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک می شود. بیکر و همکاران مشاهده نمودند که با ایجاد تیر مثلثی می توان انرژی تولیدی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را تا 50 درصد افزایش داد، چرا که با مثلثی نمودن تیر می توان کرنش یکنواخت در طول آن ایجاد نمود [2]. تحقیقات در زمینه متغیر نمودن سطح مقطع تیر، نشان داد که این کار می تواند منجر به بهینه شدن ولتاژ و توان خروجی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک شود [3-9]. سلمانی و همکاران نیز در پژوهشی با استفاده از حل تحلیلی نشان دادند که چنانچه مقطع تیر به صورت نمایی تغییر نماید می تواند منجر به افزایش نسبت ولتاژ و توان به وزن کل برداشت کننده انرژی می تواند منجر به افزایش نسبت ولتاژ و توان به وزن کل برداشت کننده انرژی

برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریک هنگامی که در معرض بآر بالای ناشی از شتاب تحریک بالا قرار می گیرند، رفتار غیرخطی عموما نرم شونده از خود نشان می دهند. این رفتار غیرخطی نشأت گرفته از اثر غیرخطی ماده، غیرخطی هندسی و غیرخطی اینرسی هستند. در این بخش به مرور مقالاتی پرداخته می شود که در برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک، آثار این پارامترها را با روش تحلیلی مورد بررسی قرار دادهاند.

ونگر و هیدگورن [11] معادلات ساختاری تیر پیزوالکتریک را در حالتی که تحت میدان الکتریکی ضعیف قرار می گیرد ارائه نمودند. آنها با حل معادلات حرکت با استفاده از روش تعادل هارمونی<sup>۲</sup> حل نموده و ضرایب مجهول ماده را با استفاده از نتایج روش تجربی محاسبه نمودند. در سال 2004 عرفه و همکارش[21] روابط ساختاری<sup>۲</sup> غیرخطی پیزوالکتریک را برای عملگر پیزوالکتریک با توزیع درجه 2 بدست آورده و ضرایب موردنیاز ماده پیزوالکتریک را از آزمایش محاسبه نمودند. دغاغ و همکاران [13] مدل یک معادلات حرکت برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را استخراج نموده و با درجه آزادی تیر را استفاده نموده و با فرض سفتی و میرایی غیرخطی معادلات حرکت برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را استخراج نموده و با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه<sup>1</sup>ولتاژ و توان برداشت کننده انرژی معادلات ساختاری غیرخطی [11]، روابط کرنش جابجایی خطی و میرایی غیرخطی، ولتاژ برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را محاسبه نمودند. ماسانا و غیرخطی، ولتاژ برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را بارگذاری محوری مورد ذعاغ [16] برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را بارگذاری محوری مورد فیزخطی، ولتاژ برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را بارگذاری محوری مورد

عبدالکفی و همکاران [17] به بررسی پارامترهای معادلات ساختاری ارائه شده توسط عرفه و همکاران [12] در برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریک تحت تحریک مستقیم<sup>2</sup> پرداخته و در حل خود پس از بردن معادلات به فضای حالت، آنها را با روش مقیاسهای چندگانه حل نمودند. آنها در مدلسازی خود، مقطع را یکنواخت در نظر گرفته و علاوه بر ماده غیرخطی، اینرسی و رابطه جابجایی کرنش را نیز غیرخطی فرض نمودند. آنها در تحقیق دیگری از همین فرضیات برای مدلسازی تیر پیزوالکتریک با تحریک پارامتری<sup>۷</sup> پرداختند [18]. استانتون و همکاران وی [19] در معادلات ساختاری پیزوالکتریک از درجات بالاتر از 2 میدان الکتریکی بهدلیل کوچک بودن آن در برداشت انرژی صرفنظر نموده و تنش را توزیع درجه 6 از کرنش در نظر گرفتند. آنها اثر جرم نوک را نیز در معادلات خود مدنظر قرار دادند و معادلات را از روش مقیاسهای چندگانه حل نمودند. لیندهام و همکارش ارتورک [20]، با استفاده از رابطه سازگاری غیرخطی و رابطه تنش و کرنش خطی، معادلات حاکم را استخراج نموده و با روش تعادل هارمونی حل نمودند. گارگ و همکارش [21] پاسخ زیر هارمونی أو فوق هارمونی ابرداشت کننده انرژی پیزوالکتریک را با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه مورد مطالعه قرار دادند.در یکی از معدود اقدامات برای حل غیرخطی تیر با مقطع متغیر، سیلویا و همکاران از تابع میجر-جی<sup>۰۰</sup> شکل مودهای تیر با مقطع متغیر خطی را استخراج نموده و پاسخ دینامیکی آن را در حالت تشدید اصلی<sup>۱۱</sup> با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه مورد بررسی قرار دادند [22]. در این مقاله معادلات حاکم بر برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک

ایر این شاند شاند کار کار براست کست ارزی پیروانمریک غیرخطی با مقطع متغیر نمایی مورد بررسی قرار گرفته است تا تاثیر نمایی نمودن سطح مقطع تیر پیزوالکتریک بر ولتاژ خروجی از برداشت کننده انرژی در دامنه نوسانات بالا مورد مطالعه قرار گیرد. بدین منظور غیرخطی هندسی، ماده، میرایی و اینرسی در معادلات حاکم مدنظر قرار گرفته و معادلات غیرخطی کوپل حاکم بر رفتار تیر پیزوالکتریک استخراج شده است. بعلاوه تیر اویلر-برنولی<sup>۱۲</sup> در نظر گرفته شده و تغییرات ولتاژ در جهت ضخامت پیزوالکتریک با مقطع متغیر، معادلات حرکت جداسازی شده و به معادلات پیزوالکتریک با مقطع متغیر، معادلات حرکت جداسازی شده و به معادلات دیفرانسیل در حوزه زمان تبدیل میشوند. معادلات حاکم با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه، حل و نتایج آن با نتایج تجربی مقایسه شده است. مقایسه نتایج نمایانگر، قرابت نتایج تجربی و تحلیلی است. در پایان تاثیر طول، ضریب باریک شوندگی و شتاب تحریک در ولتاژ غیرخطی به دست آمده از برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک مورد مطالعه قرار گرفته است.

#### 2- روابط الكترومكانيكي

#### 1-2- توسعه معادلات حركت

برداشت کننده انرژی که در این مقاله مورد بررسی قرار میگیرد از یک تیر فلزی تشکیل شده است که به یک تیر پیزوالکتریک چسبانده شده است. لایه پیزوالکتریک تمام طول تیر را میپوشاند و عرض تیر مرکب بهصورت نمایی

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Self-Powered

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Harmonic Balance Method

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Constitutive Equations <sup>4</sup> Method of Multiple Scales

غیرخطی و ماده را خطی در نظر گرفتند و به این نتیجه رسیدند که تحت بار کششی تیر رفتار سخت شونده<sup>۵</sup>از خود نشان میدهد. آنها حل خود را با روش مقیاسهای چندگانه انجام دادند.

<sup>5</sup> Hardening

<sup>6</sup> Direct Excitation

<sup>7</sup> Parametric excited

<sup>8</sup> Subharmonic

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Superharmonic

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Meijer-G Function

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Primary Resonance <sup>12</sup> Euler-Bernoulli

در طول آن تغییر می ماید. وزنه ای در نوک تیر به عنوان جرم متمرکز چسبانده شده است که فرکانس طبیعی را تنظیم نموده و آن را به فرکانس تحریک نزدیک می کند. این تیر به صورت یک سر گیردار به تکیه گاه متصل شده و از این قسمت تحت تحریک پایه قرار می گیرد. الکترودهای لایه پیزوالکتریک به مقاومت الکتریکی R متصل شده اند. شکل برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک در "شکل 1" نمایش داده شده است.

معادلات ساختاری غیرخطی پیزوالکتریک با در نظر گرفتن فروالاستیسیته غیرخطی عبارت است از [12]:

$$\sigma_{11}^{p} = C_{1111}\varepsilon_{11} - e_{113}E_{3} + \frac{1}{2}\alpha_{1}\varepsilon_{11}^{2} + \frac{1}{2}\alpha_{2}E_{3}^{2} - \alpha_{3}E_{3}\varepsilon_{11} \qquad (a)$$

$$D_{3} = e_{311}\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}^{s}E_{3} + \frac{1}{2}\alpha_{3}\varepsilon_{11}^{2} + \frac{1}{2}\alpha_{4}E_{3}^{2} - \alpha_{3}E_{3}\varepsilon_{11} + \frac{1}{2}\alpha_{4}E_{3}^{2} - \alpha_{5}E_{3}\varepsilon_{11} + \frac{1}{2}\alpha_{5}E_{3}\varepsilon_{11} + \frac{1}{2}\alpha_{5}E_{5}\varepsilon_{11} + \frac{1}{2}\alpha_{5}\varepsilon_{11} + \frac{$$

که در آن کرنش غیرخطی با در نظر گرفتن جابجایی بزرگ، از رابطه زیر بهدست میآید [23]:

$$\varepsilon_{11} = -z \left( w'' + \frac{1}{2} w'' w'^2 \right)$$
(2)

تغییرات انرژی پتانسیل با استفاده از تنش و کرنش روابط (1) و (2) و فرض رابطه تنش و کرنش خطی برای لایه فلزی از رابطه (3) قابل محاسبه است [24].

$$\delta \pi = \iint_{v_p} (\sigma_{11} \delta \varepsilon_{11} - D_3 \delta E_3) dv \tag{3}$$

انرژی جنبشی تیر نیز با در نظر گرفتن جابجایی بزرگ تیر که در آن علاوه بر جابجایی عرضی، جابجایی طولی نیز در تیر وجود دارد، از رابطه (4) بدست میآید:

$$T = \int_{0}^{L} m(\dot{u}^{2} + \dot{w}^{2}) dx + \frac{1}{2} M(\dot{u}_{L}^{2} + \dot{w}_{L}^{2}) + \frac{1}{2} I_{1} \dot{w}'_{L}^{2}$$
(4)

که در آن رابطه بین جابجایی عرضی و جابجایی طولی عبارت است از:  
$$u = -\frac{1}{2} \int_0^s w'^2 ds$$
 (5)

علاوه بر انرژی جنبشی و پتانسیل حاکم بر تیر پیزوالکتریک، انرژی ناشی از تحریک پایه با فرکانس Ω، میرایی خطی، غیرخطی و بار الکتریکی *Q* نیز برای بهدست آوردن معادلات حرکت مورد نیاز است که در ادامه بهصورت کار مجازی بیان میشود:

$$\delta W = -\int_{0}^{L} C_{a} \dot{w} + C_{an} \dot{w} |\dot{w}| + \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \left( C_{s} I(x) \frac{\partial^{3} w}{\partial t \partial x^{2}} \right) \delta w dx - m_{0} \int_{0}^{L} F \cos(\Omega t) e^{-cx} \delta w dx - MF \cos(\Omega t) \delta w_{L} - Q \delta V$$
(6)

پس از محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل، میتوان با استفاده از اصل همیلتون به شکل زیر استفاده نمود و معادلات حرکت را به دست آورد [25]:  $\delta \int (T - \pi + W) dt = 0$  (7)

در معادله (7)، ضرایب δw برابر صفر قرار داده شده و معادله دیفرانسیل حاکم به دست آمده است. بهعلاوه از جداسازی گالرکین به شکل زیر استفاده شده است:

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{n} \phi_i(x) q_i(t)$$
(8)



Fig. 1 Piezoelectric energy harvester

**شكل 1** برداشت كننده انرژى پيزوالكتريك

که در آن  $\phi$  شکل مود متعامد نسبت به جرم i ام تیر پیزوالکتریک با مقطع متغیر نمایی و جرم نوک است که در محاسبه آن از شرط مرزی تیر یک سر گیردار با جرم نوک استفاده شده است. در این شرط مرزی جابجایی و شیب در محل تکیهگاه صفر در نظر گرفته شده و در نوک تیر نیروی برشی و ممان بهترتیب، برابر با نیرو و ممان ناشی از از جرم نوک هستند [10].

با توجه به این که تیرهای برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک در مود اول تیر بیشترین ولتاژ و توان را تولید مینمایند، با فرض تحریک در فرکانس طبیعی اول معادلات حرکت تنها در مود اول استخراج و حل میشوند. با استفاده از روابط (1) تا (6) و (8) و جایگذاری در رابطه (7) یکی از دو معادله حرکت حاکم بر رفتار غیرخطی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک به شکل زیر بهدست میآید:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{1} + +2\zeta_{1}\omega_{1}\dot{q}_{1} + \zeta_{1n}\dot{q}_{1}|\dot{q}_{1}| + \omega_{1}^{2}q_{1} - \lambda_{1}V(t) - D_{111}q_{1}^{2} \\ + E_{1111}q_{1}^{3} - \theta_{1}V^{2}(t) \\ + F_{1111}(q_{1}\dot{q}_{1}^{2} + q_{1}^{2}\ddot{q}_{1}) - K_{111}q_{1}^{2}V(t) \\ + N_{11}q_{1}V(t) = \Lambda_{1}F\cos(\Omega t) \end{aligned}$$

در معادله (9) فرضیه یکنواختی میدان الکتریکی در جهت ضخامت به شکل  $E_3 = -V(t)/h_p$  در نظر گرفته شده است. ضرایب معادله (9) از معادلات (10) قابل محاسبه هستند:

$$\begin{split} \omega_{1}^{2} &= EI_{0} \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"} \phi_{1}^{"} e^{-cx} dx \\ \lambda_{1} &= \frac{1}{2} e_{113} b_{0}(z_{2} + z_{1}) \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"} e^{-cx} dx \\ D_{111} &= \frac{3}{2} \frac{\alpha_{1}}{8} b_{0}(z_{2}^{4} - z_{1}^{4}) \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"} \phi_{1}^{"} \phi_{1}^{"} \phi_{1}^{"} e^{-cx} dx \\ E_{1111} &= EI_{0} \left( \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"} \phi_{1}^{"} \phi_{1}^{'} \phi_{1}^{'} e^{-cx} dx \right) \\ \theta_{1} &= \frac{1}{4} \frac{\alpha_{2}}{2h_{p}} b_{0}(z_{2} + z_{1}) \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"} e^{-cx} dx \\ F_{1111} &= m_{0} \int_{0}^{L} \left( \int_{0}^{x} \phi_{1}^{'} \phi_{1}^{'} ds \right) \left( \int_{0}^{x} \phi_{1}^{'} \phi_{1}^{'} ds \right) e^{-cx} dx \\ &+ M \left( \int_{0}^{L} \phi_{1}^{'} \phi_{1}^{'} dx \right) \left( \int_{0}^{L} \phi_{1}^{'} \phi_{1}^{'} dx \right) \\ K_{111} &= \frac{1}{4} e_{113} b_{0}(z_{2} + z_{1}) \int_{0}^{L} (\phi_{1}^{"} \phi_{1}^{'} \phi_{1}^{'} dx) \left( \int_{0}^{L} \phi_{1}^{'} \phi_{1}^{'} dx \right) \\ K_{111} &= \frac{\alpha_{3}}{3h_{p}} b_{0}(z_{2}^{3} - z_{1}^{3}) \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"} \phi_{1}^{"} \phi_{1}^{"} e^{-cx} dx \\ \Lambda_{1} &= -m_{0} \int_{0}^{L} \phi_{1} e^{-cx} dx - M \phi_{1}(L) \end{split}$$
 (10)

www.S436.ir

معادله حرکت دوم برای حل دو مجهول  $q_1(t)$  و (t) با مساوی صفر قرار دادن ضرایب  $\delta V$  و رابطه بین ولتاژ و بار الکتریکی به شکل زیر به دست میآید:

$$\dot{Q}(t) = \frac{V(t)}{R} \tag{11}$$

با جایگذاری رابطه (11) در مشتق اول ضرایب δV نسبت به زمان و استفاده از رابطه جداسازی گالرکین (8) معادله دیفرانسیل دوم به شکل زیر محاسبه میشود:

$$\begin{split} \chi_1 \dot{q}_1 + L_{111} q_1^2 \dot{q}_1 + C_p \dot{V}(t) - U_{11} q_1 \dot{q}_1 \\ &- \alpha_{4v} V(t) \dot{V}(t) + k_1 q_1 \dot{V}(t) \\ &+ \sigma_1 \dot{q}_1 V(t) + \frac{V(t)}{R} = 0 \end{split}$$
(12)  

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} (12) \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1}$$

$$\chi_{1} = e_{311}b_{0}h_{pc} \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"}e^{-cx} dx$$

$$L_{111} = e_{311}b_{0}h_{pc} \int_{0}^{L} \left(\frac{1}{2}\phi_{1}^{'}\phi_{1}^{'}\phi_{1}^{"}\right) e^{-cx} dx$$

$$+ \phi_{1}^{'}\phi_{1}^{"}\phi_{1}^{'}\right) e^{-cx} dx$$

$$C_{p} = \frac{\epsilon_{33}^{S}b_{0}}{h_{p}} \int_{0}^{L} e^{-cx} dx$$

$$U_{11} = \alpha_{3}b_{0}h_{pc}^{2} \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"}\phi_{1}^{"}e^{-cx} dx$$

$$\alpha_{4v} = \frac{\alpha_{4}b_{0}}{h_{p}^{2}} \int_{0}^{L} e^{-cx} dx$$

$$k_{1} = \frac{\alpha_{2}b_{0}h_{pc}}{h_{p}} \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"}e^{-cx} dx$$

$$\sigma_{1} = \frac{\alpha_{2}b_{0}h_{pc}}{h_{p}} \int_{0}^{L} \phi_{1}^{"}e^{-cx} dx$$
(13)

در این بخش معادلات حرکت غیرخطی کوپل (9) و (12) با در نظر گرفتن غیرخطینگیهای ماده، میرایی، اینرسی و هندسی بدست آمدند. در بخش بعد به حل این معادلات پرداخته شده است تا ولتاژ خروجی از برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک محاسبه شود.

#### 2-2- حل معادلات حركت

برای حل معادلات حرکت غیرخطی، روش مقیاسهای چندگانه مورد استفاده قرار گرفته است. این روش، روشی معمول برای حل معادلات غیرخطی با میرایی و تحریک است و در برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریک غیرخطی نیز برای محاسبه توان و ولتاژ برداشت کنندهها استفاده میشود ایز برای محاسبه توان و ولتاژ برداشت کنندهها استفاده میشود مقیاسهای زمان به شکل زیر توصیف میشود:  $T_n = \varepsilon^n t$ 

$$t_{i} = \varepsilon^{n} t$$

با استفاده از قاعده زنجیرهای، مشتقات نسبت به زمان را میتوان به شکل معادله (15) استخراج نمود:

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + o(\varepsilon^3)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 D_1 + 2\varepsilon^2 D_0 D_2 + o(\varepsilon^3)$$
(15)
$$2\delta \ \epsilon_c \ \bar{l}_c \ \sigma_c \ \delta_c \ \delta_c$$

با استفاده از معادلات (16) و (17) ، بسط داده می شوند.

$$q_{1}(t) = q_{10}(T_{0}, T_{1}, T_{2}) + \varepsilon q_{11}(T_{0}, T_{1}, T_{2}) + \varepsilon^{2} q_{12}(T_{0}, T_{1}, T_{2}) + o(\varepsilon^{3})$$
(16)  
$$V(t) = v_{0}(T_{0}, T_{1}, T_{2}) + \varepsilon v_{1}(T_{0}, T_{1}, T_{2})$$

$$= v_0(I_0, I_1, I_2) + \varepsilon v_1(I_0, I_1, I_2) + \varepsilon^2 v_2(T_0, T_1, T_2) + o(\varepsilon^3)$$
(17)

س مىندىسى مكانيك مدرس، ارديبېشت 1397، دورە 18 شمارە 02

با توجه به این که ضرایب خطی معادلات حرکت به مراتب بزرگتر از ضرایب غیرخطی هستند، بنابراین ضرایب معادلات را در توانهای *E* به شکل معادله (18) ضرب مینمایند.

$$\begin{cases} \varepsilon^{0}\omega_{1}, \varepsilon^{0}\chi_{1}, \varepsilon^{0}C_{p}, \varepsilon^{0}\frac{1}{R} \\ \varepsilon^{1}D_{111}, \varepsilon^{1}\theta_{1}, \varepsilon^{1}N_{11}, \varepsilon^{1}L_{111}, \varepsilon^{1}U_{11} \\ , \varepsilon^{1}\alpha_{4\nu}, \varepsilon^{1}k_{1}, \varepsilon^{1}\sigma_{1} \\ \varepsilon^{2}\zeta_{1}, \varepsilon^{2}\zeta_{1n}, \varepsilon^{2}\lambda_{1}, \varepsilon^{2}E_{1111}, \varepsilon^{2}F_{1111}, \\ \varepsilon^{2}K_{111}, \varepsilon^{2}\Lambda_{1} \end{cases}$$
(18)

پارامتر تنظیم کننده به شکل زیر استفاده می شود:  

$$\Omega = \omega_1 + \varepsilon^2 \sigma$$
(19)

$$arepsilon^{\circ}$$
 با استفاده از روابط (15) تا (19) معادلات ديفرانسيل براى ضريب $\partial^2$ 

$$\frac{\partial T_0^2}{\partial T_0} q_{10} + \omega_1^2 q_{10} = 0$$

$$C_p \left( \frac{\partial}{\partial T_0} v_0 \right) + \frac{v_0}{R} = -\chi_1 \left( \frac{\partial}{\partial T_0} q_{10} \right)$$
(20)

$$\frac{\partial^2}{\partial T_0^2} q_{11} + \omega_1^2 q_{11} = \theta_1 (v_0)^2 - N_{11} q_{10} v_0 + D_{111} (q_{10})^2 - 2 \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} q_{10}$$
(22)  
$$C_p \left(\frac{\partial}{\partial T_0} v_1\right) + \frac{v_1}{R} = -C_p \left(\frac{\partial}{\partial T_1} v_0\right) - \chi_1 \left(\frac{\partial}{\partial T_0} q_{11} + \frac{\partial}{\partial T_1} q_{10}\right) - L_{111} (q_{10})^2 \frac{\partial}{\partial T_0} q_{10} + U_{11} q_{10} \frac{\partial}{\partial T_0} q_{10} + \alpha_{4\nu} v_0 \frac{\partial}{\partial T_0} v_0 - k_1 q_{10} \frac{\partial}{\partial T_0} v_0 - \sigma_1 v_0 \frac{\partial}{\partial T_0} q_{10}$$
(23)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{2}}{\partial T_{0}^{2}} q_{12} + \omega_{1}^{2} q_{12} &= -2 \frac{\partial^{2}}{\partial T_{0} \partial T_{1}} q_{11} - 2 \frac{\partial^{2}}{\partial T_{0} \partial T_{2}} q_{10} \\ &- \frac{\partial^{2}}{\partial T_{1}^{2}} q_{10} - 2\zeta_{1} \omega_{1} \frac{\partial}{\partial T_{0}} q_{10} \\ &- +\lambda_{1} v_{0} + 2D_{111} q_{10} q_{11} \\ &- E_{1111} (q_{10})^{3} + 2\theta_{1} v_{0} v_{1} \\ &- F_{1111} \left( \frac{\partial}{\partial T_{0}^{2}} q_{10} \right) (q_{10})^{2} \\ &- F_{1111} \left( \frac{\partial}{\partial T_{0}} q_{10} \right)^{2} q_{10} \\ &+ K_{111} (q_{10})^{2} v_{0} - N_{11} q_{10} v_{1} \\ &- N_{11} q_{11} v_{0} - \frac{1}{2} F \Lambda_{1} e^{i\omega_{1} T_{0}} e^{i\sigma T_{2}} \\ &- \frac{1}{2} F \frac{\Lambda_{1}}{e^{i\omega_{1} T_{0}} e^{i\sigma T_{2}}} \\ C_{p} \frac{\partial}{\partial T_{0}} v_{2} + \frac{v_{2}}{R} &= -C_{p} \left( \frac{\partial}{\partial T_{1}} v_{1} + \frac{\partial}{\partial T_{2}} v_{0} \right) \\ &- \chi_{1} \left( \frac{\partial}{\partial T_{0}} q_{12} + \frac{\partial}{\partial T_{1}} q_{11} + \frac{\partial}{\partial T_{2}} q_{10} \right) \\ &- L_{111} (q_{10})^{2} \left( \frac{\partial}{\partial T_{0}} q_{11} + \frac{\partial}{\partial T_{1}} q_{10} \right) \\ &- 2L_{111} q_{10} q_{11} \left( \frac{\partial}{\partial T_{0}} q_{11} + \frac{\partial}{\partial T_{1}} q_{10} \right) \end{aligned}$$

$$+U_{11}q_{11}\left(\frac{\partial}{\partial T_{0}}q_{10}\right)$$

$$+\alpha_{4\nu}v_{0}\left(\frac{\partial}{\partial T_{0}}v_{1}+\frac{\partial}{\partial T_{1}}v_{0}\right)$$

$$+\alpha_{4\nu}v_{1}\left(\frac{\partial}{\partial T_{0}}v_{0}\right)$$

$$-k_{1}q_{10}\left(\frac{\partial}{\partial T_{0}}v_{1}+\frac{\partial}{\partial T_{1}}v_{0}\right)$$

$$-k_{1}q_{11}\left(\frac{\partial}{\partial T_{0}}q_{11}+\frac{\partial}{\partial T_{1}}q_{10}\right)$$

$$-\sigma_{1}v_{1}\left(\frac{\partial}{\partial T_{0}}q_{10}\right)$$
(25)

پاسخ معادله (21) به شکل زیر محاسبه می شود:  

$$q_{10}(T_0, T_1, T_2) = A_{11}(T_1, T_2)e^{i\omega_1 T_0}$$

$$+ \bar{A}_{11}(\bar{T}_1, T_2)e^{-i\omega_1 T_0}$$
(26)  
 $Y_0 (T_0, T_1, T_2) = -\frac{i\chi_1 \omega_1 A_{11}(T_1, T_2) R e^{i\omega_1 T_0}}{iC_p R \omega_1 + 1}$ 

$$-\frac{i\chi_1 \omega_1 \bar{A}_{11}(T_1, T_2) R}{(iC_p R \omega_1 - 1)e^{i\omega_1 T_0}}$$
(27)

چنانچه معادلات (26) و (27) در معادله دیفرانسیل (22) جایگذاری شوند، جمله سکولار  $D_1A_{11}(T_1, T_2)$  ظاهر میشود که برای حذف آن باید  $A_{11}$  تنها تابع  $(T_2)$  شود. با این فرض معادله (22) حل و در معادله (23) جایگذاری شده و پاسخهای بهدست آمده در معادله (24) قرار داده میشوند. بخش حقیقی و موهومی جملات سکولار معادله حاصل باید بطور مجزا برابر صفر شوند. پیش از آن که معادلات سادهسازی شوند،  $A_{11}(T_2)$  به شکل قطبی بازنویسی شده و درجملات سکولار جایگزین میشوند.

$$A_{11}(T_2) = \frac{1}{2}a(T_2)e^{i\psi(T_2)}$$
  

$$\bar{A}_{11}(T_2) = \frac{1}{2}a(T_2)e^{-i\psi(T_2)}$$
(28)

داده می شود و با توجه  $\sigma T_2 - \psi(T_2) = \eta$  داده می شود و با توجه  $\sigma T_2 - \psi(T_2) = \eta$  داده می شود و با توجه به پایا بودن مساله $da(T_2)/dT_2$  و  $da(T_2)/dT_2$  برابر با صفر خواهند بود. بدین ترتیب  $a(T_2)$  تنها مجهول مساله است که از رابطه زیر بهدست می آید.

$$\frac{1}{4}F^2\Lambda_1^2 = \left(\Im(\sigma, a(T_2))\right)^2 + \left(\Re(\sigma, a(T_2))\right)^2$$
(29)

که در آن  $\Im(\sigma, a(T_2))$ و  $\Re(\sigma, a(T_2))$  بهترتیب قسمت موهومی و  $\sigma$  حقیقی جملات سکولار هستند. از معادله (29) میتوان  $a(T_2)$  را برحسب  $\sigma$  بهدست آمده و پس از محاسبه  $a(T_2)$  میتوان اندازه ولتاژ  $v_0$  را برحسب محاسبه نمود.

$$|v_0| = \frac{\omega_1 \chi_1 R}{\sqrt{\left(R\omega_1 C_p\right)^2 + 1}} a(T_2)$$
(30)

#### 3- بحث و نتايج

در این بخش، به بررسی نتایج به دست آمده از روابط بخش قبل پرداخته می شود. در ابتدا روابط به دست آمده با استفاده از روش تجربی صحه گذاری می شوند و در مرحله بعد پارامترهای مختلف مورد بررسی قرار می گیرند تا تاثیر متغیر نمودن مقطع تیر پیزوالکتریک بصورت نمایی در دامنههای تحریک بالا مورد مطالعه قرار گیرد.

#### 3-1- روش تجربی

برای صحهگذاری روابط بهدست آمده، آزمایشی ترتیب داده شده است که با استفاده از آن بتوان ولتاژ برداشت کننده انرژی غیرخطی را اندازه گیری نمود. در این آزمایش مجموعه تیر پیزوالکتریک و جرم نوک بر روی شیکر قرار داده میشوند. یک شتاب سنج بر روی شیکر و دیگری در قسمت نوک تیر نصب شده است که شتاب سنج نوک تیر، علاوه بر اندازه گیری شتاب نوک، نقش جرم نوک را نیز ایفا می نماید. الکترودهای لایه پیزوالکتریک به صورت موازی به مقاومت الکتریکی 100 اهم وصل شده و به یکی از کانال های دستگاه داده برداری متصل می شوند. چیدمان آزمایش در "شکل 2" نشان داده شده است.

بهمنظور آمادهسازی آزمایش، در ابتدا لایههای فولادی و پیزوالکتریک بخوبی به هم چسبانده شدهاند و جرم نوک نیز به لایه فلزی چسبانده شده است. سپس مجموعه تیر مرکب در داخل شیار فیکسچری که به شیکر پیچ شده است قرار می گیرد. ورق محکمی در داخل شیار قرار دارد که با محکم کردن پیچ، تیر را داخل شیار مقید مینماید. "شکل 3" تصویر این آزمایش را نشان میدهد.



Fig. 2 Experiment Setup Schematic



Fig. 3 Experiment Setup

**شکل 3** چیدمان آزمایش

در این آزمایش، شیکر از فرکانس 10 تا 100 هرتز با جاروب سینوسی تحریک را انجام می دهد. این فرآیند 10 بار انجام شده و در نهایت بین نتایج این 10 آزمایش میانگین گیری شده تا نویزها حذف شوند. به علاوه تحریک در شتابهای 1g، 1g، و 8g انجام شده تا روند غیر خطی شدن نتایج نشان داده شوند.

مشخصات تیر پیزوالکتریک مورد بررسی در این آزمایش در "جدول 1" ارائه شده است.

تیر فلزی از جنس فولاد و تیر پیزوالکتریک از جنس PZT4 هستند که خواص ماده آنها در "جدول 2" ارائه شده است.

در مرحله اول، آزمایش با شتاب 1g اعمال شده و پاسخ مکانیکی سیستم یعنی تابع پاسخ فرکانسی شتاب نوک تیر به شتاب تحریک پایه در ناحیه خطی و در حالت اتصال کوتاه<sup>(</sup> اندازه گیری شده است. با استفاده از روش نیمتوان ضریب میرایی خطی سیستم 0.32 بهدست آمده و نمودار "شکل 4" نشان میدهد فرکانس طبیعی اول آن 68.5 هرتز است.

پس از این مرحله، آزمایش برای شتابهای 7.6g g8 که منجر به غیرخطی شدن نمودار ولتاژ می شوند انجام می شود. با استفاده از حل معادله (30) و نتایج آزمایش ضرایب غیرخط ماده شناسایی می شوند که مقادیر آن ها برای ماده پیزوالکتریک 4 PZT در جدول (3) ارائه شده اند.

با جایگذاری مقادیر جداول (1)، (2) و (3) در معادله (30) تغییرات ولتاژ در حوزه فرکانس محاسبه می شود. نتایج حاصل از روش تجربی و روش تحلیلی ارائه شده در "شکل 5" نشان داده شده است.

"شکل 5" نشان می دهد که با افزایش شتاب تحریک تیر، ولتاژ تیر رفتار غیرخطی نرمشونده از خود نشان می دهد. این رفتار نشان می دهد که غیرخطینگی ماده که رفتار نرمشونده ایجاد می نماید، در معادلات، غالب بوده

**جدول 1** مشخصات مدلسازی تیر برداشت کننده انرژی

Table 1 Energ	y harvester's	modelling parameter	
	<i>.</i>	01	

مقدار	پارامتر
68	L(mm)
20	$b_0(\text{mm})$
0.85	$h_s(mm)$
0.6	$h_p(\text{mm})$
21.5	M(gr)
11.55	С
100	$R(\Omega)$

**جدول 2** خواص ماده

es	
خاصيت	نام ماده
<i>C</i> <sub>1111</sub> (GPa)	
$e_{311} = e_{113}$ C/m <sup>2</sup>	پيزوالكتريک
$\in^{s}_{33}$ (F/m)	
$\rho_p (\text{kg/m}^3)$	
$E_s(GPa)$	Nià
$\rho_s (\text{kg/m}^3)$	فودت
	es $c_{1111}(GPa)$ $e_{311} = e_{113}$ $C/m^2$ $\in_{33}^{s}(F/m)$ $\rho_p(kg/m^3)$ $E_s(GPa)$ $\rho_s(kg/m^3)$

جدول 3 خواص غیرخطی مادہ پیزوالکتریک

Table 3 Piezoe	electric material nor	linear properties
	مقدار	پارامتر
	-6.5×10 <sup>-13</sup>	$\alpha_1(Pa)$
	-6×10 <sup>-5</sup>	$\alpha_2(N/V^2)$
	-7×10 <sup>-5</sup>	$\alpha_3(C/m^2)$
	2×10 <sup>-10</sup>	$\alpha_{4}(C/V^{2})$

<sup>1</sup> Short Circuit



شکل 4 تابع یاسخ فرکانسی شتاب نوک به شتاب تحریک یایه



**شکل 5** نتایج روش تجربی و تحلیلی

و غیرخطینگی هندسی که رفتار غیرخطی سختشونده ایجاد مینماید تاثیر کمتری در پاسخ سیستم دارد. بهعلاوه نتایج تحلیلی و تجربی، قرابت مناسبی دارند و هرچه فرکانس از فرکانس ولتاژ حداکثر فاصله میگیرد، اختلاف نتایج زیاد میشود. این پدیده به این دلیل اتفاق میافتد که در حل با روش مقیاسهای چندگانه پاسخ در اطراف فرکانس طبیعی تیر انجام میشود و قرابت قابل قبولی دارند. بنابراین میتوان نتیجه گرفت که حل حاضر در اطراف فرکانسی که ولتاژ در آن حداکثر است، قابل پذیرش است. بهعلاوه در طراحی برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریک، هدف برداشت کنندهای است که بیشترین ولتاژ و توان را تولید نماید، که این امر در اطراف فرکانس طبیعی انفاق میافتد. بنابراین حل حاضر را میتوان در طراحی برداشت کنندههای انرژی پیزوالکتریک استفاده نمود.

#### 2-3- بررسی پارامتر ضریب باریک شوندگی (c) در ناحیه غیرخطی

پس از اطمینان از حل ارائه شده در محاسبه ولتاژ تولید شده در برداشت

کننده انرژی پیزوالکتریک غیرخطی با مقطع متغیر نمایی، تاثیر ضریب باریک شوندگی در رفتار غیرخطی برداشت کننده انرژی بررسی می شود. برای حل، تمام پارامترهای تیر مطابق با جداول (1) تا (3) هستند، غیر از ضرایب باریک شوندگی که مقادیر 0، 10 و 20 و طول تیر که 50، 68 و 80 میلی متر هستند. برای بررسی تاثیر افزایش شتاب تحریک، این شتاب نیز 18، 59 10g، 10g و 20 در نظر گرفته شدهاند. به علاوه مقادیر جرم نوک بنحوی انتخاب شدهاند که فرکانس طبیعی تمام تیرها در حالت خطی 74.5 هرتز باشد، چرا که برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک باید برای حالتی طراحی شود که فرکانس طبیعی آن برابر با فرکانس تحریک باشد.

تغییرات ولتاژ برای طول تیر 50 میلیمتر برای ضرایب باریک شوندگی 0، 10 و 20 بهترتیب در "اشکال 6، 7 و 8" نمایش داده شدهاند.

"شکلهای 6 تا 8" نشان میدهند که با افزایش شتاب تحریک، تیر رفتار غیرخطی نرمشونده از خود نشان میدهد تا حدی که برای شتابهای بزرگتر از 15g پدیده پرش نیز مشاهده میشود. بهعلاوه با افزایش ضریب باریک شوندگی ولتاژ بهدست آمده از تیر کاهش مییابد. لازم به ذکر است که











**Fig. 8** Voltage, *L* =50mm, *c*=20 شکل **8** نمودار ولتاژ برای طول 50 میلیمتر، ضریب باریک شوندگی 20

با افزایش ضریب باریکشوندگی، جرم کل تیر نیز علاوه بر ولتاژ کاهش می یابد. بنابراین باید بررسی را با پارامتر جدیدی انجام داد که در آن باید بررسی کرد که آیا با افزایش ضریب باریکشوندگی می توان ولتاژ بیشتر با وزن کمتری را برداشت نمود. اگر بتوان به این هدف دست یافت، می توان ولتاژ به وزن را بهینه کرد و در هزینه و وزن صرفهجویی نمود. برای بررسی این پارامتر، برای طولهای 50، 68 و 80 میلی متر، نمودار بک بون<sup>۱</sup> در "شکلهای 9، 10 و 11" نشان داده شدهاند.

در "شکل 9 تا 11" مشاهده می شود که تغییرات سطح مقطع بصورت نمایی در حوزه خطی می تواند منجر به بهینه شدن نسبت ولتاژ خروجی به وزن برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک شود. در نتیجه با باریک نمودن سطح مقطع تیر به صورت نمایی، با صرف وزن و هزینه کمتر می توان ولتاژ و توان بیشتری را در یک فرکانس تحریک یکسان استخراج نمود. در ناحیه خطی در طول 68 میلی متر ضریب باریک شوندگی 20 کمترین و 10 بیشترین نسبت



**Fig. 9** Backbone curve, *L* =50mm

**شکل 9** نمودار بک بون برای طول 50 میلیمتر

1 Backbone curve



**Fig. 10** Backbone curve,*L* =68mm



شكل 11 نمودار بك بون براى طول 80 ميلىمتر

ولتاژ به وزن را ایجاد مینمایند. در طول 80 میلیمتر، تیر یکنواخت بیشترین مقدار ولتاژ به وزن و ضریب باریک شوندگی 20 کمترین مقدار آن را دارد. در طول 50 میلیمتر عکس این قضیه حاکم است و تیر مقطع متغیر با ضریب باریک شوندگی 20 بیشترین ولتاژ به وزن را تولید میکند. علیرغم نتایج تعلیل خطی، در حالت غیرخطی با افزایش شتاب تحریک، در هر سه طول تیر بررسی شده، افزایش ضریب باریک شوندگی منجر به افزایش نسبت ولتاژ به وزن میشود. بنابراین چنانچه در شتابهای بالا نیاز به طراحی باشد، حتما باید از حل غیرخطی استفاده نمود و میتوان انتظار داشت که افزودن ضریب باریک شوندگی منجر به افزایش نسبت ولتاژ به وزن برداشت کنده انرژی پیزوالکتریک با مقطع متغیر نمایی شود.

به منظور تاثیر حل غیرخطی در محاسبه ولتاژ به وزن برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک، حل خطی و غیرخطی در شتاب 20g در جدول 4 با هم مقایسه شدهاند.

همانطور که مشاهده میشود، در طولهای کم اختلاف بین روش خطی و غیرخطی حداکثر و در طولهای زیاد این اختلاف کمتر میشود. دلیل این

#### 👔 مېندسي مکانيک مدرس، ارديبېشت 1397، دوره 18 شماره 02

hż.	. ċ .	, hż	l~	مقارسه	4	حدمل
رحطے	، حد	، حصے و	P	معاصبه	-	جعاون

Table 4 Linear and nonlinear results comparison				
اختلاف (٪)		1 . 1	ضريب باريک	طول
	حل غير خطي	حل خطی	شوندگی	(میلیمتر)
214.94	8.89	27.98	0	
202.92	9.26	28.06	10	50
187.67	9.82	28.24	20	
157.58	16.66	42.92	0	
138.73	18.04	43.06	10	68
117.77	19.25	41.93	20	
132.38	21.26	49.41	0	
112.11	22.97	48.73	10	80
85.34	24.06	44.60	20	

پدیده افزایش غیرخطینگی بهواسطه وجود جرم نوک بیشتر برای تنظیم فرکانس و در نتیجه بارگذاری بیشتر در سازه با طول کمتر است.

#### 4- نتیجه گیری

در این مقاله، برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک با مقطع متغیر نمایی با در نظر گرفتن غیرخطینگی هندسی، میرایی، ماده و اینرسی مورد بررسی قرار گرفته است. پس از توسعه روابط و ارائه حل با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه، نتایج روش تحلیلی با روش تجربی مقایسه شده و نزدیکی نتایج دو روش صحت روابط ارائه شده را تایید نمود. پس از اطمینان از روابط ارائه شده، تیرهایی با ضرایب باریک شوندگی 0، 10 و 20 و طول 50، 68 و 80 میلیمتر مدلسازی و در شتابهای 18، 59، 108، 195 و 202 حل شدهاند. بهعلاوه مقادیر جرم نوک بهنحوی انتخاب شدهاند که فرکانس طبیعی تمام میلیمتر، برای شتابهای بزرگتر از 158 پدیده پرش مشاهده میشود. دلیل تیرها در حالت خطی 74.5 هرتز باشد. در نمودار ولتاژ برای طول تیر 50 میلیمتر، برای شتابهای بزرگتر از 158 پدیده پرش مشاهده میشود. دلیل این پدیده این است که در طول تیر کمتر، جرم نوک بیشتری موردنیاز است مقدار  $\Lambda_1$  بیشتر شده و نیروی حجمی بیشتری به سازه اعمال میشود، که در نتیجه آن سازه بیشتر وارد ناحیه غیرخطی میشود.

در مرحله بعد پارامتر ولتاژ به وزن برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک بهعنوان پارامتر مقایسه مورد بررسی قرار گرفت. در تمامی مدلها، افزایش ضریب باریک شوندگی منجر به افزایش ولتاژ به وزن برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک در ناحیه غیرخطی می شود. در ناحیه خطی این پدیده متفاوت است و در طولهای زیاد تیر افزایش ضریب باریک شوندگی نسبت ولتاژ به وزن برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک با مقطع متغیر نمایی را کاهش می دهد. بهعلاوه در دامنه تحریک 20g اختلاف روش غیرخطی و روش خطی به حدود 215 درصد می رسد. بنابراین چنانچه هدف طراحی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک با مقطع متغیر نمایی است کننده مدود ماد می می مندر مایی است، باید در دامنههای تحریک بالا حتما از حل غیرخطی استفاده نمود تا تاثیر ضریب باریک شوندگی را واقعی تر مشاهده نمود.

#### 5- تقدير و تشكر

تمامی آزمایشها در "آزمایشگاه مواد وسازههای هوشمند و مودال دانشکده مهندسی هوافضا دانشگاه صنعتی شریف" انجام شده است. از آقای دکتر سید علی حسینی کردخیلی بواسطه در اختیار قرار دادن این آزمایشگاه قدردانی مینماییم.

### 6- فهرست علايم

*b* عرض تير (m)

7, pp. 75015, Jul. 2013.

- [5] J. Park, S. Lee, B. M. Kwak, Design optimization of piezoelectric energy harvester subject to tip excitation, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 26, No. 1, pp. 137-143, Jan. 2012.
- [6] J. M. Dietl, E. Garcia, Beam Shape optimization for power harvesting, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 21, No. 6, pp. 633-646, Mar. 2010.
- [7] D. Benasciutti, L. Moro, S. Zelenika, E. Brusa, Vibration energy scavenging via piezoelectric bimorphs of optimized shapes, Microsystem Technologies, Vol. 16, No. 5, pp. 657-668, Dec. 2009.
- M. F. Mateu, Optimum piezoelectric bending beam structures for energy [8] harvesting using shoe inserts, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 16, No. 10, pp. 835–845, Oct. 2005. [9] M. Asgharzadeh, K. Jahani, A. Kianpoor, M. Sadeghi, Energy harvesting
- investigation from unimorph trapezoidal beam vibrations using distributed parameters method, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 15, pp. 96-102, 2015
- [10] H. Salmani, G. H. Rahimi, S. A. Hosseini Kordkheili, An exact analytical solution to exponentially tapered piezoelectric energy harvester, Shock and Vibration, Vol. 2015, No. 1, pp. 1-13, 2015. [11] U. Von Wagner, P. Hagedorn, Piezo-beam systems subjected to weak
- electric field: experiments and modelling of non-linearities, Journal of Sound and Vibration, Vol. 256, No. 5, pp. 861-872, 2002.
- [12] M. Arafa, A. Baz, On the nonlinear behavior of piezoelectric actuators, Journal of Vibration and Control, Vol. 10, No. 3, pp. 387-398, 2004.
- [13] M. F. Daqaq, C. Stabler, Y. Qaroush, T. Seuaciuc-Osorio, Investigation of power harvesting via parametric excitations, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 20, No. 5, pp. 545-557, 2008.
- [14] S. C. Stanton, A. Erturk, B. P. Mann, D. J. Inman, "Resonant manifestation of intrinsic nonlinearity within electroelastic micropower generators, Applied Physics Letters, Vol. 97, No. 25, pp. 254101, 2010.
- [15] S. C. Stanton, A. Erturk, B. P. Mann, D. J. Inman, Nonlinear piezoelectricity in electroelastic energy harvesters: Modeling and experimental identification, Journal of Applied Physics, Vol. 108, No. 7, pp. 1-9, 2010.
- [16] R. Masana, M. F. Daqaq, Electromechanical modeling and nonlinear analysis of axially loaded energy harvesters, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 133, No.1, February 2011, p. 11007, 2011.
- [17] A. Abdelkefi, A. H. Nayfeh, M. R. Hajj, Effects of nonlinear piezoelectric coupling on energy harvesters under direct excitation, Nonlinear Dynamics, Vol. 67, No. 2, pp. 1221–1232, 2012.
- [18] A. Abdelkefi, A. H. Nayfeh, M. R. Hajj, Global nonlinear distributedparameter model of parametrically excited piezoelectric energy harvesters, Nonlinear Dynamics, Vol. 67, No. 2, pp. 1147-1160, 2012.
- [19] S. C. Stanton, a. Erturk, B. P. Mann, E. H. Dowell, D. J. Inman, Nonlinear nonconservative behavior and modeling of piezoelectric energy harvesters including proof mass effects, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 23, No. 2, pp. 183-199, 2012.
- [20] S. Leadenham, A. Erturk, Global nonlinear electroelastic dynamics of a bimorph piezoelectric cantilever for energy harvesting, sensing, and actuation, Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems, Vol. 9057, No. 1, pp. 905702, 2014
- [21] A. Garg, S. K. Dwivedy, Nonlinear dynamics of axially loaded piezoelectric energy harvester, Procedia Engineering, Vol. 144, No.1, pp. 592-599, 2016.
- [22] C. J. Silva, M. F. Daqaq, Nonlinear flexural response of a slender cantilever beam of constant thickness and linearly-varying width to a primary resonance excitation, Journal of Sound and Vibration, Vol. 389, No.1, pp. 438-453, 2016.
- [23] Ali H. Nayfeh, P. F. Pai, Linear and Nonlinear Structural Mechanics, Wiley-VCH, pp. 183-226, 2004
- [24] M. Arefi, A. M. Zenkour, Size-dependent vibration and bending analyses of the piezomagnetic three-layer nanobeams, Applied Physics A: Materials Science & Processing, Vol. 123, No. 3, pp. 0, 2017.
- [25] M. Arefi, A. M. Zenkour, Influence of micro-length-scale parameters and inhomogeneities on the bending, free vibration and wave propagation analyses of a FG Timoshenko's sandwich piezoelectric microbeam, Journal of Sandwich Structures & Materials, 2017.
- [26] K. Jahani, P. Aghazadeh, Investigating the performance of piezoelectric energy harvester including geometrical, damping and material nonlinearities with the method of multiple scales, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 4, pp. 354-360, 2016.

- ضریب بارک شوندگی С
  - میرایی خطی  $C_a$
  - ميرايي غيرخطي  $C_{an}$
- ضریب کوپلینگ پیزوالکتریک (C/m<sup>2</sup>) е
  - مدول الاستيسيته (GPa) Ε

ميدان الكتريكي  $E_3$ 

- $(m/s^2)$  شتاب تحریک پای F
- شتاب جاذبه زمين معادل (m/s<sup>2</sup>) 9.81 g
  - ضخامت (m) h
  - طول (m) L
  - جرم بر واحد طول تیر (Kg/m)  $m_0$ 
    - جرم (Kg) М
    - مقاومت التريكي (Ω) R

جابجایی طولی تیر (m) u

V

ولتاژ (V)

جابجایی عرضی تیر (m) w

#### علايم يوناني

ضرايب غيرخطي ماده α

کرنش در راستای طولی تیر  $\mathcal{E}_{11}$ 

- گذردهی پیزوالکتریک (F/m)  $\epsilon$ 
  - چگالی (kg/m<sup>3</sup>) ρ
    - شکل مود φ
    - ζ
    - ضريب ميرايي
    - فر کانس (Hz) ω

#### زيرنويسها

- ييز والكتريك p
- مربوط به مود r ام r
  - سازه فلزى S

نوک تیر t

#### 7- مراجع

- [1] A. Erturk, D. J. Inman, An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, Smart Materials and Structures, Vol. 18, No. 2, pp. 25009, Feb. 2009.
- [2] J. Baker, S. Roundy, P. Wright, Alternative geometries for increasing power density in vibration energy scavenging for wireless sensor networks, 3rd International Energy Conversion Engineering Conference, pp. 1-12., August 2005.
- M. Rosa, C. De Marqui Junior, Modeling and analysis of a piezoelectric [3] energy harvester with varying cross-sectional area, Shock and Vibration, Vol. 2014, No. 1, pp. 1-9, 2014.
- S. P. Matova, M. Renaud, M. Jambunathan, M. Goedbloed, R. Van Schaijk, [4] Effect of length/width ratio of tapered beams on the performance of piezoelectric energy harvesters, Smart Materials and Structures, Vol. 22, No.