



تأثیر استفاده از بوم بر روی نحوه پخش پلوم نفتی به روش هیدرودینامیک ذرات هموار

مهدی رستمی حسینخانی¹، پوریا امیدوار^{2*}، سارا اله یاری بیک³ مسعود ترابی آزاد⁴

1- دانشجوی دکتری، فیزیک دریا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج

3- استادیار، فیزیک دریا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

4- دانشیار، فیزیک دریا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران

* یاسوج، صندوق پستی 75914-353، omidvar@yu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 14 آذر 1396

پذیرش: 01 بهمن 1396

ارائه در سایت: 02 اسفند 1396

کلید واژگان:

روش هیدرودینامیک ذرات هموار

جریان های دو فازی

بوم

پخش پلوم نفتی

چکیده

پخش آلاینده های روغنی یکی از مشکلات مهم در محیط زیست دریایی است که توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. در این مقاله، شبیه سازی اثر بوم بر روی پخش پلوم نفت با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار مورد بررسی قرار گرفته است. کد متن باز اسفیزیکس دو بعدی با اضافه کردن اثر کشش سطحی و یک فشار اضافی به معادله مومنتوم، به دو فاز توسعه یافته است. چندین مسئله از دینامیک پلوم شبیه سازی شده است و عملکرد کد توسعه یافته ارزیابی می شود. ابتدا، نحوه صعود یک پلوم روغن با نسبت چگالی 0.8 شبیه سازی شده و نتایج به دست آمده با حل تحلیلی مقایسه شده است. سپس، نحوه صعود یک پلوم با نسبت چگالی 0.1 شبیه سازی شده و تغییرات زمانی مرکز جرم و سرعت صعود نشان داده شده است. شبیه سازی موج نویدال روی سواحل انجام و با نتایج تجربی مقایسه شده است. در نهایت، تأثیر بوم با زاویه های مختلف روی پخش پلوم روغن مورد بررسی قرار گرفته است. پس از اعتبارسنجی کد با مسئله های مختلف، نحوه صعود و پخش پلوم روغن در ساحل بدون اعمال بوم شبیه سازی شده و درصد پلوم عبوری از مکانی مشخص محاسبه شده است. سپس تأثیر بوم با زاویه های مختلف در جلوگیری از پخش پلوم روغن مورد بررسی قرار گرفته و با به دست آوردن کمترین درصد پلوم عبوری، بهترین زاویه جهت جلوگیری از پخش پلوم روغن انتخاب شده است. از این رو، روش اسپ-اچ می تواند یک روش بهینه برای شبیه سازی عددی مسئله های پیچیده از جمله دینامیک موج آب باشد.

The effects of boom on oil plume dispersion using smoothed particle hydrodynamics (SPH)

Mehdi Rostami Hosseinkhani¹, Pourya Omidvar^{2*}, Sara Allahyaribeik¹, Masoud Torabi Azad³

1- Department of Physical Oceanography, Islamic Azad University of Science and Research Branch, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

3- Department of Physical Oceanography, Islamic Azad University of North Tehran Branch, Tehran, Iran

* P.O.B 75914-353, Yasouj, Iran, omidvar@yu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 05 December 2017

Accepted 21 January 2018

Available Online 21 February 2018

Keywords:

Smoothed Particle Hydrodynamics

Two-phase flows

Boom

Oil plume dispersion

ABSTRACT

Dispersion of oil pollutants is one of the important topics of great concern which should be modeled for a wide range of hydrodynamic systems such as seas and oceans. In this paper, the effects of using booms on the oil plume are simulated using the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) Method. The open-source SPHysics2D code is developed into two phase by adding the effects of surface tension and an added pressure term to the momentum equation. Several problems of plume dynamics are shown, and the performance of the developed code is evaluated. Firstly, the rising pattern of an oil plume with the density ratio of 0.8 is simulated where the results are compared with the analytical solution. Then, the rising pattern of a plume with density ratio of 0.1 is simulated and the time evolutions of the rising velocity and center of mass are shown. The simulation of the cnoidal wave on beaches is conducted and compared with an available experimental result. Finally, the effects of a boom with different angles on the oil plume dispersion are investigated. It will be shown that the SPH method could be an optimized method for the numerical simulation of the complex problems such as water wave dynamics and two-phase flows.

1- مقدمه

کوچک می باشد که می تواند به اشکال مختلف باشد. جینسونگ هوا و همکاران [1] و عزیز قناد و همکاران [2] با روش حجم محدود و زکیا سولتانان [3] با روش المان محدود توانستند نحوه صعود و انتشار لکه نفتی را پیش بینی کنند. اکثر روش های استفاده شده در این زمینه روش اولبری با

در مدل سازی عددی صعود و انتشار روغن، شبیه سازی نحوه حرکت پلوم روغن می تواند در کاهش آلودگی محیط دریایی مؤثر باشد و در جهت پاک سازی این آلودگی ها کمک شایانی کند. پلوم روغن یک لکه روغن نسبتاً

Please cite this article using:

M. Rostami Hosseinkhani, P. Omidvar, S. Allahyaribeik, M. Torabi Azad, The effects of boom on oil plume dispersion using smoothed particle hydrodynamics (SPH), Modares Mechanical Engineering, Vol. 18, No. 03, pp. 29-37, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

شبیه‌سازی مسائل تک فازی سطح آزاد می‌باشد. این کد قابلیت شبیه‌سازی جریان‌های دو فازی را با اضافه کردن اثر کشش سطحی و یک فشار اضافی به معادله مومنوم، برای دو سیال با اختلاف چگالی کم (مانند آب و روغن) دارد. در این مقاله از یک نیروی کشش سطحی که توسط موریس ارائه شده است، استفاده می‌شود و همچنین برای کنترل فشار بین دو فاز با اضافه کردن یک فشار اضافی در معادله مومنوم که توسط گرینیر ارائه شده است، استفاده می‌شود. به دلیل استفاده از سیال‌های آب و روغن که اختلاف چگالی کمی دارند، به دلیل پایداری حل عددی، می‌توان از معادلات حاکم مرسوم در روش هیدرودینامیک ذرات هموار استفاده نمود.

2- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر سیال در یک محیط پیوسته در مسائل مکانیک سیالات و در فرم لاگرانژی شامل دو معادله اصلی می‌باشد:

- معادله‌ی بقای جرم (پیوستگی)

- معادله‌ی بقای اندازه حرکت (مومنوم) با صرف نظر کردن از اثر لزجت

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{u} \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{f} \quad (2)$$

در روابط بالا d/dt معرف مشتق مادی زمانی، ρ چگالی سیال، \vec{u} بردار سرعت، P فشار و \vec{f} شتاب گرانشی می‌باشد. روش کلاسیک هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف فرض شده است که این روش کاملاً صریح می‌باشد [19,1].

روش اسپ‌اچ یک روش لاگرانژی که به جای شبکه از ذره استفاده می‌شود و هر ذره حامل خصوصیات جرم، چگالی، فشار، لزجت، سرعت، موقعیت مکانی و دیگر کمیت‌های جریان و سیال می‌باشد. در این روش می‌توان تمام ترم‌های معادلات بقای جرم و مومنوم را گسسته‌سازی کرده و با اعمال اثر لزجت، نیروی کشش سطحی و فشار برای دو فاز حل کرد. برای تامین پیوستگی محیط سیال، پارامترهای مختلف ذره نسبت به ذرات همسایه درون‌یابی می‌شوند. بنابراین در این روش از توابع کرنل برای حفظ پیوستگی محیط حل استفاده می‌شود.

تابع پیوسته $\phi(\vec{r})$ را می‌توان برای ذره‌ای در موقعیت \vec{r} با انتگرال درون‌یابی زیر تقریب زد:

$$\phi(\vec{r}) \cong \int_{\Omega} \phi(\vec{r}') W_h(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' \quad (3)$$

در رابطه (3) انتگرال‌گیری بر روی ناحیه پشتیبانی Ω انجام می‌گیرد. h طول هموارسازی بوده که متناسب با فاصله ذره می‌باشد.

$W_h(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ یک تابع درون‌یابی می‌باشد که h طول هموارسازی است. با توجه به این که $m_j = \rho_j \Delta V_j$ می‌باشد رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\phi(\vec{r}) \cong \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \phi(\vec{r}_j) W_h(\vec{r}_{ij}) \quad (4)$$

در رابطه (4)، کمیت m_j معرف جرم ذره و ρ_j چگالی ذره، \vec{r}_{ij} کمیت نشان‌دهنده فاصله بین ذره i و j می‌باشد. کمیت $W_h(\vec{r}_{ij})$ معرف گردایان تابع میان‌یابی بوده که در مرکز موقعیت ذره i محاسبه شده است. برای مطالعه بیشتر در زمینه گسسته‌سازی به روش اسپ‌اچ به رفرنس [25] مراجعه شود.

شبکه‌بندی هستند، در حالی که روش‌های جدید بدون شبکه وجود دارد که برای بررسی جریان‌های دو فازی به کار می‌رود.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار¹ (اس‌پی‌اچ) یک روش لاگرانژی بدون شبکه است که برای به دست آوردن حل‌های عددی معادلات حرکت سیالات (معادلات ناویراستوکس²) استفاده می‌شود. این روش سیال را به مجموعه‌ای از نقاط تقسیم می‌نماید که در فاصله مشخصی از هم تأثیر می‌پذیرند. با توجه به بدون شبکه بودن، این روش قادر است مرز مشترک بین دو سیال (ساکن و متحرک) و همچنین سطح آزاد را به خوبی شبیه‌سازی کند به طوری که در مسائل سطح آزاد نیازی به مشخص کردن سطح آزاد ندارد. از ویژگی‌های دیگر این روش می‌توان به طبیعت لاگرانژی آن اشاره کرد که باعث می‌شود بتوان مسائل با تغییر شکل زیاد را تحلیل کرد. روش اسپ‌اچ انتقال خالص را به خوبی مدل می‌کند و جدا شدن سیال از محیط پیوسته که در خیلی از پدیده‌ها مثل شکست موج اتفاق می‌افتد را به خوبی شبیه‌سازی می‌کند. در این روش با افزایش تعداد ذرات می‌توان دقت شبیه‌سازی را افزایش داد در حالی که در روش‌های مبتنی بر شبکه با محدودیت‌هایی مواجه است.

این روش اولین بار توسط گینگلد و موناهان و به طور جداگانه توسط لوسی برای بررسی پدیده‌های غیرمتقارن فیزیک نجومی ارائه شد [4]. موناهان با استفاده از فرض تراکم‌پذیری مصنوعی این روش را برای حل جریان تراکم‌ناپذیر به کار برد [5]. به عنوان نمونه‌ای از کاربردهای متنوع این روش می‌توان به جریان‌های سطح آزاد مانند انتشار امواج آب درون یک کانال [6]، برهم‌کنش سیال و سازه مانند اجسام شناور بر روی آب [7-9]، جریان دو فازی [10-12]، جریان غیرنیوتنی [13,14] و بررسی انتقال حرارت [15] اشاره نمود. موریس [16] فرمول‌های مختلفی برای به دست آوردن نیروی کشش سطحی ارائه داد و کلگروسوی و همکاران [17] سیالات چند فاز با اختلاف چگالی بالا را شبیه‌سازی کردند. در سال 2006 هو و آدامز توانستند روشی برای مدل‌سازی کشش سطحی به کار ببرند [18]. برای جریان‌های چند فازی با اختلاف چگالی بالا گرینیر و همکاران فرمول جدیدی را تحت عنوان هامیلتون اسپ‌اچ ارائه دادند [19]. اولین شبیه‌سازی تغییر شکل حباب در یک استخر سیال ساکن با روش هیدرودینامیک ذرات هموار را داس انجام داد [20]. موناهان [21] یک مدل توربولانسی برای بررسی جریان سیال با استفاده از روش اسپ‌اچ پیشنهاد داد، همچنین در سال 2013 موناهان و رفیعی [22] توانستند الگوریتمی ارائه دهند که دارای فرمول‌بندی جدیدی برای جریان چند فاز بدون تأثیر کشش سطحی باشد. در سال 2016 وایلاتو و راجرس با این روش جریان‌های سطح آزاد را با تمرکز ذرات روی پتانسیل بررسی کردند [23]. در سال 2017 رستمی و امیدوار نحوه بالا رفتن قطره‌های روغن را با روش هیدرودینامیک ذرات هموار شبیه‌سازی کردند [24].

هدف از شبیه‌سازی صعود پلوم روغن در مخزن ساکن آب، اعتبارسنجی و بهبود کد برای مدل‌سازی مسائل مختلف از جمله تأثیر موج در انتقال و پخش پلوم روغن در مخزن ساکن آب و یا در ساحل می‌باشد.

در این مقاله با اضافه کردن نیروی کشش سطحی و یک فشار اضافی به معادله مومنوم، شبیه‌سازی تأثیر موج در نحوه پخش پلوم روغن در ساحل با اعمال بوم بررسی شده است. بوم‌ها، سدهای مکانیکی ثابت یا شناوری هستند که به منظور جلوگیری و یا تغییر جهت آلودگی نفتی در آب به کار می‌روند. در مقاله از کد متن باز اسفیزیکس دوبعدی استفاده شده که این کد قادر به

¹ Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

² Navier-Stokes equations

³ Weakly compressible SPH

فیزیک سطح تماس به درستی بازیابی شود. در نتیجه می‌توان از تابع دلتای سطحی به صورت زیر استفاده کرد.

$$\delta_s = |\vec{n}| \quad (11)$$

$|\vec{n}|$ اندازه بردار عمود بر سطح تماس روغن و آب است که این سطح تماس توسط یک تابع به نام تابع رنگ مسیریابی می‌شود. تابع رنگ برای محاسبه بردار نرمال و متعاقباً محاسبه خط انحنای سطح تماس به کار گرفته می‌شود. در بیان تقریب ذره‌ای روش اس‌پی‌اچ تابع رنگ به صورت فرمول (12) بیان می‌شود.

$$c_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} c_j W_h(\vec{r}_{ij}) \quad (12)$$

در نواحی دور از سطح تماس آب و روغن، تابع رنگ برای ذرات آب یک و برای ذرات روغن صفر فرض می‌شود در حالی که در نزدیکی‌های سطح آزاد و سطح تماس دو سیال، تابع رنگ حدود 0.4-0.5 افت می‌کند. بردار نرمال سطح برحسب گرادیان تابع رنگ به صورت $\vec{n} = \nabla c$ و بردار یکه نرمال به صورت $\hat{n} = \vec{n}/|\vec{n}|$ و خط انحنای سطح تماس به صورت $\kappa = \nabla \cdot \hat{n}$ می‌باشد. با توجه به فرمول‌های فوق می‌توان بردار نرمال و خط انحنای را به صورت زیر نوشت:

$$\vec{n}_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (c_j - c_i) \nabla_i W_h(\vec{r}_{ij}) \quad (13)$$

$$\kappa = (\nabla \cdot \vec{n})_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (\vec{n}_j - \vec{n}_i) \cdot \nabla_i W_h(\vec{r}_{ij}) \quad (14)$$

در نتیجه بر طبق این فرمول‌بندی، سطح تماس منطقه‌ای است که مقدار تابع رنگ تغییر زیادی کند. سطح تماس دارای عرض محدودی می‌باشد. هنگامی که تعداد ذرات به سمت بی‌نهایت میل کنند، عرض سطح تماس نیز به سمت صفر می‌گراید. همان‌طور که اشاره شد در نواحی دور از سطح تماس، تابع رنگ تقریباً ثابت است و در نتیجه هنگامی که رابطه (13) برای ناحیه خارج از سطح تماس استفاده شود، مقادیر بسیار کوچک می‌شوند. این موضوع منجر به مقادیر بسیار بزرگ \hat{n} و در نتیجه κ می‌شود. این اتفاق باعث می‌شود تا جهت‌ها و مقادیر نیروی کشش سطحی به درستی محاسبه نشوند. یکی از راه‌ها برای جبران این نادرستی، فیلتر کردن \vec{n} به شکل زیر است:

$$N_i = \begin{cases} 1, & \text{اگر } |\vec{n}_i| > \epsilon \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (15)$$

$$\hat{n}_i = \begin{cases} \frac{\vec{n}_i}{|\vec{n}_i|}, & \text{اگر } |\vec{n}_i| > \epsilon \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (16)$$

در رابطه (15) معمولاً ϵ برابر 0.01/h در نظر گرفته می‌شود. بنابراین رابطه (14) به صورت رابطه (17) اصلاح می‌شود.

$$\kappa = (\nabla \cdot \vec{n})_i = \sum_j \min(N_i, N_j) \frac{m_j}{\rho_j} (\vec{n}_j - \vec{n}_i) \cdot \nabla_i W_h(\vec{r}_{ij}) \quad (17)$$

در نتیجه رابطه نهایی برای شتاب ناشی از نیروهای کشش سطحی \vec{a}_s به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(\vec{a}_s)_i = -\frac{\sigma_j}{\rho_j} (\nabla \cdot \vec{n})_i \vec{n}_i \quad (18)$$

که در نهایت $(\vec{a}_s)_i$ که بیانگر نیروی کشش سطحی است به معادله (6) اضافه می‌شود.

2-2- معادله حالت

اغلب آب به صورت یک سیال تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته می‌شود در این حالت فشار با استفاده از یکی از معادلات پواسن برای فشار به دست می‌آید. در این

محاسبه چگالی در روش اس‌پی‌اچ به صورت زیر انجام می‌گیرد [25]:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \vec{u}_{ij} \cdot \nabla_i W_h(\vec{r}_{ij}) \quad (5)$$

در این رابطه چگالی فقط هنگامی تغییر خواهد کرد که ذرات سیال نسبت به یکدیگر تغییر کنند. در واقع با استفاده از چگالی اولیه که به ذرات داده شده و معادله پیوستگی، تغییرات زمانی چگالی محاسبه می‌شود. همچنین در این مقاله برای جلوگیری از نوسانات چگالی از فیلتر شپارد [26] برای هر فاز به طور جداگانه استفاده می‌شود. برای جریان دو فازی و همچنین برای مدل‌سازی ویسکوزیته رابطه زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\frac{d\vec{u}_i}{dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{P_i + P_j}{\rho_i \rho_j} + \Pi_{ij} + R_{ij} \right) \nabla_i W_h(\vec{r}_{ij}) + \vec{g} \quad (6)$$

Π_{ij} برای لحاظ کردن اثر ویسکوز در معادله اولر، R_{ij} یک فشار اضافی و \vec{g} نیروهای خارجی است.

رابطه ویسکوزیته مصنوعی به صورت زیر می‌باشد [25].

$$\Pi_{ij} = -\frac{16\vec{u}_i \vec{u}_j}{(\vec{u}_i \rho_i + \vec{u}_j \rho_j)} \frac{\vec{u}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij}}{h|\vec{r}_{ij}|} \quad (7)$$

در رابطه (6)، R_{ij} برای کنترل فشار بین دو فاز به کار می‌رود و توسط گرینبر و همکاران ارائه شده است و فقط در سطح تماس بین دو فاز اضافه می‌شود و مقدار R_{ij} را موانهان و رفیعی به صورت زیر اصلاح کردند [22]:

$$R_{ij} = \chi \left(\frac{\rho_{0,w} - \rho_{0,o}}{\rho_{0,w} + \rho_{0,o}} \right) \left| \frac{P_i + P_j}{\rho_i \rho_j} \right| \quad (8)$$

$\rho_{0,o}$ و $\rho_{0,w}$ به ترتیب مقادیر چگالی مرجع آب و روغن می‌باشد. مقدار χ ضریبی است که با توجه به تجربیات عددی در هر مسئله به دست می‌آید و با توجه به تحلیل پایداری حل در مسائل، معمولاً بین 0.01 تا 0.1 است.

2-1- نیروی کشش سطحی

نیروی کشش سطحی نقش مهمی در بسیاری از مسائل از جمله مسئله بالا رفتن پلوم روغن در سیالی نظیر آب دارد. برای شبیه‌سازی بهتر سطح تماس دو سیال مخلوط‌نشده باید روش عددی دینامیک سیالات که برای کشش سطحی به کار می‌رود، به اندازه کافی انعطاف‌پذیر باشد. نیروی عمودی کشش سطحی بر سطح تماس دو سیال اعمال می‌شود و توسط موریس [16] ارائه شده است. در روشی دیگر هو و همکاران از کشش سطحی به عنوان یک دیورژانس تانسور تنش استفاده کردند [18].

$$\vec{F}_s = \vec{f}_s \delta_s \quad (9)$$

در رابطه (9)، δ_s بیانگر تابع دلتای سطحی و \vec{f}_s نیرو بر واحد سطح است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{f}_s = \sigma \kappa \vec{n} \quad (10)$$

که در رابطه بالا σ ضریب کشش سطحی و \vec{n} بردار یکه عمود بر سطح تماس و κ خط انحنای سطح تماس می‌باشد. در این روش فرض شده که کشش سطحی در تمام سیال ثابت و از گرادیان سطح چشم‌پوشی شده است. نیروی بیان شده در رابطه (10) به صورت عمود بر سطح تماس و بر خط انحنای محلی عمل می‌کند. این نیرو، نواحی دارای انحنای زیاد را هموار می‌کند و عاملی برای کاهش مساحت سطح کل و کاهش انرژی سطحی است. برای δ_s در رابطه (9) انتخاب‌های متفاوتی وجود دارد. اما در هر حال این نرمال‌کننده باید طوری برگزیده شود که انتگرال آن روی سطح تماس برابر با واحد شود. این شرط بدین منظور است که با افزایش دقت حل،

¹ Shepard filter

سپس با توجه به معادله‌ی حالت مقدار $P_i^{n+\frac{1}{2}} = f(\rho_i^{n+\frac{1}{2}})$ به دست آورده می‌شود، حال برای مرحله‌ی تصحیح داریم:

$$\begin{cases} \bar{u}_i^{n+\frac{1}{2}} = \bar{u}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \bar{F}_i^{n+\frac{1}{2}} \\ \rho_i^{n+\frac{1}{2}} = \rho_i^n + \frac{\Delta t}{2} D_i^{n+\frac{1}{2}} \\ \bar{r}_i^{n+\frac{1}{2}} = \bar{r}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \bar{u}_i^{n+\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (23)$$

که در نهایت در پایان هر گام زمانی به صورت زیر محاسبه می‌گردند.

$$\begin{cases} \bar{u}_i^{n+1} = 2\bar{u}_i^{n+\frac{1}{2}} - \bar{u}_i^n \\ \rho_i^{n+1} = 2\rho_i^{n+\frac{1}{2}} - \rho_i^n \\ \bar{r}_i^{n+1} = 2\bar{r}_i^{n+\frac{1}{2}} - \bar{r}_i^n \end{cases} \quad (24)$$

و همچنین برای مقدار نهایی فشار از $P_i^{n+1} = f(\rho_i^{n+1})$ محاسبه می‌شود.

3- اعتبارسنجی عددی

3-1- صعود پلوم روغن با نسبت چگالی 0.8 در مخزن ساکن آب

برای اعتبارسنجی کد توسعه یافته برای جریان دو فازی که اختلاف چگالی نسبتاً کمی با هم دارند، مساله بالا رفتن پلوم روغن در آب بررسی شده است. در این مسئله ابتدا یک پلوم روغن به شعاع 1.5R و مختصات مرکز O(5R, 3.5R) در یک مخزن ساکن آب به ترتیب با طول و عرض، 15R و 10R در نظر گرفته شده است.

شبیه‌سازی عددی برای پلوم روغن به ازای $R=1$ انجام شده است که "شکل 1" نحوه صعود پلوم را در زمان‌های مختلف و به صورت بی‌بعد نشان می‌دهد.

همان‌طور که از "شکل 1" مشاهده می‌شود به دلیل ساکن بودن مخزن آب، پلوم دارای تقارن نسبتاً خوبی است و این تقارن تا زمان‌های بالا نیز حفظ می‌شود. برای اعتبارسنجی مسئله صعود پلوم از فرمول حل تحلیلی زیر استفاده می‌شود [27]:

$$Z(t) = Z_s + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_w - \rho_o}{\rho_w} g R t} \quad (25)$$

$Z(t)$ مکان در هر لحظه، Z_s مکان اولیه ذره، t زمان، ρ_o چگالی روغن، ρ_w چگالی آب و R شعاع پلوم می‌باشد. با رسم نمودار بالاترین نقطه پلوم روغن را در هر لحظه محاسبه و با حل تحلیلی مقایسه شده است.

با مقایسه حل عددی هیسینگ با نتایج اس‌پی‌اچ، میانگین قدرمطلق خطا را طبق فرمول زیر محاسبه می‌کنیم [8].

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Z_i^* - Z_i| \quad (26)$$

MAE میانگین قدر مطلق خطا، Z_i^* مؤلفه موقعیت مکانی حل تحلیلی در هر گام زمانی و n تعداد ذرات می‌باشد. در نمودار تغییرات زمانی مرکز جرم، میانگین قدرمطلق خطا برابر با $MAE = 0.1434$ است. همان‌طور که از "شکل 2" مشاهده می‌شود و با توجه به میانگین خطا، نمودار دارای انطباق مناسبی بین حل تحلیلی و نتایج اس‌پی‌اچ می‌باشد.

3-2- صعود پلوم با نسبت چگالی 0.1 در مخزن ساکن آب

برای اعتبارسنجی کد توسعه یافته برای جریان دو فازی که اختلاف چگالی نسبتاً زیادی با هم دارند، مساله بالا رفتن پلوم با نسبت چگالی $\rho_2/\rho_1=0.1$

معادله باید سرعت صوت به اندازه‌ای باشد که شرط تراکم‌ناپذیری رعایت شود. در روش هیدرودینامیک ذرات هموار جریان سیال را تراکم‌پذیر ضعیف در نظر می‌گیریم. بنابراین طبق تحقیقات بتچلر [27] با تعریف رابطه‌ای بین فشار و چگالی از معادله حالت زیر استفاده می‌کنیم.

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (19)$$

فشار برحسب پاسکال، $B = \rho_0 c_0^2 / \gamma$ فشار مرجع که در این پژوهش مقدار آن برابر 280285/7 می‌باشد. پارامتر ρ_0 چگالی مرجع سیال است و γ یک ثابت پلی‌تروپیک¹ بوده که در این مقاله این ضریب برای آب و روغن 7 تعریف شده است.

2-3- تابع میان‌یاب

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، تابع میان‌یاب نقش بسیار مهمی در روش اس‌پی‌اچ دارد چرا که کمیت‌ها با استفاده از میان‌یاب به دست می‌آیند. این توابع اندازه ناحیه تحت تأثیر هر ذره را بیان می‌کنند. طبق کارهای موریس و همکاران [28] تابع کرنل را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

$$W(\vec{r}_{ij}) = \frac{1}{h^\theta} f\left(\frac{\vec{r}_{ij}}{h}\right) \quad (20)$$

متغیر θ بیانگر بعد سیستم و h طول هموارساز بوده که در این مقاله برابر $h = 0.92 \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}$ می‌باشد، همچنین Δx فاصله اولیه افقی بین ذرات و Δz فاصله اولیه عمودی بین ذرات است.

در روش اس‌پی‌اچ انواع تابع کرنل وجود دارد که در این مقاله از تابع کرنل وندلند استفاده شده است. تابع کرنل وندلند توسط وندلند² به دست آمده است و به صورت زیر می‌باشد [29].

$$W(\vec{r}, h) = -\frac{k}{h^\theta} \times \begin{cases} (1+2q)(2-q)^4 & 0 \leq q < 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (21)$$

که مقدار k برای محاسبات یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی به ترتیب 3/4، $7/4\pi$ و $7/8\pi$ می‌باشد.

2-4- شرایط مرزی و الگوریتم زمانی

در هر شبیه‌سازی عددی یکی از بخش‌های مهم، اعمال صحیح شرایط مرزی است. یکی از نقاط ضعف روش اس‌پی‌اچ اعمال شرایط مرزی است که انواع شرایط مرزی در روش اس‌پی‌اچ برای شبیه‌سازی مرزها وجود دارد، به عنوان نمونه شرایط مرزی به صورت دینامیکی و نیروی دافعه را می‌توان ذکر کرد [31,30]. شرط مرزی در سطح آزاد به صورت فشار صفر در آن سطح در نظر گرفته شده است. برای اطلاعات بیشتر درباره شرایط مرزی خوانندگان به مرجع [32] ارجاع داده می‌شوند. روش‌های متفاوتی برای الگوریتم زمانی در روش اس‌پی‌اچ وجود دارد که در این مقاله از روش پیش‌بینی-تصحیح استفاده شده است [33].

طرز کار این الگو به این صورت است که ابتدا ترم شتاب در نیم گام زمانی محاسبه می‌شود. بنابراین معادلات به فرم زیر در مرحله پیش‌بینی گسسته می‌شوند:

$$\begin{cases} \bar{u}_i^{n+\frac{1}{2}} = \bar{u}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \bar{F}_i^n \\ \rho_i^{n+\frac{1}{2}} = \rho_i^n + \frac{\Delta t}{2} D_i^n \\ \bar{r}_i^{n+\frac{1}{2}} = \bar{r}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \bar{u}_i^n \end{cases} \quad (22)$$

¹ Polytropic Constant
² Wendland

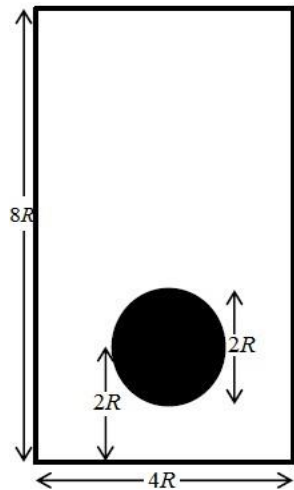


Fig. 3 Initial geometry of the problem of a plume rising with 0.1 density ratio in a still water tank

شکل 3 هندسه اولیه مسئله صعود یک پلوم با نسبت چگالی 0.1 در مخزن ساکن آب

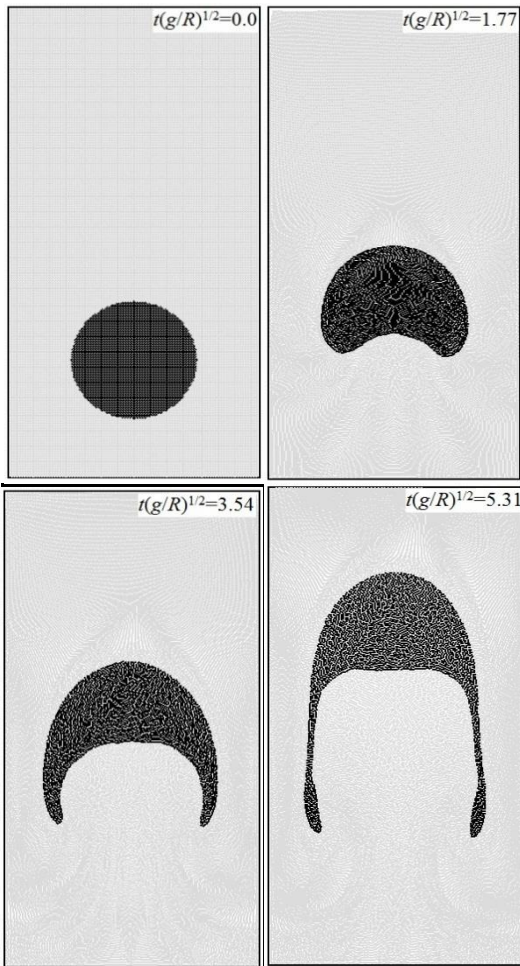


Fig. 4 The rising pattern of a plume with the density ratio of 0.1 in a still water tank

شکل 4 نحوه صعود پلوم با نسبت چگالی 0.1 در مخزن ساکن آب

انطباق مناسبی را نشان داده است.

میانگین قدرمطلق خطا طبق رابطه (26) برای نمودار تغییرات زمانی مرکز جرم برابر با $MAE = 0.09$ می‌باشد. همان‌طور که از "شکل 5" مشاهده می‌شود و با توجه به میانگین خطا، نمودار دارای انطباق مناسبی بین

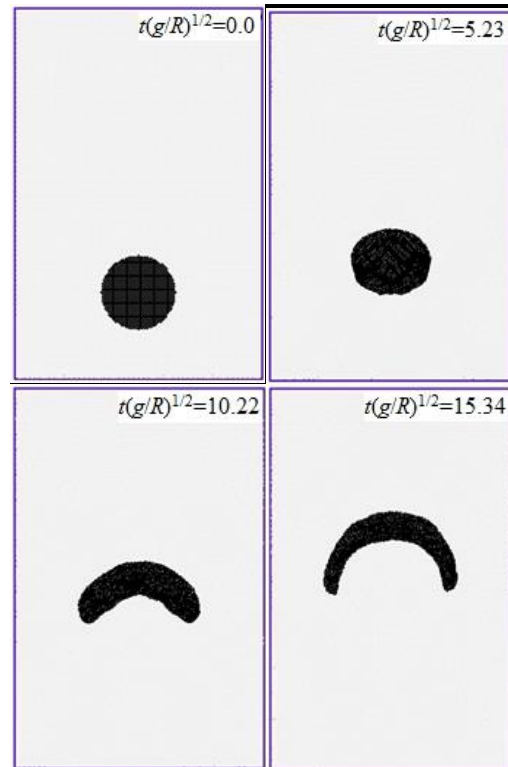


Fig. 1 The rising pattern of an oil plume in a still water tank for different dimensionless times

شکل 1 نحوه بالا رفتن پلوم روغن در مخزن ساکن آب برای زمان‌های بی‌بعد مختلف

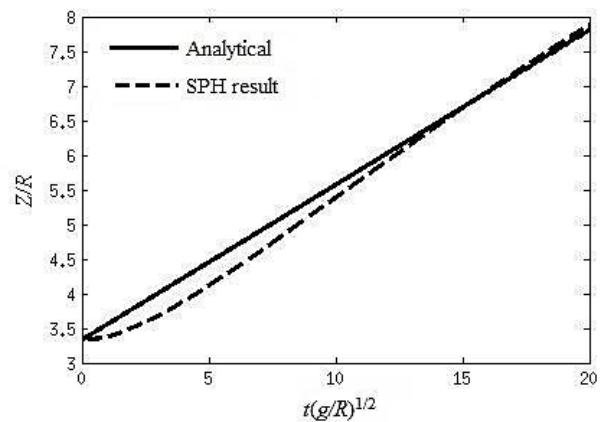


Fig. 2 A comparison between analytical and SPH results of the oil plume rising in a still water tank

شکل 2 مقایسه بین نتایج اسپ‌ایچ و حل تحلیلی بالا رفتن پلوم روغن در مخزن ساکن آب

بررسی می‌شود. هندسه اولیه مسئله برای شبیه‌سازی مطابق "شکل 3" به ازای $R=0.25$ می‌باشد.

نحوه صعود پلوم با نسبت چگالی 0.1 مطابق "شکل 4" شبیه‌سازی شده است. مطابق شکل پلوم به‌صورت متقارن صعود و تغییر شکل نموده است و این تقارن به‌دلیل وجود مخزن ساکن آب، تا زمان‌های بالا حفظ شده است.

عوامل زیادی بر رفتار پلوم تأثیرگذار است که خواص سیال از جمله چگالی، ویسکوزیته و کشش سطحی به‌صورت هموار روی سطح مشترک تغییر می‌کند. تغییرات زمانی مرکز جرم و سرعت صعود پلوم با نتایج عددی هیسینگ [34] مطابق "شکل‌های 5 و 6" مقایسه شده است و نمودارها

در این مسئله یک موج نویدال در ساحل شبیه‌سازی شده است. طول تانک 24m با یک گرادیان شیب 1:35 در سمت راست است. عمق آب $d=0.4m$ ، ارتفاع موج $H=0.12m$ و دوره تناوب موج $T=2s$ می‌باشد. هندسه اولیه مسئله در "شکل 7" نشان داده شده است.

برای اعتبارسنجی موج در ساحل، 4 نقطه روی شیب انتخاب شده است و ارتفاع سطح آزاد در مکان‌های مختلف با نتایج اندازه‌گیری [35] در "شکل 9" مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود دقت قابل قبولی بین نتایج اسپه‌اچ و نتایج اندازه‌گیری وجود دارد و نشان از اعتبارسنجی مناسب کد برای مسئله موج ساحلی می‌باشد.

4- نحوه صعود و پخش پلوم روغن در ساحل

4-1- نحوه پخش پلوم روغن در ساحل بدون اعمال بوم

در این مسئله تأثیر موج در نحوه پخش پلوم روغن در ساحل، بدون اعمال بوم ساکن در سطح آب شبیه‌سازی شده است. طول تانک 25m با یک گرادیان شیب 1:2 در سمت راست می‌باشد. عمق آب $d=2.5m$ ، ارتفاع موج $H=0.3m$ و دوره تناوب موج $T=2s$ می‌باشد. ارتفاع پدال 0.4m و از نوع پیستونی است که هندسه اولیه مسئله به صورت "شکل 9" می‌باشد.

نحوه صعود و پخش پلوم روغن در ساحل تا زمان 10s مطابق "شکل 10" شبیه‌سازی شده است. در این شبیه‌سازی پلوم روغن قبل از رسیدن موج به صورت متقارن صعود نموده و سپس با رسیدن موج از حالت تقارن خارج شده و روی سطح آب پخش می‌شود. با گذشت زمان $t=10s$ درصد پلوم عبوری از مکان $x=12.5m$ برابر 54.89% می‌باشد. مشاهده می‌شود که بیشتر از نصف پلوم روغن از نقطه موردنظر گذشته و برای جلوگیری از انتشار آن به ساحل، نیاز است مانعی مانند بوم به کار گرفته شود.

4-2- تأثیر بوم با زاویه‌های مختلف در انتشار پلوم روغن در ساحل

در این مسئله تأثیر بوم با زاویه $\theta=0^\circ$ در نحوه پخش پلوم روغن در ساحل شبیه‌سازی شده است. طول تانک 25m با یک گرادیان شیب 1:2 در سمت راست می‌باشد. عمق آب $d=2.5m$ ، ارتفاع موج $H=0.3m$ و دوره تناوب موج $T=2s$ می‌باشد. شعاع بوم 0.3m، دامنه بوم 0.6m و شعاع پلوم روغن 0.5m می‌باشد. ارتفاع پدال 0.4m و از نوع پیستونی است که هندسه اولیه مسئله به صورت "شکل 11" می‌باشد.

مطابق "شکل 12" تأثیر بوم در انتشار پلوم روغن در ساحل شبیه‌سازی شده است. بوم ساکن مانع از پخش پلوم روغن به سمت ساحل شده است. تعداد کل ذرات در شبیه‌سازی 28116 و تعداد ذرات پلوم روغن 419 می‌باشد که درصد پلوم عبوری از بوم برابر 1.19% خواهد شد.

در ادامه شبیه‌سازی دامنه بوم تحت زاویه $\theta=-30^\circ$ قرار گرفته و نحوه پخش پلوم روغن بررسی شده است. هندسه اولیه قرار گرفتن بوم مطابق "شکل 11" است. نحوه پخش پلوم روغن تحت زاویه -30° مطابق "شکل 13" شبیه‌سازی شده است که درصد پلوم روغن عبوری از بوم برابر 2.38% است.

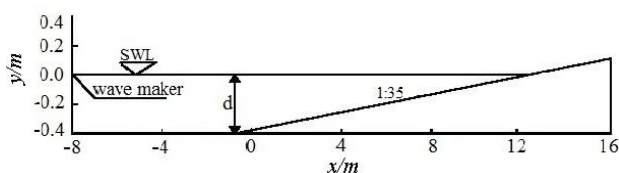


Fig.7 Initial geometry of the wave flume on the beach without the boom

شکل 7 هندسه اولیه تانک ایجاد موج روی ساحل بدون بوم

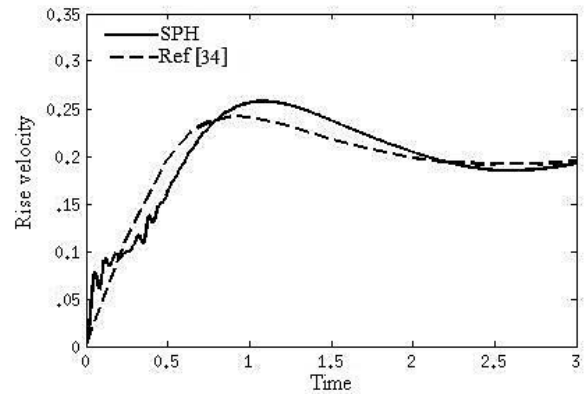


Fig. 5 The time evolutions of the center of mass with 0.1 density ratio
شکل 5 تغییرات زمانی مرکز جرم با نسبت چگالی 0.1

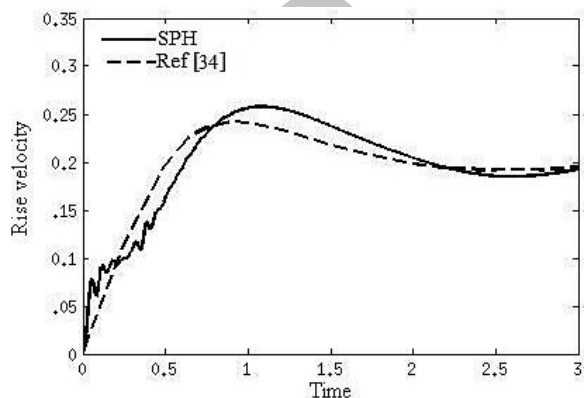


Fig. 6 The time evolutions of the rising velocity with 0.1 density ratio in a still water tank

شکل 6 تغییرات زمانی سرعت صعود با نسبت چگالی 0.1 در مخزن ساکن آب

حل عددی هیسینگ و نتایج اسپه‌اچ می‌باشد.

3-3- اعتبارسنجی موج نویدال در ساحل

یک موج‌ساز وسیله‌ای است با حرکت تعیین شده که امواج سطحی در یک کانال یا حوضچه با سطح آزاد تولید می‌کند. یک موج‌ساز نوع پیستونی، یک مثال کلاسیک از موج‌سازها است که می‌تواند در یک انتهای یک مخزن آب مستطیلی و در یک فرکانس مشخص نوسان کند. بررسی یک موج‌ساز پیستونی با یک ضربه موج‌ساز σ ، که یک جابجایی افقی و سرعت دیوار مرزی دارد به صورت زیر شرح داده شده است [32]:

$$X_{\text{paddle}} = \frac{s}{2} \sin \sigma t \quad (27)$$

$$U_{\text{paddle}} = \frac{s}{2} \sigma \cos \sigma t \quad (28)$$

T دوره موج و σ فرکانس موج است که به صورت زیر تعیین شده است:

$$\sigma^2 = gk \tanh kd \quad (29)$$

که d عمق آب و k عدد موج می‌باشد که عدد موج رابطه عکس با طول

موج دارد.

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (30)$$

L مقدار طول موج داده شده در عمق d را نشان می‌دهد

$$L = L_0 \tanh kd \quad (31)$$

طول موج آب عمیق L_0 است که به صورت زیر بیان شده است

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} \quad (32)$$

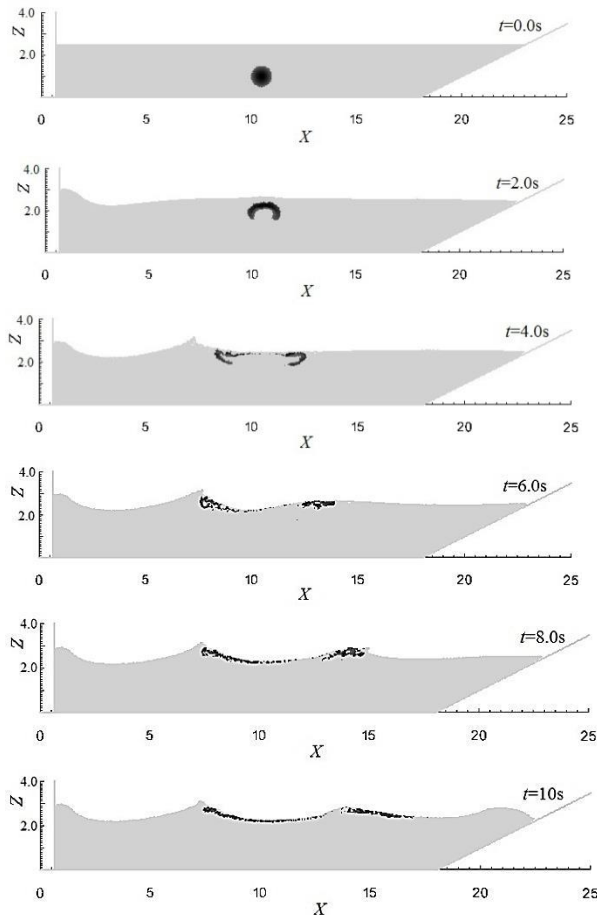


Fig. 10 Simulation of the oil dispersion on the beach without the boom
 شکل 10 شبیه‌سازی انتشار روغن روی ساحل بدون بوم

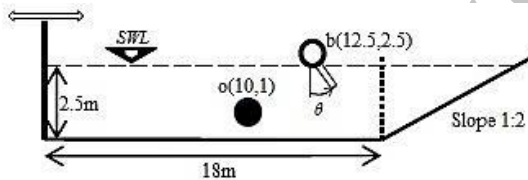


Fig. 11 Initial geometry of the wave flume on the beach and with boom skirt angle 0°

شکل 11 هندسه اولیه کانال موج در ساحل با زاویه دامنه بوم 0°

در ادامه مسئله، دامنه بوم تحت زاویه $\theta = +30^\circ$ قرار گرفته و نحوه پخش پلوم روغن بررسی شده است. هندسه اولیه قرار گرفتن بوم مطابق "شکل 11" است. نحوه پخش پلوم روغن تحت زاویه $+30^\circ$ مطابق "شکل 14" شبیه‌سازی شده است که درصد پلوم روغن عبوری از بوم برابر 2.62% می‌باشد.

با توجه به نتایج به دست آمده در این بخش مشاهده شده است که روش اسپری یک روش مناسب، برای بررسی تأثیر بوم در جلوگیری از پخش پلوم روغن به ساحل می‌باشد. طبق جدول 1 دامنه بوم تحت زاویه 0° نسبت به زاویه‌های دیگر، درصد کمتری از پلوم روغن را از خود عبور می‌دهد.

5- نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی نحوه صعود و پخش پلوم روغن در مخزن ساکن و ساحل با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار پرداخته شد. برای

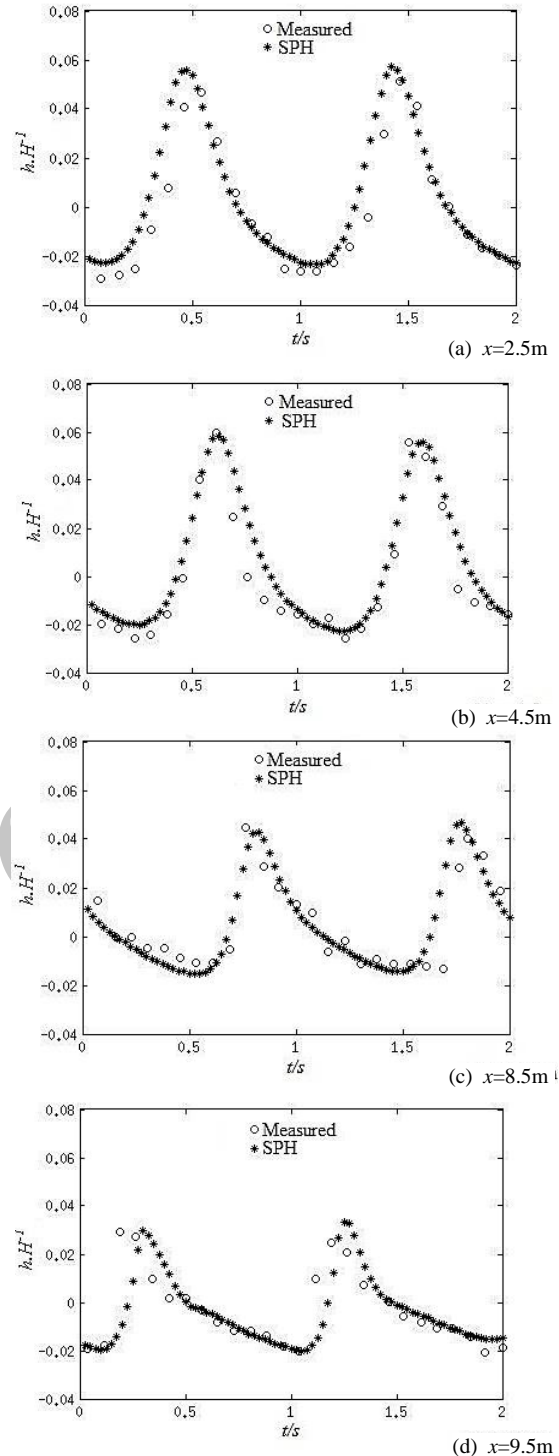


Fig. 8 Comparison between the measured and SPH results for free surface elevations at different positions

شکل 8 مقایسه بین نتایج اسپری و اندازه‌گیری شده برای ارتفاع سطح آزاد در مکان‌های مختلف

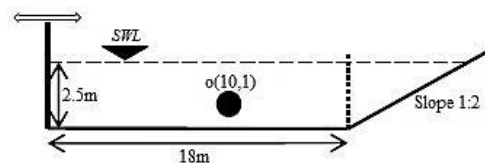


Fig. 9 Initial geometry of the wave flume on the beach

شکل 9 هندسه اولیه کانال موج در ساحل

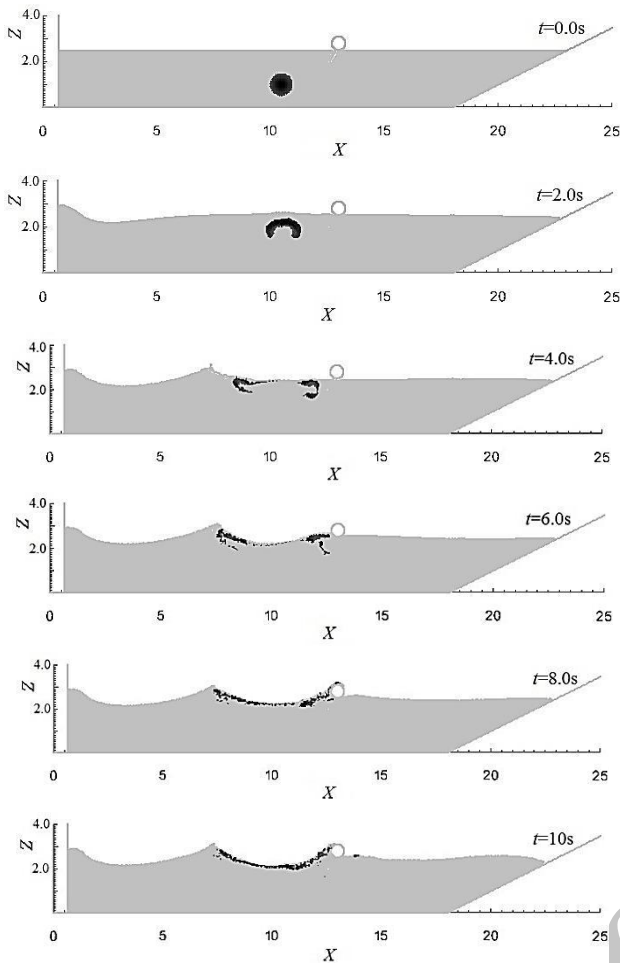
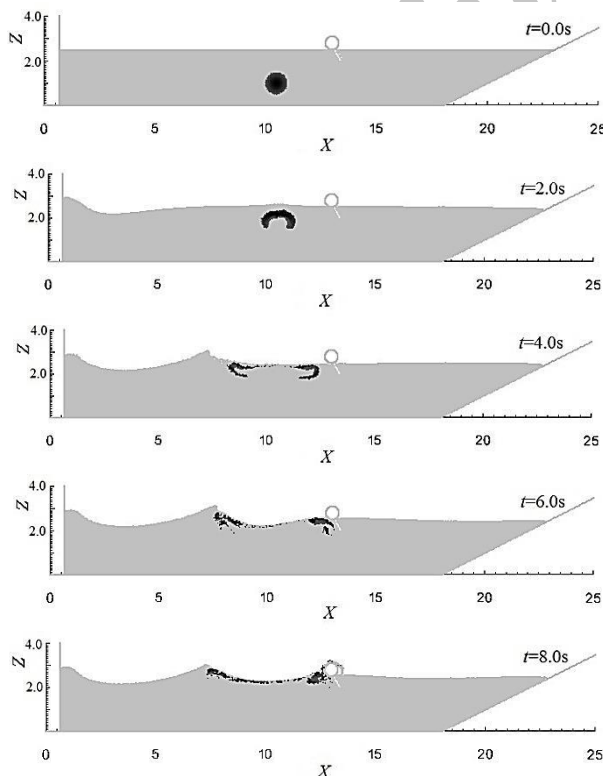


Fig. 13 Simulation the effect of boom with angle -30° on the oil plume dispersion

شکل 13 شبیه‌سازی تأثیر بوم با زاویه -30° روی انتشار پلوم روغن



شبیه‌سازی جریان دوفازی آب و روغن از کد اسفیزیکس دو بعدی استفاده شد که با اعمال کردن نیروی کشش سطحی و یک فشار اضافه به معادله مومنتم این کد به یک کد دوفازی آب و روغن، ارتقاء داده شد. برای اعتباربخشی این کد دوفازی ابتدا مسئله صعود پلوم روغن با نسبت چگالی 0.8 در مخزن ساکن آب بررسی شد و روش اسپاچ نتایج قابل قبولی در مقایسه با حل تحلیلی داشت. در ادامه به بررسی نحوه صعود پلوم با نسبت چگالی 0.1 در مخزن ساکن پرداخته شد و نتایج با حل عددی هیسینگ مقایسه شد و تطابق خوبی با حل عددی داشت. سپس به بررسی فرآیند تأثیر موج در نحوه پخش پلوم روغن در ساحل بدون بوم و سپس با اعمال بوم پرداخته شد و تأثیر بوم با زاویه‌های مختلف برای این مسئله مورد بررسی قرار گرفت. طبق شبیه‌سازی‌های انجام شده برای حالت بدون بوم بیشتر از 50% پلوم روغن از مکان $x=12.5m$ خواهد گذشت. با اعمال بوم تحت زاویه 0°

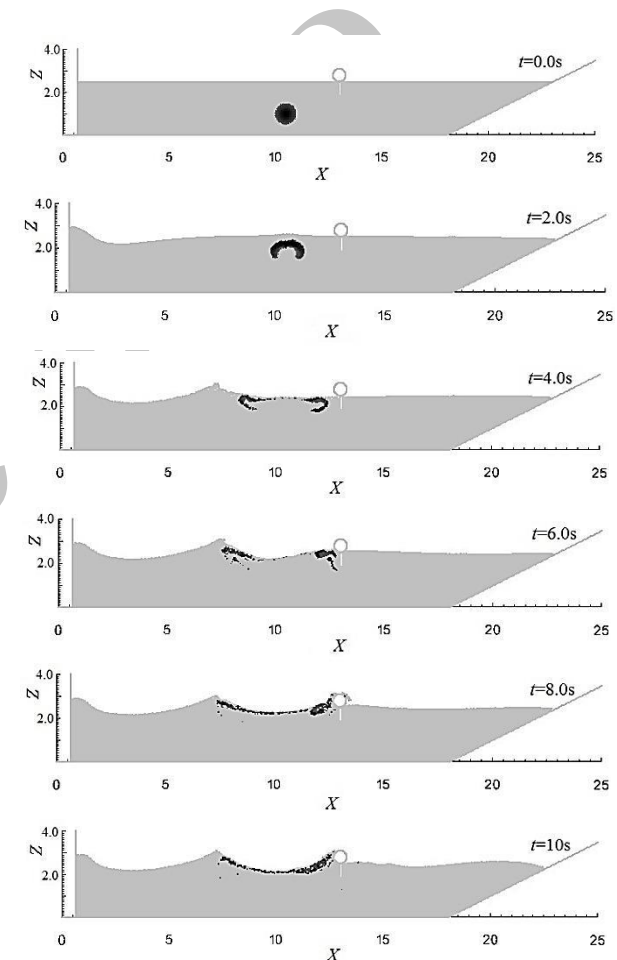


Fig. 12 Simulation the effect of boom with angle 0° on the oil plume dispersion

شکل 12 شبیه‌سازی تأثیر بوم با زاویه صفر درجه روی انتشار پلوم روغن

جدول 1 تأثیر بوم روی درصد پلوم عبوری

Table 1 the effect of boom on the passing plume percent

نوع بوم- زاویه بوم	درصد پلوم عبوری از مکان $x=12.5m$
بدون اعمال بوم	54.89%
بوم ساکن - $\theta=0^\circ$	1.19%
بوم ساکن - $\theta=-30^\circ$	2.38%
بوم ساکن - $\theta=+30^\circ$	2.62%

Technology, Vol. 22, No. 2, pp. 270-287, 2017.

[14] P. Nikeghbali, P. Omidvar, Investigation of Breaking and Undular Tidal Bores on a Movable Bed Using SPH, *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 144, No. 2, pp. 04017040, 2017.

[15] P. W. Cleary, J. J. Monaghan, Conduction Modelling Using Smoothed Particle Hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 148, No. 1, pp. 227-264, 1999.

[16] J. P. Morris, Simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 33, No. 3, pp. 333-353, 2000.

[17] A. Colagrossi, M. Landrini, Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 191, No. 2, pp. 448-475, 2003.

[18] X. Y. Hu, N. A. Adams, A multi-phase SPH method for macroscopic and mesoscopic flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 213, No. 2, pp. 844-861, 2006.

[19] N. Grenier, M. Antuono, A. Colagrossi, D. L. Touz, B. Alessandrini, An Hamiltonian interface SPH formulation for multi-fluid and free surface flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 22, pp. 8380-8393, 2009.

[20] A. K. Das, P. K. Das, Bubble evolution through submerged orifice using smoothed particle hydrodynamics: Basic formulation and model validation, *Chemical Engineering Science*, Vol. 64, No. 10, pp. 2281-2290, 2009.

[21] J. Monaghan, A turbulence model for Smoothed Particle Hydrodynamics, *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 30, No. 4, pp. 360-370, 2011.

[22] J. Monaghan, A. Rafiee, A simple SPH algorithm for multi-fluid flow with high density ratios, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 71, No. 5, pp. 537-561, 2013.

[23] D. Violeau, B. D. Rogers, Smoothed particle hydrodynamics (SPH) for free-surface flows: past, present and future, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 54, No. 1, pp. 1-26, 2016.

[24] M. Rostami, P. Omidvar, Smoothed Particle Hydrodynamics for the Rising Pattern of Oil Droplets, *Journal of Fluid Engineering*, 2018, In press.

[25] J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, *Reports on Progress in Physics*, Vol. 68, No. 8, pp. 1703, 2005.

[26] A. Colagrossi, M. Landrini, *Numerical Simulation of Interfacial Flows by Smoothed Particle Hydrodynamics*, Vol. 191, pp. 448-475, 2003.

[27] G. K. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics*: Cambridge University Press, pp. 14-28, 2000.

[28] J. P. Morris, P. J. Fox, Y. Zhu, Modeling Low Reynolds Number Incompressible Flows Using SPH, *Journal of Computational Physics*, Vol. 136, No. 1, pp. 214-226, 1997.

[29] H. Wendland, Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, *Advances in computational Mathematics*, Vol. 4, No. 1, pp. 389-396, 1995.

[30] Y. Yovel, M. O. Franz, P. Stolz, H. U. Schnitzler, Plant classification from bat-like echolocation signals, *PLoS Computational Biology*, Vol. 4, No. 3, pp. 1-13, 2008.

[31] J. J. Monaghan, A. Kos, Solitary Waves on a Cretan Beach, *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 125, No. 3, pp. 145-155, 1999.

[32] P. Omidvar, *Wave loading on bodies in the free surface using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)*, PhD Thesis, UK, Manchester, pp. 75-85, 2010.

[33] J. J. Monaghan, On the problem of penetration in particle methods, *Journal of Computational Physics*, Vol. 82, No. 1, pp. 1-15, 1989.

[34] S. R. Hysing, S. Turek, D. Kuzmin, N. Parolini, E. Burman, S. Ganesan, L. Tobiska, Quantitative benchmark computations of two-dimensional bubble dynamics, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 60, No. 11, pp. 1259-1288, 2009.

[35] K. Zheng, Z.C. Sun, J.W. Sun, Z.M. Zhang, G.P. Yang, Z. Feng, Numerical simulations of water wave dynamics based on SPH methods, *Journal of Hydrodynamics*, Vol. 21, No. 6, pp. 843-850, 2009.

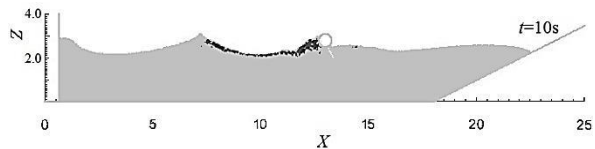


Fig. 14 Simulation of the effect of boom with angle +30° on the oil plume dispersion

شکل 14 شبیه‌سازی تأثیر بوم با زاویه +30° روی انتشار پلوم روغن

نسبت به زاویه‌های دیگر، درصد پلوم روغن کمتری (1.19%) از مکان مورد نظر خواهد گذشت. از این رو، با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان روش اسپس‌اچ را یک روش مناسب برای بررسی جریان دوفازی آب و روغن و همچنین مسئله دینامیک موج آب در نظر گرفت.

6- مراجع

[1] J. Hua, J. Lou, Numerical simulation of bubble rising in viscous liquid, *Journal of Computational Physics*, Vol. 222, No. 2, pp. 769-795, 2007.

[2] F. A. Ghannad, F. Vafaei, M. M. Aragh, simulation of numerical model for oil pollution on the sea, *International Journal of Maritime Technology*, Vol. 6, No. 11, pp. 37-43, 2010. (in Persian فارسی)

[3] Z. Sultana, *Finite Element Simulation of Interfacial Flows on Unstructured Meshes using a Second-order Accurate VOF Method*, PhD Thesis, University of Toronto, Toronto, 2012.

[4] R. A. Gingold, J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 181, No. 3, pp. 375-389, 1977.

[5] J. J. Monaghan, Simulating Free Surface Flows with SPH, *Journal of Computational Physics*, Vol. 110, No. 2, pp. 399-406, 1994.

[6] P. Omidvar, H. Norouzi, A. Zarghami, Smoothed Particle Hydrodynamics for water wave propagation in a channel, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 26, No. 08, pp. 1550085, 2015.

[7] P. Omidvar, P. K. Stansby, B. D. Rogers, SPH for 3D floating bodies using variable mass particle distribution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 72, No. 4, pp. 427-452, 2013.

[8] P. Omidvar, P. K. Stansby, B. D. Rogers, Wave body interaction in 2D using smoothed particle hydrodynamics (SPH) with variable particle mass, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 68, No. 6, pp. 686-705, 2012.

[9] P. Omidvar, O. Farghadani, P. Nikeghbali, SPH for impact force and ricochet behavior of water-entry bodies, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 28, No. 10, pp. 1750119, 2017.

[10] M. Pourabdian, P. Omidvar, M. R. Morad, Multiphase simulation of liquid jet breakup using smoothed particle hydrodynamics, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 28, No. 04, pp. 1750054, 2017.

[11] M. Pourabdian, P. Omidvar, M. R. Morad, Numerical simulation of liquid jet breakup using smoothed particle hydrodynamics (SPH), *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 55-66, 2016. (in Persian فارسی)

[12] H. Zamanipour, P. Omidvar, A. Tayebi, Investigation of convection-diffusion process in a two-phase air-water flow using Smoothed Particle Hydrodynamics, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 2, pp. 115-125, 2017. (in Persian فارسی)

[13] P. Omidvar, P. Nikeghbali, Simulation of violent water flows over a movable bed using smoothed particle hydrodynamics, *Journal of Marine Science and*