



شبیه‌سازی غیر خطی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در محیط متخلخل ناهمسانگرد

صدیقه درانی¹، محمود نوروزی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
* شاهرود، صندوق پستی 3619995161، mnorouzi@shahroodut.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>در این مقاله، ناپایداری انگشتی لزج حرارتی، در جابجایی مخلوط شدنی در یک محیط متخلخل با نفوذپذیری ناهمسانگرد مورد مطالعه قرار گرفته است. ویسکوزیته تابعی از دما و غلظت تعریف شده است. تأثیرات ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری و نیز تأثیر عدد لوییس و ضریب تأخیر حرارتی که به دلیل انتقال حرارت سیالات با محیط جامد به وجود می‌آید مورد بررسی قرار گرفته است. رشد و شکل‌گیری این انگشتی‌ها نقشی بسیار مهم در فرآیند جابجایی سیالات، به خصوص انتقال نفت از مخازن کشف شده دارد. این شبیه‌سازی غیرخطی، با استفاده از روش طیفی و تبدیلات هارتلی به بررسی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در یک محیط متخلخل با نفوذپذیری ناهمسانگرد پرداخته شده است. نتایج ارائه شده شامل کانتورهای غلظت و دما، منحنی‌های مقادیر میانگین غلظت و دما، بازده جارویی و طول اختلاط است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش نفوذپذیری در جهت جریان به نفوذپذیری در جهت عمود بر جریان انگشتی‌ها دیرتر به انتهای جبهه می‌رسند، ناپایداری کاهش پیدا می‌کند و جریان پایدارتری به دست می‌آید. همچنین با افزایش عدد لوییس جبهه حرارتی بدون انگشتی ظاهر می‌شود، بالا رفتن عدد لوییس به پایداری جریان نیز کمک می‌کند. کاهش ضریب تأخیر حرارتی علاوه بر اینکه باعث عقب‌افتادگی جبهه حرارتی در پشت جبهه سیالاتی می‌گردد، باعث پایدارتر شدن جریان نیز می‌شود.</p>	<p>مقاله پژوهشی کامل دریافت: 27 آبان 1396 پذیرش: 08 بهمن 1396 ارائه در سایت: 02 اسفند 1396 کلید واژگان: انگشتی لزج حرارتی شبیه‌سازی غیرخطی ضریب تأخیر حرارتی</p>

Nonlinear simulation of thermo-viscous fingering instability in anisotropic porous media

Sedighe Dorrani¹, Mahmood Norouzi^{2*}

Mechanical Engineering Department, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
* P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, mnorouzi@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 18 November 2017
Accepted 28 January 2018
Available Online 21 February 2018

Keywords:

Thermo-viscous fingering
Nonlinear simulation
Thermal lag coefficient

ABSTRACT

In this paper, thermal-viscous fingering instability of miscible flow displacements in anisotropic porous media is studied. For the first time an exponential dependence of viscosity on temperature and concentration is represented by two parameters β_T and β_C , respectively. The effect of anisotropic properties of permeability tensor, Lewis number and thermal lag coefficient are investigated. Creation and propagation of these fingers are playing an important role in displacement of fluids and especially on oil transformation from discovered oil reservoirs in enhanced oil recovery process. In nonlinear simulation, a spectral method based on the Hartley transforms are used to model the thermal-viscous fingering instability in anisotropic porous media. The results include concentration and temperature contours, sweep efficiency, and mixing length. The results indicated that by increasing the anisotropic permeability ratio, the fingers arrive later to the end of the front, instability decrease and more stable flow is obtained. Also, by increasing the Lewis number, thermal front appears without any fingers. Decreasing the thermal lag coefficient causes the thermal front stays behind the flow front and increasing the stability of the flow field.

1- مقدمه

ناپایداری زمانی اتفاق می‌افتد که سیالی با ویسکوزیته بیشتر توسط سیالی با ویسکوزیته کمتر جابه‌جا می‌شود که نتیجه آن ایجاد ساختاری شبیه به انگشت در سیال با ویسکوزیته کمتر است. یعنی مرز مشترک دو سیال به علت اختلاف ویسکوزیته ثابت نبوده و ساختاری انگشت مانند به خود می‌گیرد. ناپایداری انگشتی، از آن‌جا که دارای مصداق‌های متعددی در صنایع است از دهه 50 میلادی به‌عنوان یک موضوع اساسی مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. مصداق‌های متعدد این پدیده در مهندسی مخازن

بررسی جریان در محیط متخلخل از جمله مسائل مورد توجه در مکانیک سیالات محسوب می‌شود. مطالعات بسیاری در این زمینه انجام شده است از آن جمله می‌توان به مطالعات صورت گرفته توسط زارع قادی و همکاران [1] و اژدری و همکاران [2] اشاره نمود. یکی از شناخته‌ترین ناپایداری‌های هیدرودینامیک در محیط متخلخل، ناپایداری انگشتی لزج¹ است. این

¹ Thermo viscous fingering instability

Please cite this article using:

S. Dorrani, M. Norouzi, Nonlinear simulation of thermo-viscous fingering instability in anisotropic porous media, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 03, pp. 9-18, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

جابجایی در سلول هل شاو افقی و جابجایی در یک سطح مقطع عمودی ارائه نمودند. همچنین در این مطالعه گزارش شده است که به دلیل تلفات حرارتی و در تماس بودن با نفت سرد اولیه، بخار به سرعت متراکم می‌شود. صغیر و همکاران [17] به بررسی ناپایداری انگشتی در حالتی که سیالات به کار رفته با یکدیگر اختلاف دما داشتند پرداختند. آن‌ها از گلیسرین و آب در این آزمایش استفاده نمودند و مشاهده شد زمانی که آب داغ به سیستم تزریق می‌شود فاصله نوک تا پایه انگشتی‌ها کمتر از حالتی است که آب سرد به سیستم تزریق می‌شود. در این حالت نیروی شناوری از پیشرفت سریع انگشتی‌ها جلوگیری می‌نماید. هولوی و برایان [18] به بررسی انگشتی‌ها زمانی که گلیسرین داغ یک گلیسرین سرد با ویسکوزیته بیشتر را جابه‌جا می‌نماید پرداخته‌اند. هندسه مورد نظر آن‌ها یک سلول هل شاو شعاعی بود. آن‌ها نتایج عددی و آزمایشگاهی را با یکدیگر مقایسه نمودند. در هیچ‌کدام از مطالعات اشاره شده تاکنون به بررسی ساختار و مکانیزم انگشتی‌ها در هر دو جبهه دما و غلظت پرداخته نشده است. نخستین مطالعه در این زمینه توسط پریچارد و همکاران [19] انجام شد. در این مطالعه یک تحلیل پایداری خطی⁵ در سلول هل شاو شعاعی ارائه شد و به کمک آن به بررسی ناپایداری انگشتی لزج برای یک سیستم با دو جبهه پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که هریک از دو جبهه چگونه در جهت پایداری و یا ناپایداری جریان عمل می‌نمایند.

اسلام و عزیز [20] به تجزیه و تحلیل پایداری خطی برای ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در یک سلول هل شاو مستقیم‌الخط پرداختند. آن‌ها همچنین این مسئله را مورد شبیه‌سازی غیرخطی قرار دادند [21]. نتایج آن‌ها تایید کننده‌ی نتایج حاصل از پایداری خطی است. آن‌ها گزارش نمودند که با انتقال حرارت بین سیال و محیط جامد بین جبهه حرارتی و جبهه گرمی تأخیر می‌افتد و جبهه حرارتی پشت جبهه گرمی قرار می‌گیرد. همچنین نتایج را برای عدد لوییس‌های 1 و 100 مورد بررسی قرار داده و مشاهده نمودند که در مقادیر بزرگ از عدد لوییس حوزه دما با یک موج ضعیف منتشر می‌شود. سجادی و عزیز [22] ناپایداری لزج حرارتی را در یک محیط ناهمگن مورد مطالعه قرار داده و گزارش نمودند که ناهمگنی محیط به ناپایداری جریان کمک می‌کند.

بر اساس بررسی‌های انجام شده تاکنون مطالعه‌ای در زمینه‌ی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در محیط ناهمسانگرد صورت نگرفته است. با توجه به نقش گسترده ناهمسانگردی بر روی ناپایداری انگشتی، بررسی تاثیر آن روی ناپایداری انگشتی حرارتی با دو جبهه غلظت و دما می‌تواند موضوعی کاربردی باشد. محیط‌های طبیعی و صنعتی به ندرت همسانگرد می‌باشند. از طرفی سیال به‌طور طبیعی تمایل به پیشروی در مسیرهایی با نفوذپذیری بالاتر خواهد داشت. بررسی نقش ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری محیط‌های متخلخل در فرایندهایی نظیر کروماتوگرافی، فیلتراسیون و ازدیاد برداشت نفت کاربردی است. به‌عنوان نمونه شناسایی دقیق‌تر مناطق مورد مطالعه برای فرایندهای ازدیاد برداشت، می‌تواند کمک فزاینده‌ای در ایجاد شرایط بهتر و باصرفه‌تر در جهت ازدیاد بیشتر از مخازن نفت داشته باشند.

در این مطالعه برای نخستین بار به بررسی نقش ناهمسانگردی نفوذپذیری بر رشد و گسترش ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در محیط متخلخل پرداخته شده است. برای این منظور از روش طیفی و تبدیلات هارتلی جهت شبیه‌سازی عددی استفاده شده است. همچنین مطالعه حاضر بر اساس جابه‌جایی‌های مخلوط شدنی که در آن ناپایداری بر اساس اختلاف ویسکوزیته

نفتی، هیدرولوژی آب‌های زیرزمینی، چاه‌های ژئوترمال، احتراق، رسوب‌گیری الکتروشیمیایی، سیلاب‌زنی امتزاجی به هنگام بازیافت نفت، منطقه گذرا بین آب شور و آب تازه در سفره‌های آب زیرزمینی و غیره است. در بیشتر کاربردها، ناپایداری لزج پدیده نامطلوبی است زیرا باعث کاهش بازده فرایند جابه‌جایی می‌گردد. از جمله آن‌ها که به‌طور قابل توجهی باعث کاهش بازیافت نفت می‌شود [3,4].

از مدل‌سازی اولیه توسط هیل [5] تا مطالعه شکری و همکاران [6] بررسی عوامل مختلف در این پدیده مدنظر بوده است. این پدیده شگفت‌انگیز توجه بسیاری از دانشمندان دیگر را نیز به خود جلب کرده است که می‌توان به کارهای زیر اشاره نمود.

عزیز و سنیق [7]، تحلیل پایداری را با استفاده از تقریب شبه خطی برای سیال باریک شونده مورد مطالعه قرار دادند و شرایط بحرانی آن را معرفی نمودند. میشر و همکاران [8] برای اولین بار با در نظر گرفتن مقدار منفی برای نسبت تحرک¹ به بررسی رفتار انگشتی در این حالت پرداختند. اوندانو و همکاران [9] با استفاده با در نظر گرفتن گرانش، جریانی از نفت که توسط سیال نیوتنی، غیرنیوتنی باریک شونده و ویسکوالاستیک جابه‌جا می‌شد را مورد بررسی قرار دادند. نوروزی و شوقی [10,11] اثر ناهمسانگردی محیط بر ناپایداری انگشتی لزج در محیط ناهمسانگرد را مورد بررسی قرار دادند. در مطالعه آن‌ها نشان داده شد هم در جریان نیوتنی و هم در جابه‌جایی سیال نیوتنی توسط سیال غیرنیوتنی با افزایش نفوذپذیری در جهت جریان به جهت عمود بر آن جریان پایدارتر خواهد شد. بلوتسراسکاسکایا و کانیکو [12] به شبیه‌سازی سه‌بعدی ناپایداری انگشتی لزج به‌وسیله روش حجم محدود پرداخته‌اند. شوقی و نوروزی [13] ناپایداری انگشتی را در یک محیط ناهمگن مورد بررسی قرار دادند. کیهانی و همکاران [14] جابه‌جایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک کریمینال-اریکسن-فیلیبی را مورد شبیه‌سازی قرار داده‌اند. شکری و همکاران [15] ناپایداری انگشتی سیال ویسکوالاستیک اولدرودیدی را شبیه‌سازی نمودند.

در مطالعاتی که تاکنون اشاره شد دو سیال شرکت کننده در فرایند جابه‌جایی، هم‌دما در نظر گرفته شده است. بنابراین ویسکوزیته جریان تنها تابع غلظت می‌باشد. هنگامی که سیالات درگیر در یک فرایند جابه‌جایی هم‌دما نباشند، اختلاف دمای بین سیالات باعث تغییر ویسکوزیته آن‌ها می‌شود. در نتیجه ویسکوزیته علاوه بر غلظت تابع دما نیز می‌باشد و ناپایداری انگشتی ایجاد شده به‌عنوان ناپایداری انگشتی لزج حرارتی شناخته می‌شود و از آنجا که نرخ نفوذ جرم و حرارت متفاوت است دو جبهه وجود خواهد داشت: جبهه غلظت و جبهه حرارت. از آنجایی که تبادل حرارت بین محیط جامد و سیال اتفاق می‌افتد در نتیجه جبهه حرارت آهسته‌تر از جبهه غلظت حرکت می‌نماید و غالباً در پشت جبهه غلظت و با تأخیر گسترش می‌یابد.

ناپایداری انگشتی حرارتی لزج توجه محققین را در فرایندهایی نظیر سیلاب‌زنی آب داغ² و سیلاب‌زنی بخار³ به خود جلب نموده است. حجم مطالعات در این زمینه نسبت به حالت هم‌دما بسیار اندک است. اولین بررسی‌ها در این زمینه توسط کانگ و همکاران [16] صورت گرفته است. آن‌ها جابجایی نفت‌های سنگین طبیعی و مصنوعی را تحت شرایط مختلف توسط بخار آب بررسی نمودند. سلول هل شاو⁴ استفاده شده برای جابجایی بخار آب از شیشه‌های پیرکس ساخته شده بود. آن‌ها نتایج را برای دو حالت

¹ Mobility ratio

² Hot water flooding

³ Steam flooding

⁴ Hele-shaw cell

⁵ Linear stability analysis

است. در معادله (7) پارامتر λ که نشان‌دهنده سرعت جبهه گرمایی به سرعت جبهه جرمی است، ضریب تأخیر حرارتی³ نامیده می‌شود و به شکل معادله (8) تعریف می‌شود.

$$\lambda = \frac{\Phi \rho_f C_{p_f}}{\Phi \rho_f C_{p_f} + (1 - \Phi) \rho_s C_{p_s}} \quad (8)$$

همان‌طور که گفته شد به دلیل اتلاف حرارتی به محیط، جبهه گرمایی پشت جبهه جرمی قرار می‌گیرد و از این رو $\lambda \leq 1$ است. در معادله (8) $C_{p_s}, \rho_s, C_{p_f}, \rho_f$ به ترتیب نشان‌دهنده چگالی و ظرفیت گرمایی سیال و چگالی و ظرفیت گرمایی قالب جامد هستند. در جابجایی‌های مخلوط شدنی غیر هم‌دما، ویسکوزیته تابعی از غلظت و دما است و به صورت معادله (9) بیان می‌شود

$$\mu(C, \theta) = \exp(\beta_C(1 - C) + \beta_T(1 - \theta)) \quad (9)$$

که به $\beta_C = \ln(\mu_2/\mu_1)$ نسبت تحرک گفته می‌شود، μ_1 و μ_2 به ترتیب ویسکوزیته سیال جابجا شونده و جابجا کننده هستند و به μ_{T_1} و μ_{T_2} نسبت تحرک حرارتی گفته می‌شود. ویسکوزیته یک فاز از سیال در دو دمای متفاوت هستند.

1-3- بی‌بعدسازی

جهت بی‌بعدسازی معادلات از روابط (10-15) استفاده می‌شود.

$$x^* = \frac{x}{D_c \Phi} \quad (10)$$

$$t^* = \frac{u}{D_c \Phi^2} \quad (11)$$

$$k^* = \frac{K}{\bar{K}_{22}} \quad (12)$$

$$\theta^* = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2} \quad (13)$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_1} \quad (14)$$

$$C^* = \frac{C}{C_1} \quad (15)$$

در نهایت معادلات حاکم پس از بی‌بعدسازی به صورت معادلات (16-20) مرتب می‌شوند.

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (16)$$

$$\nabla P^* = -K^{-1} \mu^* u^* \quad (17)$$

$$\frac{K}{\bar{K}_{22}} = \begin{bmatrix} \alpha_K & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial c^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial c^*}{\partial y^*} = \left(\frac{\partial^2 c^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 c^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (19)$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + \lambda \left(u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \text{Le} \left(\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (20)$$

در این معادلات $\text{Le} = \text{Pe}_C / \text{Pe}_T = D_T / D_C$ که $\text{Pe}_C = uL / D_C$ و $\text{Pe}_T = uL / D_T$ به ترتیب عدد پکلت جرمی و عدد پکلت حرارتی هستند و در زمینه نفوذ یا انتقال جرمی و نفوذ گرمایی مورد بحث قرار می‌گیرند. در واقع عدد پکلت نسبت نیروهای کانوکشن به دیفیوژن است. و $\alpha_K = \bar{K}_{11} / \bar{K}_{22}$ نسبت ناهمسانگردی طولی به عرضی تانسور نفوذپذیری است.

2-3- تبدیل معادلات به صورت تابع جریان - ورتیسیته

با بررسی مطالعات و تحقیقاتی که به حل جریان در پدیده‌های مختلف روی

و اختلاف دما به وجود می‌آیند انجام گرفته است. شایان ذکر است که در جریان‌های مخلوط‌شدنی برخلاف جریان‌های مخلوط‌نشده، سطح مشترک کاملاً مشخصی بین دو سیال وجود ندارد. در این‌جا با ارائه کانترهای غلظت و دما، منحنی‌های مقادیر میانگین غلظت و دما و همچنین بازده جارویی و طول اختلاط، اثر ناهمسانگردی محیط متخلخل و ضریب تأخیر حرارتی بر ناپایداری انگشتی لزج حرارتی مطالعه شده است.

2- محیط متخلخل ناهمسانگرد

برای بررسی جریان سیال در محیط متخلخل از معادله دارسی استفاده می‌شود که برای محیط متخلخلی بانفوذپذیری ناهمسانگرد رابطه بین گرادیان فشار و سرعت را به صورت معادله (1) بیان می‌کند:

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix} = -\frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

در این رابطه k_{ij} اجزاء تانسور نفوذپذیری q_i دی، μ ویسکوزیته سیال و p فشار استاتیکی است. با توجه به قانون تقابل، تانسور نفوذپذیری متقارن بوده و رابطه‌ی (2) در آن برقرار است

$$K_{ij} = K_{ji} \quad (2)$$

در مسائلی از قبیل انتقال حرارت هدایتی، نفوذپذیری و پراکندگی مغناطیسی و مدول‌های مکانیکی که به بررسی ناهمسانگردی در یک پدیده می‌پردازند، از دو دستگاه مختصات اصلی¹ و فرعی² استفاده می‌کنند. در مطالعه حاضر به بررسی رفتار ناهمسانگرد نفوذپذیری بر ناپایداری انگشتی لزج حرارتی پرداخته شده است. جهت‌های سیستم مختصات اصلی، جهت‌هایی هستند که در آن‌ها مقادیر نفوذپذیری با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی به دست می‌آیند. بنابراین ترم‌های غیرقطری این خواص در سیستم مختصاتی اصلی صفر است. قانون دارسی در این سیستم مختصاتی اصلی به صورت معادله (3) بیان می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix}_{\text{on}} = -\frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} & 0 \\ 0 & \bar{K}_{22} \end{bmatrix}_{\text{on}} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{Bmatrix}_2 \quad (3)$$

3- معادلات حاکم

یک جابه‌جایی مخلوط‌شدنی غیر هم‌دما را در یک محیط متخلخل همگن در نظر بگیرید در این جریان سیالی با خواص μ_2, T_2, ρ_2 توسط سیال دیگری با خواص μ_1, T_1, ρ_1 که $(T_1 > T_2)$ و $(\mu_1 < \mu_2)$ است جابه‌جا می‌شود. برای این جریان معادلات به شکل معادلات (4-7) ارائه می‌شوند:

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (4)$$

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} u \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\Phi} (V \cdot \nabla) C = D_C \nabla^2 C \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\lambda}{\Phi} (V \cdot \nabla) T = D_T \nabla^2 T \quad (7)$$

که معادله (4) معادله پیوستگی، معادله (5) معادله دارسی که برای جریان در محیط متخلخل به کار می‌رود و رابطه بین سرعت و گرادیان فشار را نشان می‌دهد. معادله (6) معادله کانوکشن-دیفیوژن برای غلظت و معادله (7) معادله انرژی است. در معادلات فوق، u سرعت دارسی، D_T پراکندگی جرمی، D_C پراکندگی حرارتی، Φ تخلخل محیط و K تانسور نفوذپذیری

¹ On-axis

² Off-axis

در این رابطه N_x و N_y تعداد گره‌های به‌کار رفته در مش‌بندی محیط محاسباتی و k_x و k_y به ترتیب عدد موج‌های در جهت x و y می‌باشد. cas نیز به‌صورت مجموع کسینوس و سینوس تعریف می‌شود. مثلاً برای شناسه x به صورت معادله (29) تعریف می‌شود.

$$cas(x) = \sin(x) + \cos(x) \quad (29)$$

در استفاده از تبدیلات هارتلی باید از شرایط مرزی متناوب استفاده کرد. در جهت عرضی یا همان جهت عمود بر جریان، شرط مرزی متناوب هم برای سرعت و هم برای غلظت برقرار است ولی در جهت جریان این شرط برای غلظت برقرار نیست. برای حل این مشکل C و θ به‌صورت جمع حل پایه \bar{C} و

$\bar{\theta}$ و حل اغتشاش C' و θ' به‌صورت معادلات (31,30) استفاده می‌شود

$$c(x \cdot y \cdot t) = \bar{c}(x \cdot t) + c'(x \cdot y \cdot t) \quad (30)$$

$$\theta(x \cdot y \cdot t) = \bar{\theta}(x \cdot t) + \theta'(x \cdot y \cdot t) \quad (31)$$

در این معادلات $\bar{c}(x \cdot t) = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(x/\sqrt{4Le t})]$ و

$$\bar{\theta}(x \cdot t) = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(x/\sqrt{4Le t})]$$

دما هستند. بنابراین در روند شبیه‌سازی به جای استفاده از غلظت و دمای کل، فقط جمله اغتشاشی را محاسبه کرده و برای به‌دست آوردن غلظت و دمای اصلی در مسأله از معادلات (31,30) استفاده می‌شود. این جملات اغتشاشی در دو مرز موجود در جهت جریان صفر بوده، بنابراین شرط مرزی متناوب برای این جهت بدون تحمیل محاسبات اضافی فراهم می‌شود. شرط اولیه غلظت و دما به صورت معادلات (32,33) بیان می‌شوند.

$$c(x \cdot y \cdot t = t_0) = \bar{c}(x \cdot t_0) + \delta \cdot \text{rand}(y) \cdot \exp(-x^2/\sigma^2) \quad (32)$$

$$\theta(x \cdot y \cdot t = t_0) = \bar{\theta}(x \cdot t_0) + \delta \cdot \text{rand}(y) \quad (33)$$

در این رابطه δ ضریبی است که شدت مقادیر تصادفی را مشخص می‌کند و معمولاً از مرتبه 10^{-2} انتخاب می‌شود. rand مجموعه‌ای از اعداد تصادفی است که بین 1 و -1 انتخاب می‌شوند و σ پارامتری است که شدت نفوذ پراکندگی‌ها را از مرز جلویی نشان می‌دهد.

5- نتایج شبیه‌سازی

در تمام شبیه‌سازی‌های غیرخطی انجام گرفته برای ناپایداری انگشتی، با اعمال اغتشاشاتی کوچک، که به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، تحریک اولیه لازم برای شروع ناپایداری را ایجاد می‌کنند. همان‌طور که در قسمت‌های پیشین نیز ذکر شد، شدت این اغتشاش توسط δ اعمال می‌گردد که در شبیه‌سازی انجام شده در این مطالعه مقدار آن برابر 0.01 در نظر گرفته شده است. این اغتشاشات به سرعت با گذشت زمان رشد کرده و کل دامنه محیط متخلخل را در بر می‌گیرند.

در این بخش نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی غیرخطی بررسی تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری روی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی مورد بررسی قرار می‌گیرد. موارد مورد مطالعه شامل کانتورهای غلظت، منحنی میانگین غلظت عرضی، طول اختلاط، بازده جاروبی، بررسی تأثیرات عدد لونیس و ضریب تأخیر حرارتی روی این ناپایداری خواهد بود. در تمام شبیه‌سازی‌ها $Pe_c = 2600$ ، $\beta_c = 3$ ، $\beta_T = 2$ در نظر گرفته شده است مگر خلاف آن ذکر شود.

5-1- اعتبارسنجی

در این قسمت مقایسه نتایج به‌دست آمده از تحلیل پایداری خطی معادلات حاکم بر مسأله در محیط متخلخل با خواص همسانگرد با نتایج تحلیل خطی اسلام عزیز [15] پرداخته شده است. در "شکل 1" نرخ اغتشاشات برحسب عدد موج رسم شده است. تمام

داده در مکانیک سیالات می‌پردازند، متوجه می‌شوید که فقط بخش کوچکی از این مطالعات، معادلات حاکم بر جریان را به‌صورت مستقیم مورد بحث و بررسی قرار داده‌اند. در واقع بخش قابل توجهی از آن‌ها با تبدیل معادلات به فرم تابع جریان- ورتیسیتی و حذف محاسبات مربوط به فشار در معادلات حاکم، با روشی بسیار کوتاه‌تر و آسان‌تر به بررسی و تحلیل مسأله می‌پردازند. به همین دلیل در مطالعه‌ی حاضر نیز ابتدا معادلات را به فرم تابع جریان- ورتیسیتی تبدیل می‌شوند و سپس با استفاده از همین معادلات به شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی پرداخته می‌شود. روابط اولیه بین این تبدیلات به‌صورت روابط (21-23) است.

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} ; \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (21)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (22)$$

$$\nabla^2 \Psi = -\omega \quad (23)$$

با استفاده از این روابط به تبدیل معادلات حاکم پرداخته می‌شود. معادله‌ی پیوستگی به صورت معادله (24) همیشه برقرار و از فهرست معادلات حاکم خارج می‌شود.

$$\nabla \cdot u = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} = 0 \quad (24)$$

با کرل گرفتن از معادله‌ی مومنوم یعنی معادله (5) جمله فشار نیز از معادلات حذف می‌شود و منجر به رابطه بین گرادیان غلظت و دما و ورتیسیتی به‌صورت معادله (25) می‌شود

$$\omega = \frac{1}{\alpha_K} \left(-\alpha_K \left(\beta_C \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial x} + \beta_T \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \left(\beta_C \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial y} + \beta_T \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right) \quad (25)$$

معادله کانوکشن-دیفیوژن و معادله انرژی نیز به‌صورت روابط (26,27) نوشته می‌شوند.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = \nabla^2 c \quad (26)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \lambda \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = Le \nabla^2 \theta \quad (27)$$

4- روش حل عددی

تبدیلات فوریه یکی از پرکاربردترین ابزارهای ریاضی در علوم مهندسی می‌باشند که به‌طور گسترده در حل معادلات مشتق جزئی مورد استفاده قرار می‌گیرند. تا قبل از سال 1991 تمام مطالعاتی که با استفاده از روش طیفی به بررسی ناپایداری انگشتی می‌پرداختند، از تبدیلات فوریه در حل معادلات مشتق جزئی استفاده می‌کردند. در این سال زیمرن و هومسی [23] با معرفی تبدیلات هارتلی به بررسی ناپایداری انگشتی در محیط متخلخل با پراکندگی ناهمسانگرد پرداختند. این تبدیل اگرچه شباهت‌های بسیاری با تبدیل فوریه دارد ولی تفاوت‌هایی نیز با آن دارد که آن را به مراتب سریع‌تر از تبدیل فوریه می‌کند.

روش طیفی به‌طور گسترده‌ای در پدیده‌های مورد بررسی در مکانیک سیالات و سایر علوم به‌کار گرفته می‌شود. با استفاده از تبدیلات هارتلی، معادلات مشتق جزئی به معادلات دیفرانسیلی تبدیل می‌شوند. با به‌کارگیری تبدیلات هارتلی حجم محاسباتی مسئله کاهش می‌یابد. تبدیل گسسته‌ساز دوبعدی هارتلی به‌صورت رابطه (28) بیان می‌شود.

$$G(k_x \cdot k_y) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_x \sum_y g(x \cdot y) \text{cas} \left(\frac{2\pi x k_x}{N_x} + \frac{2\pi y k_y}{N_y} \right) \quad (28)$$

نتایج به‌دست آمده در این دو نمودار همخوانی بسیار خوبی با مطالعات انجام شده توسط اسلام و عزایز [19] دارند. منحنی‌ها نتایج به‌دست آمده از مطالعه حاضر و دایره‌ها و مربع‌ها نتایج به‌دست آمده توسط این دو محقق را به ترتیب برای $\beta_T = 1$ و $\beta_T = 2$ نشان می‌دهد همان‌طور که مشاهده می‌کنید نتایج تطابق قابل قبولی با یکدیگر دارند.

2-5- کانتورهای غلظت

در ابتدا به بررسی نقش ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری در رشد ناپایداری‌ها پرداخته شده است. بدین منظور نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی غیرخطی را برای دو مقدار از α_K در "شکل 2" نشان داده شده است. می‌بینید که در حالی که $\alpha_K = 1$ ، انگشتی‌ها سریع‌تر رشد می‌کنند و به انتهای جبهه می‌رسند. در صورتی که وقتی $\alpha_K = 1.8$ انگشتی‌ها با سرعت کمتری رشد می‌کنند و دیرتر به انتهای جبهه می‌رسند. تأخیر ایجاد شده در رسیدن سیال جایجا کننده به انتهای مسیر منجر به ورود حجم بیشتر سیال به محیط

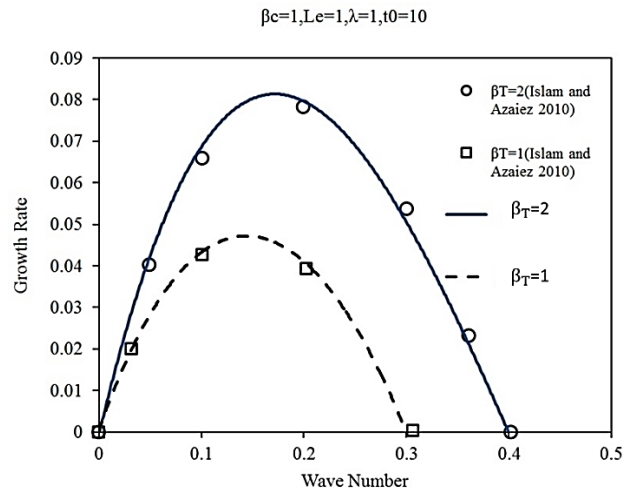


Fig. 1 Comparison of the Results of Islam and Azaiez and present study
شکل 1 مقایسه نتایج اسلام و عزایز و مطالعه حاضر

$\alpha_K = 1$

$\alpha_K = 1.8$

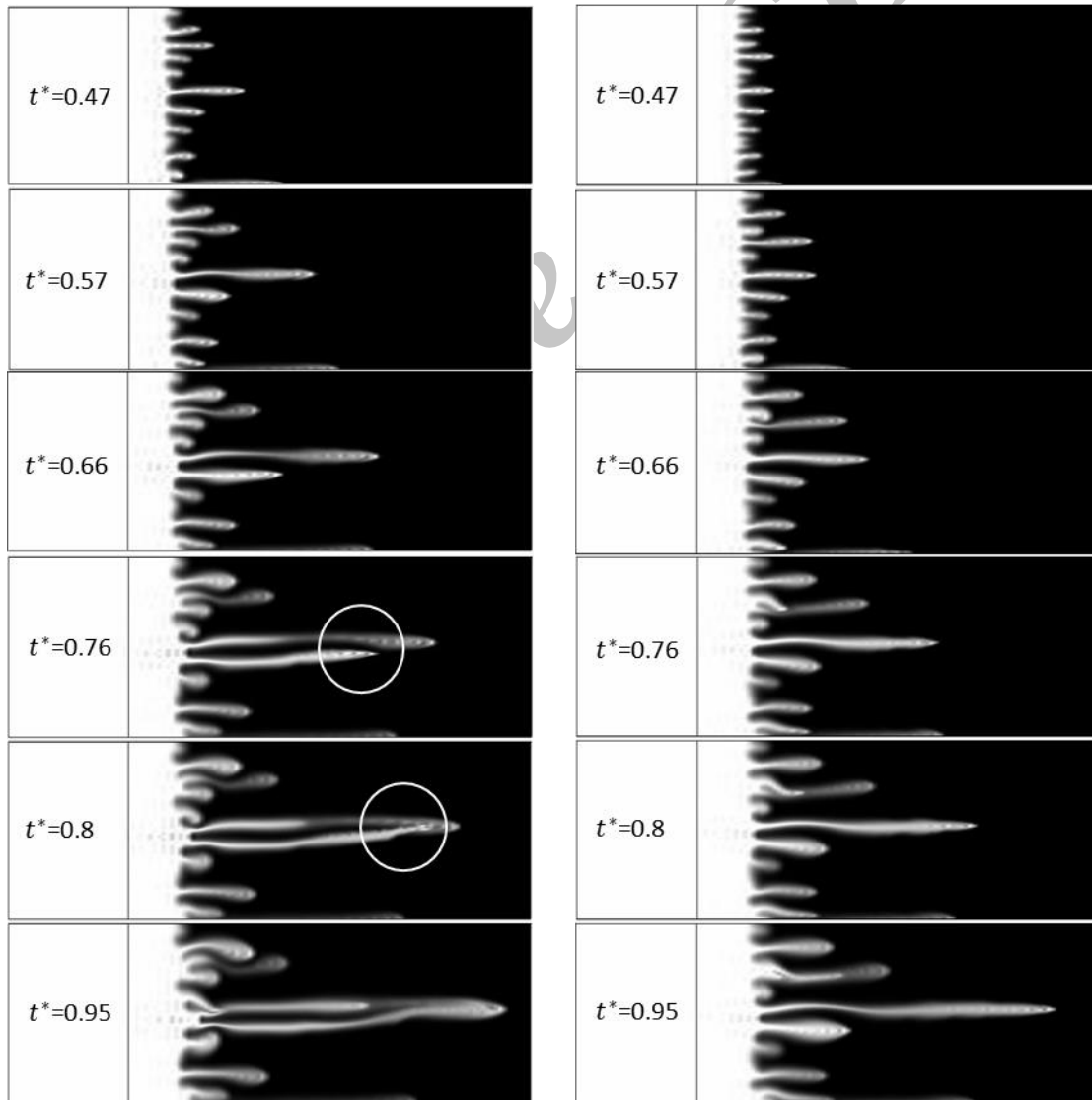


Fig. 2 Concentration iso-contours in time time for $Le=1$ and $\lambda=1$

شکل 2 کانتورهای غلظت برحسب زمان برای $Le=1$ و $\lambda=1$

به ناپایداری انگشتی معرفی می‌شود.

"شکل 4" کانتورهای غلظت و دما را برای $Le=1$ و $\lambda=0.5$ نشان می‌دهد. در $\lambda < 1$ به دلیل انتقال حرارت بین سیال و فاز جامد، سرعت جبهه حرارتی کاهش پیدا کرده و عقب‌تر از جبهه جرمی قرار می‌گیرد. همچنین با کاهش λ ناپایداری کاهش پیدا می‌کند. که با نتایج اسلام و عزایز [15] مطابقت دارد.

کانتورهای غلظت و دما برای $Le=100$ و ضریب تأخیر حرارتی 0.75 در "شکل 5" نشان داده شده است همان‌طور که مشاهده می‌کنید انگشتی‌ها فقط در حوزه دما قابل مشاهده هستند و در جبهه حرارت هیچ انگشتی دیده نمی‌شود و حوزه دما تنها با یک موج ضعیف منتشر می‌شود. در کانتورهای غلظت "شکل 5" مکانیزم‌های بهم پیوستگی و محو شدگی را مشاهده می‌کنید. این دو مکانیزم اولین بار توسط زیمرمن و هومسی [20] در شبهه سازی انجام گرفته شده در محیط متخلخل ناهمسانگرد معرفی شدند. این دو در شبهه‌سازی‌های بعدی خود در شرایط همسانگرد نیز توانستند این

و در نتیجه خروج بیشتر سیال جابجا شونده از محیط می‌شود. این فرایند به خوبی در نتایج به دست آمده قابل مشاهده است

همچنین اثر پوششی به خوبی در حالتی که $\alpha_K = 1$ قابل مشاهده است در مکانیزم اثر پوششی نوک یک انگشتی درون انگشتی در حال رشد کناری نفوذ می‌کند. انگشتی پوشش داده شده رشد کرده و گرادیان غلظت بین انگشتی و سیال ویسکوز اطراف آن بیشتر می‌شود. در نتیجه این فرایند انگشتی بزرگتر و پهن‌تری به دست می‌آید. "شکل 3" کانتورهای غلظت و دما را برای $Le=1$ و $\lambda=1$ نشان می‌دهد. وقتی $\lambda=1$ هیچ انتقال حرارتی بین سیالات و محیط جامد وجود ندارد و برای $Le=1$ و $\lambda=1$ معادلات (6,7) یکسان بر روی ناپایداری تأثیر می‌گذارند از این رو کانتورهای غلظت و دما مانند یکدیگر هستند. در تصاویر به دست آمده از شبهه‌سازی غیرخطی در "شکل 3" مشاهده می‌شود که انگشتی‌ها فرم افقی خود را از دست می‌دهند و پهن‌تر می‌شوند. این پهن‌شدگی به علت حرکت‌های بسیار کوچک عمود بر جهت جریان ناشی می‌شود. این فرایند با نام فرایند انتشار در مطالعات مربوط

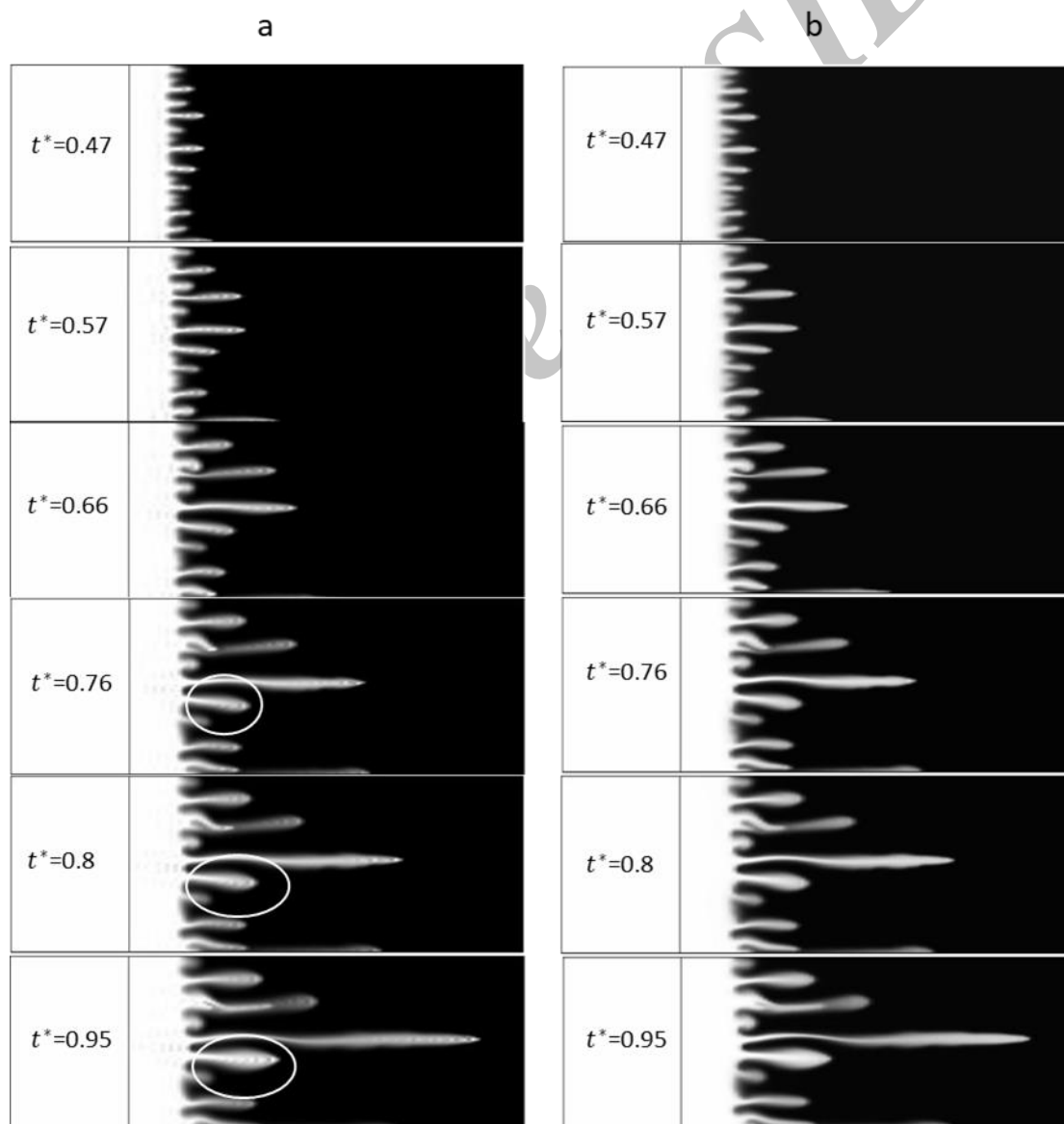


Fig. 3 (a) Concentration and (b) temperature iso-contours in time for $Le=1$ and $\lambda=1$

شکل 3 کانتورهای (a) غلظت و (b) دما برحسب زمان برای $Le=1$ و $\lambda=1$

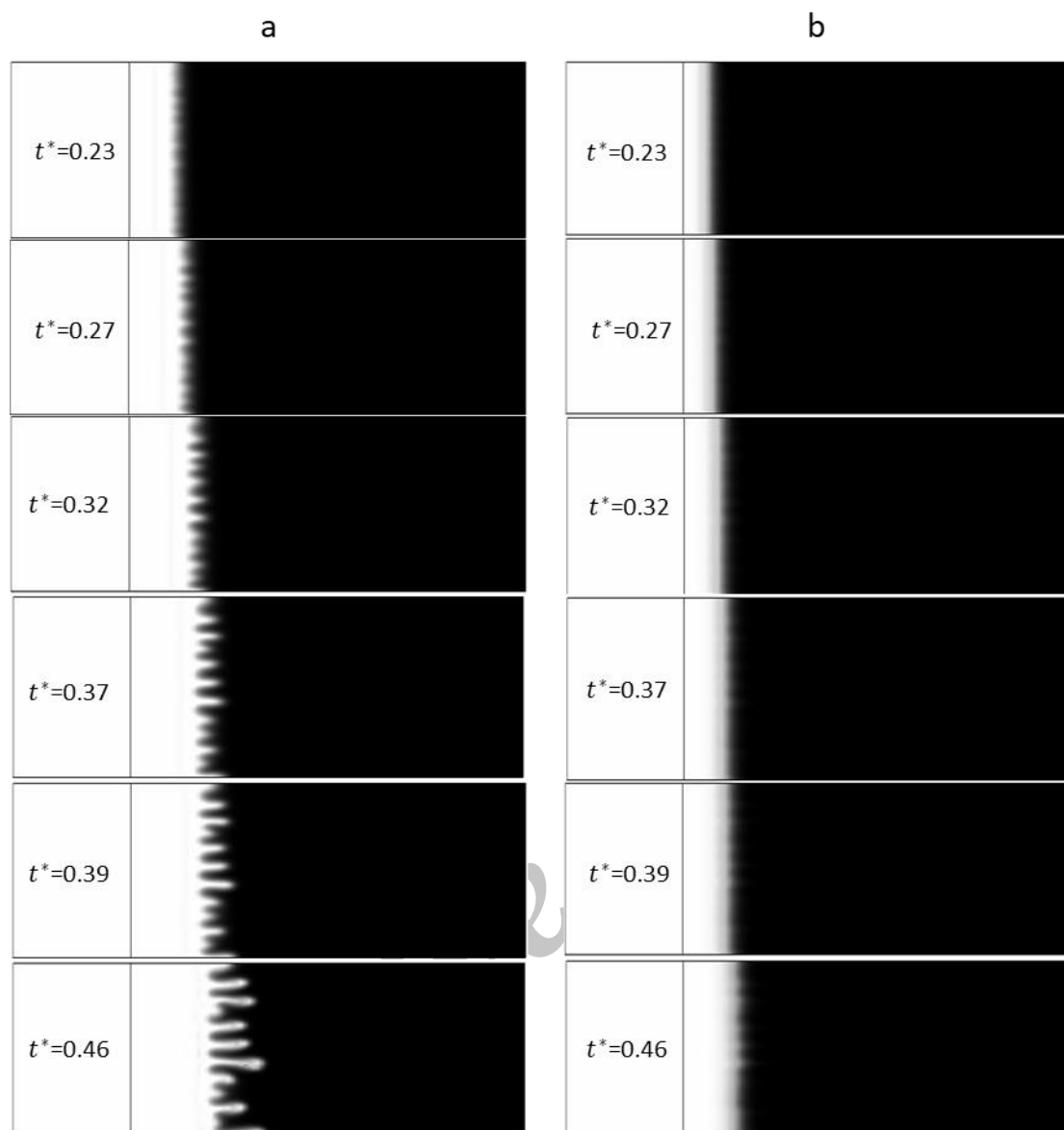


Fig. 4 (a) Concentration and (b) temperature iso-contours in time for $Le=1$ and $\lambda=0.5$

شکل 4 کانترهای (a) غلظت و (b) دما برحسب زمان برای $Le=1$ و $\lambda=0.5$

مقادیر میانگین غلظت و دما در "شکل 6" نشان داده شده است. از آنجا که $\lambda=1$ این دو منحنی بر هم منطبق هستند که این نتیجه در کانترهای غلظت هم نشان داده شد. "شکل 7" منحنی‌های میانگین غلظت و دما را برای $\lambda=0.5$ نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً که در کانترهای غلظت و دما دیده شد برای $\lambda < 1$ به دلیل انتقال حرارت با محیط در جبهه حرارت تأخیر می‌افتد که این تأخیر در "شکل 7" قابل مشاهده است.

4-5- طول اختلاط

میزان پیشرفت سیال با ویسکوزیته کمتر درون سیال با ویسکوزیته بیشتر را طول اختلاط می‌نامند از این کمیت در ناپایداری انگشتی برای بیان به دست آوردن طول اختلاط¹ یک ایده بسیار خوب به محققین برای پیدا کردن نقطه حمله‌ی انگشتی‌ها ارائه می‌دهد و در حقیقت بیش‌ترین طول اختلاط به‌دست‌آمده نشان‌دهنده بزرگ‌ترین طول انگشتی در ناحیه متخلخل موردنظر

مکانیزم‌ها را مشاهده کنند. در مکانیزم بهم پیوستگی نوک یک انگشتی درون بدنه‌ی انگشتی همسایه ترکیب می‌شود. در نتیجه این ترکیب انگشتی بزرگتر و با ضخامت بیشتر به‌وجود می‌آید. همچنین با شکل‌گیری این مکانیزم جابجایی سیال ویسکوزتر توسط سیال دیگر با سرعت بیشتری انجام می‌گیرد. در مکانیزم محو شدگی یک انگشتی درون انگشتی کناری خود نفوذ کرده و با آن درون سیال ویسکوزتر نفوذ می‌کند.

3-5- مقادیر میانگین

یکی از متداول‌ترین مطالعات آزمایشگاهی و عددی در بررسی ناپایداری انگشتی بررسی منحنی‌های به‌دست‌آمده از مقادیر میانگین غلظت عرضی است. زیرمن و هومسی [20] در بررسی ناپایداری انگشتی در محیط متخلخلی که پراکندگی ناهمسانگرد داشت، منحنی‌های میانگین عرضی و طولی غلظت را رسم کردند. در مطالعه حاضر منحنی‌های میانگین غلظت و دما موردبررسی قرار گرفته است.

¹ Mixing length

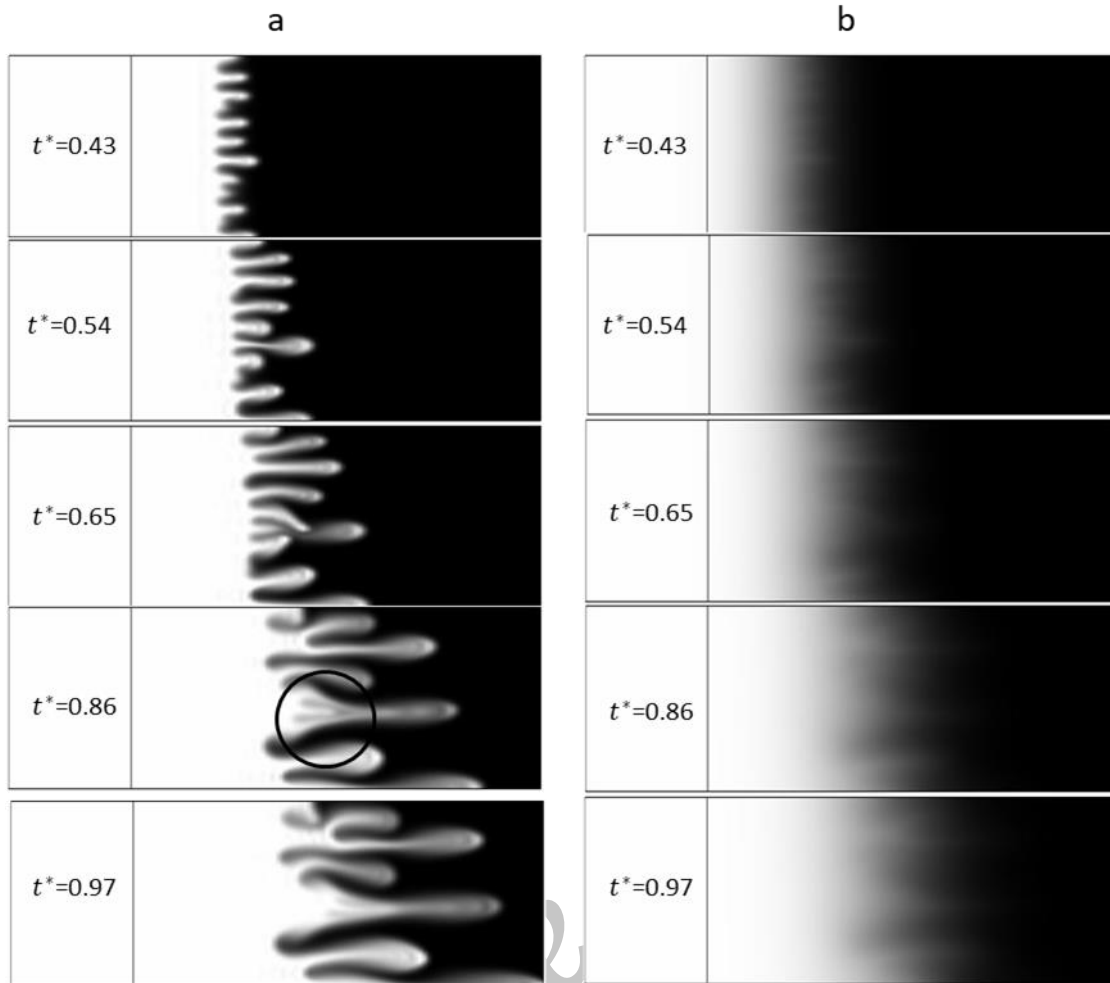


Fig. 5 (a) Concentration and (b) temperature iso-contours in time for $Le=100$ and $\lambda=0.75$

شکل 5 کانتورهای (a) غلظت و (b) دما برحسب زمان برای $Le=100$ و $\lambda=0.75$

کوچک‌تری په‌دست خواهد آمد این موضوع به روشنی در "شکل 8" قابل مشاهده است. می‌دانیم در محیط‌های همسانگرد ناپایداری انگشتی سریع‌تر رشد کرده و با توجه به همین علت طول اختلاط نیز بیشتر خواهد بود. "شکل 9" منحنی‌های طول اختلاط را برای مقادیر مختلف ضریب تأخیر حرارتی نشان می‌دهد که همان‌طور که در کانتورها مشاهده شد با کاهش ضریب تأخیر حرارتی یعنی با افزایش انتقال حرارت سیالات با محیط جامد جریان پایدارتر می‌شود، بنابراین طول اختلاط نیز کاهش پیدا می‌کند.

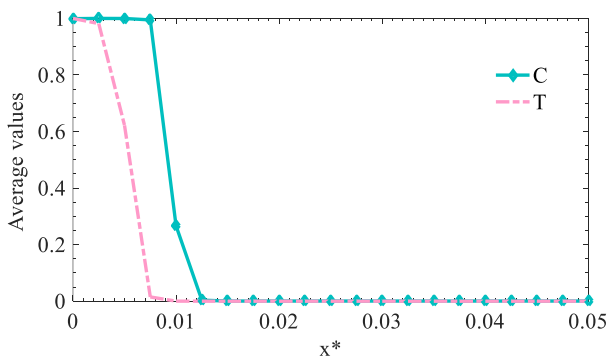


Fig. 7 Transversely averaged concentration and temperature profiles contours for $Le=1$ and $\lambda=0.5$

شکل 7 منحنی میانگین غلظت عرضی و دما برای $Le=1$ و $\lambda=0.5$

است. برای یک جایجایی پایدار این طول متناسب با $t^{1/2}$ می‌باشد. در جایجایی‌های ناپایدار نیز در زمان‌های اولیه شروع جریان که هنوز اغتشاشات کم‌توان هستند، این طول متناسب با $t^{1/2}$ می‌باشد ولی با گذشت زمان و رشد انگشتی‌ها، طول اختلاط تابعی پیچیده برحسب زمان می‌شود.

تغییرات طول اختلاط برحسب مقادیر مختلف α_K در "شکل 8" نشان داده شده است. همان‌گونه که در کانتورهای غلظت مشاهده شد ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری جریان را پایدارتر می‌کند. در نتیجه آن طول اختلاط

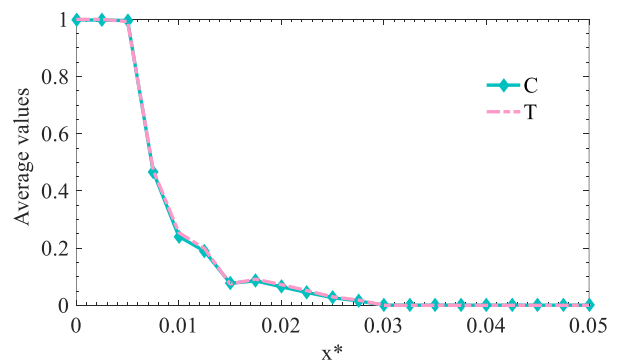


Fig. 6 Transversely averaged concentration and temperature profiles contours for $Le=1$ and $\lambda=1$

شکل 6 منحنی میانگین غلظت عرضی و دما برای $Le=1$ و $\lambda=1$

می‌شود. این پارامتر در تحقیق حاضر نسبت حجم سیال جابه‌جا کننده به حجم سیال جابه‌جا شونده تعریف شده است. بیش‌ترین بازده جاروبی تا لحظه رسیدن انگشتی به خروجی، معیاری از بازده استخراج خواهد بود.

"شکل 11" راندمان جاروبی را در محیط متخلخلی با نفوذپذیری ناهمسانگرد نشان می‌دهد. از بخش کانتورهای غلظت و طول اختلاط مشاهده کردید که با افزایش α_K جریانی پایدارتر خواهد شد. به عبارت دیگر با افزایش این نسبت، انگشتی‌ها با سرعت کندتری رشد کرده و آهسته‌تر از حالت همسانگرد درون سیال با ویسکوزیته بیشتر نفوذ می‌کنند. بنابراین باید برای مقادیر بزرگ‌تر α_K راندمان جاروبی نیز افزایش می‌یابد.

"شکل 12" منحنی‌های راندمان جاروبی را برای مقادیر مختلف ضریب تأخیر حرارتی نشان می‌دهد. که همان‌طور که در کانتورهای غلظت و منحنی‌های طول اختلاط مشاهده شد با کاهش λ ناپایداری جریان کاهش می‌یابد. و انگشتی‌ها دیرتر به انتهای جبهه می‌رسند بنابراین راندمان جاروبی نیز افزایش پیدا می‌کند.

منحنی‌های راندمان جاروبی برحسب تغییر عدد Le در "شکل 13" نشان داده شده است. بالا رفتن عدد لوئیس به پایداری جریان کمک می‌کند در نتیجه باعث افزایش راندمان جاروبی می‌شود.

6- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی لزج حرارتی در جابجایی مخلوط شدنی و در یک محیط متخلخل ناهمسانگرد مورد بررسی قرار گرفت. برای شبیه‌سازی از روش پر دقت طیفی و تبدیلات هارتلی استفاده شد. تأثیر ناهمسانگردی تانسور نفوذپذیری، عدد لوئیس و ضریب

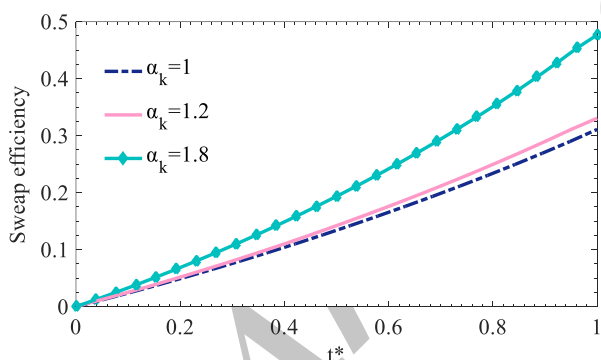


Fig. 11 Sweep efficiency profiles for different values of α_K
شکل 11 منحنی‌های راندمان جاروبی در مقادیر مختلف α_K

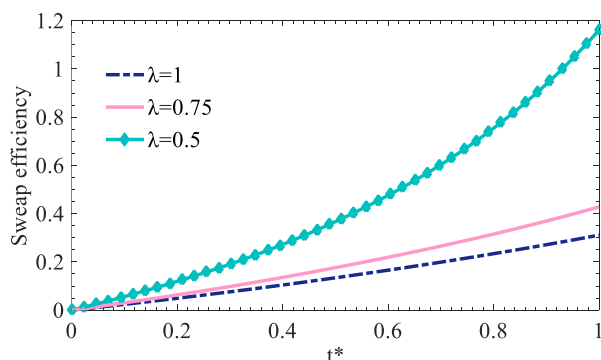


Fig. 12 Sweep efficiency profiles for different values of λ
شکل 12 منحنی‌های راندمان جاروبی در مقادیر مختلف λ

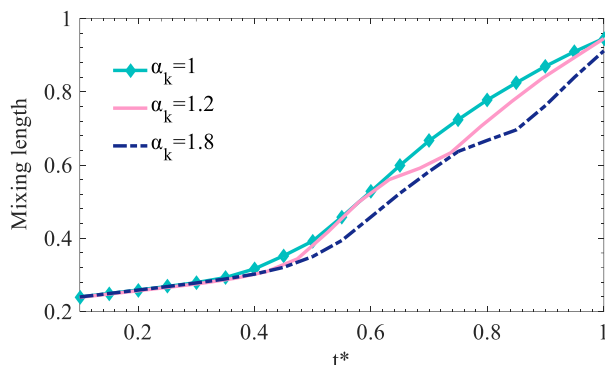


Fig. 8 Mixing length profiles for different values of α_K
شکل 8 منحنی‌های طول اختلاط در مقادیر مختلف α_K

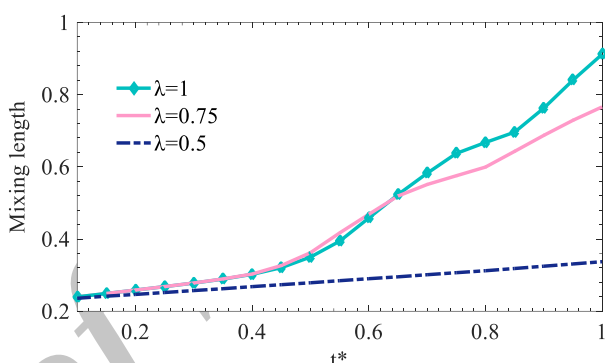


Fig. 9 Mixing length profiles for different values of λ
شکل 9 منحنی‌های طول اختلاط در مقادیر مختلف λ

منحنی‌های طول اختلاط برحسب تغییر عدد Le در "شکل 10" نشان داده شده است. بالا رفتن عدد لوئیس به پایداری جریان کمک می‌کند در نتیجه باعث کاهش طول اختلاط می‌شود.

5-5- راندمان جاروبی

در یک محیط متخلخل حجم سیال جابجا شده به حجم کل موجود از آن سیال را بازده جاروبی¹ می‌گویند این بازده بنا به کاربردهای مختلفی که دارد در چند نوع متفاوت تعریف می‌شود. در صنایع مربوط به نفت، بازده جاروبی به صورت نسبت حجم کل مواد هیدروکربنی موجود در مخزن به حجم جاروب شده از این مواد هیدروکربنی توسط سیال جابجا کننده، تعریف می‌شود و معمولاً از آن به عنوان پارامتری که میزان بهره‌وری را تعیین می‌کند، استفاده

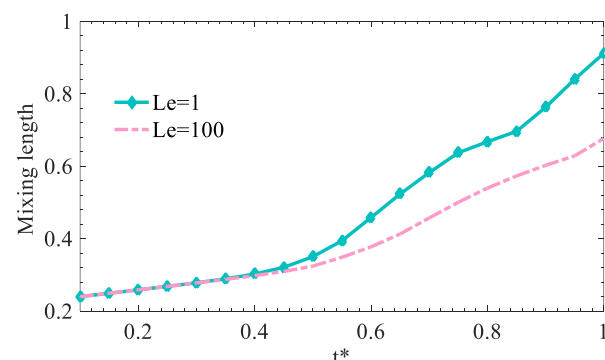


Fig. 10 Mixing length profiles for different values of Lewis number
شکل 10 منحنی‌های طول اختلاط در مقادیر مختلف عدد لوئیس

¹ Swap efficiency

M	لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
θ	دمای بدون بعد
زیرنویس‌ها	
1	سیال جابجا کننده
2	سیال جابجا شونده
On	سیستم مختصات اصلی

8- مراجع

[1] A. Zare Ghadi, A. Haghighi Asl, M. S. Valipour, Numerical modelling of double-diffusive natural convection within an arc shaped enclosure filled with a porous medium, *Journal of Heat and Mass Transfer Research (JHMTR)*, Vol. 1, No. 2, pp. 83-91, 2014.

[2] A. Azhdari Heravi, F. Talebi, M. S. Valipour, Investigation of pore-scale random porous media using lattice boltzmann method, *Journal of Heat and Mass Transfer Research (JHMTR)*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-12, 2015.

[3] D. Bensimon, L. P. Kadanoff, S. Liang, B. I. Shraiman, C. Tang, Viscous flows in two dimensions, *Reviews of Modern Physics*, Vol. 58, No. 4, pp. 977, 1986.

[4] K. V. McCloud, J. V. Maher, Experimental perturbations to Saffman-Taylor flow, *Physics Reports*, Vol. 260, No. 3, pp. 139-185, 1995.

[5] S. Hill, Channeling in packed columns, *Chemical Engineering Science*, Vol. 1, No. 6, pp. 247-253, 1952.

[6] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Saffman-Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 135, No.17, pp. 1-13, 2018.

[7] J. Azaiez, B. Singh, Stability of miscible displacements of shear thinning fluids in a Hele-Shaw cell, *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 5, pp. 1557-1571, 2002.

[8] M. Mishra, M. Martin, A. De Wit, Influence of miscible viscous fingering with negative log-mobility ratio on spreading of adsorbed analytes, *Chemical Engineering Science*, Vol. 65, No. 7, pp. 2392-2398, 2010.

[9] J. Avendano, N. Pannacci, B. Herzhaft, P. Gateau, P. Coussot, Enhanced displacement of a liquid pushed by a viscoelastic fluid, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 410, pp. 172-180, 2013.

[10] M. Nourozi, M. Shoghi, Nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in anisotropic porous media, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 415-425, 2015. (in Persian)

[11] M. Norouzi, M. Shoghi, A numerical study on miscible viscous fingering instability in anisotropic porous media, *Physics of Fluids*, Vol. 26, No. 8, pp. 084102, 2014.

[12] M. Belotserkovskaya, A. Konyukhov, Numerical simulation of viscous fingering in porous media, *Physica Scripta*, Vol. 2010, No. T142, pp. 014056, 2010.

[13] M. R. Shoghi, M. Norouzi, Linear stability analysis and nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in heterogeneous porous media, *Rheologica Acta*, Vol. 54, No. 11-12, pp. 973-991, 2015.

[14] M. Kayhani, H. Shokri, M. Norouzi, Nonlinear simulation of a viscoelastic fingering instability, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 47-54, 2016. (in Persian)

[15] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Nonlinear simulation and linear stability analysis of viscous fingering instability of viscoelastic liquids, *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 3, pp. 033101, 2017.

[16] X. Kong, M. Haghighi, Y. Yortsos, Visualization of steam displacement of heavy oils in a Hele-Shaw cell, *Fuel*, Vol. 71, No. 12, pp. 1465-1471, 1992.

[17] M. Saghir, O. Chaalal, M. Islam, Numerical and experimental modeling of viscous fingering during liquid-liquid miscible displacement, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 26, No. 1, pp. 253-262, 2000.

[18] K. E. Holloway, J. R. De Bruyn, Viscous fingering with a single fluid, *Canadian Journal of Physics*, Vol. 83, No. 5, pp. 551-564, 2005.

[19] D. Pritchard, The instability of thermal and fluid fronts during radial injection in a porous medium, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 508, pp. 133-163, 2004.

[20] M. Islam, J. Azaiez, Miscible thermo-viscous fingering instability in porous media, Part 1: Linear stability analysis, *Transport in Porous Media*, Vol. 84, No. 3, pp. 821-844, 2010.

[21] M. Islam, J. Azaiez, Miscible thermo-viscous fingering instability in porous media. Part 2: Numerical simulations, *Transport in Porous Media*, Vol. 84, No. 3, pp. 845-861, 2010.

[22] M. Sajjadi, J. Azaiez, Thermo-viscous fingering in heterogeneous media, *Proceeding of Society of Petroleum Engineers, SPE Heavy Oil Conference Canada*, 12-14 June, Calgary, Alberta, Canada, 2012.

[23] W. Zimmerman, G. Homsy, Nonlinear viscous fingering in miscible displacement with anisotropic dispersion, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 3, No. 8, pp. 1859-1872, 1991.

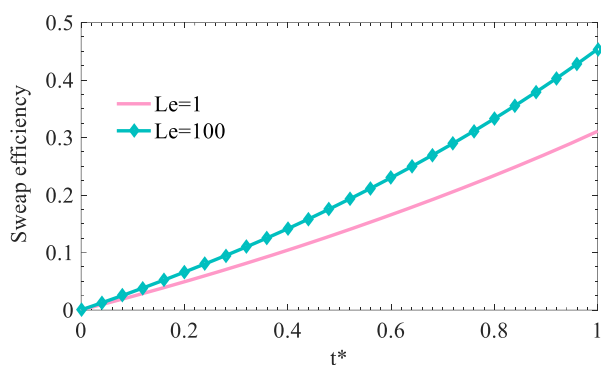


Fig. 13 Sweep efficiency profiles for different values of Lewis number

شکل 13 منحنی‌های راندمان جارویی در مقادیر مختلف عدد لوئیس

تأخیر حرارتی بر عوامل مشخص کننده ناپایداری مانند میانگین غلظت عرضی و دما، طول اختلاط، و بازده جارویی مورد بررسی قرار گرفتند. از نتایج به دست آمده معلوم شد، با افزایش نفوذپذیری در جهت جریان به جهت عمود بر جریان، جریان پایدارتر شده، طول اختلاط کاهش و بازده جارویی افزایش پیدا می‌کند. با به اشتراک گذاشتن حرارت با محیط جبهه حرارت در پشت جبهه سیالاتی قرار می‌گیرد که این تأخیر حرارتی در کانتورهای دما و منحنی‌های میانگین دما نمایش داده شد، همچنین کاهش ضریب تأخیر حرارتی به پایداری جریان کمک می‌کند. با افزایش عدد لوئیس کانتورهای دما بدون هیچ انگشتی ظاهر شدند و ناپایداری جریان کاهش یافت.

هدف از این مطالعه، بررسی تأثیر ناهمسانگردی نفوذپذیری محیط متخلخل بر چگونگی رشد و پیشرفت ناپایداری انگشتی لزج حرارتی بوده است. مطالعات مشابهی در این زمینه در محیط‌های متخلخل همسانگرد انجام شده است. ولی بررسی تأثیرات ناهمسانگردی محیط متخلخل بر ناپایداری انگشتی لزج حرارتی برای نخستین بار در این مطالعه صورت پذیرفته است. نتایج به دست آمده از این تحقیق نشان می‌دهد ناهمسانگردی نفوذپذیری محیط متخلخل، انتقال حرارت با محیط متخلخل، و افزایش عدد لوئیس تأثیر زیادی در شکل‌گیری و پیشرفت ناپایداری انگشتی دارد.

7- فهرست علائم

C	غلظت
D_C	پراکندگی ملکولی (m^2s^{-1})
D_T	پراکندگی حرارتی (m^2s^{-1})
K	نفوذپذیری (m^2)
Le	عدد لوئیس
Pe_C	عدد پکلت جرمی
Pe_T	عدد پکلت حرارتی
T	دما ($^{\circ}\text{C}$)
u	سرعت در جهت محور x (ms^{-1})
v	سرعت در جهت محور y (ms^{-1})
علائم یونانی	
ϕ	تخلخل
λ	ضریب تأخیر حرارتی