



## شبیه‌سازی دو بعدی برخورد گوه به سیال نیوتنی و سیال غیرنیوتنی از نوع هرشل بالکلی - دایلاتنت با استفاده از روش WCSPH

جعفر گردابی<sup>1</sup>، امیرحسین نیک‌سرشت<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

\* شیراز، صندوق پستی 71555-333، niksers@sut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 26 آبان 1396

پذیرش: 28 بهمن 1396

ارائه در سایت: 24 اسفند 1396

کلید واژگان:

برخورد گوه

سیال غیرنیوتنی

هرشل بالکلی دایلاتنت

روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم

پذیری ضعیف

نیروی دافعه

### چکیده

مسئله برخورد گوه به سطح آزاد سیال کاربردهای مهمی در زمینه‌های مختلف مهندسی و در صنایع دریایی دارد و محاسبه نیروی وارد به گوه به خصوص در لحظات اولیه برخورد مورد علاقه بسیاری از محققان می‌باشد. هدف این مقاله حل عددی برخورد گوه به سیال نیوتنی و سیال غیرنیوتنی هرشل بالکلی دایلاتنت با استفاده از روش لاگرانژی هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف است. برخی سیالات غیرنیوتنی مانند سیال دایلاتنت یا هرشل بالکلی دایلاتنت به دلیل داشتن خاصیت غلیظ‌شوندگی در محل اعمال تنش، در برابر ورود گوه به سیال از خود مقاومت نشان می‌دهند. در این تحقیق از الگوریتم پیش‌بینی و تصحیح جهت حل معادلات استفاده شده است. جهت ایجاد پایداری از تصحیح چگالی (در سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی) و ویسکوزیته مصنوعی (فقط در سیال نیوتنی) استفاده شده است. جهت اعتبارسنجی سطح آزاد و بررسی صحت استفاده از سیال هرشل بالکلی دایلاتنت مسئله شکست سد با استفاده از شرط مرزی انعکاسی حل شده است. در ادامه مسئله برخورد گوه به سیال نیوتنی صحت‌سنجی شده و با تغییر سه پارامتر لزجت، تنش تسلیم و توان نرخ برش در سیال هرشل بالکلی و استفاده از شرط مرزی نیروی دافعه موناقان مسئله برخورد شبیه‌سازی شده و نتایج آن به صورت مقادیر نیرو، ضریب فشار و سرعت گوه با هم و همچنین با نتایج آزمایشگاهی سیال نیوتنی مقایسه شده است. جهت صرفه‌جویی در زمان، مقادیر اولیه فشار هیدرواستاتیکی از ابتدا به سیال اعمال می‌شود.

## 2D Simulation of a wedge impact problem into the Newtonian and Herschel Bulkley Dilatant non-Newtonian fluids, using WCSPH method

Jafar Gerdabi, Amir Hossein Nikseresh<sup>\*</sup>

Department of Mechanical Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

\* P.O.B. 71555-333 Shiraz, Iran, niksers@sut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 17 November 2017  
Accepted 17 February 2018  
Available Online 15 March 2018

#### Keywords:

Impact of a wedge  
non-Newtonian fluid  
Herschel Bulkley Dilatant  
WCSPH method  
Repulsive force

### ABSTRACT

The impact problems associated with water entry have important applications in various aspects of naval architecture and ocean engineering. Also the calculation of impact force is favorable to many researchers. The purpose of this study is to simulate the impact problem of a wedge into the Newtonian and also Herschel Bulkley dilatant non-Newtonian fluids using the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics (WCSPH) method. Some non-Newtonian fluids, such as dilatant or Herschel Bulkley dilatant fluids can resist against the wedge entry due to their shear thickening effect. In this research a prediction and correction algorithm is used to solve the governing equations. Density correction and also artificial viscosity (which is used only in Newtonian fluids) are used to prevent the numerical instability. To show the validation, ability and robustness of the generated code to capture the free surface in Newtonian and non-Newtonian fluids, the dam break problem with the image boundary condition is simulated. After validating the code and the used method, the impact problem of a wedge with Monaghan repulsive force boundary condition in Newtonian and Herschel Bulkley Dilatant non-Newtonian fluids are investigated and the results of force, pressure coefficient and velocity of the wedge are presented and compared with experiments and also with each other. To save time, the initial values of hydrostatic pressure are imposed as an initial condition of the fluid.

### 1- مقدمه

قرار گیرد تنش قائم در هر سه جهت صفر می‌شود [1]. در حالت کلی اگر سیالی یکی از دو شرط سیال نیوتنی را نداشته باشد سیال غیرنیوتنی محسوب می‌شود. سیالات غیرنیوتنی خود به دو گروه تقسیم می‌شوند: سیال وابسته به زمان و سیال مستقل از زمان. در سیال وابسته به زمان نرخ برش در

سیالات در حالت کلی به دو گروه نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم‌بندی می‌شوند. در صورتی که دما و فشار سیال نیوتنی ثابت باشد ویسکوزیته این سیال نیز ثابت است، همچنین اگر سیال نیوتنی تراکم‌ناپذیر تحت تنش برشی خالص

Please cite this article using:

J. Gerdabi, A. H. Nikseresh, 2D Simulation of a wedge impact problem into the Newtonian and Herschel Bulkley Dilatant non-Newtonian fluids, using WCSPH method, Modares Mechanical Engineering, Vol. 18, No. 04, pp. 39-50, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

کند. کای و همکاران [6] در سال 2009 با استفاده از معادله حالت جهت محاسبه فشار بر روی سطح گوه و استفاده از شرط مرزی غیرانعکاسی<sup>7</sup> جهت کاهش انعکاس امواج صدا از مرز، پدیده برخورد گوه با سطح سیال را شبیه‌سازی کردند. کوکوونیس و همکاران [7] در سال 2013 با استفاده از ترکیب روش‌های اویلری و لاگرانژی برخورد گوه به سیال را شبیه‌سازی کردند. این روش در ابتدا توسط ویلا [8] توسعه داده شد. در این پژوهش با استفاده از نیروی موناکان، نیروی ذرات مرزی محاسبه شده است. چن و لی [9] در سال 2016 از نیروی دافعه برای محاسبه نیروی وارد شده به گوه استفاده کردند. ما و لیو [10] در سال 2017 برخورد گوه دو بعدی به سیال را در حالت دو فاز شبیه‌سازی کردند. در این شبیه‌سازی اثر تغییر میدان سرعت بر توزیع فشار و بارهای هیدرودینامیکی مورد بررسی قرار گرفته است.

همچنین در بسیاری از مقالات با استفاده از روش حجم محدود همراه با تکنیک VOF<sup>8</sup> مسئله برخورد گوه به سیال شبیه‌سازی شده است که در این‌جا به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود.

قاضی‌زاده و نیک‌سرشت [11] در سال 2010 با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی به بررسی دو فازی برخورد متقارن گوه به آب در قایق‌های پرنده پرداختند. نیک‌سرشت و قاضی‌زاده [12] در سال 2012 مسئله برخورد گوه به سیال را در فضای سه‌بعدی شبیه‌سازی کردند.

همچنین شادمانی و قدیمی [13] در سال 2017 برخورد گوه نامتقارن با زوایای مختلف را با استفاده از روش المان محدود-حجم محدود<sup>9</sup> شبیه‌سازی کردند.

در این پژوهش نتایج آزمایشگاهی ژائو و همکاران [14] و همچنین نتایج تحلیلی ژائو و فالتینسن [15] جهت اعتبارسنجی برخورد گوه با سیال نیوتنی استفاده شده است.

در تمامی مسائل برخورد جسم جامد به سیال، از سیال نیوتنی استفاده شده و تاکنون برخورد گوه به سیال هرشل‌بالکلی شبیه‌سازی نشده است. در این پژوهش رفتار سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مستقل از زمان در مسئله برخورد جسم به سیال بررسی شده است.

## 2- شرح مسئله

جهت اعتبارسنجی سیال غیرنیوتنی هرشل‌بالکلی دایالانت از نتایج آزمایشگاهی و عددی مسئله شسکت سد استفاده می‌شود. در ادامه مسئله برخورد گوه به سیال نیوتنی شبیه‌سازی و اعتبارسنجی شده است. همچنین برخورد گوه به سیال هرشل‌بالکلی دایالانت نیز شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل از تغییر سه پارامتر لزجت، تنش تسلیم و توان نرخ برش ارائه و مقایسه گردیده است.

تصحیح چگالی، ویسکوزیته مصنوعی (فقط در سیال نیوتنی)، گام زمانی مناسب و شرط مرزی چهار شرط اصلی پایداری سیال در روش هیدرودینامیک ذرات هموار است. فشار هیدرواستاتیک اولیه در زمان صفر به سیال اعمال شده است. مهمترین قسمت حل مسئله محاسبه فشار ذرات سطح گوه و محاسبه نیروی وارد به گوه است. این برنامه با زبان برنامه‌نویسی ++C نوشته شده و اجرا می‌شود.

## 3- روش حل

**3-1- اساس روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف**  
جهت حل مسئله برخورد گوه به سیال از روش هیدرودینامیک ذرات هموار

هر ذره‌ای از سیال به مقدار تنش برشی و مدت زمان برش سیال ارتباط دارد. این سیالات به سه گروه سیالات تیکسوتروپی<sup>1</sup>، رئوپکسی<sup>2</sup> و ویسکوالاستیک<sup>3</sup> تقسیم‌بندی می‌شوند. در سیال مستقل از زمان نرخ برش در هر ذره‌ای از سیال فقط به مقدار تنش برشی در همان ذره وابسته است. این سیالات به سه دسته دایالانت<sup>4</sup>، شبه‌پلاستیک<sup>5</sup> و ویسکوپلاستیک<sup>6</sup> تقسیم می‌شوند. در سیال دایالانت ویسکوزیته ظاهری با افزایش نرخ برش افزایش می‌یابد ولی در سیال شبه‌پلاستیک ویسکوزیته ظاهری با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد [1]. سیال ویسکوپلاستیک دارای تنش تسلیم می‌باشد و تا زمانی که تنش خارجی وارد شده به سیال از تنش تسلیم سیال بیشتر نشود سیال جاری نمی‌شود. همچنین تغییرات تنش برشی-نرخ برش در این سیالات بعد از جاری شدن می‌تواند شبیه به تغییرات تنش برشی-نرخ برش در سیالات دایالانت و شبه‌پلاستیک (غیرخطی) یا نیوتنی (خطی) باشد. در صورتی که این تغییرات بعد از جاری شدن مانند رفتار سیال نیوتنی خطی باشد سیال بینگهام نامیده می‌شود و اگر شبیه رفتار سیال دایالانت باشد سیال هرشل-بالکلی دایالانت و اگر مانند سیال شبه‌پلاستیک رفتار کند سیال هرشل-بالکلی شبه‌پلاستیک نامیده می‌شود [1].

در بعضی موارد رفتار سیال غیرنیوتنی نسبت به سیال نیوتنی متفاوت است. به‌عنوان مثال اگر یک جسم جامد یک‌بار به سیال نیوتنی و بار دیگر با شرایط مشابه به سیال دایالانت (با ویسکوزیته اولیه برابر با سیال نیوتنی) برخورد کند نیروی وارد شده به جسم جامد توسط سیال دایالانت بیشتر است؛ یعنی سیال دایالانت نسبت به سیال نیوتنی می‌تواند سرعت جسم جامد را بیشتر کاهش دهد. از این خاصیت سیالات غیرنیوتنی می‌توان جهت حفاظت از بدن انسان در ساخت وسایلی مانند دستکش، کفش، لباس‌های آتش‌نشانان و پلیس (جهت کم‌کردن نیروی برخورد جسم به بدن) استفاده کرد. از دیگر نمونه‌های کاربردی حل مسئله غیرنیوتنی می‌توان مسئله برخورد سینه شناورهای تندرو به آب‌های گل‌آلود و دارای لجن را نام برد که یکی از مسایل مهم در شناورهای دریایی است و بررسی پدیده برخورد بدنه آن به آب عملاً پدیده برخورد در سیال غیرنیوتنی می‌باشد. همچنین یکی دیگر از مهمترین کاربردهای برخورد گوه در ساخت زره‌های شخصی است. بدین ترتیب که این کار شروعی برای شبیه‌سازی برخورد گلوله به زره می‌باشد. زره از موادی به نام کولار ساخته می‌شود و در صورت ترکیب کولار با سیال دایالانت مقاومت زره افزایش می‌یابد [2].

تاریخ پیدایش روش هیدرودینامیک ذرات هموار در حدود 40 سال پیش بوده است. اولین بار لوسی، گینگولد و موناکان [3] در سال 1977 از این روش جهت مدل‌سازی پدیده‌های فیزیک نجومی بدون مرز مانند انفجار ستاره‌ها و ابرهای گردوغبار استفاده کردند.

تحقیقات و مطالعات زیادی در زمینه برخورد گوه به سیال نیوتنی با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار انجام شده است که برخی از مهم‌ترین آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

اوگر و همکاران [5] در سال 2006، با استفاده از تصویرسازی ذرات سیال به روی سطح گوه و میانمایی فشار در یک سطح عمود بر سطح گوه و شبکه گیریکنواخت، پدیده برخورد گوه با سطح سیال را شبیه‌سازی کردند. این روش مشابه روش آزمایشگاهی مسئله برخورد نیروی وارد به گوه را محاسبه می‌-

<sup>1</sup> Thixotropy

<sup>2</sup> Rheopexy

<sup>3</sup> Viscoelastic

<sup>4</sup> Dilatant

<sup>5</sup> Pseudoplastic

<sup>6</sup> Viscoplastic

<sup>7</sup> Non-reflection boundary treatment

<sup>8</sup> Volume of fluid

<sup>9</sup> FEM-FVM

$$\frac{D\vec{u}_i}{Dt} = - \sum_j m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} + \vec{g} \quad (11)$$

که  $\vec{u}_{ij} = \vec{u}_i - \vec{u}_j$  است. همچنین  $m$  و  $\Pi$  به ترتیب نشان دهنده جرم، ویسکوزیته مصنوعی است. اندیس  $i$  مربوط به ذره مورد نظر و اندیس  $j$  مربوط به ذره همسایه است.

در این روش ناپایداری‌ها و نوساناتی مخصوصا در فشار ایجاد می‌شود که ترم دیفیوژن<sup>3</sup> قادر به کنترل این ناپایداری‌ها نیست. به همین دلیل به جای استفاده از ترم لزجت جریان آرام<sup>4</sup> [17] از ترم لزجت مصنوعی<sup>5</sup> اصلاح شده استفاده می‌شود که به شکل رابطه (12) بیان می‌شود [6].

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha_{\pi} c_{ij} \mu_{ij} + \beta_{\pi} \mu_{ij}^2}{\rho_{ij}} & \vec{u}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij} \geq 0 \\ 0 & \vec{u}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

که  $\mu_{ij}$  و  $k_i$  به ترتیب از روابط (13) و (14) محاسبه می‌شوند.

$$\mu_{ij} = h \frac{k_i + k_j}{2} \frac{\vec{u}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij}}{r_{ij}^2 + \eta^2} \quad (13)$$

$$k_i = \frac{|\text{div}(\vec{u}_i)|}{|\text{div}(\vec{u}_i)| + \sqrt{S r_i \cdot S r_j} + 10^{-4} c_i / h} \quad (14)$$

که بصورت کلی مقادیر برداری  $\vec{f}_{ij}$  بصورت  $\vec{f}_{ij} = \vec{f}_i - \vec{f}_j$  و مقادیر اسکالر  $\bar{f}_{ij}$  بصورت  $\bar{f}_{ij} = (f_i + f_j)/2$  تعریف می‌شوند. همچنین  $\alpha_{\pi} = 0.04, 0.0$  و  $\beta_{\pi} = 0.0$  است.  $\eta = 0.1h$  نیز تانسور نرخ برش است. فشار براساس معادله حالت و با استفاده از رابطه (15) محاسبه می‌شود [18].

$$P = \kappa \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma} - (1 - D_1) \right] + P_0 \quad (15)$$

که  $c_0 = 10U_W$  و  $D_1 \geq 0, \gamma = 7.0, \kappa = \rho_0 c_0^2 / \gamma$  است [6]. همچنین  $U_W$  برابر با بیشترین سرعت ذرات سیال و  $P_0$  فشار ثابتی مثل فشار اتمسفر است که صفر در نظر گرفته شده است. پارامتر  $D_1$  جهت کاهش فشار سیال در بعضی مسائل استفاده می‌شود که در این جا صفر در نظر گرفته شده است. جهت تعیین موقعیت ذرات سیال از معادله (16) استفاده می‌شود. این معادله، ذرات را با سرعت نزدیک به سرعت میانگین هر ذره و ذره همسایه‌اش جابه‌جا می‌کند [6].

$$\left[ \frac{d\vec{r}}{dt} \right]_i = \vec{u}_i - \varepsilon \sum_j m_j \frac{\vec{u}_{ij}}{\rho_{ij}} W_{ij}, \varepsilon = 0.5 \quad (16)$$

از توابع کرنل می‌توان تابع کرنل گاوسی اصلاح شده را نام برد که با رابطه (17) نشان داده می‌شود [19].

$$W(\vec{r}, h) = \begin{cases} \alpha_{\varepsilon} \left[ \frac{e^{-q^2} - C_a}{1 - C_b} \right] & |\vec{r}| \leq 3h \\ 0 & |\vec{r}| \geq 3h \end{cases} \quad (17)$$

که  $\alpha_{\varepsilon} = 1/(\pi h^2)$  و  $C_a = C_b/10 = e^{-9}, q = |\vec{r}_{ij}|/h$  است. انتخاب گام زمانی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [20]؛ به طوری که در صورت انتخاب گام زمانی نامناسب ذرات ناپایدار شده و نتایج واگرا می‌شود. با استفاده از شرط CFL، شتاب ذرات و ویسکوزیته، سه گام زمانی محاسبه شده که کمترین مقدار این سه گام زمانی به عنوان گام زمانی نهایی انتخاب می‌شود. با استفاده از معادله (18) می‌توان گام زمانی را محاسبه کرد [21].

با تراکم‌پذیری ضعیف استفاده شده است. معمولا فرمول‌بندی روش هیدرودینامیک ذرات هموار به دو قسمت تقسیم می‌شود:

- بیان انتگرالی یا تقریب کرنل<sup>1</sup> توابع میدان
- تقریب ذره‌ای

انتگرال ضرب تابع  $f$  در تابع کرنل هموارساز، تقریب کرنل تابع  $f$  به فرم انتگرالی را به وجود می‌آورد. سپس این انتگرال با استفاده از جمع مقادیر نزدیک‌ترین ذرات همسایه تقریب زده می‌شود که تقریب ذره‌ای تابع در مکان یک ذره نامیده می‌شود [16].

فرم انتگرالی دقیق تابع  $f$  به فرم معادله (1) نوشته می‌شود.

$$f(\vec{r}) = \int f(\vec{r}') \delta(\vec{r} - \vec{r}') d\vec{r}' \quad (1)$$

که  $f$  تابع سه‌بعدی مکان با بردار  $r$  است و  $\delta$  تابع دلتای دیراک<sup>2</sup> است که به فرم معادله (2) نمایش داده می‌شود.

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}') = \begin{cases} 1 & \vec{r} = \vec{r}' \\ 0 & \vec{r} \neq \vec{r}' \end{cases} \quad (2)$$

اگر در معادله (1) تابع هموارساز  $W(\vec{r} - \vec{r}', h)$  جایگزین تابع  $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$  شود بیان انتگرالی تقریبی تابع  $f$  به صورت رابطه (3) نشان داده می‌شود.

$$\langle f(\vec{r}) \rangle = \int f(\vec{r}') W(\vec{r} - \vec{r}', h) d\vec{r}' \quad (3)$$

که  $W$  با نام‌های تابع کرنل هموارساز، تابع هموارساز، کرنل هموارساز یا تابع کرنل شناخته می‌شود. طول هموارسازی با  $h$  نشان داده می‌شود و مقدار آن تقریباً با فاصله اولیه ذرات برابر است. توجه شود که  $W$  تابع دلتای دیراک نیست و فقط تقریبی از آن است. تابع کرنل باید سه شرط (4)، (5) و (6) را ارضا کند.

$$\int W(\vec{r} - \vec{r}', h) d\vec{r}' = 1 \quad (4)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\vec{r} - \vec{r}', h) = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (5)$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| > \sigma h \Rightarrow W(\vec{r} - \vec{r}', h) = 0 \quad (6)$$

که  $\sigma$  یک عدد ثابت است و مقدار آن معمولا 2 یا 3 است. دایورژانس تابع  $f$  به صورت رابطه (7) نوشته می‌شود.

$$\langle \vec{\nabla} \cdot f(\vec{r}) \rangle = \int [\vec{\nabla} \cdot f(\vec{r}')] W(\vec{r} - \vec{r}', h) d\vec{r}' \quad (7)$$

### 2-3- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان که به ترتیب معادلات پیوستگی و مومنوم در حالت تراکم‌ناپذیر می‌باشد به ترتیب با روابط (8) و (9) بیان می‌شوند.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \quad (8)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \tau \quad (9)$$

که  $\rho, p, \vec{u}, \vec{g}$  و  $\tau$  به ترتیب نمایانگر چگالی، فشار، بردار سرعت، بردار شتاب گرانش و تانسور تنش برشی هستند.

### 3-3- معادلات روش WCSPPH برای سیال نیوتنی

معادلات (10) و (11) به ترتیب بیانگر فرم گسسته معادلات پیوستگی و مومنوم می‌باشد [5].

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_j m_j \vec{u}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (10)$$

<sup>1</sup> Kernel approximation

<sup>2</sup> Dirac Delta function

<sup>3</sup> Diffusion

<sup>4</sup> Laminar viscosity

<sup>5</sup> Artificial viscosity

<sup>6</sup> Courant-Friedrichs-Lewy condition

دقیق‌تر به این معنی است که در مرز سه لایه امکان نفوذ وجود دارد یا در شرط نیروی دافعه از طرف ذرات مرز جامد نیروی اضافی به ذرات سیال وارد می‌شود؛ ولی در شرط انعکاس این‌طور نیست. دلیل کند شدن سرعت اجرای برنامه این است که در این شرط مرزی تعداد ذرات افزایش می‌یابد، چون ذرات سیال نزدیک مرز نسبت به مرز منعکس می‌شوند. به همین دلیل بهتر است این شرط مرزی برای مسائل با تعداد ذرات زیاد استفاده نشود. این شرط مرزی در مسئله شکست سد استفاده شده است.

در مسائل گوناگون، به دلیل زیاد بودن تعداد ذرات سیال، زمان زیادی صرف حل مسئله می‌شود. همچنین زمان زیادی طول می‌کشد تا سیال ساکن در مخزن به فشار هیدرواستاتیک برسد. جهت صرفه‌جویی در زمان، می‌توان فشار هیدرواستاتیک را در زمان صفر به سیال اعمال کرد. فشار در سیال از رابطه (25) محاسبه می‌شود.

$$P = P_0 + \rho_0 g h(z) \quad (25)$$

که  $\rho_0$  چگالی اولیه سیال و  $h(z)$  ارتفاع هر ذره سیال نسبت به سطح آزاد است. از ترکیب روابط (15) و (25) معادله (26) حاصل می‌شود [23]. با استفاده از معادله (26) می‌توان فشار هیدرواستاتیک را در زمان صفر به سیال اعمال کرد.

$$\rho = \rho_0 \left( (1 - D_1) + \frac{\gamma g h(z)}{c_0^2} \right)^{1/\gamma} \quad (26)$$

فشار در سطح گوه با استفاده از فشار سیال محاسبه می‌شود و در نهایت با توجه به فشار، نیروی وارد به گوه و شتاب گوه محاسبه می‌شود. با استفاده از این شتاب می‌توان سرعت و موقعیت گوه را در هر زمان به دست آورد. با توجه به "شکل 1" جهت محاسبه فشار ذره  $M$  یک ناحیه مستطیلی به اضلاع  $d$  و  $S_{\text{Sensor}}$  و عمود بر مرز جامد در اطراف ذره  $M$  ایجاد می‌شود. فشار ذره  $M$  با استفاده از میانگینی فشار ذراتی از سیال که در این محدوده قرار گرفته‌اند محاسبه می‌شود.

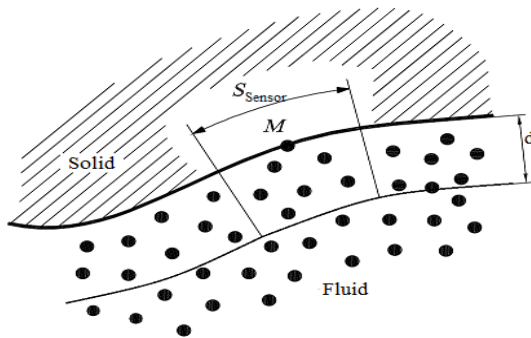


Fig. 1 Sampling area to calculate the pressure of particle M [5]

شکل 1 ناحیه مشخص شده جهت محاسبه فشار ذره  $M$  [5]

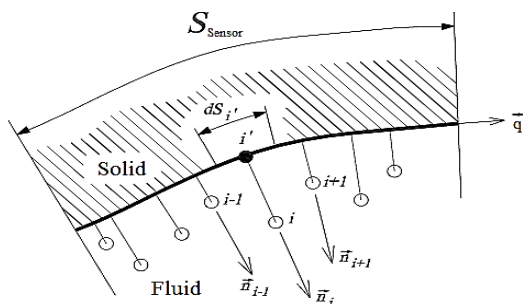


Fig. 2 The image of fluid particles on the solid boundary [5]

شکل 2 تصویر ذرات سیال بر روی مرز جامد [5]

$$\Delta t = CFL \min \left( \frac{h}{c_{\max} + u_{\max}}, \left( \frac{h}{f_{i,\max}} \right)^{0.5}, \frac{h^2}{\nu} \right) \quad (18)$$

که  $0.1 \leq CFL < 0.25$  است.  $c_{\max}$ ،  $u_{\max}$  و  $f_i$  به ترتیب ماکزیمم سرعت

صوت در سیال، ماکزیمم سرعت سیال و شتاب ذرات است.

علاوه بر لزجت مصنوعی و انتخاب گام زمانی مناسب، تصحیح چگالی نیز در بحث پایداری سیال نقش موثری دارد. فشار به چگالی وابسته است و کوچک‌ترین تغییر در چگالی باعث تغییرات زیادی در میدان فشار می‌شود. دو نوع تصحیح چگالی مرتبه صفر و مرتبه یک وجود دارد. روابط (19) تا (23) تصحیح چگالی مرتبه یک را نشان می‌دهد [22].

$$\rho_i^{\text{new}} = \sum_j m W_{ij}^{MLS} \quad (19)$$

$$W_{ij}^{MLS} = (\beta_0(\vec{r}_i) + \beta_{1x}(\vec{r}_i)x_{ij} + \beta_{1z}(\vec{r}_i)z_{ij})W_{ij} \quad (20)$$

$$\beta(r_i) = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{1x} \\ \beta_{1z} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$A = \sum_j W_j(\vec{r}_j) \tilde{A} V_j \quad (22)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_{ij} & z_{ij} \\ x_{ij} & x_{ij}^2 & x_{ij}z_{ij} \\ z_{ij} & x_{ij}z_{ij} & z_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

ذرات سیال در کنار مرز ممکن است به داخل مرز نفوذ کنند. برای جلوگیری از نفوذ سیال می‌توان از شرط مرزی نیروی دافعه که روابط متنوعی برای آن تعریف شده است استفاده کرد. در این مقاله از نیروی دافعه موناغان استفاده شده است که با رابطه (24) نشان داده شده است [23].

$$f(\vec{r}) = \begin{cases} D_0 \left( \left( \frac{r_0}{|\vec{r}|} \right)^{p_1} - \left( \frac{r_0}{|\vec{r}|} \right)^{p_2} \right) \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^2} & |\vec{r}| < r_0 \\ 0 & |\vec{r}| \geq r_0 \end{cases} \quad (24)$$

که در این رابطه،  $p_1 = 12$ ،  $p_2 = 6$  و  $D_0 = \sqrt{gH}$  است. فاصله اولیه ذرات از ذرات همسایه  $r_0$  و  $H$  عمق مخزن ساکن و  $g$  شتاب گرانش در راستای قائم است. با این روش اگر فاصله ذرات سیال از مرز از  $r_0$  کمتر شود نیروی در خلاف جهت حرکت ذرات سیال به آن‌ها وارد می‌شود. این شرط مرزی مسئله برخورد جسم جامد به سیال استفاده شده است.

همچنین می‌توان از شرط مرزی انعکاس<sup>1</sup> نیز استفاده کرد که دو نوع می‌باشد [21]:

- شرط مرزی انعکاس-بدون لغزش
- شرط مرزی انعکاس-با لغزش

در این مقاله از شرط مرزی انعکاس-بدون لغزش استفاده شده است. در این شرط مرزی ذرات درون دامنه محاسباتی نسبت به مرز دیواره منعکس می‌شود؛ یعنی اگر فاصله یک ذره نسبت به دیوار از حد مشخصی (دامنه تابع میانگین) کمتر شود آن ذره نسبت به دیوار، با همان فاصله از دیوار، با همان فشار، با همان چگالی ولی با سرعت (مماسی و عمودی) معکوس منعکس می‌شود.

شرط مرزی انعکاس-با لغزش مانند شرط مرزی انعکاس-بدون لغزش است با این تفاوت که سرعت عمودی ذرات نزدیک به مرز دیواره معکوس می‌شود ولی سرعت مماسی تغییر نمی‌کند.

شرط مرزی انعکاس سرعت اجرای برنامه را کند می‌کند ولی نسبت به شرط مرز سه لایه یا شرط نیروی دافعه نتایج دقیق‌تری ارائه می‌دهد. نتایج

<sup>1</sup> Image boundary condition

با نام گذاری ذرات سیال درون ناحیه مستطیلی مطابق "شکل 2" و تصویر کردن این ذرات بر روی مرز جامد می توان فشار ذره  $M$  را محاسبه کرد. فشار ذره  $M$  به صورت رابطه (27) بیان می شود [5].

$$P_M = \frac{\sum_{i'} P_{i'} dS_{i'}}{\sum_{i'} dS_{i'}} \quad (27)$$

که  $dS$  برابر با سطح ذرات،  $i'$  تصویر ذره سیال  $i$  بر روی مرز جامد می باشد. تفاوت مقادیر فشار ذرات  $i$  و  $i'$  برابر با اختلاف فشار هیدرواستاتیک ذرات  $i$  و  $i'$  است که از معادله (28) محاسبه می شود.

$$P_{i'} = P_i - \rho_i g(z_{i'} - z_i) \quad (28)$$

برابر است با فاصله عمودی بین دو ذره  $i$  و  $i'$ . در نهایت نیروی وارد به گوه از رابطه (29) محاسبه می شود.

$$F_{\text{fluid-solid}} = - \sum_{i'} P_{i'} \cdot \vec{n}_{i'} dS \quad (29)$$

$\vec{n}$  بردار عمود بر سطح گوه است.

### 3-4- معادلات روش WCSPPH برای سیال غیرنیوتنی

در سیال نیوتنی مقدار لزجت ثابت است و مقدار آن خیلی کوچک است ولی لزجت جریان آرام قابلیت از بین بردن نوسانات را ندارد و به همین دلیل در سیال نیوتنی از لزجت مصنوعی به جای لزجت جریان آرام استفاده می شود. در سیالات غیرنیوتنی با فرض این که ضریب ثابت لزجت، توان نرخ برش یا تنش تسلیم مقدار بزرگی باشد لزجت توانایی کاهش نوسانات را دارد، به همین دلیل جهت پایدار کردن عددی مسئله نیازی به استفاده از لزجت مصنوعی نیست. تمامی روابط سیال نیوتنی به جز لزجت مصنوعی برای سیال غیرنیوتنی نیز استفاده می شود. تفاوت اصلی سیال نیوتنی و غیرنیوتنی در گسسته سازی ترم  $\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau$  در رابطه (9) می باشد. تنش برشی در سیال غیرنیوتنی از رابطه (30) محاسبه می شود.

$$\tau = \mu(|D|)D \quad (30)$$

در سیال غیرنیوتنی مستقل از زمان لزجت ثابت نیست و تابع اندازه تانسور تغییر شکل است. جهت محاسبه تنش برشی ابتدا باید تانسور تغییر شکل به دست آید، سپس لزجت و در نهایت تنش برشی محاسبه شود.

رابطه (31) بردار سرعت سیال را نشان می دهد.

$$\vec{U} = u\hat{i} + v\hat{k} \quad (31)$$

که  $\hat{i}$  و  $\hat{k}$  به ترتیب بردارهای یکه در راستای محورهای  $x$  و  $z$  هستند. رابطه (32) تانسور تغییر شکل سیال را نشان می دهد.

$$D = \nabla \vec{U} + \nabla \vec{U}^T = \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2 \frac{\partial v}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (32)$$

مقادیر مشتقات جزئی تابع را می توان از فرمول کلی (33) محاسبه کرد.

$$\left(\frac{\partial p}{\partial q}\right)_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} p_{ji} \frac{q_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|} \frac{dW}{d\vec{r}_{ij}} \quad (33)$$

اندازه تانسور تغییر شکل با استفاده از رابطه (34) به دست می آید.

$$|D| = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i,j} D_{ij} D_{ij}} \quad (34)$$

جهت محاسبه لزجت باید نوع مدل و نوع سیال غیرنیوتنی مشخص شود. در این پژوهش از سیال غیرنیوتنی دایلاتنت و هرشل بالکلی و برای محاسبه لزجت به ترتیب از مدل های توانی<sup>1</sup> و بیلینیر<sup>2</sup> استفاده شده است [25,24].

لزجت در مدل توانی از طریق رابطه (35) محاسبه می شود.

$$\mu_{\text{eff}}(|D|) = \mu_p |D|^{N-1} \quad (35)$$

که  $\mu_p$  ضریب ثابت لزجت در مدل توانی است.  $N$  توان نرخ برش است که مقادیر  $N > 1$  مربوط به سیال دایلاتنت،  $N < 1$  مربوط به سیال شبه پلاستیک و  $N = 1$  مربوط به سیال نیوتنی است.

در مورد سیال بینگهام و هرشل بالکلی به دلیل داشتن تنش تسلیم شرایط متفاوت است. در واقعیت اگر تنش خارجی وارد شده به سیال از تنش تسلیم سیال ( $\tau_y$ ) کمتر باشد سیال جاری نمی شود ( $D = 0$ ) و لزجت سیال با لزجت ثابت سیال برابر می شود ( $\mu_{\text{eff}} = \mu_H$ ). اگر تنش خارجی وارد شده به سیال از تنش تسلیم سیال بیشتر شود سیال شروع به حرکت می کند که در این صورت  $D \neq 0$  و  $\mu_{\text{eff}} > \mu_H$  می شود. پس اگر مقدار تنش خارجی کمی کمتر از تنش تسلیم باشد  $D = 0$  و اگر کمی بیشتر از تنش تسلیم باشد  $D \neq 0$  است که این باعث ناپیوستگی تانسور تغییر شکل در محدوده خیلی کوچکی از تنش می شود و مشکلاتی در حل مسئله به وجود می آورد. برای رفع این مشکل مقدار لزجت در شرایط مختلف حل به صورت متفاوت تعریف می شود، به این صورت که اگر تنش خارجی وارد شده به سیال کمتر از تنش تسلیم سیال باشد چون سیال باید مانند جسم جامد رفتار کند و حرکت نکند مقدار لزجت در عددی از مرتبه 100 ضرب می شود. همچنین مقدار تانسور تغییر شکل نیز صفر نمی شود. در حالت کلی سیال از همان ابتدا شروع به حرکت می کند و همیشه  $D \neq 0$  است. با افزایش لزجت و صفر نشدن تانسور تغییر شکل، اگر تنش کمتر از تنش تسلیم باشد سیال حرکت نمی کند، چون مقدار لزجت خیلی زیاد می شود و از حرکت سیال جلوگیری می کند. همچنین با این روش مقادیر تانسور تغییر شکل در هنگام حرکت سیال ناپیوستگی ندارد. مدل بیلینیر<sup>2</sup> برای سیال هرشل بالکلی به صورت رابطه (36) نوشته می شود [24].

$$\mu_{\text{eff}}(|D|) = \begin{cases} \alpha \mu_H & |D| \leq \frac{\tau_y}{\alpha \mu_H} \\ \frac{\tau_y}{|D|} + \mu_H |D|^{N-1} & |D| > \frac{\tau_y}{\alpha \mu_H} \end{cases} \quad (36)$$

$\tau_y$  تنش تسلیم،  $\mu_H$  لزجت ثابت سیال هرشل بالکلی و  $\alpha = 100$  ضریب لزجت جهت جاری نشدن سیال است.

مدل استفاده شده برای سیال هرشل بالکلی برای تمامی سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان و نیوتنی قابل استفاده است. اگر در رابطه (36) مقدار تنش تسلیم سیال صفر قرار داده شود ( $\tau_y = 0$ ) مدل توانی برای سیالات شبه پلاستیک و دایلاتنت به دست می آید. اگر مقدار توان نرخ برش برابر با یک قرار داده شود ( $N = 1$ ) مدل مربوط به سیال بینگهام ایجاد می شود. همچنین اگر در رابطه (36)  $\tau_y = 0$  و  $N = 1$  لحاظ شود مدل مربوط به سیال نیوتنی ساخته می شود.

با محاسبه لزجت و تانسور تغییر شکل، می توان ترم  $\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau$  را محاسبه کرد و به معادله مومنتوم اضافه کرد. این کار به دو روش انجام می شود. در روش اول با استفاده از لزجت و از طریق رابطه (37) ترم دایورژانس تنش برشی محاسبه می شود [24]. در این روش نیازی به محاسبه ترم تنش برشی نیست.

$$\left(\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau\right)_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j^2} \frac{\mu_i + \mu_j}{|\vec{r}_{ij}|^2 + \eta^2} (\vec{r}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}) \vec{u}_{ij} + [\vec{u}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}] \vec{r}_{ij} \quad (37)$$

در روش دوم پس از محاسبه لزجت، تنش برشی از رابطه (30) محاسبه

<sup>3</sup> Bilinear

<sup>1</sup> Power law

<sup>2</sup> Bilinear model



که  $V_w$  سرعت گوه،  $Z_k$  مختصات قائم‌نوک گوه و  $Z_D$  مقدار فرورفتگی گوه در سیال می‌باشد.

$X^*$  و  $T^*$  به ترتیب مقادیر بی‌بعد پیشروی جریان سیال و زمان در مسئله شکست سد می‌باشد که به ترتیب با روابط (54) و (55) تعریف می‌شوند.

$$X^* = \frac{x - L_0}{H_0} \quad (54)$$

$$T^* = t \sqrt{\frac{g}{H_0}} \quad (55)$$

که  $L_0$  و  $H_0$  به ترتیب ارتفاع و طول اولیه ستون سیال است. با استفاده از روابط (54) و (55) می‌توان رابطه (56) را برای سرعت متوسط سیال به دست آورد.

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta(X^*H_0 + L_0)}{\Delta(T^*\sqrt{H_0/g})} = \sqrt{gH_0} \frac{\Delta X^*}{\Delta T^*} \quad (56)$$

رابطه (57) را می‌توان مقدار بی‌بعد سرعت متوسط سیال در نظر گرفت.

$$\bar{V}^* = \frac{\bar{V}}{\sqrt{gH_0}} = \frac{\Delta X^*}{\Delta T^*} \quad (57)$$

#### 4- تحلیل نتایج

##### 4-1- مسئله شکست سد با استفاده از سیال غیرنیوتنی

جریان سطح آزاد همراه با فرآیندهای مختلف فرسایش و رسوب‌گذاری، دارای کاربردهای علمی زیادی است و در بسیاری از رویدادهای طبیعی همچون بالاروی امواج بر روی ساحل شیب‌دار، انتقال آلودگی و آب‌شویی رسوب در مخازن سدها قابل مشاهده است [26]. در بسیاری از مسائل به علت گل آلود بودن سیال جهت مدل کردن جریان از سیال غیرنیوتنی استفاده می‌شود [24,25]. حرکت مواد مذاب و حرکت مواد و مصالح ساختمانی بعد از زمین لرزه، حرکت سیلاب‌ها، شکست سدها و عبور جریان از دریاچه سد مثال‌هایی از این قبیل هستند.

نتایج آزمایشگاهی برای سیال نیوتنی (آب) و سیال بینگهام موجود می‌باشد و نتایج آزمایشگاهی و عددی برای سیالاتی نظیر هرشل‌بالکلی و دایلاتنت موجود نیست؛ ولی نتایج عددی برای سیال شبه‌پلاستیک وجود دارد.

جهت اعتبارسنجی نتایج سیال هرشل‌بالکلی دایلاتنت باید دو سیال هرشل‌بالکلی و دایلاتنت به صورت جداگانه اعتبارسنجی شوند. با استفاده از روش زیر می‌توان سیال دایلاتنت را اعتبارسنجی کرد:

یکی از مدل‌هایی که برای شبیه‌سازی سیالات شبه‌پلاستیک و دایلاتنت استفاده می‌شود مدل توانی است. در این مدل برای سیال شبه‌پلاستیک توان کمتر از یک و برای سیال دایلاتنت از توان بیشتر از یک استفاده می‌شود. می‌توان سیال شبه‌پلاستیک را با نتایج عددی اعتبارسنجی کرد و از این طریق ثابت کرد که مدل توانی نتایج صحیحی ارائه می‌کند. سپس همین مدل را برای سیال دایلاتنت نیز استفاده کرد با این تفاوت که توان آن بزرگ‌تر از یک قرار داده شود.

همچنین با استفاده از روش زیر می‌توان سیال هرشل‌بالکلی را اعتبارسنجی کرد:

اگر در مدل بیلینیر(رابطه (36)) توان نرخ برش برابر با یک در نظر گرفته شود مدل سیال بینگهام ساخته می‌شود. با در دسترس بودن نتایج آزمایشگاهی سیال بینگهام در مسئله شکست سد می‌توان نتایج مربوط به این سیال را اعتبارسنجی کرد. از طرفی می‌توان مدل سیال هرشل‌بالکلی را

می‌شود و سپس ترم دایورژانس تنش برشی از رابطه (38) محاسبه می‌گردد [25]. در این پژوهش نیز از همین رابطه جهت محاسبه ترم دایورژانس تنش برشی استفاده شده است.

$$\left(\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau\right)_i = \sum_j m_j \left[ \frac{\tau_i}{\rho_i^2} + \frac{\tau_j}{\rho_j^2} \right] \nabla_i W_{ij} \quad (38)$$

##### 3-5- الگوریتم حل

الگوریتم حل مسئله، الگوریتم پیش‌بینی و تصحیح<sup>3</sup> است که در آن ابتدا نرخ تغییرات سرعت، چگالی و جابه‌جایی یک ذره به ترتیب به صورت روابط (39)، (40) و (41) نوشته می‌شود [22].

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{F}_i \quad (39)$$

$$\frac{d\rho_i}{dt} = D_i \quad (40)$$

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (41)$$

و در ادامه سرعت، چگالی و موقعیت ذرات در زمان  $t + \Delta t/2$  به ترتیب از روابط (42)، (43) و (44) محاسبه می‌شود.

$$\vec{v}_i^{n+1/2} = \vec{v}_i + \frac{\Delta t}{2} \vec{F}_i^n \quad (42)$$

$$\rho_i^{n+1/2} = \rho_i + \frac{\Delta t}{2} D_i^n \quad (43)$$

$$\vec{r}_i^{n+1/2} = \vec{r}_i + \frac{\Delta t}{2} \vec{v}_i^n \quad (44)$$

سپس با استفاده از معادله حالت فشار در زمان  $t + \Delta t/2$  محاسبه می‌شود. در ادامه مقادیر سرعت، چگالی و موقعیت در زمان  $t + \Delta t/2$  به ترتیب به صورت معادلات (45)، (46) و (47) تصحیح می‌شود.

$$\vec{v}_i^{n+1/2} = \vec{v}_i + \frac{\Delta t}{2} \vec{F}_i^{n+1/2} \quad (45)$$

$$\rho_i^{n+1/2} = \rho_i + \frac{\Delta t}{2} D_i^{n+1/2} \quad (46)$$

$$\vec{r}_i^{n+1/2} = \vec{r}_i + \frac{\Delta t}{2} \vec{v}_i^{n+1/2} \quad (47)$$

مقادیر سرعت، چگالی و موقعیت در زمان  $t + \Delta t$  به ترتیب به صورت معادلات (48)، (49) و (50) محاسبه می‌شود [22].

$$\vec{v}_i^{n+1} = 2\vec{v}_i^{n+1/2} - \vec{v}_i^n \quad (48)$$

$$\rho_i^{n+1} = 2\rho_i^{n+1/2} - \rho_i^n \quad (49)$$

$$\vec{r}_i^{n+1} = 2\vec{r}_i^{n+1/2} - \vec{r}_i^n \quad (50)$$

در نهایت فشار در زمان  $t + \Delta t$  از معادله حالت محاسبه می‌شود.

##### 3-6- اعداد بی‌بعد

در این پژوهش از شش عدد بی‌بعد استفاده شده است. سه عدد بی‌بعد در مسئله برخورد و سه عدد بی‌بعد در مسئله شکست سد استفاده شده است.

در مسئله برخورد، رابطه (51) ضریب فشار را نشان می‌دهد و روابط (52) و (53) اعداد بی‌بعد دیگر را نشان می‌دهد که مقادیر ضریب فشار برحسب آن‌ها رسم می‌شود.

$$C_p = \frac{P - P_0}{0.5\rho_0 V_w^2} \quad (51)$$

$$Zf = \frac{z}{\int_0^t V_w dt} \quad (52)$$

$$Zc = \frac{z - Z_k}{Z_D} \quad (53)$$

<sup>3</sup> Predictor-Corrector scheme

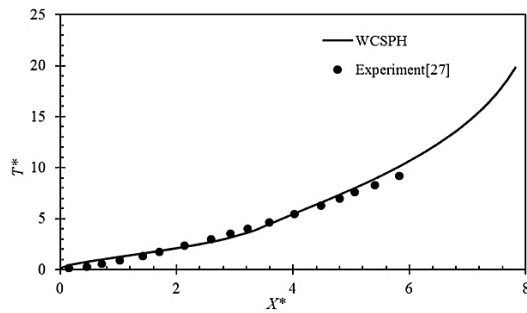


Fig. 4 The comparison of the waterfront in Bingham fluid flow among the present results with [27]

شکل 4 مقایسه پیشروی جریان سیال بینگهام با مرجع [27]

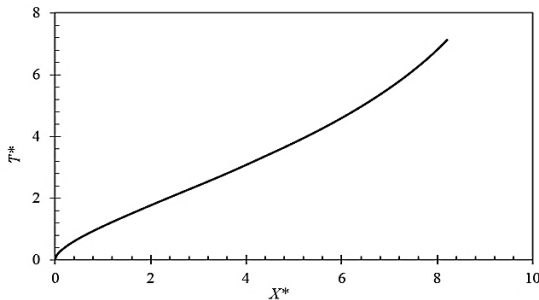


Fig. 5 The waterfront of Herschel Bulkley Pseudoplastic fluid

شکل 5 پیشروی جریان سیال هرشل بالکلی

ولی با گذشت زمان سرعت متوسط سیال کاهش می‌یابد.

#### 2-4- برخورد گوه به سیال نیوتنی

جهت حل مسئله برخورد، یک مخزن به طول و عرض 2.4 متر با سیال ساکن در نظر گرفته شده است. ارتفاع اولیه سیال برابر با 1.2 متر است. با توجه به "شکل 6" مقادیر فشار هیدرواستاتیکی در زمان صفر به سیال اعمال شده است. سرعت اولیه گوه برابر با 6.09 متر بر ثانیه است و نوک گوه به اندازه 0.04 متر با سطح آزاد آب فاصله دارد؛ این فاصله و سرعت اولیه طوری تنظیم شده است که سرعت گوه در زمان برخورد به آب به 6.15 متر بر ثانیه برسد. فاصله اولیه ذرات سیال 0.001 متر در نظر گرفته شده است. شتاب گرانش برابر با 9.81 متر بر مجذور ثانیه و سرعت صوت برابر با 61.5 متر بر ثانیه است. زاویه راس گوه 120 درجه و جرم گوه برابر با 241 کیلوگرم و طول قاعده گوه 0.5 متر است.

هنگام برخورد گوه به سطح سیال امواجی تشکیل می‌شود. این امواج به سمت مرزها حرکت می‌کنند و پس از برخورد به مرز به سمت گوه برمی‌گردند که این برگشت امواج بر روی نتایج تاثیر می‌گذارد. هرچه ابعاد مخزن بزرگ‌تر در نظر گرفته شود نتایج دقیق‌تری حاصل می‌شود. در ادامه مقادیر نیروی وارد به گوه، ضریب فشار و سرعت گوه با نتایج آزمایشگاهی [14] اعتبارسنجی شده و شکل سطح آزاد سیال رسم می‌شود. توجه شود که نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی مقادیر نیرو برای یک گوه با عمق (عمود بر صفحه) 0.2 متر به دست آمده است.

"شکل 7" مقایسه نتایج نیروی عمودی وارد به گوه برحسب زمان را با نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد. در ابتدا که هنوز گوه به سیال برخورد نکرده است نیروی عمودی صفر می‌باشد. گوه پس از 0.0065 ثانیه به سیال برخورد می‌کند. نتایج عددی محاسبه شده دارای نوساناتی است که با گذشت زمان دامنه این نوسانات کاهش می‌یابد. نتایج عددی و تحلیلی در

ترکیب دو مدل توانی و سیال بینگهام در نظر گرفت؛ چون اگر تنش تسلیم به مدل توانی اضافه شود مدل هرشل بالکلی ساخته می‌شود. نتایج حاصل از تنش تسلیم در مدل بینگهام و نتایج قسمت توانی مدل هرشل بالکلی در مدل توانی اعتبارسنجی شده است، پس ترکیب این دو مدل که منجر به ساخت مدل هرشل بالکلی می‌شود نتایج قابل قبولی ارائه می‌کند.

ستون سیال غیرنیوتنی با عرض 2 متر و ارتفاع 0.1 متر با شیب 0.1 درصد نسبت به افق در نظر گرفته شده است. چگالی سیال 1200 کیلوگرم بر مترمکعب و سرعت صوت 20 متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. گام زمانی حدود 2 میکروثانیه، فاصله اولیه ذرات 0.001 متر و شتاب گرانش 9.81 متر بر مجذور ثانیه در نظر گرفته شده است.

#### 1-1-4 سیال شبه پلاستیک

سیال غیرنیوتنی استفاده شده از نوع شبه پلاستیک در مدل توانی دارای توان نرخ برش 0.15 و ضریب ثابت ویسکوزیته 1.74 پاسکال در ثانیه به توان 0.15 است (Pa.s<sup>0.15</sup>). توان "شکل 3" پیشروی سیال شبه پلاستیک را نسبت به زمان نشان می‌دهد که نتایج آن با نتایج عددی حسینی و همکاران [25] تطابق خوبی دارد. این نوع سیال با نام سیال رقیق شونده نیز شناخته می‌شود. همچنین با استفاده از رابطه (57) می‌توان نتیجه گرفت که شیب نمودار برابر با سرعت متوسط سیال است و در حالت کلی سیال با سرعت متوسط تقریباً ثابتی حرکت می‌کند که شبیه به حرکت سیال نیوتنی است.

#### 2-1-4 سیال بینگهام

سیال غیرنیوتنی استفاده شده برای مدل بینگهام دارای ویسکوزیته اولیه 0.07 پاسکال ثانیه و تنش تسلیم 25 پاسکال می‌باشد. "شکل 4" پیشروی سیال غیرنیوتنی بینگهام را نسبت به زمان نشان می‌دهد و نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی [27] تطابق خوبی دارد. می‌توان نتیجه گرفت سرعت متوسط سیال با گذشت زمان کاهش می‌یابد (رابطه (57)).

#### 3-1-4 سیال هرشل بالکلی شبه پلاستیک

مدل غیرنیوتنی هرشل بالکلی به نوعی ترکیب مدل‌های توانی و بینگهام است. که این دو مدل اعتبارسنجی شده‌اند، پس می‌توان نتیجه گرفت که ترکیب دو مدل یعنی مدل هرشل بالکلی نیز نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد. سیال غیرنیوتنی استفاده شده برای مدل هرشل بالکلی دارای تنش تسلیم 3.5 پاسکال، نرخ برش 0.4 و ضریب ثابت ویسکوزیته 0.25 پاسکال در ثانیه به توان 0.4 است (Pa.s<sup>0.4</sup>). "شکل 5" پیشروی سیال هرشل بالکلی برحسب زمان را نشان می‌دهد. با استفاده از رابطه (57) می‌توان نتیجه گرفت که در این مدل مانند مدل توانی در ابتدا سرعت متوسط سیال تقریباً ثابت است،

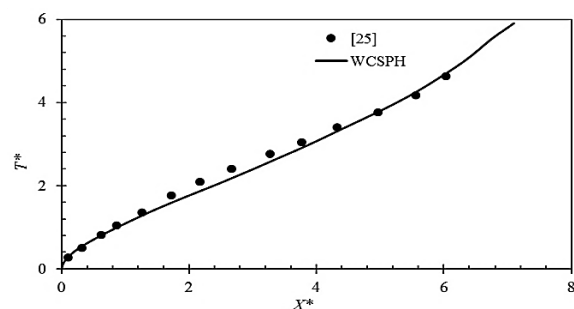


Fig. 3 The comparison of the waterfront in Pseudoplastic fluid flow among the present results with [25]

شکل 3 مقایسه پیشروی جریان سیال شبه پلاستیک با مرجع [25]

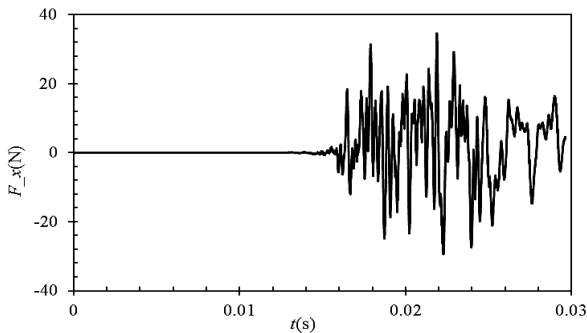


Fig. 8 The computed horizontal force on the wedge in Newtonian fluids versus time

شکل 8 نیروی افقی محاسبه شده وارد به گوه برحسب زمان در سیال نیوتنی صفر محاسبه نمی‌شود. با گذشت زمان تقارن ذرات سیال در دو طرف گوه نسبت به محور تقارن هندسه کمی به هم می‌خورد که باعث غیرمقارن شدن مقادیر فشار در دو طرف گوه می‌شود؛ البته این تغییرات فشار در دو طرف گوه خیلی کم می‌باشد و نیروی افقی بسیار کمی به گوه وارد می‌کند. نسبت اندازه بیشترین نیروی افقی به اندازه بیشترین نیروی عمودی وارد به گوه حدود 0.6 درصد محاسبه شده است که قابل صرف‌نظر است.

باتوجه به "شکل 9" دلیل نوسانات زیاد ضریب فشار در زمان 0.01085 ثانیه (معادل با زمان 0.00435 ثانیه بعد از برخورد) این است که مقدار کمی از سطح گوه وارد آب شده است و مقادیر فشار ذرات سطح گوه به درستی محاسبه نمی‌شود؛ چون اطراف بعضی از ذرات سطح گوه تعداد کمی از ذرات سیال وجود دارد. در ضریب فشار بیشینه نتایج از مقادیر آزمایشگاهی فاصله گرفته‌اند.  $Zf = -1$  مربوط به راس گوه است و  $Zf = 0$  مربوط به ذراتی از سطح گوه است که در سطح آزاد سیال است و مقادیر  $Zf > 0$  نشان دهنده ذراتی از سطح گوه است که به سطح آزاد سیال نرسیده‌اند. در زمان 0.01085 ثانیه تعداد زیادی از ذرات سطح گوه هنوز در بالای سطح آزاد سیال هستند و فشار محاسبه شده برای این ذرات دارای خطا می‌باشد؛ چون ذرات سیال با سرعت زیاد به اطراف پخش می‌شوند و فشار ذرات سطح گوه با میانمایی از فشار این‌گونه ذرات محاسبه می‌شود.

با گذشت زمان سطح بیشتری از گوه به داخل سیال فرو رفته و فشار تمام ذرات سطح گوه بهتر محاسبه می‌شود. با توجه به "شکل 10" مشاهده می‌شود که نتایج عددی در زمان 0.0223 ثانیه نسبت به زمان 0.01085 ثانیه به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر و نوسانات آن کمتر شده است.

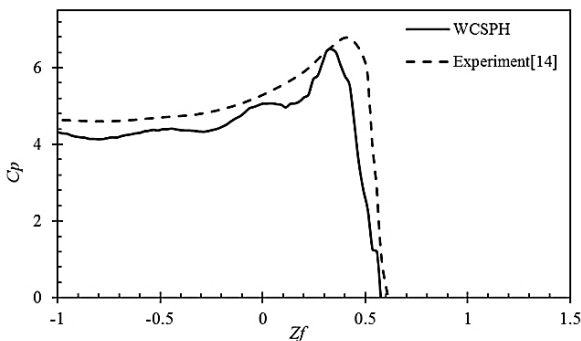


Fig. 9 The comparison of computed pressure coefficient versus  $Zf$  at  $t = 0.01085$  second with experimental data

شکل 9 مقایسه مقادیر ضریب فشار محاسبه شده برحسب  $Zf$  در زمان 0.01085 ثانیه با مقادیر آزمایشگاهی

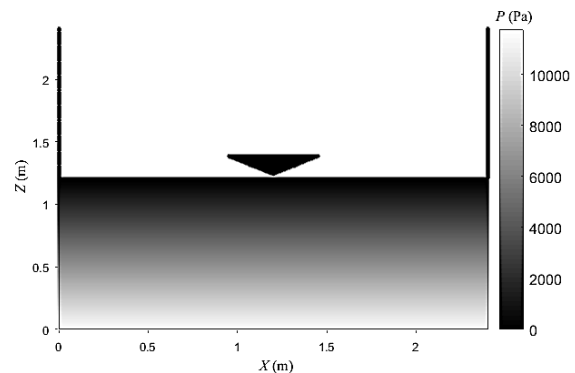


Fig. 6 The initial pressure distribution contour of particles at  $t = 0.0$  second

شکل 6 تغییرات فشار اولیه ذرات در زمان صفر

ابتدا و انتهای بازه زمانی به خوبی بر هم منطبق شده‌اند و در زمان 0.0223 ثانیه (0.0158 ثانیه بعد از برخورد) بیشترین اختلاف را دارند. مقادیر نیروی محاسبه شده و نتایج آزمایشگاهی تا زمان 0.0223 ثانیه تطابق نسبتاً خوبی با یکدیگر دارند، ولی از زمان 0.0223 ثانیه به بعد از یکدیگر فاصله گرفته‌اند و باعث می‌شود سرعت محاسبه شده از روش عددی نیز کمتر شود که این به خاطر اثرات سه‌بعدی برخورد می‌باشد که در دو بعد ظاهر نمی‌شود [12]؛ بدین صورت که در فضای سه بعدی هنگامی که گوه به سیال برخورد می‌کند سیال از چهار جهت از جلوی گوه فرار می‌کند ولی در فضای دو بعدی سیال فقط از دو طرف به فضای بیرون پرتاب می‌شود که همین امر باعث می‌شود نیروی وارد به گوه در فضای سه بعدی از فضای دو بعدی کمتر شود. دلیل نوسان نمودارها استفاده از تصحیح چگالی است. مقادیر چگالی همیشه از معادله پیوستگی محاسبه نمی‌شود و بعد از هر 35 گام زمانی با استفاده از رابطه (19) محاسبه می‌شود [22]. در زمان‌هایی که مقادیر چگالی از معادله پیوستگی به دست می‌آید این مقادیر در حال افزایش هستند که مقادیر فشار نیز افزایش می‌یابد. زمانی که از تصحیح چگالی استفاده شود مقادیر چگالی ذرات از مجموع چگالی ذرات همسایه محاسبه می‌شود که باعث کم شدن مقادیر چگالی و سپس کم شدن فشار می‌شود.

"شکل 8" مقادیر نیروی افقی وارد به گوه برحسب زمان را نشان می‌دهد. تا زمان 0.015 ثانیه مقادیر نیروی افقی صفر محاسبه شده است و در ادامه در این مقادیر نوساناتی ایجاد شده است. به دلیل مقارن بودن برخورد مقادیر نیروی افقی باید صفر شود ولی به دلیل خطای محاسباتی مقادیر نیروی افقی

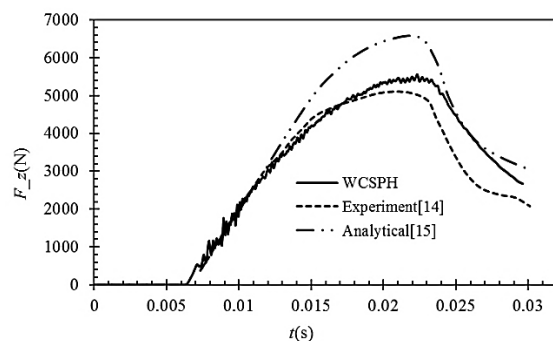


Fig.7 The comparison of computed vertical force on the wedge with experiments and analytical versus time in Newtonian fluids

شکل 7 مقایسه مقادیر نیروی عمودی محاسبه شده وارد به گوه با مقادیر آزمایشگاهی و تحلیلی برحسب زمان در سیال نیوتنی



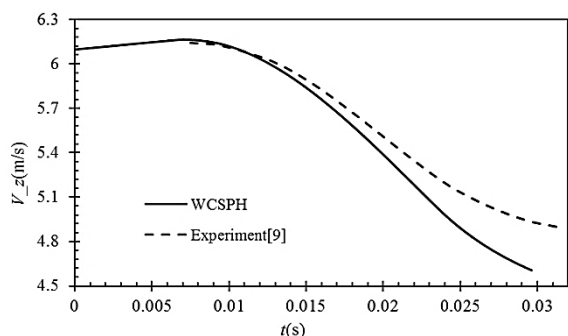


Fig. 12 The vertical velocity of the wedge versus time

شکل 12 تغییرات سرعت عمودی گوه برحسب زمان

"شکل 13" مقادیر سرعت افقی گوه را نشان می‌دهد. می‌توان نتیجه گرفت حرکت گوه در راستای افقی بسیار ناچیز است و می‌توان از آن صرف نظر کرد. مقادیر سرعت افقی در زمان صفر به بیشترین مقدار خود می‌رسد و تا زمان برخورد گوه به سیال این مقدار تغییر نمی‌کند که این به دلیل خطای عددی می‌باشد، چون در هنگام سقوط آزاد گوه نیرویی به جز نیروی گرانش به آن وارد نمی‌شود و نیروی گرانش نمی‌تواند سرعت افقی به گوه بدهد. پس از برخورد گوه به سیال مقادیر سرعت افقی گوه کاهش می‌یابد.

"شکل 14" پروفیل سطح آزاد و میدان فشار را در برخورد گوه به سیال را در زمان 0.024 ثانیه نشان می‌دهد. پس از برخورد، سیال مماس به سطح گوه به بیرون پرتاب می‌شود و بعد از مدتی به خاطر تاثیر نیروی گرانش ذرات سیال به سمت سطح آزاد سیال برمی‌گردند.

### 4-3- برخورد گوه به سیال غیرنیوتنی هرشل‌بالکلی دایلاتنت

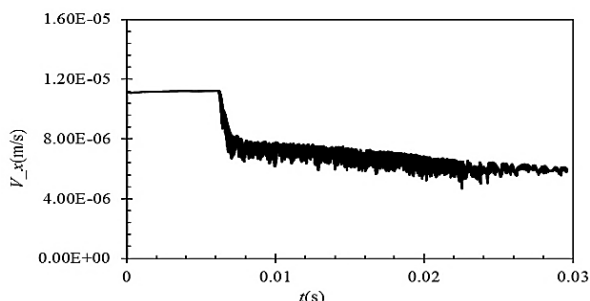


Fig. 13 The horizontal velocity of the wedge versus time

شکل 13 تغییرات سرعت افقی گوه برحسب زمان

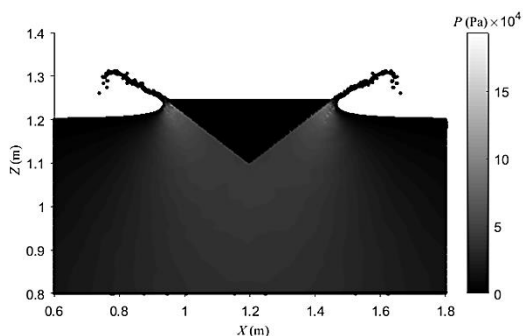


Fig. 14 The free surface profile and pressure field in impact problem at  $t = 0.024$  seconds in Newtonian fluid

شکل 14 شکل سطح آزاد و میدان فشار در برخورد جسم جامد به سیال نیوتنی در زمان 0.024 ثانیه

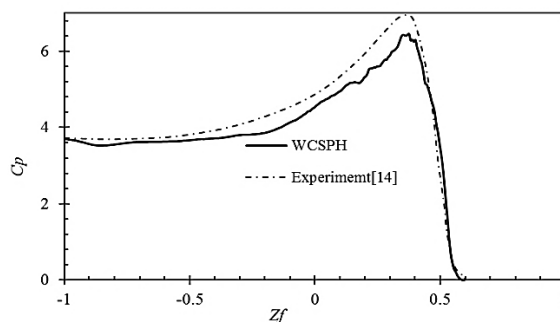


Fig. 10 The comparison of computed pressure coefficient versus  $Zf$  at  $t = 0.0223$  second with experimental data

شکل 10 مقایسه مقادیر ضریب فشار محاسبه شده برحسب  $Zf$  در زمان 0.0223 ثانیه با مقادیر آزمایشگاهی

بیشترین اختلاف ضریب فشار با نتایج آزمایشگاهی در زمان 0.0267 ثانیه مشاهده می‌شود که در "شکل 11" نشان داده شده است. با توجه به "شکل 10"، بیشترین اختلاف در مقادیر نیروی عددی و آزمایشگاهی در زمان حدود 0.026 ثانیه ایجاد می‌شود و به همین دلیل مقادیر ضریب فشار عددی و آزمایشگاهی در این زمان بیشترین اختلاف را با هم دارند؛ چون مقادیر ضریب فشار و نیرو هر دو به مقادیر فشار وابسته‌اند.

همچنین جدول 1 بیشترین درصد خطای نسبی مقادیر ضریب فشار را نشان می‌دهد که با گذشت زمان مقدار خطا رو به افزایش است. مقادیر سرعت عمودی در "شکل 12" نشان داده شده است که با افزایش زمان از مقادیر آزمایشگاهی فاصله می‌گیرد. مهمترین عامل اختلاف سرعت، اختلاف مقادیر نیرو در نتایج عددی و آزمایشگاهی است. با توجه به "شکل 7" مشاهده می‌شود که نیروی محاسبه شده از مقادیر نیروی آزمایشگاهی بیشتر است، پس در نتایج عددی نیروی بیشتری به گوه وارد می‌شود و گوه سرعتش کمتر می‌شود. همچنین اثرات سه‌بعدی می‌تواند به شدت در محاسبه مقادیر فشار و نیرو تاثیر گذار باشد [12].

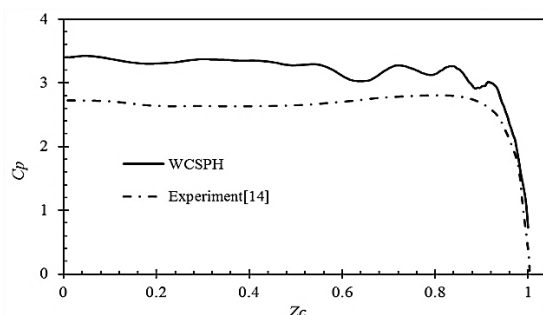


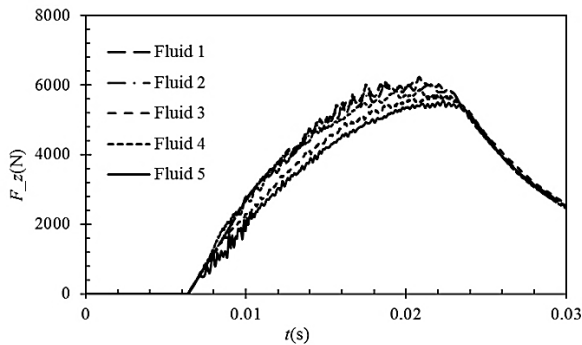
Fig. 11 The comparison of computed pressure coefficient versus  $Zc$  at  $t = 0.0267$  seconds with experimental data

شکل 11 مقایسه مقادیر ضریب فشار برحسب  $Zc$  در زمان 0.0267 ثانیه با مقادیر آزمایشگاهی

جدول 1 بیشترین درصد خطای نسبی مقادیر ضریب فشار محاسبه شده نسبت به مقادیر آزمایشگاهی

Table 1 The maximum relative error of computed pressure coefficient with experimental data

زمان (ثانیه)	0.0267	0.0223	0.01085
ضریب فشار عددی	3.42	6.45	6.48
ضریب فشار آزمایشگاهی	2.79	6.9	6.78
درصد خطای نسبی	22.65	6.25	4.34

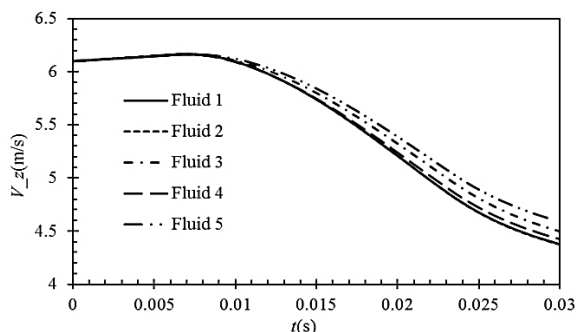


**Fig. 15** The comparison of vertical force exerted on the wedge in the four type of Herschel Bulkley Dilatant fluid and Newtonian fluid versus time

شکل 15 مقایسه نیروی عمودی وارد به گوه برحسب زمان در برخورد با چهار سیال هرشل بالکلی دایلاتنت و سیال نیوتنی

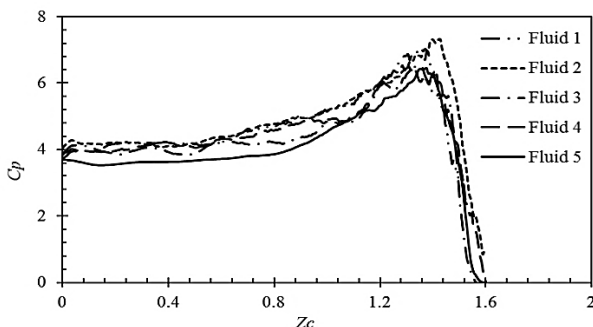
همچنین "شکل 16" مقادیر اندازه سرعت عمودی گوه در هر پنج سیال را نشان می دهد. سرعت حرکت گوه در سیال و نیروی وارد به گوه با هم رابطه عکس دارند؛ یعنی کمترین سرعت گوه در سیالی است که بیشترین نیرو را به گوه وارد می کند. مطابق "شکل 16" سرعت گوه در سیال 2 کمترین مقدار است که بزرگترین نرخ برش، ویسکوزیته و تنش تسلیم را دارد و سرعت گوه در سیال 5 (سیال نیوتنی) بیشترین مقدار است.

مقادیر ضریب فشار برای هر پنج سیال در زمان 0.0223 ثانیه در "شکل 17" نشان داده شده است. سیال هرشل بالکلی دایلاتنت هنگام ورود گوه مقاومت زیادی از خود نشان می دهد و باعث می شود فشار ذرات و ضریب فشار افزایش یابد. کمترین ضریب فشار مربوط به سیال 5 می باشد.



**Fig. 16** The comparison of vertical velocity of wedge in the four type of Herschel Bulkley Dilatant fluids and Newtonian fluid versus time

شکل 16 مقایسه اندازه سرعت عمودی گوه برحسب زمان در برخورد با چهار سیال هرشل بالکلی دایلاتنت و سیال نیوتنی



**Fig. 17** The distribution of pressure coefficient versus  $Z_c$

شکل 17 مقادیر ضریب فشار برحسب  $Z_c$

جهت حل مسئله برخورد، یک مخزن با طول و عرض 2.4 متر و ارتفاع اولیه سیال 1.2 متر در نظر گرفته شده است. سرعت اولیه گوه 6.09 متر بر ثانیه، سرعت گوه در زمان برخورد به آب 6.15 متر بر ثانیه، فاصله اولیه ذرات سیال 0.001 متر، شتاب گرانش 9.81 متر بر مجذور ثانیه و سرعت صوت نیز 61.5 متر بر ثانیه می باشد. زاویه راس گوه 120 درجه و جرم گوه برابر با 241 کیلوگرم و طول قاعده گوه 0.5 متر است. همچنین سیال مورد استفاده دارای چگالی 1000 کیلوگرم بر متر مکعب می باشد. در این بخش از پنج سیال استفاده شده است که مشخصات آن ها در جدول 2 آورده شده است.

"شکل 15" نمودار نیروی عمودی وارد به گوه در برخورد با چهار سیال هرشل بالکلی-دایلاتنت و سیال نیوتنی را نشان می دهد. در بین این پنج سیال سیال 5 کمترین نیرو را به گوه وارد کرده است. به علت وجود نوسان در بیشترین مقادیر نیرو در "شکل 15" دقیقاً نمی توان مشخص کرد که از بین دو سیال 1 و 2 کدام سیال بیشترین نیرو را به گوه وارد می کند؛ ولی مقدار متوسط نیرو در سیال 2 کمی بیشتر از سیال 1 می باشد. می توان نتیجه گرفت که با افزایش تنش تسلیم مقدار نیروی وارد به گوه افزایش می یابد. همچنین در نرخ برش های بالا، تغییر تنش تسلیم تاثیر زیادی در مقدار نیروی وارد به گوه ندارد. با مقایسه سیال 2 و 3، مشاهده می شود که با کاهش توان نرخ برش مقدار نیروی وارد به گوه نیز کاهش می یابد؛ چون با کاهش توان نرخ برش رفتار سیال به رفتار سیال رقیق شونده نزدیک می شود. با کاهش مقدار ضریب ثابت ویسکوزیته سیال هرشل بالکلی دایلاتنت مقدار نیروی وارد به گوه کاهش می یابد (مقایسه سیال 1 و 4).

دامنه نوسانات نیرو در "شکل 15" (قبل از رسیدن به بیشترین مقدار) در سیال نیوتنی با گذشت زمان کاهش ولی در سیال هرشل بالکلی دایلاتنت افزایش می یابد. فشار یک ذره مرزی گوه با استفاده از فشار ذرات سیال همسایه محاسبه می شود و این نوسانات به دلیل خطا در محاسبه فشار ذرات سیال است؛ مطابق با "شکل 14" در هنگام برخورد گوه به سیال نیوتنی و پرتاب سریع ذرات سیال به اطراف (به دلیل ویسکوزیته بسیار پایین سیال)، فشار ذرات سیال پرتاب شده دارای نوسان است و باعث می شود مقادیر نیرو هم نوسان داشته باشند، ولی در سیال هرشل بالکلی دایلاتنت ذرات سیال به دلیل داشتن ویسکوزیته زیاد بعد از برخورد گوه به سیال به سختی به اطراف پرتاب می شوند و در زمان های اولیه برخورد نوسانات کمتری در مقدار نیرو مشاهده می شود. می توان نتیجه گرفت که نوسانات نیرو از زمان پرتاب ذرات سیال به خارج شروع می شود.

نمودار نیرو-زمان در هر پنج سیال از زمان حدود 0.022 ثانیه به بعد تقریباً برهم منطبق هستند. در این زمان تقریباً کل گوه به داخل سیال فرورفته است و قاعده گوه در سطح آزاد سیال می باشد. توجه شود که مقادیر نیروی افقی سیال بسیار نزدیک به صفر است و گوه در راستای افقی هیچ حرکتی ندارد.

**جدول 2** مشخصات سیالات استفاده شده در مسئله برخورد

**Table 2** The characteristics of fluids in impact problem

نوع سیال	ضریب ثابت ویسکوزیته (Pa. s <sup>N</sup> )	تنش تسلیم (پاسکال)	توان نرخ برش
سیال 1	0.0002	10	1.6
سیال 2	0.0002	200	1.6
سیال 3	0.0002	200	1.35
سیال 4	0.0001	10	1.6
سیال 5	0.001	-	-

جدول 3 بیشترین ضریب فشار چهار سیال هرشل بالکلی دایلاتنت و سیال نیوتنی را در زمان 0.0223 ثانیه نشان می دهد. گوه در سیال 2 بیشترین ضریب فشار و در سیال 5 (سیال نیوتنی) کمترین ضریب فشار را در این زمان دارا می باشد. در زمانی که بیشترین نیرو به گوه وارد می شود (0.0223 ثانیه)، با افزایش تنش تسلیم مقدار ضریب فشار بیشینه نیز افزایش می یابد (مقایسه سیال 1 و 2)، چون با افزایش تنش تسلیم ویسکوزیته سیال افزایش می یابد و در هنگام برخورد مقاومت سیال در برابر ورود گوه بیشتر شده و در نهایت فشار و ضریب فشار سیال افزایش می یابد. با کاهش توان نرخ برش مقدار ضریب فشار بیشینه نیز کاهش می یابد (مقایسه سیال 2 و 3)؛ کاهش توان نرخ برش باعث می شود رفتار سیال شبیه به رفتار سیال نیوتنی شود که مقاومت کمی در برابر ورود گوه از خود نشان می دهد. همچنین با کاهش مقدار ویسکوزیته ضریب فشار بیشینه نیز کاهش پیدا می کند (مقایسه سیال 1 و 4). "شکل 18" میدان فشار و سطح آزاد سیال 2 را در زمان 0.024 ثانیه نشان می دهد. به دلیل ویسکوزیته زیاد و داشتن تنش تسلیم، بعد از برخورد گوه به سیال، سیال از خود مقاومت نشان داده و به سختی به اطراف پرتاب می شود و به اصطلاح از ورود گوه به سیال جلوگیری می کند. همچنین مقادیر فشار سیال نیز نسبت به سیال نیوتنی افزایش یافته است. با مقایسه نیروی وارد به گوه در دو سیال 2 و 3 می توان نتیجه گرفت که با افزایش توان نرخ برش رفتار سیال می تواند مشابه رفتار جامد می شود.

### 5- نتیجه گیری

در مسئله شکست سد سیال نیوتنی و غیرنیوتنی نتایج عددی تطابق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

در مسئله برخورد گوه به سیال نیوتنی نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد. مقادیر نیروی قائم وارد بر گوه تا قبل از رسیدن به نیروی حداکثر با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد. مقادیر نیروی افقی نزدیک به صفر است و گوه حرکت افقی ندارد. مقادیر ضریب فشار محاسبه شده برای سطح گوه تطابق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد به جز در مقادیر مربوط به

جدول 3 مقایسه بیشترین ضریب فشار در سیال نیوتنی و چهار سیال هرشل بالکلی- دایلاتنت

Table 3 The comparison of maximum pressure coefficient of the four type of Herschel Bulkley Dilatant and Newtonian fluids

سیال	5	4	3	2	1
بیشترین ضریب فشار	6.45	6.526	6.545	7.32	6.995

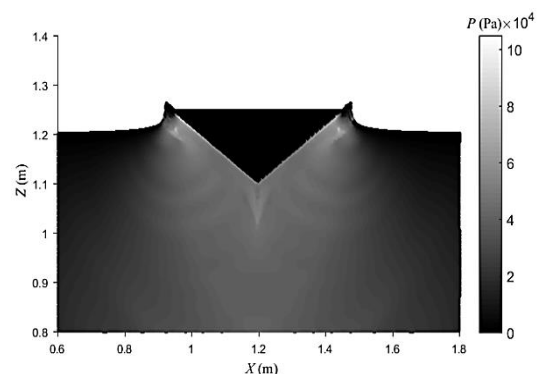


Fig. 18 The Pressure field and free surface deformation of the fluid 2 at  $t = 0.024$  second

شکل 18 میدان فشار و تغییرات سطح آزاد سیال 2 در زمان 0.024 ثانیه

### 6- فهرست علائم

$c$	سرعت صوت ( $ms^{-1}$ )
$C_a$	ضریب ثابت تابع کرنل گاوسی
$C_b$	ضریب ثابت تابع کرنل گاوسی
$C_p$	ضریب فشار
$c_0$	سرعت اولیه صوت ( $ms^{-1}$ )
$D$	تانسور تغییر شکل ( $s^{-1}$ )
$D_0$	ثابت معادله موناکان ( $ms^{-1}$ )
$D_1$	عدد ثابت جهت کاهش فشار
$dS$	مساحت ذره تصویر شده ( $m^2$ )
$\vec{F}$	بردار نیرو ( $kgms^{-2}$ )
$f$	شتاب ذرات ( $ms^{-2}$ )
$\vec{g}$	بردار شتاب گرانش ( $ms^{-2}$ )
$H$	عمق مخزن (m)
$h$	طول هموارسازی (m)
$h(z)$	ارتفاع هر ذره از سطح آزاد (m)
$H_0$	ارتفاع اولیه سیال (m)
$k$	ضریب تصحیح لزجت مصنوعی
$L_0$	طول اولیه سیال (m)
$m$	جرم (kg)
$N$	توان نرخ برش
$\vec{n}$	بردار عمود بر سطح
$P$	فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$P_0$	فشار پیش زمینه ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$\vec{r}$	بردار مکان (m)
$r_0$	فاصله اولیه ذرات (m)

[6] G. Kai, L. Hua, B. I. Wang, Water entry of a wedge based on SPH model with an improved boundary treatment, *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, Vol. 21, No. 6, pp. 750-757, 2009.

[7] P. K. Koukouvinis, J. S. Anagnostopoulos, D. E. Papantonis, Simulation of 2D wedge impacts on water using the SPH-ALE method, *Acta Mechanica*, Vol. 224, No. 11, pp. 2559, 2013.

[8] J. Vila, On particle weighted methods and smooth particle hydrodynamics, *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, Vol. 9, No. 02, pp. 161-209, 1999.

[9] G. Chen, Y. Li, Investigation of free surface flow in wedge water entry problem using Smoothed Particle Hydrodynamics method, *Proceeding of the OCEANS Conference*, Shanghai: IEEE, pp. 1-7, 2016.

[10] L. Ma, H. Liu, Numerical study of 2-D vertical Water-entry problems using Two-phase SPH method, *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 27, No. 02, pp. 160-167, 2017.

[11] H. Ghazizade-Ahsae, A. Nikseresht, Two-phase flow analysis of a symmetric water impact problem of a flying boat, considering dynamic equations, *Proceeding of the 9th Iranian Aerospace Society Conference*, Tehran, Iran, February 8-10, 2010.

[12] A. H. Nikseresht, H. Ghazizade-Ahsae, Numerical simulation of three-dimensional dynamic motion of a standard NACA model in an impact problem, *International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation*, Vol. 4, No. 4, pp. 190-194, 2012.

[13] R. Shademani, P. Ghadimi, Asymmetric water entry of twin wedges with different deadrisers, heel angles, and wedge separations using finite element based finite volume method and VOF, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 10, No. 1, 2017.

[14] R. Zhao, O. Faltinsen, J. Aarsnes, Water entry of arbitrary two-dimensional sections with and without flow separation, *Proceedings of the 21st Symposium on Naval Hydrodynamics Conference*, Norway: National Academy Press, pp. 408-423, 1966.

[15] R. Zhao, O. Faltinsen, Water entry of two-dimensional bodies, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 246, No. 1, pp. 593-612, 1993.

[16] G.-R. Liu, M. B. Liu, *Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method*, pp. 1-56, Singapore: World Scientific, 2003.

[17] A. Vorobyev, *A Smoothed Particle Hydrodynamics Method for the Simulation of Centralized Sloshing Experiments*, pp. 24-27, Germany, KIT Scientific Publishing, 2012.

[18] Z.-B. Wang, R. Chen, H. Wang, Q. Liao, X. Zhu, S.-Z. Li, An overview of smoothed particle hydrodynamics for simulating multiphase flow, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 40, No. 23, pp. 9625-9655, 2016.

[19] A. Zhang, P. Sun, F. Ming, An SPH modeling of bubble rising and coalescing in three dimensions, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 294, No. 1, pp. 189-209, 2015.

[20] S. Farzin, Y. Hassanzadeh, M. T. Aalami, R. Fatehi, An implicit incompressible SPH method for free surface flow problems, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 99-110, 2014. (in Persian)

[21] J. P. Morris, P. J. Fox, Y. Zhu, Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH, *Journal of Computational Physics*, Vol. 136, No. 1, pp. 214-226, 1997.

[22] M. Gesteira, B. Rogers, R. Dalrymple, A. Crespo, M. Narayanaswamy, User Guide for the SPHysics code, pp. 1-34, Manchester: University of Manchester, 2010.

[23] J. J. Monaghan, Simulating free surface flows with SPH, *Journal of Computational Physics*, Vol. 110, No. 2, pp. 399-406, 1994.

[24] A. Xenakis, S. Lind, P. Stansby, B. Rogers, An incompressible SPH scheme with improved pressure predictions for free-surface generalised Newtonian flows, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 218, No. 1, pp. 1-15, 2015.

[25] S. Hosseini, M. Manzari, S. Hannani, A fully explicit three-step SPH algorithm for simulation of non-Newtonian fluid flow, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 17, No. 7, pp. 715-735, 2007. (in Persian)

[26] S. Farzin, Y. Hassanzadeh, M. T. Aalami, R. Fatehi, Development of Two Incompressible SPH methods to simulate sediment-laden free surface flows, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 91-103, 2015.

[27] D. Komatina, M. Jovanovic, Experimental study of steady and unsteady free surface flows with water-clay mixtures, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 35, No. 5, pp. 579-590, 1997.

$Sr$	تانسور نرخ برش ( $s^{-1}$ )
$t$	زمان (s)
$T^*$	زمان بی بعد
$\vec{u}$	بردار سرعت ( $ms^{-1}$ )
$u_w$	بیشترین سرعت گوه ( $ms^{-1}$ )
$V$	حجم ( $m^3$ )
$X^*$	مسافت بی بعد
$Z_D$	مقدار فرورفتگی نوک گوه در سیال (m)
$Z_k$	مختصات قائم نوک گوه (m)

علامه یونانی

$\alpha$	عدد ثابت لزجت از مرتبه 100
$\beta_i$	ضرائب تصحیح چگالی
$\gamma$	توان معادله حالت
$\epsilon$	ضریب تصحیح موقعیت
$\kappa$	ضریب معادله حالت ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\Pi$	لزجت مصنوعی
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\rho_0$	چگالی اولیه ( $kgm^{-3}$ )
$\tau$	تانسور تنش ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$\tau_y$	تنش تسلیم ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$\nu$	لزجت سینماتیکی ( $m^2s^{-1}$ )

بالانویس ها

$n$	زمان
$p_1$	توان معادله موناقان
$p_2$	توان معادله موناقان

زیرنویس ها

$i$	اندیس ذره موردنظر
$i'$	اندیس ذرات تصویر شده
$j$	اندیس ذرات همسایه

7- مراجع

[1] R. P. Chhabra, J. F. Richardson, *Non-Newtonian flow in the process industries: fundamentals and engineering applications*, pp. 1-36, Great Britain: Butterworth-Heinemann, 1999.

[2] F. Irgens, *Rheology and Non-Newtonian Fluids*, pp. 1-22, Norway: Springer, 2014.

[3] L. B. Lucy, A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, *The Astronomical Journal*, Vol. 82, No. 2, pp. 1013-1024, 1977.

[4] R. A. Gingold, J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 181, No. 3, pp. 375-389, 1977.

[5] G. Oger, M. Doring, B. Alessandrini, P. Ferrant, Two-dimensional SPH simulations of wedge water entries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 213, No. 2, pp. 803-822, 2006.