



Three-Dimensional Finite Element Modeling of Particle Motion under the Influence of Acoustic Radiation Force in Microchannel

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Zareei S.M.¹ MSc,
Jamshidian M.*¹ PhD,
Sepehrihnama Sh.² PhD,
Ziaei-Rad S.¹ PhD

How to cite this article

Zareei S.M, Jamshidian M, Sepehrihnama Sh, Ziaei-Rad S. Three-Dimensional Finite Element Modeling of Particle Motion under the Influence of Acoustic Radiation Force in Microchannel. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(2):483-490.

ABSTRACT

Acoustofluidics, the study of acoustics in microfluidic systems, is the basis for analyzing many laboratory applications including the separation of particles, particle sorting, cleaning, and mixing multiphase systems. In this research, a three-dimensional finite element model for particle motion under acoustic radiation force in acoustic microchannels is developed and the interaction of the incident waves with a suspended particle in microchannel is investigated. Using finite element method, the first-order fields due to an applied standing wave are initially calculated and, then, the acoustic radiation force is directly calculated from the second-order perturbation equations. The simulation results for radiation force are first verified against the analytical solution in the Rayleigh limit and, then, examined beyond this limit, for which there is no explicit analytical solution. In addition, the quasi-static motion of a particle under the influence of an applied acoustic standing wave in microchannel is simulated. For simulating particle motion, the acoustic stress on particle surface is calculated and transferred as an input to the laminar flow equations. Then, the drag force is estimated based on the shear stress due to the flow around the particle. The simulation results demonstrate that the particle velocity depends on its position with respect to the wave node at the center of the microchannel. As the particle approaches to the center of microchannel, its velocity decreases until it stops at the center of microchannel.

Keywords Acoustofluidics; Acoustic Radiation Force; Finite Element Method; Microchannel

¹Department of mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

²Department of mechanical Engineering, National University of Singapore, Singapore, Singapore

*Correspondence

Address: Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran. Postal Code: 8415683111
Phone: +98 (31) 33915265
Fax: +98 (31) 33912627
jamshidian@cc.iut.ac.ir

Article History

Received: April 27, 2018
Accepted: October 31, 2018
ePublished: February 01, 2019

CITATION LINKS

[1] The effect of ultrasound-related stimuli on cell viability in ... [2] Acoustic radiation forces: Classical theory and recent ... [3] Chip integrated strategies for acoustic separation and manipulation ... [4] Continuous separation of cells and particles in ... [5] Continuous separation of lipid particles from erythrocytes by means of laminar flow and acoustic ... [6] Acoustic control of suspended particles in micro ... [7] Acoustofluidics 8: Applications of acoustophoresis in ... [8] Acoustofluidics 20: Applications in acoustic trapping. Lab ... [9] Acoustic radiation pressure on a rigid sphere in ... [10] on the pressure of ... [11] On the acoustic radiation pressure ... [12] Mean force on a sphere in a spherical ... [13] Acoustic radiation pressure on a ... [14] On the forces acting on a small particle in an acoustical field ... [15] Acoustic radiation potential on a sphere in plane, cylindrical, and spherical ... [16] Acoustic-radiation force on a solid ... [17] Ultrasonic separation of suspended particles-part I ... [18] Modelling for the robust design of layered resonators for ultrasonic particle ... [19] Modeling the acoustic radiation force in ... [20] Lattice boltzmann simulations of the time-averaged forces on a cylinder ... [21] Computation of the acoustic radiation force using the ... [22] Efficient finite element modeling of radiation forces on elastic particles ... [23] Acoustic interaction forces between small particles ... [24] Acoustofluidics 1: Governing equations in ... [25] Acoustofluidics 7: The acoustic radiation force ...

مدل‌سازی سه‌بُعدی اجزای محدود حرکت ذره تحت اثر نیروی تابشی آکوستیکی در میکروکانال

سیدمصطفی زارعی MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

مصطفی جمشیدیان PhD*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

شاهرخ سپهری‌رهنا PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ملی سنگاپور، سنگاپور، سنگاپور

سعید ضیایی‌راد PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

چکیده

آکوستوفلوئیدیک، به معنی مطالعه آکوستیک در سیستم‌های میکروفلوئیدیک، بستر تجزیه و تحلیل بسیاری از کاربردهای آزمایشگاهی از جمله جداسازی ذرات، دسته‌بندی ذرات، تمیزکاری و اختلاط سیستم‌های چندفازی است. در پژوهش حاضر، یک مدل سه‌بُعدی اجزای محدود برای شبیه‌سازی حرکت ذرات تحت اثر نیروی تابشی آکوستیکی در میکروکانال‌های آکوستیکی توسعه داده شده و اندرکنش یک ذره معلق با موج رخداد در میکروکانال بررسی شده است. با استفاده از روش اجزای محدود ابتدا میدان‌های مرتبه اول ناشی از اعمال موج ایستا محاسبه شده و سپس نیروی تابشی آکوستیکی توسط معادلات اغتشاشی مرتبه دوم به‌صورت مستقیم محاسبه شده است. نتایج شبیه‌سازی برای نیروی تابشی آکوستیکی ابتدا در مقایسه با حل تحلیلی در محدوده ریلی صحت‌سنجی شده و سپس برای خارج از این محدوده که حل تحلیلی صریحی برای آن موجود نیست بررسی شده است. علاوه بر این، حرکت شبه‌استاتیکی ذره تحت اثر موج آکوستیکی اعمالی در میکروکانال شبیه‌سازی شده است. برای شبیه‌سازی حرکت ذره، تنش آکوستیکی روی سطح ذره محاسبه شده و به‌عنوان ورودی به معادلات جریان آرام منتقل می‌شود. سپس نیروی درگ براساس تنش برشی ناشی از جریان حول ذره برآورد شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که سرعت ذره به موقعیت آن نسبت به گره موج در مرکز میکروکانال بستگی دارد. با نزدیک شدن ذره به مرکز میکروکانال سرعت آن کاهش یافته تا جایی که در مرکز میکروکانال متوقف می‌شود.

کلیدواژه‌ها: آکوستوفلوئیدیک، نیروی تابشی آکوستیکی، روش اجزای محدود، میکروکانال

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۲/۰۷

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۸/۰۹

* نویسنده مسئول: jamshidian@cc.uut.ac.ir

۱- مقدمه

آکوستوفلوئیدیک به معنی به‌کارگیری امواج آکوستیک در سیستم‌های میکروفلوئیدیک، دانشی است که در دهه‌های اخیر توجه زیادی را به‌واسطه پتانسیل آن در کاربردهای بیولوژیک و سیستم‌های آزمایشگاه روی تراشه یا آژ- تراشه (LOC) به خود جلب کرده است [1]. از جمله کاربردهای این حوزه می‌توان به جداسازی ذرات [2-5] و نیز دستکاری و کنترل آنها [6-8] اشاره کرد. فرکانس کاربردی در این حوزه می‌تواند از مرتبه چند صدکیلوهرتز تا چند مگاهرتز، البته با در نظر گرفتن محدوده ریلی $ka \ll 1$ باشد که k عدد موج و a شعاع ذره است. به‌دلیل این بازه گسترده از فرکانس عملکرد، آکوستوفلوئیدیک می‌تواند برای تنوع گوناگونی از ذرات با اندازه‌های مختلف و ویژگی‌های مکانیکی متفاوت قابل اعمال باشد. در آکوستوفورسیس، ذرات با توجه به پراش موج از سطح آنها نیرویی را از سمت سیال تجربه می‌کنند. این نیرو که نیروی تابشی آکوستیک نام دارد، موجب انتقال مومنتم از سیال به ذره و حرکت ذرات می‌شود [9]. از جمله عوامل اثرگذار بر این نیرو می‌توان به شکل، اندازه، تراکم‌پذیری و چگالی ذره اشاره کرد. نیروی تابشی آکوستیک با استفاده از انتگرال‌گیری فشار مرتبه دوم میانگین زمانی روی سطح جسمی که در میدان صوتی قرار دارد،

محاسبه می‌شود. محاسبه نیروی تابشی آکوستیک سابقه‌ای طولانی دارد و اولین مطالعات در رابطه با این موضوع توسط ریلی [10] انجام شد. ریلی معادله‌ای برای فشار تابشی آکوستیک روی یک دیواره جامد که تمام موج را بازتاب می‌کند، به دست آورد. کینگ [11] اولین بررسی تحلیلی را در ارتباط با نیروی تابشی وارد بر ذرات انجام داد. او نیروی تابشی آکوستیک وارد بر کره صلب غوطه‌ور در سیال ایده‌آل را با انتگرال‌گیری فشار مرتبه دوم میانگین زمانی روی سطح کره محاسبه کرد. در این پژوهش، فشار مرتبه دوم با حل کردن میدان موج پراش از ذره به دست آمد. سپس با اعمال شرایط محدوده ریلی فشار تابشی برای ذرات ریز در دو حالت امواج صفحه‌ای ایستا و امواج صفحه‌ای پیشرو، با نگرداشتن فقط ترم‌های دو قطبی و تک‌قطبی به دست آمد که حاصل از بسط دو جمله اول سری میدان فشار آکوستیک اطراف کره هستند.

امپلتون [12] نیروی تابشی وارد بر کره صلب را تحت اثر امواج پیشروی کروی حل کرد. او نشان داد که در فواصل دور از منبع، موج نیروی وارد بر کره به‌صورت دافعه است و این دافعه با نزدیک شدن کره به منبع کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد تا آنجایی که با کاهش بیشتر این فاصله، این نیرو به‌صورت جاذبه در می‌آید. محققان بعدی تلاش کردند تا مساله نیروی تابشی وارد بر کره را برای حالت‌های تعمیم‌یافته‌تر یا با فرضیات کمتری حل کنند.

یوشیوکا و کاواشیما [13] تئوری کینگ را برای حالت کلی‌تر ذرات تراکم‌پذیر گسترش دادند. آنها با در نظر گرفتن انکسار موج در کره، اثر تراکم‌پذیری کره را در نظر گرفتند و نشان دادند که نیروی تابشی روی کره تراکم‌پذیر را می‌توان به‌صورت مجموعی از دو جمله نوشت. این دو جمله شامل فشار مرتبه دوم میانگین زمانی و یک جمله اضافی اصلاحی هستند که همان شار مومنتم روی سطح کره در موقعیت تعادلی آن است. در این پژوهش، شبیه روش کینگ، دو فرمول برای کره تراکم‌پذیر کوچک در محدوده ریلی برای امواج صفحه‌ای ایستا و امواج صفحه‌ای پیشرو به دست آمد. در پژوهشی دیگر، گورکوف [14] حل یوشیوکا و کاواشیما را ساده کرد و با استفاده از جملات چگالی انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل در سیال ایده‌آل، از نو فرمول‌بندی کرد. بارماتر و کولاس [15] با استفاده از روش گورکوف، نیروی تابشی آکوستیک وارد بر کره را به‌صورت یک فرمول کلی، برای انواع حالت‌های موج ایستا اعم از استوانه‌ای، کروی و صفحه‌ای در محدوده ریلی محاسبه کردند. در ادامه پژوهش یوشیوکا و کاواشیما [13]، هاسگاوا و یوشیوکا [16] نیروی تابشی را برای یک کره جامد الاستیک بررسی کردند که در سیال ایده‌آل تحت امواج صفحه‌ای پیشرو است. نیروی تابشی به‌دست‌آمده در این پژوهش برای جسم صلب به نیروی تابشی کینگ تبدیل می‌شود.

در سال‌های اخیر، بررسی و مدل‌سازی عددی نیروی تابشی آکوستیک مورد توجه محققان بسیاری قرار گرفته است. گروش [17] با استفاده از مدل ماتریس انتقال یک‌بُعدی نیوتونی، نیروهای وارد بر ذرات در تشدیدکننده‌های با چند طول موج را بررسی کرد. در ادامه هیل و همکاران [18]، مسیر حرکت ذرات را تحت اثر امواج ایستای آکوستیک برای یک مدل دو‌بُعدی بررسی کردند. در این مدل، میدان نیروی تابشی با استفاده از حل تحلیلی ارایه‌شده توسط گورکوف محاسبه شده است. فیشر و میلز [19] مدلی دو‌بُعدی برای محاسبه میدان نیروی تابشی به کمک روش اجزای محدود ارایه کردند. آنها نشان دادند که بررسی‌های رایج برای محاسبه نیروی تابشی آکوستیک براساس حل‌های تحلیلی الگوی موج ایستای یک‌بُعدی، با توجه به فیزیک واقعی میکروکانال و پیچیدگی‌های ناشی از هندسه آن، کارایی چندانی ندارند. هایدوک با استفاده از روش

با توجه به این که فرض سیال ایده‌آل برای فرکانس‌های کمتر از ماورای صوت و ضخامت‌های لایه مرزی کوچک نسبت به اندازه ذره فرض مناسبی است [23]، از اتلاف ویسکوز صرف نظر می‌شود. بنابراین دو جمله آخر از سمت راست رابطه ۲ حذف می‌شود و معادله مومنوم به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\rho(\partial_t v + (v \cdot \nabla)v) = -\nabla p \quad (۳)$$

معادله حالت سیال ارتباط بین چگالی و فشار در سیال را مشخص می‌کند. با تقریب بی‌دررو، رابطه بین فشار و چگالی به‌صورت رابطه ۴ است [24]:

$$dp = c_s^2 dp \quad (۴)$$

که c_s سرعت آیزنترتروپیک صوت در سیال است.

۲-۲- بسط اغتشاشی معادلات حاکم

با توجه به غیرخطی بودن معادلات حاکم، حل تحلیلی و مستقیم میدان‌های سرعت، چگالی و فشار کاری دشوار خواهد بود. با این فرض که موج آکوستیک حاصل از اغتشاشات، ناشی از دامنه بسیار کوچک متغیرهای میدان نسبت به حالت تعادلی آنها است، هر میدان دلخواه (g) را می‌توان نسبت به حالت تعادلی آن (g_0) به‌صورت زیر بسط داد [25]:

$$g = g_0 + g_1 + g_2 + \dots \quad (۵)$$

که در آن $|g_0| \gg |g_1| \gg |g_2| \ll \dots$ است. بنابراین بسط اغتشاشی متغیرهای سرعت، فشار و چگالی تا مرتبه دوم طبق رابطه ۶ خواهد بود.

$$v = 0 + v_1 + v_2$$

$$p = p_0 + p_1 + p_2 \quad (۶)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2$$

با جای‌گذاری عبارات رابطه ۶ برای میدان‌های سرعت، چگالی و فشار در معادلات حاکم بر حرکت سیال در روابط ۱، ۳ و ۴ به‌همراه خطی‌سازی یعنی صرف نظر از جملات مرتبه دوم به بالا، معادلات مرتبه اول حرکت سیال به‌صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\partial_t \rho_1 = -\rho_0 \nabla \cdot v_1 \quad (۷)$$

$$\rho_0 \partial_t v_1 = -\nabla p_1 = -c_s^2 \nabla \rho_1 \quad (۸)$$

با مشتق‌گیری زمانی از معادله پیوستگی مرتبه اول و جای‌گذاری معادله مومنوم ۸ در آن، معادله موج بر حسب چگالی به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\partial_t^2 \rho_1 = c_0^2 \partial_t \nabla^2 \rho_1 \quad (۹)$$

با ناپدید شدن اغتشاشات حالت گذرا می‌توان فرض کرد که در حالت پایدار هر یک از میدان‌های مرتبه اول به‌صورت هارمونیک وابسته به زمان هستند یعنی:

$$g(r, t) = g(r) e^{-i\omega t} \quad (۱۰)$$

که ω فرکانس زاویه‌ای میدان آکوستیک است. رابطه ۱۰ متغیرهای مرتبه اول را به‌صورت مختلط نمایش می‌دهد و میدان‌های فیزیکی به‌سادگی با محاسبه بخش حقیقی این متغیرها قابل محاسبه هستند. بدین ترتیب هر مشتق زمانی در معادله ۹ یک فاکتور $-i\omega$ می‌گیرد و در نتیجه معادله موج به‌صورت معادله هلمهولتز در می‌آید یعنی:

$$\nabla^2 \rho_1 = -k^2 \rho_1 \quad (۱۱)$$

شبکه بولتزنمن، نیروی تابشی آکوستیک را برای استوانه در سیال ویسکوز محاسبه کرد [20]. همچنین، کای و همکاران [21] نیروی تابشی وارد بر استوانه در سیال ایده‌آل را به کمک یک مدل دو بُعدی و با استفاده از روش تفاضل محدود در حوزه زمان محاسبه کردند. نتایج به‌دست‌آمده از این پژوهش تطابق خوبی با نتایج حل تحلیلی دارد. مدل‌های مرور شده برای محاسبه نیروی تابشی آکوستیک، با وجود ارایه روش‌های پیشرو و نتایج ارزشمند، دارای دو کاستی هستند. به بیان دقیق‌تر، این مدل‌ها یا میدان نیروی تابشی را بدون احتساب ذره و به تبع آن اثرات جانبی ناشی از میدان پراش ذره محاسبه کرده‌اند یا این که مدل ارایه‌شده دو بُعدی است و برای محاسبه نیروی وارد بر ذره کروی کارایی بالایی ندارد. به‌تازگی گلین‌جونر و همکاران [22] با استفاده از روش اجزای محدود، مدلی برای محاسبه نیروی تابشی وارد بر ذرات جامد الاستیک ارایه کردند. آنها با به‌کارگیری روش بوشیوکا و کوا/شیمیا [13] نیروی تابشی را با در نظر گرفتن میدان پراش موج از ذره محاسبه کردند. آنها با ارایه یک مدل متقارن محوری، نیرو را برای ذرات کروی، بیضوی و استوانه‌ای، محاسبه و با حل تحلیلی مقایسه کردند. با این حال در این مدل، با توجه به فرض تقارن محوری، ذره فقط می‌تواند روی محور تقارن قرار گیرد و قابلیت جابه‌جایی ذرات در راستای شعاعی وجود ندارد. به‌علاوه با توجه به مقید بودن مکان ذره، این مدل قابلیت بررسی ذره در نزدیکی دیواره‌ها را ندارد.

بررسی پژوهش‌های انجام‌شده تاکنون در زمینه آکوستوفورسیس حاکی از آن است که مدل‌های ارایه‌شده، با توجه به هندسه ساده‌شده یا فرضیات ساده‌کننده، قابلیت تطبیق کامل با نمونه‌های فیزیکی و قابلیت توسعه و بررسی همه‌جانبه این پدیده فیزیکی را نداشته و افزایش دقت مدل‌سازی همچنان محل پژوهش در این زمینه است. بر همین اساس، در پژوهش حاضر مدل‌سازی سه‌بعدی حرکت ذره تحت اثر نیروی تابشی آکوستیک در میکروکانال انجام شده است. مدل ارایه‌شده در پژوهش حاضر، علاوه بر قابلیت افزودن ذره‌ها با الگوی دلخواه مکانی، می‌تواند اثرات ناشی از هندسه واقعی میکروکانال را پیش‌بینی کند.

۲- فرضیات و معادلات حاکم

در فیزیک آکوستیک، فرض سیال پیوسته تراکم‌پذیر بدین معنی بوده که با توجه به معادله پیوستگی، دیورژانس سرعت مخالف صفر است و در نتیجه چگالی نیز همانند سرعت یا فشار یک میدان محسوب می‌شود. بنابراین برای توصیف حرکت سیال، کافی است که میدان سرعت $v(r, t)$ ، میدان فشار $p(r, t)$ و میدان چگالی $\rho(r, t)$ معلوم باشند. برای محاسبه این میدان‌ها بایستی معادلات پیوستگی و مومنوم و معادله حالت سیال را حل کرد.

۲-۱- معادلات حاکم

معادله پیوستگی، پایستگی جرم را اعمال می‌کند و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (۱)$$

معادله پایستگی مومنوم، معادله حرکت سیال را با استفاده از قانون دوم نیوتن نشان می‌دهد. با چشم‌پوشی از نیروهای گرانشی و الکتریکی و نگه‌داشتن نیروهای ناشی از فشار و ویسکوزیته، این معادله به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\rho(\partial_t v + (v \cdot \nabla)v) = -\nabla p + \eta \nabla^2 v + \eta \beta \nabla (\nabla \cdot v) \quad (۲)$$

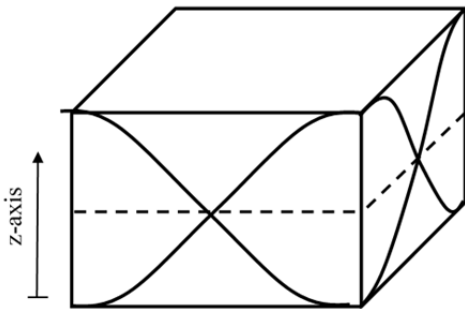
$$F = - \oint [pn + \rho(n \cdot v)v] ds \quad (18)$$

که n بردار عمود بر سطح ذره به طرف خارج است. برای سیال ایده‌آل با توجه به تابعیت مستقیم فشار مرتبه دوم از میدان‌های مرتبه اول، نیروی تابشی آکوستیک به صورت صریح بر حسب میدان‌های اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = - \oint \left[\frac{1}{2} \kappa_0 \langle p_1^2 \rangle - \frac{1}{2} \rho_0 \langle v_1^2 \rangle \right] n + \rho_0 (n \cdot v_1) v_1 \Big] ds \quad (19)$$

۳- مدل‌سازی و روش حل

برای شبیه‌سازی محیط انتشار صوت، میکروکانال به صورت مکعبی با ابعاد $100 \times 100 \times 75$ میکرومتر مطابق با شکل ۱ در نظر گرفته شده است. موج ایستایی فشاری در راستای محور قائم میکروکانال یعنی محور z اعمال می‌شود. شرایط مرزی برای دیواره‌های میکروکانال به صورت دیواره‌های سخت آکوستیک یعنی به صورت $\nabla p \cdot n = 0$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۱) شماتیک میکروکانال و موج ایستای اعمال شده

برای ایجاد موج ایستای صفحه‌ای در راستای قائم، مقدار فشار روی صفحه بالایی به صورت شرط مرزی دیریکله یعنی $p = p_0$ اعمال می‌شود که $p_0 = 100 \text{ KPa}$ مقدار بیشینه دامنه موج فشاری است. فرکانس تحریک اعمالی (f) برای ایجاد این نیم‌موج ایستا، با این هدف که گره فشاری دقیقاً در صفحه مرکزی میکروکانال ایجاد شود، از رابطه ۲۰ محاسبه می‌شود [24].

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2H} = \frac{1500 \text{ m/s}}{150 \mu\text{m}} = 10 \text{ MHz} \quad (20)$$

که H ارتفاع میکروکانال و c سرعت صوت در سیال است. سیال داخل میکروکانال آب با چگالی $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ در نظر گرفته شده است.

برای شبیه‌سازی ذره، کره‌ای صلب واقع بر خط قائم گذرنده از وسط میکروکانال در موقعیت ثابت با مختصات $x = 50 \mu\text{m}$ و $y = 50 \mu\text{m}$ و z در نظر گرفته شده که مختصه ارتفاعی z برای بررسی اثر تغییر فاصله از گره فشاری در ارتفاع‌های مختلف متغیر است.

قرارگیری ذره کروی در مسیر انتشار موج در میکروکانال منجر به برخورد موج فشاری آکوستیک با ذره و پراش از سطح آن می‌شود. این پدیده باعث به هم خوردن توزیع فشار در میکروکانال در اطراف کره و در نتیجه اعمال نیرویی از طرف سیال به کره که همان نیروی تابشی آکوستیک است، می‌شود. برای نمونه، نمودار ۱ توزیع فشار در راستای خط قائم در وسط میکروکانال و گذرنده از ذره کروی با شعاع $50 \mu\text{m}$ را نشان می‌دهد.

که $k = \omega/c_s$ عدد موج نامیده می‌شود. با حل معادله ۱۱ در دامنه مساله، میدان‌های مرتبه اول به دست می‌آیند.

با توجه به این که معادله موج برای سه متغیر آکوستیک سرعت، چگالی و فشار، فرم مشابهی در سیال ناویسکوز پیدا می‌کند، با تعریف متغیر میدان پتانسیل سرعت ϕ_1 ، به صورت $v_1 = \nabla \phi_1$ معادله موج را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\partial_t^2 \phi_1 = c_0^2 \nabla^2 \phi_1 \quad (12)$$

بدین ترتیب همگی میدان‌های سرعت، چگالی و فشار با استفاده از رابطه ۱۲ قابل محاسبه هستند.

با محاسبه میانگین زمانی در یک دوره تناوب کامل از تغییرات میدان براساس فرض هارمونیک زمانی بودن، هیچ حرکت خالصی از ذره یا هیچ گرادیان فشاری برای میدان‌های مرتبه اول به دست آمده مشاهده نمی‌شود. این در حالی است که با در نظر گرفتن معادلات مرتبه دوم، ضرب جملات مرتبه اول در معادلات ظاهر شده و میانگین زمانی میدان‌های آکوستیک دیگر برابر با صفر نخواهد بود. با جای‌گذاری معادلات اغتشاشی برای سرعت و فشار و نگاه داشتن فقط جملات مرتبه دوم یعنی اغتشاش مرتبه دوم به صورت جداگانه یا ضرب دو میدان مرتبه اول، معادلات مرتبه دوم اغتشاشی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\partial_t \rho_2 = -\rho_0 \nabla \cdot v_2 - \nabla \cdot (\rho_1 v_1) \quad (13)$$

$$\rho_0 \partial_t v_2 + \rho_1 \partial_t v_1 + \rho_0 (v_1 \cdot \nabla) v_1 = -c_0^2 \nabla \rho_2 \quad (14)$$

۳-۲- نیروی تابشی آکوستیک

نیروی تابشی آکوستیک با انتگرال‌گیری فشار اعمال شده روی سطح کره به دست می‌آید و ناشی از وجود گرادیان این فشار در امتداد سطح کره است. بنابراین برای محاسبه نیروی وارد بر کره لازم است که فشار اغتشاشی مرتبه دوم روی سطح کره محاسبه شود. به بیان دیگر، نظر به این که در مطالعه حرکت ذره تحت اثر امواج صوتی در میکروکانال، فرکانس کاری در محدوده مگاهرتز یعنی محدوده فراصوتی بوده، فقط اثر میانگین زمانی میدان‌ها قابل مشاهده است و بنابراین میانگین زمانی فشار مرتبه دوم محاسبه می‌شود [24]. با معرفی عملگر $\langle \cdot \rangle$ به عنوان میانگین زمانی روی یک دوره تناوب کامل نوسان برای هر میدان g به صورت زیر می‌توان فشار اغتشاشی مرتبه دوم را محاسبه کرد:

$$\langle g(t) \rangle \equiv \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt \quad (15)$$

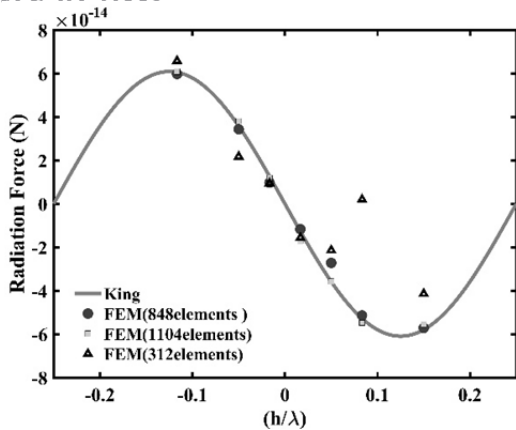
با اعمال عملگر میانگین زمانی روی معادله ۱۳ به صورت زیر می‌توان فشار مرتبه دوم را محاسبه نمود:

$$\nabla \langle p_2 \rangle = -\langle \rho_1 \partial_t v_1 \rangle - \rho_0 \langle (v_1 \cdot \nabla) v_1 \rangle \quad (16)$$

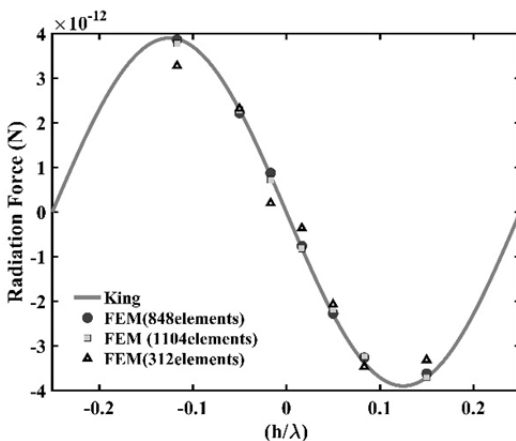
در سیال ایده‌آل، میدان‌های مرتبه دوم به صورت مستقیم از میدان‌های مرتبه اول سرعت و چگالی قابل محاسبه هستند. به بیان دقیق‌تر، با جای‌گذاری سمت راست معادله ۱۶ بر حسب میدان‌های مرتبه اول، فشار مرتبه دوم در سیال ایده‌آل مطابق با رابطه ۱۷ محاسبه می‌شود.

$$\langle p_2 \rangle = \frac{1}{2} \kappa_0 \langle p_1^2 \rangle - \frac{1}{2} \rho_0 \langle v_1^2 \rangle \quad (17)$$

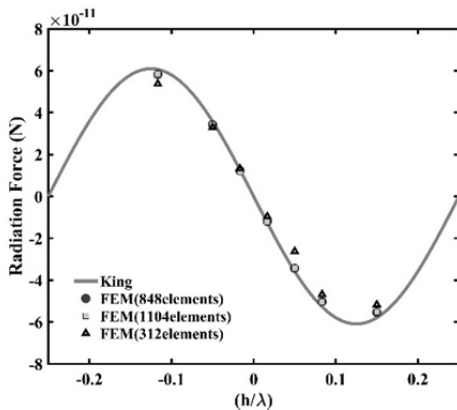
همان گونه که ذکر شد، نیروی تابشی آکوستیک با انتگرال‌گیری فشار مرتبه دوم روی سطح کره محاسبه می‌شود [24]. بنابراین با صرف نظر از نیروهای بدنی و ویسکوز این نیرو به صورت زیر به دست می‌آید:



نمودار ۲) مقایسه نیروی تابشی آکوستیک شبیه‌سازی شده با تئوری کینگ برای $ka=0.2$



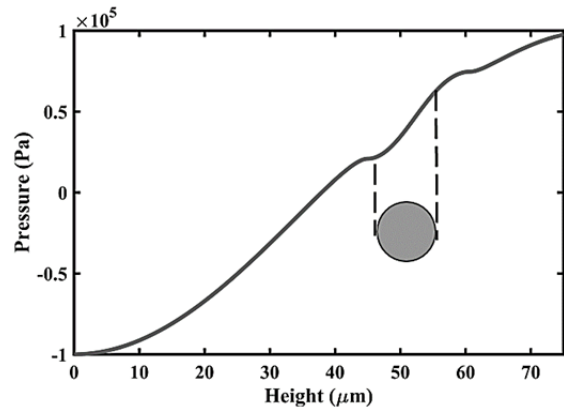
نمودار ۳) مقایسه نیروی تابشی آکوستیک شبیه‌سازی شده با تئوری کینگ برای $ka=0.8$



نمودار ۴) مقایسه نیروی تابشی آکوستیک شبیه‌سازی شده با تئوری کینگ برای $ka=0.2$

۴-۲- استقلال حل از شبکه

به منظور بررسی وابستگی نتایج عددی به تعداد المان‌ها، نتایج شبیه‌سازی برای سه حالت مختلف شبکه‌بندی اجزای محدود بررسی شده است. از آنجایی که در شبیه‌سازی‌ها نیروی تابشی روی سطح ذره انتگرال‌گیری می‌شود و ذره به اندازه کافی از دیواره‌های میکروکانال دور بوده، طول، مشخصه تعیین‌کننده اندازه المان شعاع ذره است و بررسی همگرایی نتایج بایستی با کنترل شبکه‌بندی روی سطح ذره انجام گیرد. شکل ۲ حالات مختلف شبکه‌بندی استفاده شده روی سطح ذره را نشان می‌دهد. وابستگی



نمودار ۱) توزیع فشار در راستای خط قائم گذرنده از ذره کروی در میکروکانال

در پژوهش حاضر، برای حل معادله موج از نرم‌افزار COMSOL استفاده شده است. این نرم‌افزار برای مدل‌سازی و حل انواع مسایل علمی و مهندسی با استفاده از روش اجزای محدود طراحی شده است. لازم به ذکر است که معادله هلمهولتز برای محاسبه میدان‌های مرتبه اول به صورت پیش‌فرض در ماژول آکوستیک نرم‌افزار وجود دارد. اما برای محاسبه میدان‌های مرتبه دوم و نیروی تابشی آکوستیک وارد بر ذره که به صورت پیش‌فرض در نرم‌افزار موجود نیستند، از قسمت توابع تعریف شده توسط کاربر در نرم‌افزار استفاده شده است. همچنین برای شبیه‌سازی حرکت ذره که مستلزم به‌روزرسانی شبکه اجزای محدود اطراف ذره و میدان آکوستیک حول آن در هر گام زمانی بوده، از لینک COMSOL با MATLAB بهره گرفته شده است.

۴- نتایج مدل‌سازی عددی

۴-۱- صحت‌سنجی حل عددی

برای صحت‌سنجی نتایج به‌دست‌آمده، نیروی تابشی محاسبه‌شده به روش عددی با حل تحلیلی تئوری کینگ مقایسه شده و براساس تئوری کینگ، نیروی تابشی وارد بر کره در محدوده ریلی در امواج ایستا به صورت زیر است [11]:

$$F = \pi \rho_0 |\varphi_{in}|^2 (ka)^3 \beta \sin(2kh) \quad (21)$$

که در این رابطه پارامتر β از رابطه ۲۲ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\beta = \frac{1 + \frac{2}{3}(1 - \rho_0/\rho_1)}{2 + \rho_0/\rho_1} \quad (22)$$

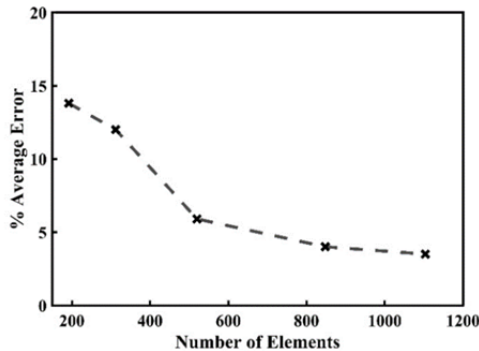
برای محاسبه نیروی وارد بر کره در این مساله، با توجه به ثابت بودن کره، نسبت ρ_0/ρ_1 به صفر میل می‌کند که در حالت حدی $\beta=0.7$ می‌شود. متغیر φ_{in} معرف اندازه دامنه موج ایستای اعمال شده است. با استفاده از رابطه بین سرعت و فشار می‌توان ارتباط میان میدان فشار و پتانسیل سرعت را از رابطه $p = -\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ به دست آورد. بنابراین می‌توان اندازه دامنه پتانسیل سرعت را از رابطه ۲۳ محاسبه کرد.

$$|\varphi_{in}| = \left| \frac{p_{in}}{\rho_0 \times \omega} \right| \quad (23)$$

به منظور صحت‌سنجی نیروی به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی با استفاده از تئوری کینگ، نمودار نیروی تابشی بر حسب فاصله بدون بعد ذره از کره فشاری یعنی h/λ برای شعاع‌های مختلف ذره که به ترتیب با اعداد بدون بعد $ka=0.2$ ، $ka=0.8$ و $ka=0.2$ بیان شده‌اند، در نمودارهای ۲-۴ رسم شده است.

جدول ۱) مقادیر خطای نرم اول و خطای نرم دوم برای تعداد مختلف المان روی سطح ذره

تعداد المان	خطای نرم اول	خطای نرم دوم
۳۱۲	۰/۱۳۱۱	۰/۱۳۴۷
۸۴۸	۰/۰۴۲۳	۰/۰۴۲۵
۱۱۰۴	۰/۰۴۱۷	۰/۰۴۲۱

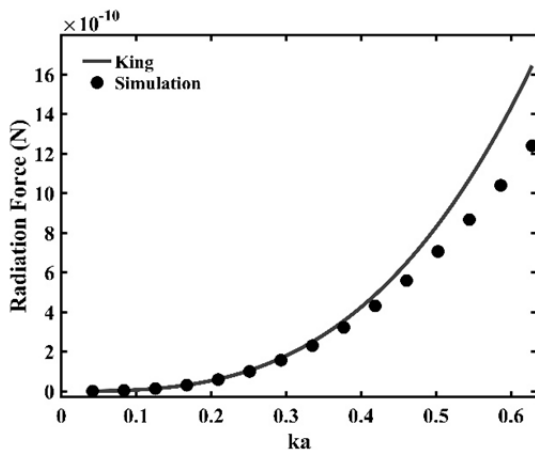


نمودار ۵) تغییرات خطا بر حسب تعداد المان‌های روی سطح ذره

۳-۴- اثر اندازه ذره

در مدل کینگ برای محاسبه نیروی وارد بر ذره، حل تحلیلی نیروی تابشی آکوستیک به صورت مجموعی از سری‌های میدان فشار ایجاد شده ناشی از پراش موج از سطح ذره بیان می‌شود. کینگ به منظور ساده‌سازی بسط سری پاسخ فرض کرد که شرایط محدوده ریلی ($ka \ll 1$) برقرار باشد. سپس او با تقریب دو جمله اول بسط سری پاسخ، نیروی تابشی را محاسبه کرد. از آنجایی که در پژوهش حاضر نیروی تابشی مستقیماً روی سطح کره انتگرال‌گیری می‌شود، می‌توان نیروی تابشی را برای خارج از محدوده ریلی نیز محاسبه کرد.

در نمودار ۶، مقایسه نیروی تابشی آکوستیک شبیه‌سازی شده با حل تحلیلی کینگ بر حسب افزایش شعاع ذره نشان داده شده است. مطابق با نمودار ۶ در حالتی که شعاع ذره نسبت به اندازه طول موج کوچک است و عدد بدون بعد بعد ka در شرایط محدوده ریلی صدق می‌کند، نیروی به دست آمده از حل تحلیلی با نتایج شبیه‌سازی تطابق خوبی دارد. با افزایش شعاع ذره و دور شدن از محدوده ریلی، نتایج شبیه‌سازی به تدریج از حل تحلیلی فاصله می‌گیرند که نشان می‌دهد تقریب سری با دو جمله در این شرایط کافی نیست و بایستی جملات مرتبه بالاتر نیز در حل تحلیلی در نظر گرفته شوند.



نمودار ۶) مقایسه نیروی تابشی آکوستیک شبیه‌سازی شده با تئوری کینگ بر حسب افزایش شعاع ذره

نتایج حل اجزای محدود به شبکه در نمودارهای ۲-۴ برای تعداد ۳۱۲، ۸۴۸ و ۱۱۰۴ المان روی سطح ذره نشان داده شده است. همان گونه که در این نمودارها مشخص است، نیروی محاسبه شده در روش اجزای محدود برای تعداد ۳۱۲ المان روی سطح کره، خطای قابل توجهی با نیروی به دست آمده از تئوری کینگ دارد. با افزایش تعداد المان‌ها به ۸۴۸ المان روی سطح ذره، نتایج روش اجزای محدود به مقادیر به دست آمده از تئوری کینگ بسیار نزدیک می‌شود. برای بررسی بیشتر وابستگی نتایج حل به شبکه اجزای محدود، به تعداد المان‌ها باز هم افزوده شده و برای تعداد ۱۱۰۴ المان روی سطح ذره نیز شبیه‌سازی انجام شده است. همان گونه که در نمودارهای ۲-۴ مشاهده می‌شود، دقت نتایج حل اجزای محدود برای تعداد ۱۱۰۴ المان روی سطح ذره، تفاوت چندانی با نتایج شبکه اجزای محدود با تعداد ۸۴۸ المان روی سطح ذره نداشته که بیانگر همگرایی نتایج برای شبکه با ۸۴۸ المان است. خطای جزئی قابل مشاهده بین نتایج شبیه‌سازی و حل تحلیلی را می‌توان به خطای تقریب در روش اجزای محدود و همچنین فرضیات ساده‌کننده در حل تحلیلی کینگ نسبت داد.

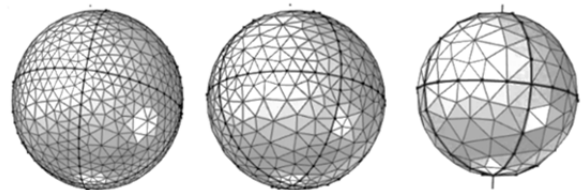
برای بررسی دقیق‌تر خطای نتایج شبیه‌سازی در مقایسه با حل تحلیلی، با توجه به این که مقدار خطای نتایج بسته به موقعیت ذره نسبت به کره موج متغیر است، مقدار خطا به صورت میانگین خطا برای موقعیت‌های مختلف ذره در میکروکانال ارایه می‌شود. بدین منظور از بیان خطا به صورت خطای نرم اول و خطای نرم دوم استفاده می‌شود. اگر R^A بردار مقادیر نتایج حل تحلیلی در موقعیت‌های مختلف ذره با مولفه‌های R^A_i و همچنین R^S بردار مقادیر نتایج حاصل از شبیه‌سازی در موقعیت‌های مختلف ذره با مؤلفه‌های R^S_i باشند، خطای نرم اول (e_{n1}) و خطای نرم دوم (e_{n2}) به ترتیب از رابطه ۲۴ و ۲۵ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$e_{n1} = \frac{\sum_i |R^A_i - R^S_i|}{\sum_i R^A_i} \quad (24)$$

$$e_{n2} = \frac{(\sum_i |R^A_i - R^S_i|^2)^{1/2}}{(\sum_i |R^A_i|^2)^{1/2}} \quad (25)$$

مقادیر خطای نرم اول و خطای نرم دوم برای تعداد مختلف المان روی سطح ذره در جدول ۱ آمده است. شایان ذکر بوده که هر مقدار خطای گزارش شده در این جدول برای سه حالت $ka=0.1$ ، $ka=0.2$ و $ka=0.4$ میانگین‌گیری شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، مقدار این خطاها با افزایش تعداد المان‌های روی سطح ذره به صورت قابل توجهی کاهش پیدا کرده و همگرایی نتایج کاملاً مشهود است.

همچنین در نمودار ۵، تغییرات خطا به ازای افزایش تعداد المان‌های روی سطح ذره رسم شده است. مطابق با نمودار ۵، درصد خطا با افزایش تعداد المان ابتدا با شیب زیادی کاهش پیدا می‌کند و سپس با شیب ملایمی به خطای حدود ۴٪ همگرا می‌شود.



شکل ۲) شبکه اجزای محدود با تعداد المان ۳۱۲ و ۸۴۸ و ۱۱۰۴ روی سطح کره (از راست به چپ)

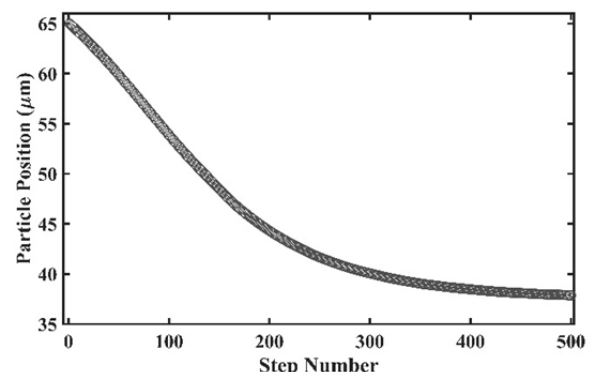
۵- شبیه‌سازی حرکت ذره در میکروکانال

برای شبیه‌سازی حرکت ذره در میکروکانال، در ابتدا ذره از ارتفاع معینی در میکروکانال رها می‌شود. بر حسب موقعیت ذره در میکروکانال یک نیروی تابشی آکوستیک بر ذره اعمال می‌شود و با فرض حرکت شبه استاتیک ذره در میکروکانال سرعت می‌گیرد و به موقعیت جدید خود می‌رود. برای شبیه‌سازی حرکت ذره، تنش آکوستیک محاسبه شده روی سطح کره با تغییر علامت به مازول جریان آرام نرم‌افزار COMSOL انتقال می‌یابد تا قانون دوم نیوتون در انتقال نیرو از ذره به سیال اجابت شود. این نیرو باعث ایجاد جریانی حول کره می‌شود. با محاسبه تنش‌های ناشی از این جریان روی سطح کره می‌توان نیروهای درگ فشاری و ویسکوز و در نتیجه نیروی هیدرودینامیک وارد بر کره را محاسبه کرد. با جای‌گذاری نیروی وارد بر ذره در فرمول درگ استوکس طبق رابطه ۲۶ سرعت لحظه‌ای کره در هر گام زمانی به دست می‌آید.

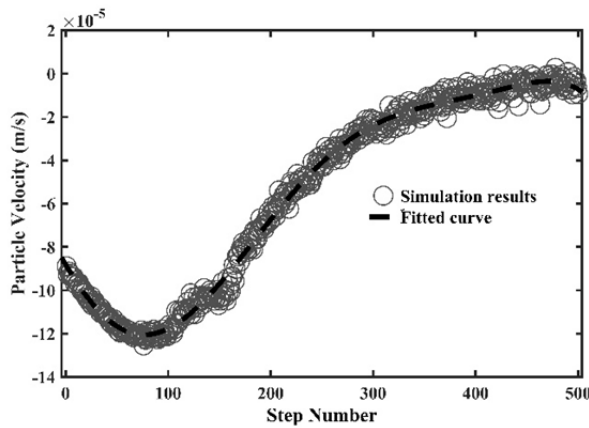
$$F^D = 6\pi\mu Rv \quad (26)$$

در نهایت با داشتن سرعت ذره در هر گام زمانی، موقعیت ذره در طول زمان شبیه‌سازی و در نتیجه مسیر حرکت ذره در میکروکانال قابل محاسبه است. در شبیه‌سازی‌های حرکت ذره در میکروکانال اندازه هر گام زمانی ۰/۰۰۱s است. در نمودار ۷، تغییر مکان یا ارتفاع ذره در میکروکانال بر حسب گام زمانی شبیه‌سازی طی ۵۰۰ گام زمانی نشان داده شده است. همچنین در نمودار ۷، سرعت حرکت ذره بر حسب گام زمانی رسم شده است. مطابق با نمودار ۶، ذره‌ای که در ابتدا در ارتفاع ۶۵ میکرومتری کانال رها شده است، تحت نیروی تابشی آکوستیک به سمت مرکز میکروکانال حرکت می‌کند. مطابق با نمودار ۷، حین این حرکت، سرعت ذره به تدریج کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد. از آنجایی که مکان اولیه ذره در ارتفاعی بالاتر از مکان ماکزیمم نیروی تابشی است، سرعت ذره تا رسیدن به محل ماکزیمم نیروی تابشی ابتدا افزایش می‌یابد و پس از آن با کاهش نیروی تابشی سرعت ذره تا رسیدن به مرکز میکروکانال کاهش پیدا می‌کند تا به صفر برسد.

در نمودار ۸، اغتشاشات قابل مشاهده در سرعت ذره به این علت است که در هر گام زمانی به‌خاطر تغییر مکان ذره، هندسه مدل به‌روزرسانی می‌شود و شبکه‌بندی اطراف ذره اندکی تغییر می‌کند. در نتیجه در محاسبه تنش تابشی روی سطح کره مقداری نوسان به وجود می‌آید. همچنین میدان جریان سیال حول کره در مازول جریان آرام کمی تغییر می‌کند و نوسانات تنش آکوستیک محاسبه شده روی سطح کره سبب اغتشاشاتی در محاسبه سرعت ذره می‌شود. با این وجود اندازه این اغتشاشات بسیار ناچیز است و همان گونه که در نمودار ۷ مشاهده می‌شود، پیوستگی قابل قبولی در نمودار تغییر مکان ذره مشاهده می‌شود.



نمودار ۷) مکان ذره در میکروکانال بر حسب گام زمانی



نمودار ۸) سرعت ذره در میکروکانال بر حسب گام زمانی

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با به‌کارگیری روش اجزای محدود مدلی سه‌بعدی برای حرکت ذره تحت نیروی تابشی آکوستیک در میکروکانال ارائه شد. بدین منظور، ابتدا معادلات حاکم بر انتشار امواج آکوستیک در سیال در سیستم‌های میکروفلوئیدیک استخراج شد. سپس با استفاده از تقریب مرتبه دوم، نیروی تابشی آکوستیک وارد بر ذره به‌صورت مستقیم روی سطح ذره انتگرال‌گیری شد. با ایجاد مدل ذره کروی صلب در میکروکانال، معادلات حاکم بر انتشار موج در سیال با استفاده از روش اجزای محدود گسسته‌سازی و اثر انتشار موج بر تک ذره بررسی شد. برای صحت‌سنجی حل اجزای محدود، نیروی تابشی محاسبه شده از شبیه‌سازی با نتایج حل تحلیلی تئوری کینگ مقایسه شد. این مقایسه نشان داد که تئوری کینگ برای اندازه ذره خارج از محدوده ریلی، نیروی تابشی را بزرگ‌تر از مقدار واقعی آن برآورد می‌کند.

در ادامه با فرض حرکت شبه‌استاتیک برای ذره، حرکت تک‌ذره تحت نیروی تابشی آکوستیک وارد بر آن در میکروکانال شبیه‌سازی شد. در این شبیه‌سازی که با همگام‌سازی نرم‌افزارهای COMSOL و MATLAB انجام گرفت، در هر گام زمانی ابتدا سرعت ذره تحت نیروی آکوستیک وارد بر آن محاسبه و سپس تغییر مکان آن برآورد شد. شایان ذکر است که در هر گام زمانی شبیه‌سازی، هندسه مدل و شبکه اجزای محدود مطابق با مکان جدید ذره به‌روز می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی حرکت ذره نشان می‌دهد که سرعت ذره متناسب با موقعیت آن در میکروکانال متفاوت است و با نزدیک شدن ذره به محل گره موج سرعت آن به صفر میل می‌کند. شایان ذکر است که مدل توسعه‌داده شده در پژوهش حاضر، در مقایسه با مدل‌های ارائه شده تاکنون، علاوه بر توانایی شبیه‌سازی سه‌بعدی اثرات ناشی از پیچیدگی‌های هندسی مساله از جمله اثرات دیواره‌های میکروکانال، دارای قابلیت توسعه برای بررسی حرکت چندین ذره با آرایش مکانی دلخواه در میکروکانال است.

تشکر و قدردانی: نویسندگان مقاله از دانشگاه صنعتی اصفهان برای حمایت مادی و معنوی از این پژوهش تشکر می‌نمایند.
تاییدیه اخلاقی: این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده و همچنین برای بررسی و چاپ به نشریه دیگری ارسال نشده است. محتوای علمی این مقاله حاصل فعالیت علمی نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسندگان است.

تعارض منافع: مقاله حاضر هیچ گونه تعارض منافعی با سازمان‌ها

microsystems. Lab on a Chip. 2012;12(7):1210-1223.

8- Evander M, Nilsson J. Acoustofluidics 20: Applications in acoustic trapping. Lab on a Chip. 2012;12(22):4667-4676.

9- Doinikov AA. Acoustic radiation pressure on a rigid sphere in a viscous fluid. Proceedings of the Royal Society A. 1994;447(1931):447-466.

10- Rayleigh L. XXXIV. on the pressure of vibrations. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1902;3(15):338-346.

11- King LV. On the acoustic radiation pressure on spheres. Proceedings of the Royal Society A. 1934;147(861):212-240.

12- Embleton TFW. Mean force on a sphere in a spherical sound field. I. (Theoretical). The Journal of the Acoustical Society of America. 1954;26(1):40-45.

13- Yosioka K, Kawasima Y. Acoustic radiation pressure on a compressible sphere. Acta Acustica United with Acustica. 1995;5(3):167-173.

14- Gor'kov L. On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid. Soviet Physics, Doklady. 1962;6:773-775.

15- Barmatz M, Collas P. Acoustic radiation potential on a sphere in plane, cylindrical, and spherical standing wave fields. The Journal of the Acoustical Society of America. 1985;77(3):928-945.

16- Hasegawa T, Yosioka K. Acoustic-radiation force on a solid elastic sphere. The Journal of the Acoustical Society of America. 1969;46(5B):1139-1143.

17- Gröschl M. Ultrasonic separation of suspended particles-part I: Fundamentals. Acta Acustica United with Acustica. 1998;84(3):432-447.

18- Hill M, Townsend RJ, Harris NR. Modelling for the robust design of layered resonators for ultrasonic particle manipulation. Ultrasonics. 2008;48(6-7):521-528.

19- Fisher KA, Miles R. Modeling the acoustic radiation force in microfluidic chambers. The Journal of the Acoustical Society of America. 2008;123(4):1862-1865.

20- Haydock D. Lattice boltzmann simulations of the time-averaged forces on a cylinder in a sound field, Journal of Physics A: Mathematical and General. 2005;38(15):32-65.

21- Cai F, Meng L, Jiang C, Pan Y, Zheng H. Computation of the acoustic radiation force using the finite-difference time-domain method. The Journal of the Acoustical Society of America. 2010;128(4):1617-1622.

22- Glynne-Jones P, Mishra PP, Boltryk RJ, Hill M. Efficient finite element modeling of radiation forces on elastic particles of arbitrary size and geometry. The Journal of the Acoustical Society of America. 2013;133(4):1885-1893.

23- Silva GT, Bruus H. Acoustic interaction forces between small particles in an ideal fluid. Physical Review E. 2014;90(6):063007.

24- Bruus H. Acoustofluidics 1: Governing equations in microfluidics. Lab on a Chip. 2011;11(22):3742-3751.

25- Bruus H. Acoustofluidics 7: The acoustic radiation force on small particles. Lab on a Chip. 2012;12(6):1014-1021.

و اشخاص دیگر ندارد.

سهم نویسندگان: سیدمصطفی زارعی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/روش شناس/پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۵۰٪)؛ مصطفی جمشیدیان (نویسنده دوم)، نگارنده مقدمه/روش شناس/نگارنده بحث (۲۰٪)؛ شاهرخ سپهری رهنما (نویسنده سوم)، روش شناس/پژوهشگر کمکی (۲۰٪)؛ سعید ضیایی راد (نویسنده چهارم)، روش شناس (۱۰٪)

منابع مالی: منابع مالی خاصی برای انجام این تحقیق استفاده نشده است.

۷- پی نوشت

شرح	علامه اختصاری
فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	P
سرعت (ms^{-1})	v
عدد موج (m^{-1})	k
سرعت صوت (ms^{-1})	C
شعاع ذره (m)	a
علامه یونانی	
ویسکوزیته ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)	μ
چگالی (kgm^{-3})	ρ
طول موج (m)	λ
فرکانس زاویه ای (rads^{-1})	ω
پتانسیل سرعت (s^{-1})	φ
زیرنویس ها	
حالت تعادل سیال	۰
اغتشاش مرتبه اول	۱
اغتشاش مرتبه دوم	۲

منابع

1- Ankrett DN, Carugo D, Lei J, Glynne-Jones P, Townsend PA, Zhang X, et al. The effect of ultrasound-related stimuli on cell viability in microfluidic channels. Journal of Nanobiotechnology. 2013;11(1):20.

2- Doinikov AA. Acoustic radiation forces: Classical theory and recent advances. In: Pandalai SG. Recent research developments in acoustics. Kerala: Transworld Research Network; 2003. pp. 39-67.

3- Laurell T, Petersson F, Nilsson A. Chip integrated strategies for acoustic separation and manipulation of cells and particles. Chemical Society Reviews. 2007;36(3):492-506.

4- Lenshof A, Laurell T. Continuous separation of cells and particles in microfluidic systems. Chemical Society Reviews. 2010;39(3):1203-1217.

5- Petersson F, Nilsson A, Holm C, Jönsson H, Laurell T. Continuous separation of lipid particles from erythrocytes by means of laminar flow and acoustic standing wave forces. Lab on a Chip. 2005;5(1):20-22.

6- Nilsson A, Petersson F, Jönsson H, Laurell T. Acoustic control of suspended particles in micro fluidic chips. Lab on a Chip. 2004;4(2):131-135.

7- Lenshof A, Magnusson C, Laurell T. Acoustofluidics 8: Applications of acoustophoresis in continuous flow