



Analytical Investigation of MHD Nanofluid Flow between Non-Parallel Stretching/Shrinking Walls with Considering Joule Heating Effect

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Karami F.¹ MSc,
Sabzpooshani M.*¹ PhD

How to cite this article

Karami F, Sabzpooshani M. Analytical Investigation of MHD Nanofluid Flow between Non-Parallel Stretching/Shrinking Walls with Considering Joule Heating Effect. Modares Mechanical Engineering.2019;19(3):697-708.

¹Heat & Fluid Department, Mechanical Engineering Faculty, University of Kashan, Kashan, Iran

*Correspondence

Address: Heat & Fluid Department, Mechanical Engineering Faculty, University of Kashan, Kashan, Iran.
Postal Code: 8731753153
Phone: +98 (31) 55913435
Fax: +98 (31) 55913434
spooshan@kashanu.ac.ir

Article History

Received: July 4, 2018
Accepted: November 7, 2018
ePublished: March 01, 2019

ABSTRACT

The aim of this research is an analytical investigation of heat and mass transfer for the MHD nanofluid flow passed between non-parallel stretchable/shrinkable walls. In order to model nanofluid flow, effects of Thermophoresis, Brownian diffusion, and Joule heating are considered. The governing mass, momentum, and energy equations are solved analytically by applying Duan-Rach method, which caused to get a solution for the undetermined coefficients from conjectured profiles of variables without using numerical methods. Comparison between the current results with the numerical results of other references shows good agreement. The effects of the Reynolds number, opening angle parameter, and the Hartman number on the temperature, velocity, and concentration profiles have been investigated in the case of both convergent and divergent plates, either stretched or shrunk. Also, the effects of the Thermophoretic and Brownian parameters on the Nusselt number are obtained. This study indicates that increasing the Hartman number decreases the concentration profile and increasing in the temperature profile for divergent channels. In this case, as the opening angle parameter rises, the thickness of the thermal boundary layer increases. Also, for convergent and divergent channels, the increase in the thermophoretic parameter causes increases the Nusselt number. By applying an identical magnetic field to two divergent stretching and shrinking channels, the concentration profile in the stretching channel is more than the shrinking one. For convergent channels, this treatment of concentration profile is completely vice versa.

Keywords Nanofluid; Non-parallel Stretchable/Shrinkable Walls; Joule Heating Effect; Duan-Rach Method

CITATION LINKS

[1] The two-dimensional steady motion of a viscous fluid [2] Spiral movements of viscous liquids [3] Nonlinear stochastic operator equations [4] Investigation of squeezing unsteady nanofluid flow using ADM [5] Analytical investigation of Jeffery-Hamel flow with high magnetic field and nanoparticle by Adomian decomposition method [6] A new modification of the Adomian decomposition method for solving boundary value problems for higher order nonlinear differential equations [7] Analytical solution and heat transfer of two-phase nanofluid flow between non-parallel walls considering Joule heating effect [8] Extending the traditional Jeffery-Hamel flow to stretchable convergent/divergent channels [9] Investigation of MHD nanofluid flow and heat transfer in a stretching/shrinking convergent/divergent channel considering thermal radiation [10] Study of nanofluid flow and heat transfer between non-parallel stretching walls considering Brownian motion [11] Entropy analysis for an unsteady MHD flow past a stretching permeable surface in nanofluid [12] Buoyancy effect on MHD flow of nanofluid over a stretching sheet in the presence of thermal radiation [13] Free convection in a square cavity filled with a porous medium saturated by nanofluid using Tiwari and Das' nanofluid model [14] Magnetic field effect on the unsteady natural convection in a wavy-walled cavity filled with a nanofluid: Buongiorno's mathematical model [15] Investigation of MHD nano-fluid flow over a stretching surface with velocity slip and convective surface boundary conditions [16] Influence of magnetic field on Al2O3-H2O nanofluid forced convection heat transfer in a porous lid driven cavity with hot sphere obstacle by means of LBM [17] Second law analysis for nanofluid turbulent flow inside a circular duct in presence of twisted tape turbulators [18] Numerical modeling for alumina nanofluid magnetohydrodynamic convective heat transfer in a permeable medium using Darcy law

بررسی تحلیلی جریان نانوسیال عبوری بین صفحات کشسان غیرموازی در حضور میدان مغناطیسی با در نظر گرفتن اثر حرارتی ژول

فاطمه کریمی MSc

گروه حرارت و سیالات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

مجید سبزویشانی PhD

گروه حرارت و سیالات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

چکیده

هدف از انجام این پژوهش، بررسی انتقال حرارت و جرم در جریان نانوسیال عبوری از بین دو صفحه گسترش یافته/ فشرده شده غیرموازی در حضور میدان مغناطیسی، به صورت کاملاً تحلیلی است. به منظور مدل سازی جریان نانوسیال، پدیده های ترموفورتیک، پخش براونی و ترم حرارتی ژول در نظر گرفته شده است. معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی با روش موسوم به دوآن-راچ و به طور کاملاً تحلیلی حل شده اند که این امکان را ایجاد می کند تا ضرایب نامعین موجود در پروفیل های حدسی متغیرها، بدون استفاده از روش های عددی محاسبه شوند. مقایسه نتایج حاضر با نتایج عددی سایر مراجع بیانگر تطابق بسیار خوبی است. اثرات عدد رینولدز، زاویه بین دو صفحه و عدد هارتمن بر میدان های دما، سرعت و غلظت در حالی که دو صفحه همگرا و نیز واگرا قرار دارند و به صورت انبساط یافته یا فشرده شده مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین تأثیرات پدیده ترموفورتیک و پخش براونی بر عدد ناسلت به دست آمده است. این مطالعه نشان می دهد که در کانال واگرا، افزایش عدد هارتمن منجر به افزایش دما و کاهش غلظت شده است. در این حالت، ضخامت لایه مرزی حرارتی با افزایش زاویه بین دو صفحه افزایش پیدا می کند. همچنین افزایش پارامتر ترموفورتیک منجر به افزایش عدد ناسلت در کانال همگرا و واگرا می شود. با اعمال میدان مغناطیسی یکسان به دو کانال گسترش یافته و فشرده شده و اگر، مقدار غلظت در کانال گسترش یافته بیشتر بوده است. در مورد کانال های همگرا، این مطلب کاملاً برعکس است.

کلیدواژه ها: نانوسیال، صفحات گسترش یافته/ فشرده شده غیرموازی، اثر حرارتی ژول، روش دوآن-راچ

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۴/۱۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۱۶

نویسنده مسئول: spooshan@kashanu.ac.ir

۱- مقدمه

سیال عبوری بین دو صفحه همگرا یا واگرا از موارد بسیار پرکاربرد در علوم مهندسی و صنایع است. با ارایه مفهوم نانوسیال، استفاده از این نوع سیالات که عموماً باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می شود، بین این صفحات، موضوع تحقیقات جدیدی شده است. امروزه با پیشرفت صنعت و تکنولوژی، مساله بهبود پارامترهای انتقال حرارت به یک امر مهم و ضروری تبدیل شده است. یکی از راهکارهایی که محققان بدین منظور پیشنهاد کرده اند، اضافه کردن مواد نانو به سیال های معمولی است. چرا که این مواد به دلیل رسانایی حرارتی و نسبت سطح به حجم بالایی که دارند، سبب افزایش نرخ هدایت حرارتی در سیال می شوند. لذا امروزه پژوهش های فراوانی در این مورد انجام شده است. اولین بار جفری و هامل معادلات حاکم بر این مساله را بررسی کردند [1, 2]. این دو تحقیق در واقع معادلاتی غیرخطی را عنوان می کنند که با روش های گوناگون قابل حل هستند. یکی از روش های حل معادلات غیرخطی، روش آدومین (ADM) است [3]. در این روش نیاز به یافتن مقدار اولیه ای است که با استفاده از روش های عددی محاسبه می شود. از این روش در تعدادی از مسایل مهندسی استفاده شده است [4, 5]. شیخ/اسلامی و همکاران در پژوهشی [4] به

بررسی یک جریان ناپایا از نانوسیال فشرده شده توسط دو صفحه موازی پرداختند. آنها برای حل معادلات حاکم مطرح شده از روش ADM استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که وقتی دو صفحه به صورت همزمان حرکت کنند، عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی ذرات نانو رشد می کند. همچنین نوع نانو ذرات عاملی مهم در میزان انتقال حرارت تبادل یافته است.

پژوهشگران مختلف، روش های حل متنوعی را براساس روش ADM ابداع کردند. از جمله این افراد می توان به دوآن و راچ اشاره کرد که نتایج تحقیقات خود را تحت عنوان روش دوآن-راچ (DRA) ارایه دادند که در واقع همان اصلاح شده روش ADM است [6]. در این روش کاملاً تحلیلی که برای حل معادلات غیرخطی مقدار مرزی استفاده می شود، احتیاجی به روش های عددی برای تعیین ضرایب نامعین موجود در پروفیل های حدسی متغیرها نیست و در نتیجه، حل دقیق تری برای مساله ارایه می شود. دو فونچی و گنجی از این روش برای حل معادلات حاکم بر جریان نانوسیال دوفازی عبوری از بین دو صفحه ثابت غیرکشسان و غیرموازی استفاده کردند [7]. آنها اثرات تعدادی از پارامترهای موثر را بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد اشمیت، مقدار دما و غلظت افزایش می یابد.

جریان جفری-هامل بین دو صفحه گسترش یافته/ فشرده شده، نوع دیگری از جریان بوده که در تعداد زیادی از فرآیندهای مهندسی به کار رفته و مورد توجه بسیاری از محققان واقع شده است. ترکیب مازوگلو در تحقیقات خود [8] در این رابطه، بدون توجه به اثرات حرکت براونی، ترم حرارتی ژول و پدیده ترموفورتیک که خود به دلیل وجود گردان دما و عکس العمل متفاوتی که ذرات مختلف نسبت به آن از خود نشان می دهند، رخ می دهد، به این نتیجه رسید که فشرده شدن صفحات باعث کاهش ضخامت لایه مرزی در کانال همگرا و واگرا می شود و انتقال حرارت کاهش می یابد. همین طور افزایش میزان گسترش صفحات در کانال همگرا، افزایش مقدار دما را به همراه دارد. در تحقیقی دیگر، دو فونچی و گنجی به بررسی میدان سرعت و دمای مربوط به عبور یک نانوسیال بین دو صفحه گسترش یافته/ فشرده شده غیرموازی بدون توجه به اثرات پدیده ترموفورتیک و براونی و ترم حرارتی ژول و تنها با در نظر گرفتن اثرات تشعشع پرداختند [9]. آنها از روش DRA برای حل معادلات حاکم استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که با کاهش میزان گسترش صفحات، مقدار دما و سرعت نیز کاهش می یابد. دو فونچی و گنجی در پژوهشی دیگر با در نظر داشتن اثر براونی و بدون توجه به اثرات پدیده ترموفورتیک و ترم حرارتی ژول که پارامترهایی تأثیرگذار در معادلات حاکم بر نانوسیال هستند و با بهره گیری از روش DRA، به مطالعه در مورد سرعت و دمای نانوسیال عبوری از بین دو صفحه گسترش یافته/ فشرده شده غیرموازی، در حضور یک چشمه حرارتی پرداختند [10]. آنها به این نتیجه رسیدند که توزیع دما با افزایش میزان گسترش صفحات و کاهش تشعشع افزایش می یابد. همچنین توزیع سرعت و عدد ناسلت نیز از میزان گسترش صفحات تأثیر می گیرد و با افزایش آن، به مقدارشان افزوده می شود.

در بسیاری از پژوهش های انجام شده در مورد نانوسیال ها، غلظت نانو ذرات به صورت کاملاً یکنواخت فرض شده و این بدین معنی است که از سرعت لغزشی موجود بین فاز سیال و نانو ذرات چشم پوشی شده است [11-13]. در این مورد می توان به ابوالبشری و همکاران [11] اشاره کرد که به بررسی آنتروپی یک جریان ناپایا از نانوسیال گذرنده از یک سطح نفوذ پذیر گسترش یافته در حضور میدان مغناطیسی پرداختند. نتایج این پژوهش نشان می دهد که

همگرا یا واگرا و در حال گسترش یافتن یا فشرده شدن هستند. همچنین تأثیرات پدیده ترموفورتیک و پخش براونی بر عدد ناسلت نیز مورد بررسی واقع می‌شوند. لازم به ذکر است که در نظر گرفتن ترم حرارتی ژول در معادله بقای انرژی در کنار سایر مکانیزم‌های موثر از جمله پدیده ترموفورتیک و پخش براونی از جنبه‌های نوآوری کار حاضر بوده و در عین حال تکمیل‌کننده مطالعات قبلی است.

۲- شرح مساله و معادلات حاکم

دو صفحه غیرموازی گسترش یافته/فشرده شده، با زاویه 2α به صورت همگرا ($\alpha < 0$) یا واگرا ($\alpha > 0$) نسبت به هم در نظر گرفته شده‌اند. یک جریان پایا از یک سیال لزج و رسانای غیرقابل تراکم که ناشی از چشمه یا چاه بوده، در حضور میدان مغناطیسی بین دو صفحه در حال حرکت است (شکل ۱). این صفحات به صورت شعاعی و با نرخ S گسترش یافته یا فشرده می‌شوند:

$$u = u_w = \frac{S}{r} \quad (1)$$

سرعت این سیال شعاعی بوده و در خط جریان‌های مختلف متفاوت است، بنابراین:

$$u_\theta = 0 \quad (2)$$

$$u_z = 0 \quad (3)$$

$$u_r = u_r(r, \theta) \quad (4)$$

معادلات حاکم بر این جریان در روابط ۹-۵ نشان داده شده است که به ترتیب بیانگر معادله پیوستگی، معادله ناوراستوکس در راستای θ ، معادله ناوراستوکس در راستای r و معادله بقای انرژی و جرم هستند.

$$\frac{1}{r} \rho \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho_f r} \frac{\partial P}{\partial \theta} - \frac{2\mu}{\rho_f r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0 \quad (6)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho_f} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{u}{r^2} \right) - \frac{\sigma B_0^2}{\rho_f r^2} u \quad (7)$$

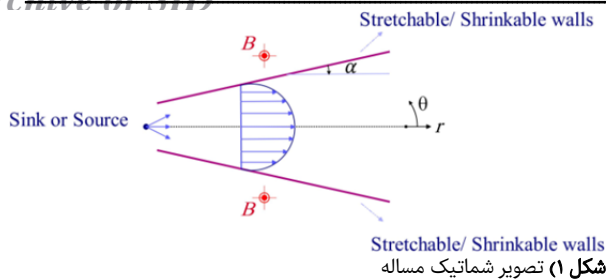
$$u \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha' \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\mu}{(\rho c_p)_f} \left(2 \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u}{r} \right)^2 \right) + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{(\rho c_p)_p r^2}{(\rho c_p)_f} \left(D_B \left(\frac{\partial C}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial C}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{D_T}{T_w} \left(\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)^2 \right) + \frac{\sigma B_0^2 u^2}{(\rho c_p)_f r^2} \right) \quad (8)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial r} = D_B \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} \right) + \frac{D_T}{T_w} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (9)$$

برای کاهش تولید آنتروپی که یک هدف مهم تلقی می‌شود، بایستی کلیه پارامترهای ترموفیزیک موثر کاهش یابند. همچنین تأثیر شناوری بر جریان نانوسیال گذرنده از یک صفحه گسترش یافته، با در نظر گرفتن اثرات تشعشع و در حضور میدان مغناطیسی توسط رشیدی و همکاران^[12] مورد مطالعه قرار گرفته است. نتیجه این بررسی نشان می‌دهد که افزایش پارامتر شناوری سبب افزایش سرعت و کاهش دما می‌شود. حال آن که نادیده گرفتن بعضی از مکانیزم‌های لغزشی مانند پدیده ترموفورتیک سبب ایجاد خطا در تحلیل می‌شود و غیریکنواخت بودن غلظت نانوذرات بایستی منظور شود^[7, 14, 15]. فریدونی‌مهر و برادران رحیمی^[15] در بررسی جریان نانوسیال روی صفحات گسترش یافته در حضور میدان مغناطیسی با شرایط مرزی سرعت لغزشی و همرفت سطحی ضمن در نظر داشتن پدیده ترموفورتیک و حرکت براونی و بدون توجه به ترم حرارتی ژول به این نتیجه رسیدند که گرادیان دمای دیواره با افزایش پارامتر ترموفورتیک یا کاهش پارامتر براونی کاهش می‌یابد. همچنین عدد شرود محلی با پارامتر براونی متناسب است و با پارامتر ترموفورتیک رابطه معکوس دارد.

پژوهش در مورد نانوسیال‌ها بسیار گسترده و متنوع است و به عبور نانوسیال از بین دو صفحه غیرموازی ختم نمی‌شود. شیخ‌الاسلامی در پژوهشی^[16] با استفاده از روش بولتزن شبکه‌ای به بررسی جریان نانوسیال $Al_2O_3-H_2O$ در یک حفره متخلخل مکعبی شکل سه‌بعدی با انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری پرداخت. این حفره تحت اثر میدان مغناطیسی قرار گرفته و داخل آن یک مانع کروی شکل داغ لحاظ شده است. او ضمن در نظر گرفتن اثرات حرکت براونی، خواص نانوسیال را به صورت مدل تک‌فاز در نظر گرفت و با شبیه‌سازی مزوسکوپی به این نتیجه رسید که عدد ناسلت متوسط با افزایش اعداد دارسی و رینولدز و همچنین کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. همچنین انرژی جنبشی نانوسیال با افزایش اعداد رینولدز و دارسی تقویت می‌شود. در پژوهشی دیگر شیخ‌الاسلامی و همکاران^[17] به تحلیل و بررسی قانون دوم ترمودینامیک در جریان آشفته نانوسیال عبوری از داخل یک لوله پرداختند. به منظور افزایش نرخ انتقال حرارت، نوار پیچ‌خورده‌ای در داخل این لوله تعبیه شده است. آنها برای مدل‌سازی این جریان از روش المان محدود استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش نسبت طول نوار پیچ‌خورده به طول لوله، عدد بجان و تولید آنتروپی کل افزایش می‌یابد. همچنین عدد ناسلت و آنتروپی کل دارای رابطه معکوس هستند. در جایی دیگر شیخ‌الاسلامی و همکاران^[18] به مدل‌سازی عددی انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیال آلومینا در یک محیط نفوذپذیر با استفاده از قانون دارسی پرداختند. آنها به منظور مدل‌سازی، جریان اثرات حرکت براونی و ضریب شکل را بر رفتار نانوسیال مد نظر قرار دادند و از روش CVFEM استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد که نیروی لورنتس باعث تقویت مکانیزم هدایت می‌شود و با کاهش عدد هارتمن، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. افزایش عدد ریلی و پارامتر تشعشع نیز سبب افزایش عدد ناسلت می‌شود.

هدف اصلی از انجام این مقاله، بررسی انتقال حرارت و جرم در جریان دو بُعدی، پایا، ویسکوز، هیدرودینامیک مغناطیسی و غیرقابل تراکم بین دو صفحه غیرموازی گسترش یافته/فشرده شده است. در این پژوهش ضمن حل تحلیلی معادلات به بررسی اثرات عدد رینولدز، عدد هارتمن و زاویه بین دو صفحه بر میدان‌های دما، سرعت و غلظت پرداخته می‌شود، در حالی که دو صفحه به صورت



۳- پارامتر فیزیکی مهندسی

عدد ناسلت در واقع معیاری از نرخ انتقال حرارت در دیواره‌های کانال است و به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$Nu = \frac{r q_w |_{\theta=\alpha}}{\kappa T_w} \quad (20)$$

در رابطه فوق:

$$q_w = -\kappa \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \quad (21)$$

که بعد از جای‌گذاری رابطه ۲۱ در ۲۰، عدد ناسلت به شکل رابطه ۲۲ نوشته می‌شود.

$$Nu = -\frac{1}{r^2 \alpha} \theta'(1) \quad (22)$$

در ادامه گراف‌های مربوط به این ویژگی ترسیم شده است.

۴- روش DRA

اگر چه معادلات حاکم بر مساله به کمک روش‌های شبه‌تحلیلی قابل حل است، اما روش‌های تحلیلی از دقت بیشتری برخوردارند. همان طور که قبلاً بیان شد، روش تحلیلی DRA در واقع اصلاح شده روش ADM بوده و برای تسلط کافی به این روش لازم است که ابتدا با اساس روش ADM آشنا شد. برای توصیف این روش، معادله دیفرانسیل به صورت رابطه ۲۳ در حالت کلی در نظر گرفته می‌شود:

$$u(x) - Nu u(x) = w(x) \quad (23)$$

که N بیانگر یک اپراتور غیرخطی بوده و $w(x)$ یک تابع مشخص است. روش ADM جواب معادله را به صورت سری در نظر می‌گیرد:

$$u(x) = \sum_{m=0}^{\infty} u_m(x) \quad (24)$$

همچنین اپراتور غیرخطی N نیز به صورت رابطه ۲۵ تجزیه می‌شود.

$$Nu(x) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m(x) \quad (25)$$

در حالی که:

$$A_m(x) = A_m(u_0(x), u_1(x), \dots, u_m(x)) \quad (26)$$

$$A_m(x) = \frac{1}{m!} \left(\frac{d^m}{d\lambda^m} N \left(\sum_{i=0}^m \lambda^i u_i(x) \right) \right)_{\lambda=0} \quad (27)$$

(به منظور مطالعه بیشتر مراحل روش ADM، به مرجع آدومین [3] مراجعه شود).

اکنون به چگونگی حل معادلات براساس روش DRA پرداخته می‌شود. با استفاده از این روش بسیاری از معادلات موجود در علوم مهندسی توسط پژوهشگران مختلف با دقت قابل قبولی در مقایسه با روش‌های دیگر حل شده‌اند. مزیت اصلی استفاده از این روش این بوده که کاملاً تحلیلی است و بر خلاف روش ADM احتیاجی به استفاده از روش‌های عددی برای تعیین ضرایب نامعین ندارد. رابطه ۲۸ فرم کلی یک معادله دیفرانسیل غیرخطی را نشان می‌دهد

که $u = u_r(r, \theta)$ نشان‌دهنده سرعت، P فشار سیال، σ رسانایی الکتریکی، B_0 میدان مغناطیسی، α' نفوذ حرارتی، T دمای سیال، C غلظت، C_p ظرفیت حرارتی ویژه، μ ویسکوزیته دینامیک، DB بیانگر ضریب انتشار براونی و DT بیانگر ضریب انتشار ترموفورتیک است. در معادله بقای انرژی که تحت عنوان رابطه ۸ عنوان شده، علاوه بر در نظر گرفتن اثرات ناشی از اتلافات لزجت، پدیده‌های ترموفورتیک و پخش براونی، ترم حرارتی ژول که در واقع برابر با $\frac{\sigma B_0^2 u^2}{(\rho c_p)_f r^2}$ بوده، به عنوان یک ترم چشمه در معادله وارد شده است. از رابطه ۵ می‌توان دریافت:

$$f(\theta) = ru(r, \theta) \quad (10)$$

همچنین با انتگرال‌گیری از معادله ناویراستوکس در راستای θ ، رابطه ۱۱ حاصل می‌شود.

$$\frac{p}{\rho_f} = \frac{2v}{r^2} f(\theta) + h(r) \quad (11)$$

معادلات حاکم ابتدا به وسیله پارامترهای بی‌بعد زیر بازنویسی می‌شود:

$$F(\eta) = \frac{f(\theta)}{u_c} \quad (12)$$

$$\theta = r^2 \frac{T}{T_w} \quad (13)$$

$$\Phi(\eta) = r^2 \frac{c}{c_w} \quad (14)$$

که $\eta = \frac{\theta}{\alpha}$ بوده و u_c نشان‌دهنده نرخ حرکت در خط مرکزی و T_w دمای دیواره است.

بعد از جای‌گذاری روابط ۱۴-۱۲ در معادلات حاکم، روابط زیر حاصل می‌شود:

$$F''' + 2\alpha Re F F' + 4\alpha^2 F' - Ha^2 \alpha^2 F' = 0$$

$$\theta'' + 4\alpha^2 \theta + 2\alpha^2 Pr F \theta + \frac{Pr \cdot Ec}{Re} (4\alpha^2 F^2 + F'^2) + N_b (4\alpha^2 \theta \Phi + \theta' \Phi') + N_t (4\alpha^2 \theta^2 + \theta'^2) \quad (15)$$

$$+ Ha^2 \frac{Pr \cdot Ec}{Re} \alpha^2 F^2 = 0 \quad (16)$$

$$\Phi'' + 4\alpha^2 \Phi + 2\alpha Re Sc F \Phi + \frac{N_t}{N_b} (4\alpha^2 \theta + \theta'') = 0 \quad (17)$$

در معادلات فوق $Re = \frac{\alpha u_c}{\nu}$ عدد رینولدز، $Sc = \frac{\mu}{\rho_f D_B}$ عدد اشمیت،

$$Ha = \sqrt{\frac{\sigma B_0^2}{\mu}}$$

$$Ec = \frac{\alpha u_c^2}{(c_p)_f T_w}$$

$$Pr = \frac{u_c (\rho c_p)_f}{\kappa}$$

عدد هارتمن، $N_b = \frac{(\rho c_p)_p D_B c_w}{(\rho c_p)_f \alpha'}$ پارامتر براونی و $N_t = \frac{(\rho c_p)_p T_w D_T}{(\rho c_p)_f \alpha' T_c}$ پارامتر براونی و N_t پارامتر ترموفورتیک است.

شرایط مرزی برای معادلات اساسی در ادامه آمده است:

$$F(0) = 1, F'(0) = 0, \theta'(0) = 0, \Phi'(0) = 0 \quad (18)$$

و در $\eta=1$ خواهد بود:

$$F(1) = C, \theta(1) = 1, \Phi(1) = 1 \quad (19)$$

که $C = \frac{S}{u_c}$ در واقع پارامتر فشرده‌سازی/گسترش‌پذیری است، در صورتی که $C > 0$ باشد، دو صفحه گسترش می‌یابند و در حالت $C < 0$ صفحات فشرده می‌شوند.

$$L_2(\Phi) = -(4\alpha^2\Phi + 2\alpha\text{ReSc}F\Phi + \frac{N_t}{N_b}(4\alpha^2\theta + \theta'')) \quad (41)$$

ابتدا به حل معادله ۳۹ پرداخته می‌شود. از مقایسه روابط ۲۸ و ۳۹ نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$NF = -2\alpha\text{Re}FF' - 4\alpha^2F' + \text{Ha}^2\alpha^2F' \quad (42)$$

L_3^{-1} به صورت رابطه ۴۳ تعریف می‌شود و سپس آن را به دو سمت رابطه ۴۲ اعمال می‌کنیم و رابطه ۴۴ به دست می‌آید.

$$L_3^{-1} = \int_0^\eta \int_0^\eta \int_0^\eta (\blacksquare) dx dx dx \quad (43)$$

$$F(\eta) - F(0) - \eta F'(0) - \frac{1}{2}\eta^2 F''(0) = L_3^{-1}(NF) \quad (44)$$

با قراردادن $\eta=1$ و اعمال شرایط مرزی، $F''(0)$ به دست می‌آید و با جای‌گذاری آن در رابطه ۴۴، نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$F(\eta) = 1 - \eta^2(1 - C) + L_3^{-1}(NF) - \eta^2 [L_3^{-1}(NF)]_{\eta=1} \quad (45)$$

بنابراین طبق رابطه ۴۵ می‌توان به نتیجه زیر رسید:

$$F_0(\eta) = 1 - \eta^2(1 - C) \quad (46)$$

$$F_{m+1}(\eta) = L_3^{-1}(A_m) - \eta^2 [L_3^{-1}(A_m)]_{\eta=1} \quad (47)$$

A_m از رابطه ۲۷ محاسبه شده و بدین ترتیب سایر جمله‌های سری F قابل دستیابی است.

اکنون به حل معادلات ۴۰ و ۴۱ پرداخته می‌شود. از مقایسه این دو رابطه و رابطه ۲۸ نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$N(\theta) = -(4\alpha^2\theta + 2\alpha^2\text{Pr}F\theta + \frac{\text{Pr.Ec}}{\text{Re}}(4\alpha^2F^2 + F'^2)) + N_b(4\alpha^2\theta\Phi + \theta'\Phi') + N_t(4\alpha^2\theta^2 + \theta'^2) + \text{Ha}^2 \frac{\text{Pr.Ec}}{\text{Re}} \alpha^2 F^2 \quad (48)$$

$$N(\Phi) = -(4\alpha^2\Phi + 2\alpha\text{ReSc}F\Phi + \frac{N_t}{N_b}(4\alpha^2\theta + \theta'')) \quad (49)$$

L_2^{-1} به صورت رابطه ۵۰، تعریف و سپس به دو سمت روابط ۴۸ و ۴۹ اعمال می‌شود و روابط ۵۱ و ۵۲ به دست خواهند آمد:

$$L_2^{-1} = \int_0^\eta \int_0^\eta (\blacksquare) dx dx \quad (50)$$

$$\theta(\eta) = \theta(0) + \eta\theta'(0) + L_2^{-1}N\theta \quad (51)$$

$$\Phi(\eta) = \Phi(0) + \eta\Phi'(0) + L_2^{-1}N\Phi \quad (52)$$

با قراردادن $\eta=1$ و اعمال شرایط مرزی، $\theta(0)$ و $\Phi(0)$ به دست می‌آید و در روابط ۵۱ و ۵۲ جای‌گذاری می‌شوند:

$$\theta(\eta) = 1 - L_2^{-1}[N\theta(\eta)]_{\eta=1} + L_2^{-1}N\theta \quad (53)$$

$$\Phi(\eta) = 1 - L_2^{-1}[N\Phi(\eta)]_{\eta=1} + L_2^{-1}N\Phi \quad (54)$$

بنابراین طبق رابطه ۵۳ نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\theta_0(\eta) = 1 \quad (55)$$

$$\theta_{m+1}(\eta) = -L_2^{-1}[A_m]_{\eta=1} + L_2^{-1}A_m \quad (56)$$

و براساس رابطه ۵۴:

$$\Phi_0(\eta) = 1 \quad (57)$$

که در آن L یک اپراتور دیفرانسیل خطی و N یک اپراتور غیرخطی است.

$$Lu(x) = Nu(x) + g(x) \quad (28)$$

اگر L یک اپراتور دیفرانسیل مرتبه دو در نظر گرفته شود و شرایط مرزی مطابق با روابط ۲۹ و ۳۰ تعریف شوند:

$$u(a) = \gamma \quad (29)$$

$$u(b) = \beta \quad a \leq x \leq b \quad (30)$$

لذا می‌توان L و L^{-1} را نیز به صورت زیر تعریف نمود:

$$L = \frac{d^2}{dx^2} (\blacksquare) \quad (31)$$

$$L^{-1} = \int_a^x \int_\xi^x (\blacksquare) dx dx \quad (32)$$

که به جای علامت (\blacksquare) یک چند جمله‌ای قرار می‌گیرد و همچنین ξ مقداری دلخواه از بازه تعریف شده برای x است. در این حالت:

$$L^{-1}(L(u)) = u(x) - u(a) - u'(\xi)(x - a) \quad (33)$$

اگر L^{-1} را به دو طرف رابطه ۲۸ اعمال کنیم، رابطه ۳۴ به دست خواهد آمد.

$$u(x) - u(a) - u'(\xi)(x - a) = L^{-1}Nu + L^{-1}g(x) \quad (34)$$

در رابطه ۳۴، $x=b$ قرار داده و $u'(\xi)$ از آن محاسبه و مجدداً در رابطه ۳۴ قرار داده می‌شود.

$$u(x) = u(a) + \frac{u(b)-u(a)}{b-a}(x - a) + L^{-1}g(x)$$

$$-\frac{x-a}{b-a}(L^{-1}g|_{x=b}) + L^{-1}Nu - \frac{x-a}{b-a}(L^{-1}Nu|_{x=b}) \quad (35)$$

اکنون با استفاده از روابط ۲۴، ۲۵ و ۲۷ می‌توان به ادامه حل پرداخت و نهایتاً به جوابی به شکل زیر رسید:

$$u_0 = u(a) + \frac{u(b)-u(a)}{b-a}(x - a) + L^{-1}g(x) - \frac{x-a}{b-a}(L^{-1}g|_{x=b}) \quad (36)$$

$$u_{m+1} = L^{-1}A_m - \frac{x-a}{b-a}(L^{-1}A_m|_{x=b}) \quad (37)$$

(به منظور مطالعه بیشتر مراحل روش DRA، به مرجع دوآن و راج [6] مراجعه شود).

۵- حل بر مبنای روش DRA

اکنون به اعمال روش DRA بر معادلات حاکم پرداخته می‌شود. برای ایجاد تمایز بین حالت‌های مختلف فرض می‌شود که:

$$L_2 = \frac{d^2}{d\eta^2} (\blacksquare), L_3 = \frac{d^3}{d\eta^3} (\blacksquare) \quad (38)$$

بنابراین معادلات ۱۷-۱۵ را می‌توان به شکل‌های زیر بازنویسی کرد:

$$L_3(F) = -2\alpha\text{Re}FF' - 4\alpha^2F' + \text{Ha}^2\alpha^2F' \quad (39)$$

$$L_2(\theta) = -(4\alpha^2\theta + 2\alpha^2\text{Pr}F\theta + \frac{\text{Pr.Ec}}{\text{Re}}(4\alpha^2F^2 + F'^2) + N_b(4\alpha^2\theta\Phi + \theta'\Phi') + N_t(4\alpha^2\theta^2 + \theta'^2) + \text{Ha}^2 \frac{\text{Pr.Ec}}{\text{Re}} \alpha^2 F^2) \quad (40)$$

بازشدگی صفحات بر میدان سرعت، دما و غلظت و تأثیر پارامتر براونی و ترموفورتیک بر عدد ناسلت مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

در نمودار ۱، اثر تغییرات عدد رینولدز بر توزیع سرعت، دما و غلظت در صفحات گسترش‌یافته نشان داده شده است. در کانال همگرا ($\alpha < 0$) با افزایش عدد رینولدز، سرعت افزایش می‌یابد، در حالی که دما کاهش می‌یابد. در کانال واگرا ($\alpha > 0$)، سرعت با افزایش عدد رینولدز کاهش و غلظت، افزایش می‌یابد. در این نوع کانال، در مقادیر بالاتر عدد رینولدز، جریان به صورت برعکس حرکت می‌کند و احتمال جریان برگشتی افزایش پیدا می‌کند. بنابراین در صورتی در کانال واگرا جریان برگشتی ایجاد نمی‌شود که مقادیر پایین عدد رینولدز اختیار شود. در کانال همگرا این رفتار جریان برعکس است. در نمودار ۱- الف، مقدار سرعت از بیشترین مقدار خود در خط مرکزی کانال، شروع و نهایتاً در مجاورت دیواره کانال به مقدار $F=0.5$ که برابر با اندازه پارامتر انبساط‌پذیری در نظر گرفته شده برای کانال است، ختم می‌شود. روند تغییرات سرعت در یک کانال همگرا و یک رینولدز خاص کاملاً نزولی است، در حالی که در کانال واگرا و رینولدزهای بالا ($Re=110$) مقدار سرعت جریان در جایی قبل از دیواره ($\eta=0.8$) به کمترین مقدار خود می‌رسد و تا رسیدن به دیواره روند صعودی دارد. در نمودار ۱- ب مشخص است که در کانال همگرا و واگرا در رینولدزهای مختلف، بیشترین مقدار دما در خط مرکزی کانال احساس می‌شود و با نزدیک شدن به دیواره از مقدار دما کاسته می‌شود و نهایتاً در مجاورت دیواره به کمترین مقدار خود می‌رسد. نمودار ۱- ج بیانگر این مطلب است که در کانال واگرا بیشترین مقدار غلظت در خط مرکزی وجود دارد و با حرکت به سمت دیواره‌ها از مقدار آن کم می‌شود تا نهایتاً به مقدار شرط مرزی $\Phi=1$ در مجاورت دیواره کانال برسد. این در حالی است که در کانال همگرا مقدار غلظت در خط مرکزی کانال از مقادیری کمتر از یک شروع می‌شود و با نزدیک شدن به دیواره‌های کانال، مقدار غلظت افزایش پیدا می‌کند تا نهایتاً در مجاورت دیواره به بیشترین مقدار خود یعنی $\Phi=1$ می‌رسد. نتایج نشان می‌دهد که تأثیر تغییرات عدد رینولدز بر توزیع غلظت در کانال واگرا بیشتر از کانال همگرا است.

در نمودار ۲ نیز مجدداً به بررسی اثرات تغییر عدد رینولدز پرداخته شده است با این تفاوت که این بار صفحات فشرده می‌شوند. در این حالت و زمانی که کانال همگرا است، با افزایش عدد رینولدز، مقدار سرعت افزایش می‌یابد، در حالی که دما کاهش می‌یابد و زمانی که کانال واگرا باشد، این تغییرات سبب کاهش مقدار سرعت و دما می‌شود، اما مقدار غلظت افزایش می‌یابد. در کانال واگرا و مقادیر بالاتر عدد رینولدز، احتمال جریان برگشتی افزایش پیدا می‌کند، اما در کانال همگرا رفتار جریان برعکس است. نتایج حاصل از نمودار ۲- الف نشان می‌دهد که در هر دو نوع کانال همگرا و واگرا، سرعت سیال در خط مرکزی کانال دارای بیشترین مقدار است و با نزدیک شدن به دیواره‌ها مقدار سرعت کم می‌شود. همچنین سرعت سیال در کانال همگرا بیشتر از کانال واگرا است. از نمودار ۲- ب مشخص می‌شود که در رینولدزهای یکسان، ضخامت لایه حرارتی در کانال واگرا بیشتر از کانال همگرا است. همچنین در مقادیر پایین عدد رینولدز (تغییر عدد رینولدز از مقدار صفر به ۸۰)، اگر چه با افزایش این عدد، دما نیز افزایش پیدا می‌کند، اما این افزایش دما مقداری جزئی است و در رینولدزهای بالاتر (تغییر عدد رینولدز از مقدار ۸۰ به ۱۱۰)، تغییرات چشمگیرتر می‌شود. در کانال همگرا و واگرا بیشترین دما در خط مرکزی کانال وجود داشته است و در مجاورت دیواره‌ها به کمترین مقدار می‌رسد. همان گونه که از نمودار

$$\Phi_{m+1}(\eta) = -L_2^{-1}[A_m]_{\eta=1} + L_2^{-1}A_m \quad (58)$$

از A_m رابطه ۲۷ محاسبه می‌شود و بدین ترتیب سایر جمله‌های سری Φ و θ قابل دستیابی است. دقت شود که Φ و θ دارای معادلاتی به هم کوپل شده هستند و برای حل این دو از روش تکرار استفاده می‌شود.

۶- اعتبارسنجی

مقایسه نتایج $F'(1)$ و $\theta'(1)$ بین حل به روش DRA و نتایج مطالعات عددی پیشین^[8] برای مقادیر مختلف پارامتر فشرده‌سازی/گسترش‌پذیری مربوط به کانال همگرا و واگرا در جدول‌های ۱-۴ نمایش داده شده است. نتایج مقایسه صورت گرفته نشان‌دهنده خطاهای بسیار ناچیز است و لذا اعتبار روش مورد مطالعه اثبات می‌شود.

جدول (۱) مقایسه مقادیر به دست آمده از روش DRA با نتایج عددی^[8] در $F'(1)$ به ازای $\alpha = -\frac{\pi}{36}$

C	نتایج حاضر	نتایج عددی ^[8]	خطا (%)
-۲	-۵/۱۳۰۹۲۲۲۹۲۷	-۵/۱۳۰۹۲۲۲۹۲۶	۰/۰۰۰۰۰۰۰۱۹
-۱	-۴/۶۵۲۱۵۹۱۳۰۱	-۴/۶۵۲۱۵۹۱۳۵۴	۰/۰۰۰۰۰۰۱۱۳۹
۰	-۲/۸۳۳۹۵۱۴۲۳۰	-۲/۸۳۳۹۵۱۴۳۳۰	۰/۰۰۰۰۰۰۳۵۲۹
۱	۰	۰	-
۲	۳/۶۶۸۱۴۶۲۶۳۷	۳/۶۶۹۷۱۱۱۸۵۳	۰/۰۴۲۶۴۴۲۷۱۵

جدول (۲) مقایسه مقادیر به دست آمده از روش DRA با نتایج عددی^[8] در $F'(1)$ به ازای $\alpha = \frac{\pi}{36}$

C	نتایج حاضر	نتایج عددی ^[8]	خطا (%)
-۱/۵	-۵/۰۸۲۹۲۵۶۵۶۹	-۵/۰۸۲۹۲۵۶۵۶۸	۰/۰۰۰۰۰۰۰۲۰
-۱	-۳/۱۵۰۸۱۰۳۱۶۹۱	-۳/۱۵۰۸۱۰۳۱۶۶۷	۰/۰۰۰۰۰۰۰۶۸۴
۰	-۱/۰۹۳۲۶۵۳۱۶	-۱/۰۹۳۲۶۵۲۶۶	۰/۰۰۰۰۰۰۰۴۵۰۷
۱	۰	۰	-
۱/۵	-۰/۱۴۶۳۴۷۸۵۹۶	-۰/۱۴۶۴۲۹۸۸۳۵	۰/۰۵۶۰۱۵۸۲۰۰

جدول (۳) مقایسه مقادیر به دست آمده از روش DRA با نتایج عددی^[8] در $\theta'(1)$ به ازای $\alpha = -\frac{\pi}{36}$

C	نتایج حاضر	نتایج عددی ^[8]	خطا (%)
-۲	۰/۰۳۱۵۷۶۰۵۳۹	۰/۰۳۱۵۷۶۱۸۲۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۴۰۰۲۲
-۱	۰/۰۳۷۳۲۲۶۹۹۶	۰/۰۳۷۳۲۲۶۳۶۸	۰/۰۰۰۰۰۰۰۴۷۸۵۵
۰	۰/۰۴۲۱۵۱۷۲۰۶	۰/۰۴۲۱۵۱۷۲۴۳	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۷۷۷۸
۱	۰/۰۴۶۴۰۱۲۷۱۰	۰/۰۴۶۴۰۱۵۱۰۶	۰/۰۰۰۰۰۰۰۵۱۶۳۶۲۵
۲	۰/۰۵۰۲۴۶۴۹۷۴	۰/۰۵۰۲۴۶۲۳۱۵۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۳۳۳۶۱۰

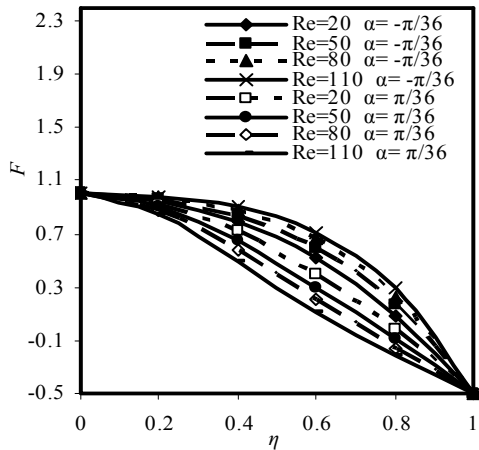
جدول (۴) مقایسه مقادیر به دست آمده از روش DRA با نتایج عددی^[8] در $\theta'(1)$ به ازای $\alpha = \frac{\pi}{36}$

C	نتایج حاضر	نتایج عددی ^[8]	خطا (%)
-۱/۵	۰/۰۲۲۴۵۷۴۷۵۲	۰/۰۲۲۴۵۷۵۹۷۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۳۷۵۲۵۸۸
-۱	۰/۰۳۴۷۷۵۶۸۱۰	۰/۰۳۴۷۷۵۸۱۶۹	۰/۰۰۰۰۰۰۰۳۹۰۷۸۸۸
۰	۰/۰۳۹۹۸۲۰۰۹۱	۰/۰۳۹۹۸۲۰۱۲۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۷۵۰۳۴
۱	۰/۰۴۶۴۰۱۲۷۱۰	۰/۰۴۶۴۰۱۵۱۰۶	۰/۰۰۰۰۰۰۰۵۱۶۳۶۲۵
۱/۵	۰/۰۵۰۲۴۶۴۹۳۶	۰/۰۵۰۲۴۶۲۳۱۵۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۳۳۳۶۱۰

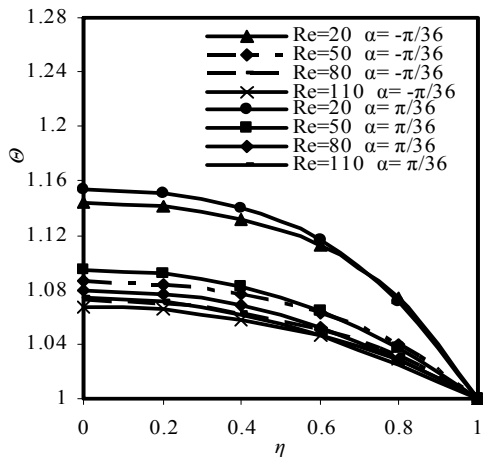
۷- بحث و نتایج

در پژوهش انجام شده به بررسی انتقال حرارت و جرم در جریان نانوسیال عبوری از بین دو صفحه گسترش‌یافته/فشرده شده غیرموازی در حضور میدان مغناطیسی پرداخته شده است. برای تحلیل و بررسی جریان، اثرات عدد رینولدز، عدد هارتمن و زاویه

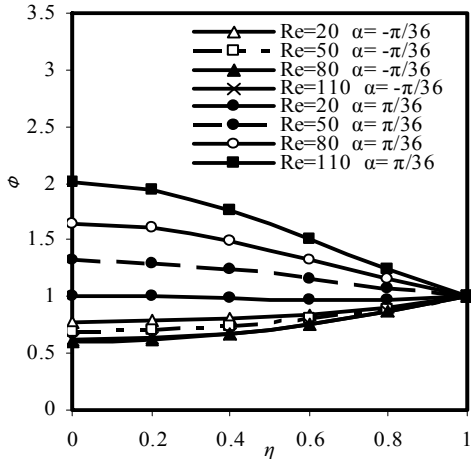
۲- ج نیز مشخص بوده، در کانال همگرا غلظت در مجاورت دیواره‌ها دارای بیشترین مقدار است و در کانال واگرا بیشترین مقدار در خط مرکزی کانال مشاهده می‌شود. از مقایسه توزیع غلظت در کانال‌های واگرا تحت تاثیر تغییرات عدد رینولدز در نمودارهای ۱ و ۲، نتیجه بدین صورت می‌شود که مقدار غلظت در حالتی که صفحات گسترش می‌یابند، بیشتر از حالتی است که صفحات فشرده می‌شوند.



الف



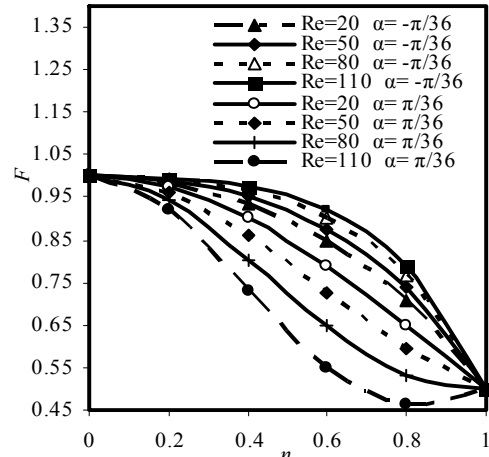
ب



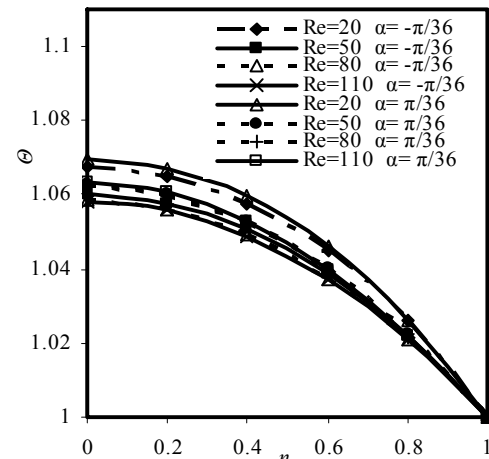
ج

نمودار (۲) تاثیرات عدد رینولدز بر منحنی‌های سرعت، دما و غلظت در کانال همگرا و واگرا (در زمانی که صفحات فشرده می‌شوند)؛ (الف) سرعت، (ب) دما، (ج) غلظت

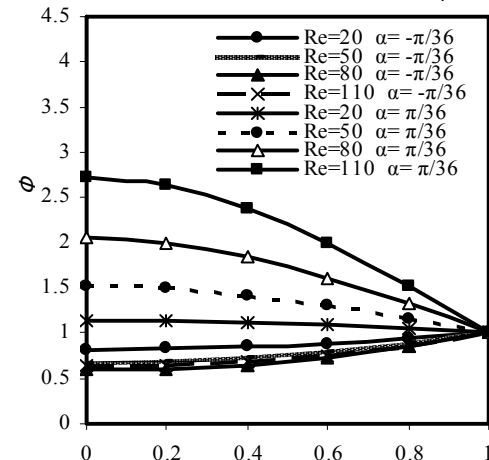
در نمودارهای ۳ و ۴، تاثیرات تغییر α به ترتیب در صفحات گسترش‌یافته و فشرده‌شده بر توزیع سرعت، دما و غلظت مشاهده می‌شود. با توجه به نمودار ۳، در کانال همگرا با افزایش میزان همگرایی، ضخامت لایه مرزی سرعت کاهش می‌یابد. همچنین ضخامت لایه مرزی حرارتی بیشتر می‌شود و مقدار غلظت نیز کاهش می‌یابد. این در حالی است که در کانال واگرا با افزایش مقدار بازشدگی صفحات، سرعت سیال کاهش می‌یابد، اما مقدار دما و غلظت افزایش می‌یابد. همان طور که براساس معادله برنولی



الف

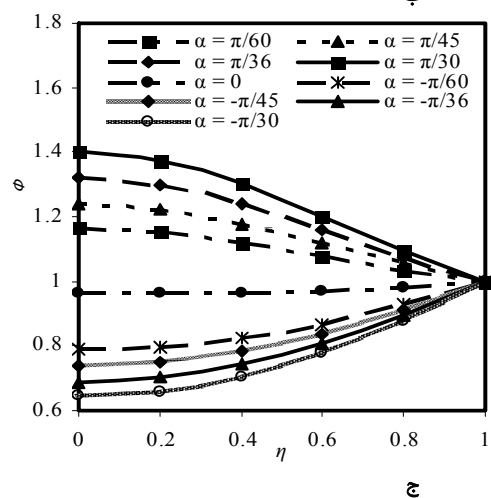
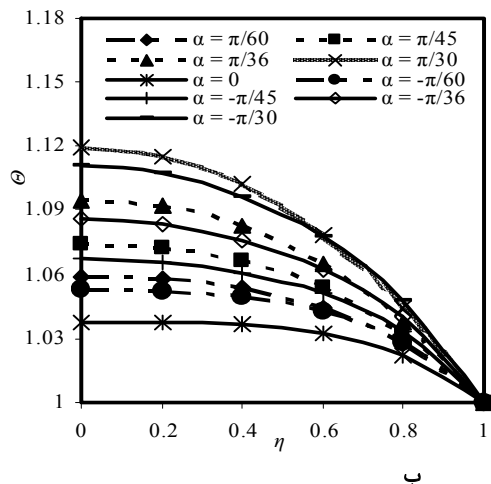
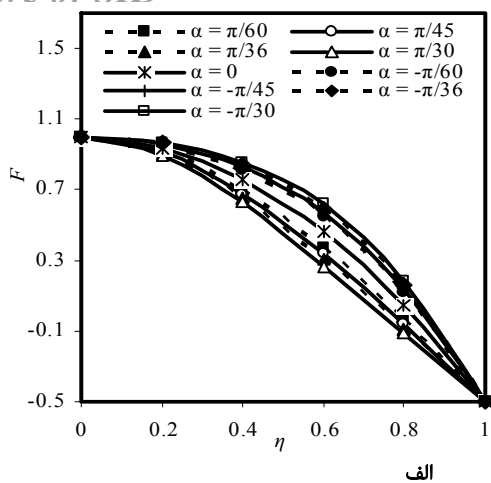


ب



ج

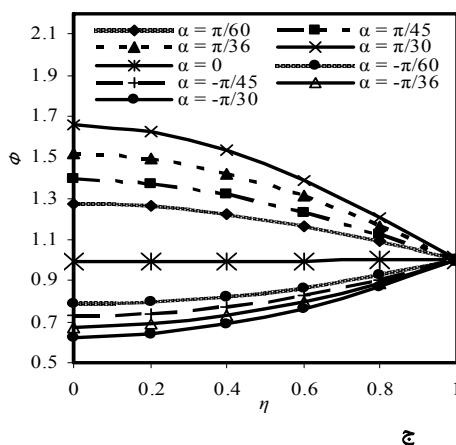
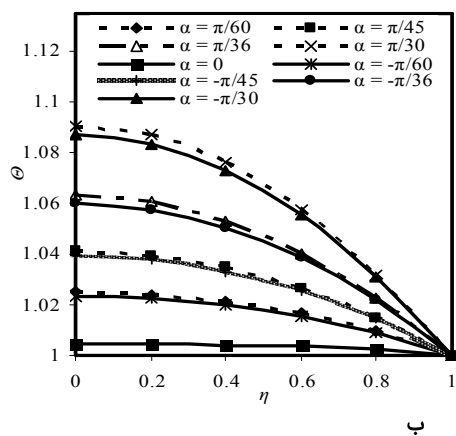
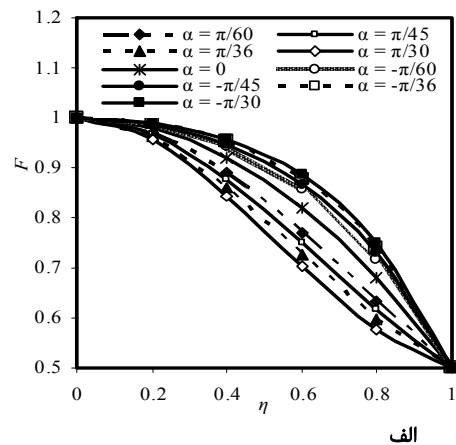
نمودار (۱) تاثیرات عدد رینولدز بر منحنی‌های سرعت، دما و غلظت در کانال همگرا و واگرا (در زمانی که صفحات گسترش می‌یابند)؛ (الف) سرعت، (ب) دما، (ج) غلظت



نمودار (۴) تاثیرات زاویه بازشدگی کانال بر منحنی‌های سرعت، دما و غلظت (در زمانی که صفحات فشرده می‌شوند): الف) سرعت، ب) دما، ج) غلظت

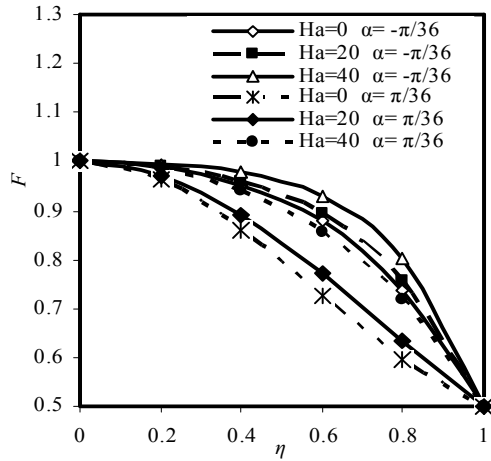
همان طور که قبلاً بیان شد، نمودار ۴ مربوط به بررسی تاثیرات تغییر α در زمانی است که صفحات فشرده می‌شوند. توزیع سرعت سیال در کانال همگرا نسبت به کانال واگرا، تخت‌تر بوده و ضخامت لایه مرزی سرعت نیز کمتر است. در کانال همگرا با افزایش مقدار زاویه α ، سرعت و دما افزایش می‌یابد، در حالی که مقدار غلظت کاهش می‌یابد. در صورتی که در کانال واگرا با افزایش زاویه α مقدار سرعت سیال، کاهش و دما و غلظت افزایش می‌یابد. همچنین از این نمودار مشخص می‌شود که در کانال همگرا و واگرا، مقدار دما بیشتر از حالتی است که دیواره‌های کانال به صورت موازی

انتظار می‌رود، در کانال همگرا سرعت بیشتر از حالتی بوده که دو صفحه موازی‌اند و در کانال واگرا سرعت کمتر از آن است و این مساله به‌وضوح در نمودار توزیع سرعت مربوط به نمودار ۳ نیز نمایان است. ضخامت لایه حرارتی در کانال همگرا و واگرا بیشتر از حالتی است که دو صفحه موازی‌اند و هر چه میزان اندازه زاویه α بیشتر شود، بر مقدار این ضخامت افزوده می‌شود. نرخ این افزایش در کانال همگرا بیشتر از کانال واگرا بوده و از این رو در مواردی که هدف خنک‌سازی است، استفاده از کانال واگرا پیشنهاد می‌شود. بیشترین مقدار غلظت در کانال واگرا در خط مرکزی وجود دارد، در حالی که در کانال همگرا بیشترین مقدار در مجاورت دیواره‌ها مشاهده می‌شود و در خط مرکزی، غلظت به کمترین مقدار می‌رسد. در یک η خاص، مقدار غلظت در کانال واگرا بیشتر از مقدار غلظت در کانال همگرا است.

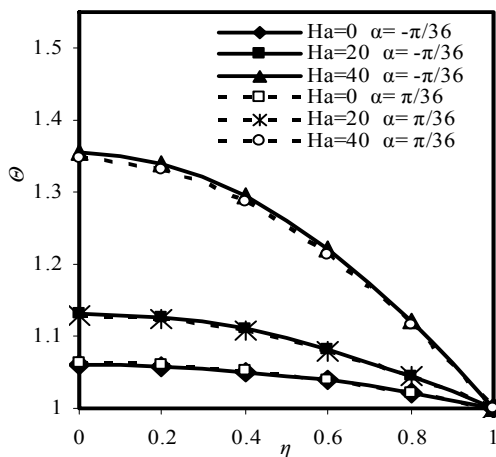


نمودار (۳) تاثیرات زاویه بازشدگی کانال بر منحنی‌های سرعت، دما و غلظت (در زمانی که صفحات گسترش می‌یابند).

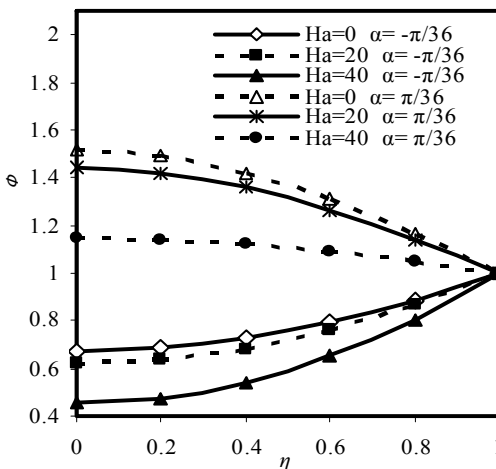
موجب افزایش عدد ناسلت می‌شود. شکل ۴ مربوط به صفحات گسترش یافته است. در این حالت با افزایش پارامتر براونی در یک پارامتر ترموفورتیک ثابت، عدد ناسلت تغییرات بسیار جزئی دارد که در مقادیر بالاتر پارامتر ترموفورتیک، این تغییرات به صورت کاهشی است. در شکل ۵ که صفحات فشرده می‌شوند، افزایش پارامتر براونی موجب کاهش عدد ناسلت می‌شود.



الف



ب



ج

نمودار ۵) تاثیرات عدد هارتمن بر منحنی‌های سرعت، دما و غلظت در کانال همگرا و واگرا (در زمانی که صفحات گسترش می‌یابند)؛ الف) سرعت، ب) دما، ج) غلظت

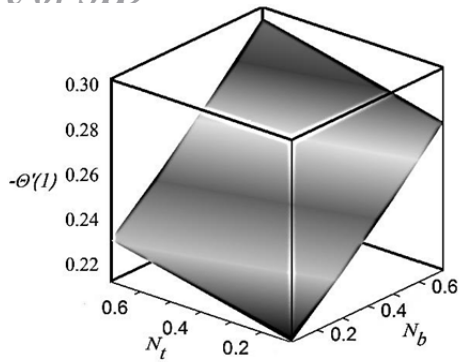
قرار گرفته‌اند. توجه شود در زمانی که صفحات گسترش یافته یا فشرده می‌شوند، افزایش ضخامت لایه حرارتی در کانال واگرا بیشتر از کانال همگرا است.

تاثیرات عدد هارتمن بر توزیع سرعت، دما و غلظت در نمودارهای ۵ و ۶ نمایان است. نمودار ۵ مربوط به حالتی است که صفحات گسترش می‌یابند. در این حالت و در کانال همگرا و واگرا با افزایش عدد هارتمن، حرکت جریان به صورت عکس از بین می‌رود و این سبب می‌شود که مقدار جریان برگشتی، کاهش و مقدار سرعت افزایش یابد. همچنین سرعت سیال در خط مرکزی به بیشترین مقدار خود می‌رسد و با نزدیک شدن به دیواره‌ها از مقدار آن کاسته می‌شود تا نهایتاً در مجاورت دیواره‌ها به کمترین مقدار خود می‌رسد. این بدین علت است که براساس اصل عدم لغزش، سرعت جریان در مجاورت دیواره‌ها همان سرعت دیواره است. با افزایش میدان مغناطیسی، مقاومت بزرگی روی ذرات سیال به وجود می‌آید که موجب تولید گرما در سیال می‌شود و دما در کلیه نقاط افزایش پیدا می‌کند. این مساله سبب افزایش ضخامت لایه حرارتی شده است. با اعمال میدان مغناطیسی یکسان به کانال همگرا و واگرایی که اندازه زاویه کانال در آنها برابر بوده، چگونگی توزیع دما تقریباً یکسان است. به علاوه در کانال‌های همگرا و واگرا، بیشترین مقدار دما در خط مرکزی کانال و در مجاورت دیواره‌ها کمترین مقدار دما وجود دارد. همچنین افزایش میدان مغناطیسی سبب کاهش غلظت در کلیه نقاط کانال‌های همگرا و واگرا می‌شود و ضخامت لایه مرزی غلظت کاهش می‌یابد. در شرایطی مشابه، مقدار غلظت در یک مکان خاص (η خاص) در کانال واگرا بیشتر از کانال همگرا است.

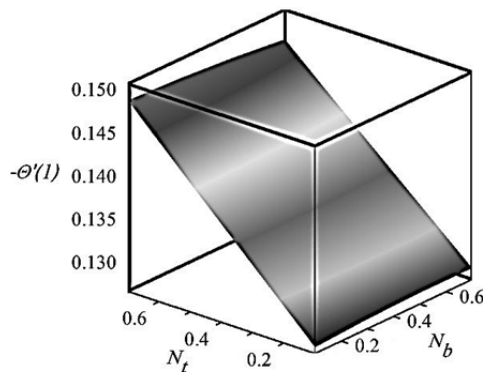
نمودار ۶ مربوط به بررسی اثرات تغییرات عدد هارتمن در حالتی است که صفحات فشرده می‌شوند. غلظت در کانال همگرا و همچنین واگرا با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. همچنین این مساله سبب شده است که جریان برگشتی، کاهش و سرعت افزایش یابد. با افزایش میدان مغناطیسی، دما در کلیه نقاط تقویت می‌شود که این خود افزایش ضخامت لایه مرزی حرارتی را به دنبال دارد. از این نمودار نتیجه‌گیری می‌شود که با افزایش η در یک عدد هارتمن ثابت، توزیع سرعت و دما در کانال همگرا و واگرا روند نزولی داشته است، در حالی که مقدار غلظت در کانال همگرا روند صعودی و در کانال واگرا روند نزولی دارد. با اعمال میدان مغناطیسی یکسان به کانال همگرا و واگرا، مقدار دما در کانال همگرا بیشتر از کانال واگرا است و با افزایش میدان مغناطیسی اعمال شده، این اختلاف دما بیشتر می‌شود. همچنین از مقایسه توزیع غلظت در نمودارهای ۵ و ۶ نتیجه‌گیری می‌شود که با اعمال میدان مغناطیسی یکسان به دو کانال واگرایی مشابه در شرایطی که یکی از آن دو گسترش یافته و دیگری فشرده می‌شود، مقدار غلظت در کانال گسترش یافته بیشتر است. این مساله در مورد کانال همگرا برعکس بوده و غلظت در کانالی که فشرده می‌شود بیشتر است.

شکل‌های ۵-۲ بیانگر تاثیر پارامتر براونی و ترموفورتیک بر عدد ناسلت است. شکل‌های ۲ و ۳ مربوط به حالتی بوده که کانال واگرا است و صفحات به صورت گسترش یافته و فشرده شده هستند. همان طور که مشاهده می‌شود، در هر دو حالت با افزایش پارامتر ترموفورتیک و پارامتر براونی، نرخ انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد و این تغییرات با افزایش پارامتر براونی محسوس‌تر است. در واقع افزایش پارامتر براونی، تاثیر بیشتری بر افزایش عدد ناسلت دارد.

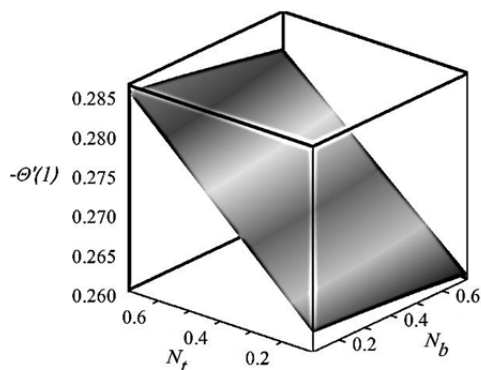
شکل‌های ۴ و ۵ نیز مربوط به کانال همگراست. در هر دو حالتی که صفحات گسترش یافته یا فشرده شدند، افزایش پارامتر ترموفورتیک



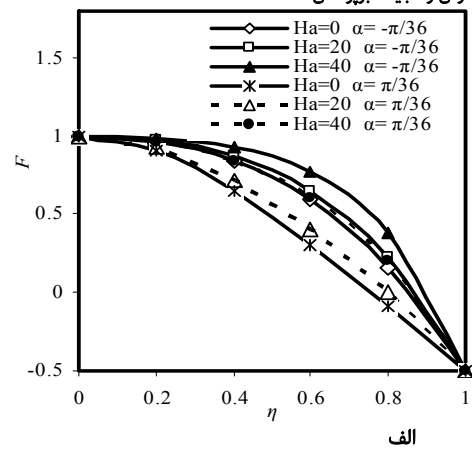
شکل ۳) به ازای مقادیر مختلف پارامتر براونی و ترموفورتیک در کانال واگرا (در حالتی که صفحات فشرده می‌شوند).



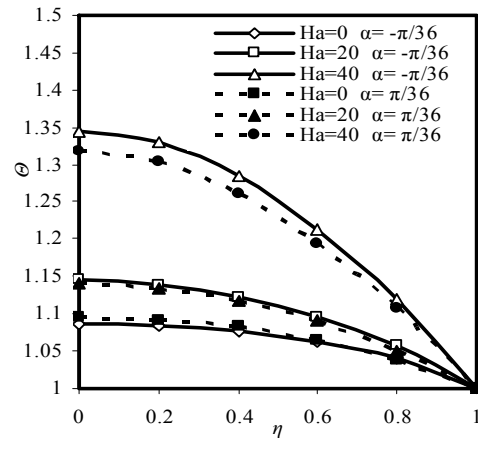
شکل ۴) به ازای مقادیر مختلف پارامتر براونی و ترموفورتیک در کانال همگرا (در حالتی که صفحات گسترش می‌یابند).



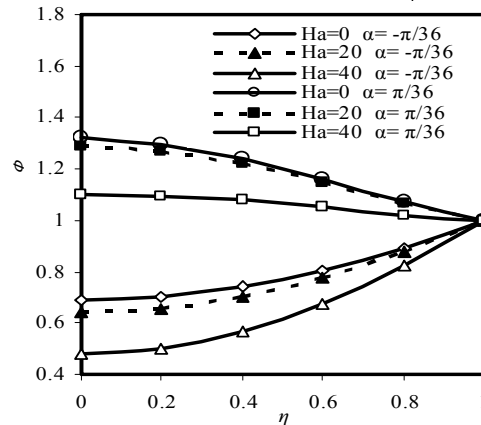
شکل ۵) به ازای مقادیر مختلف پارامتر براونی و ترموفورتیک در کانال همگرا (در حالتی که صفحات فشرده می‌شوند).



الف



ب

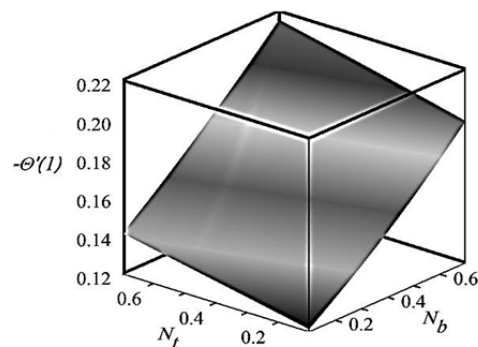


ج

نمودار ۶) تاثیرات عدد هارتمن بر منحنی‌های سرعت، دما و غلظت در کانال همگرا و واگرا (در زمانی که صفحات فشرده می‌شوند)؛ الف) سرعت، ب) دما، ج) غلظت

۸- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر، جریان سیال، انتقال حرارت و جرم در جریان دو بُعدی، پایا، لزج، هیدرودینامیک مغناطیسی و غیرقابل تراکم بین دو صفحه غیرموازی گسترش‌یافته/فشرده‌شده و با در نظر گرفتن ترم حرارتی ژول مورد بررسی قرار گرفته است. روش DRA به منظور حل معادلات حاکم مورد استفاده قرار گرفته که این روش کاملاً تحلیلی است و احتیاجی به استفاده از روش‌های عددی برای تعیین ضرایب نامعین ندارد. با توجه به این که در این مقاله بر خلاف مطالعات پیشین، ترم حرارتی ژول در معادله بقای انرژی لحاظ شده، پدیده‌های ترموفورتیک و پخش براونی مد نظر قرار گرفته و همچنین از روش کاملاً تحلیلی برای حل معادلات استفاده شده است و این امکان ایجاد شد تا نتایج کامل‌تر و دقیق‌تری حاصل شود. نتایج نشان می‌دهد که افزایش عدد هارتمن، عدد



شکل ۲) به ازای مقادیر مختلف پارامتر براونی و ترموفورتیک در کانال واگرا (در حالتی که صفحات گسترش می‌یابند).

زاویه کانال	α
نفوذ حرارتی ($m^2 \cdot s^{-1}$)	α'
زاویه بی بعد	ηe
دمای بی بعد	θ
ضریب هدایت حرارتی ($Wm^{-1}K^{-1}$)	κ
ویسکوزیته دینامیک (Nsm^{-2})	μ
ویسکوزیته سینماتیک (m^2s^{-1})	ν
چگالی (Kgm^{-3})	ρ
رسانایی الکتریکی (S/m)	σ
غلظت بی بعد	ϕ
خط مرکزی کانال	c
سیال	f
نانوذره	p
دیواره	w

زیرنویس‌ها

منابع

- 1- Jeffery GB. L. The two-dimensional steady motion of a viscous fluid. The London Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1915;29(172):455-465.
- 2- Hamel G. Spiral movements of viscous liquids. Jahresbericht der deutschen mathematiker-vereinigung. 1917;25:34-60. [German]
- 3- Adomian G. Nonlinear stochastic operator equations. 1st Edition. New York: Academic Press; 1986. pp. 3-87.
- 4- Sheikholeslami M, Ganji DD, Ashorynejad HR. Investigation of squeezing unsteady nanofluid flow using ADM. Powder Technology. 2013;239:259-265.
- 5- Sheikholeslami M, Ganji DD, Ashorynejad HR, Rokni HB. Analytical investigation of Jeffery-Hamel flow with high magnetic field and nanoparticle by Adomian decomposition method. Applied Mathematics and Mechanics. 2012;33(1):25-36.
- 6- Duan JS, Rach R. A new modification of the Adomian decomposition method for solving boundary value problems for higher order nonlinear differential equations. Applied Mathematics and Computation. 2011;218(8):4090-4118.
- 7- Dogonchi AS, Ganji DD. Analytical solution and heat transfer of two-phase nanofluid flow between non-parallel walls considering Joule heating effect. Powder Technology. 2017;318:390-400.
- 8- Turkyilmazoglu M. Extending the traditional Jeffery-Hamel flow to stretchable convergent/divergent channels. Computers and Fluids. 2014;100:196-203.
- 9- Dogonchi AS, Ganji DD. Investigation of MHD nanofluid flow and heat transfer in a stretching/shrinking convergent/divergent channel considering thermal radiation. Journal of Molecular Liquids. 2016;220:592-603.
- 10- Dogonchi AS, Ganji DD. Study of nanofluid flow and heat transfer between non-parallel stretching walls considering Brownian motion. Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers. 2016;69:1-13.
- 11- Abolbashari MH, Freidoonimehr N, Nazari F, Rashidi MM. Entropy analysis for an unsteady MHD flow past a stretching permeable surface in nano-fluid. Powder Technology. 2014;267:256-267.
- 12- Rashidi MM, Vishnu Ganesh N, Abdul Hakeem A, Ganga B. Buoyancy effect on MHD flow of nanofluid over a stretching sheet in the presence of thermal radiation. Journal of Molecular Liquids. 2014;198:234-238.
- 13- Sheremet MA, Grosan T, Pop I. Free convection in a

رینولدز و میزان همگرایی منجر به کاهش ضخامت لایه مرزی سرعت در کانال همگرا می‌شود و همچنین افزایش عدد هارتمن و میزان واگرایی، افزایش مقدار دما را در یک کانال واگرا به همراه دارد. با کاهش عدد هارتمن، افزایش عدد رینولدز و زاویه بین صفحات و مقدار غلظت در کانال واگرا افزایش می‌یابد و افزایش پارامتر ترموفورتیک نیز منجر به افزایش عدد ناسلت در کانال همگرا و واگرا می‌شود. این نتایج در مورد هر دو حالتی که صفحات گسترش یافته یا فشرده شده هستند، صادق است. با اعمال میدان مغناطیسی یکسان به دو کانال واگرای مشابه در شرایطی که یکی از آن دو گسترش یافته و دیگری فشرده می‌شود، مقدار غلظت در کانال گسترش یافته بیشتر است. این مساله در مورد کانال همگرا برعکس بوده و غلظت در کانالی که فشرده می‌شود، بیشتر است.

تشکر و قدردانی: بدینوسیله از پژوهشکده انرژی دانشگاه کاشان که امکان انجام این پژوهش را فراهم نمود، تشکر و قدردانی می‌شود.

تأییدیه اخلاقی: این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به‌طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده است. همچنین برای بررسی و چاپ به نشریه دیگری ارسال نشده است. ضمناً محتویات علمی مقاله حاصل فعالیت نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسندگان است.

تعارض منافع: مقاله حاضر هیچ گونه تعارض منافی با سازمان‌ها و اشخاص دیگر ندارد.

سهم نویسندگان: فاطمه کرمی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (50%); مجید سبزویشانی (نویسنده دوم)، روش‌شناس/پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری (50%)

منابع مالی: منابع مالی از محل پژوهانه اختصاص یافته توسط معاونت پژوهشی و نیز پژوهشکده انرژی دانشگاه کاشان برای انجام این تحقیق تأمین شده است.

۹- فهرست علائم

میدان مغناطیسی (Am^{-1})	B_0
غلظت نانوسیال	c
پارامتر فشرده‌سازی/گسترش‌پذیری	C
ظرفیت حرارتی ویژه (J/kgK)	C_p
غلظت نانوذرات در سطح دیواره کانال	c_w
ضریب انتشار براونی	D_B
ضریب انتشار ترموفورتیک	D_T
عدد اکرت	Ec
تابعی از θ	f
سرعت بی بعد	F
تابعی از r	h
عدد هارتمن	Ha
پارامتر براونی	N_b
پارامتر ترموفورتیک	N_t
عدد ناسلت	Nu
فشار سیال ($kgm^{-1}s^{-2}$)	P
عدد پرانتل	Pr
شار حرارتی (Wm^{-2})	q_w
عدد رینولدز	Re
نرخ گسترش یا فشرده شدن صفحات (m^2s^{-1})	s
عدد اشمیت	Sc
دمای سیال (K)	T
دمای دیواره (K)	T_w
سرعت شعاعی (ms^{-1})	u
نرخ حرکت در خط مرکزی (m^2s^{-1})	u_c
سرعت دیواره (ms^{-1})	$eu_w e$

$\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$ nanofluid forced convection heat transfer in a porous lid driven cavity with hot sphere obstacle by means of LBM. Journal of Molecular Liquids. 2018;263:472-488.

17- Sheikholeslami M, Jafaryar M, Li Z. Second law analysis for nanofluid turbulent flow inside a circular duct in presence of twisted tape turbulators. Journal of Molecular Liquids. 2018;263:489-500.

18- Sheikholeslami M, Shehzad SA, Li Z, Shafee A. Numerical modeling for alumina nanofluid magnetohydrodynamic convective heat transfer in a permeable medium using Darcy law. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2018;127(Part A):614-622.

square cavity filled with a porous medium saturated by nanofluid using Tiwari and Das' nanofluid model. Transport in Porous Media. 2015;106(3):595-610.

14- Sheremet MA, Pop I, Rosca NC. Magnetic field effect on the unsteady natural convection in a wavy-walled cavity filled with a nanofluid: Buongiorno's mathematical model. Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers. 2016;61:211-222.

15- Freidoonimehr N, Baradaran Rahimi A. Investigation of MHD nano-fluid flow over a stretching surface with velocity slip and convective surface boundary conditions. Modares Mechanical Engineering. 2015;15(3):208-218. [Persian]

16- Sheikholeslami M. Influence of magnetic field on