



## کنترل یک ربات چرخ‌دار در حضور لغزش چرخ‌ها به روش تطبیقی بازگشت گام به گام

علی کیماسی خلجی<sup>1\*</sup>، مصطفی جلال نژاد<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران  
 2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی 14911-15719، keymasi@khu.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 16 آذر 1396  
 پذیرش: 12 اسفند 1396  
 ارائه در سایت: 26 اسفند 1396

کلید واژگان:

ربات متحرک چرخ‌دار  
 سیستم‌های غیرهولونومیک  
 تعقیب مسیرهای حرکت زمانی  
 روش بازگشت گام به گام

## چکیده

در تحلیل کنترل حرکت خودکار ربات‌های چرخ‌دار با فرض عدم لغزش چرخ‌ها (غلتش خالص) نتایج رضایت بخشی وجود دارد، اما متأسفانه در عمل به خاطر وجود عدم قطعیت‌هایی مانند لغزش چرخ‌ها به خصوص در کاربردهایی همچون کشاورزی که شرایط کار دارای ناهموازی‌ها نیز می‌باشد، نتایج تحت تأثیر قرار گرفته و کیفیت عملکرد روش‌های کنترلی تحت‌الشعاع قرار می‌گیرد. کنترل ایده‌آل سیستم‌های چرخ‌دار با فرض وجود قیود عدم لغزش غیرهولونومیک انجام شده در حالی که در سیستم واقعی به خاطر حضور لغزش‌ها این قیود نقض می‌شوند. در این مقاله، مسئله کنترل تعقیب مسیر ربات چرخ‌دار در حضور پدیده لغزش انجام شده است. برای در نظر گرفتن اثرات لغزش‌ها، مدل آن‌ها وارد معادلات سینماتیک مساله می‌گردند. به عبارت دیگر این اثرات به عنوان پارامترهای ناشناخته به مدل سینماتیک ایده‌آل اضافه می‌شود. این پارامترهای ناشناخته را با یک روش تطبیقی تخمین زده و با الگوریتم کنترلی بازگشت گام به گام سیستم را کنترل می‌نماییم. قانون کنترلی بازگشت گام به گام برای تعقیب مسیرهای مرجع ربات طراحی گردیده و ربات را به صورت مجانبی حول مسیرهای حرکت زمانی مرجع پایدار می‌سازد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که کنترل‌کننده تطبیقی پیشنهادی می‌تواند تعقیب مسیر ردیابی را در حضور لغزش چرخ‌ها تضمین کند. در پایان نتایج به‌دست آمده برای مسیرهای مرجع ارائه گردیده و نتایج مقایسه‌ای کارایی استفاده از تخمین لغزش‌ها در کنترل سیستم را نشان می‌دهد.

## Control of a wheeled robot in presence of sliding of wheels using adaptive backstepping method

Ali Keymasi Khalaji<sup>\*</sup>, Mostafa Jalalnezhad

Department of Mechanical Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 15719-14911, Tehran, Iran, keymasi@khu.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 07 December 2017  
 Accepted 03 March 2018  
 Available Online 17 March 2018

## Keywords:

Wheeled mobile robot  
 Nonholonomic systems  
 Trajectory tracking  
 Backstepping method

## ABSTRACT

There exist satisfactory results in the analysis of the motion control of the vehicles with the assumption of nonslip (pure rolling) condition of robot wheels. But unfortunately in practice due to the presence of uncertainties such as sliding of wheels especially in agriculture applications where working conditions are rough the results and the quality of the control performance of the system are affected. The ideal control of wheeled systems is performed with the assumption of the existence of nonholonomic non-slip constraints, while in the real system these constraints are violated due to the presence of slippages. In this paper the problem of trajectory tracking control of wheeled vehicles in the presence of sliding is addressed. To take sliding effects into account, sliding models are introduced into the kinematic model. In other words, these effects are added as unknown parameters to the ideal kinematic model. For taking into account the sliding effects their mathematical models are introduced in system kinematic model. In another word these effects as an unknown parameters are added to the system ideal kinematics. An integrating parameter adaptation technique and backstepping control algorithm has been utilized in order to control the system. The backstepping control law is designed to track the reference trajectories and make the robot asymptotically stable around the reference trajectories. Obtained results show that the proposed adaptive controller can guarantee tracking reference trajectories in the presence of sliding of wheels. Finally, the obtained results are presented for tracking reference trajectories and comparison results shows the efficiency of using the estimation of slips in control of the system.

## 1- مقدمه

لغزش در جهت جانبی به‌وجود می‌آید [1-3]. بنابراین حرکت ربات چرخ‌دار نه تنها توسط یک مسیر هندسی مشخص بلکه توسط یک رابطه دینامیکی با توجه به جهت لغزش طولی مشخص می‌شود. بسیاری از تحقیقاتی که در این زمینه انجام شده است مربوط به کنترل تعقیب مسیر ربات می‌باشد، در کارهای انجام شده تاکنون بسیاری از محققین با فرض برقراری قید عدم

ربات‌های چرخ‌دار یک نمونه از متداول‌ترین ربات‌های متحرک هستند که به خاطر تماس میان چرخ‌ها با سطح زمین، مقید به قیود غیر هولونومیک<sup>1</sup> می‌باشند. این قیود در اثر غلتش خالص چرخ‌ها در حرکت رو به جلو و عدم

<sup>1</sup> Nonholonomic

Please cite this article using:

A. Keymasi Khalaji, M. Jalalnezhad, Control of a wheeled robot in presence of sliding of wheels using adaptive backstepping method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 04, pp. 144-152, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

غیرخطی کاربرد دارد. یکی از مهمترین مزایای روش بازگشت گام به گام این است که از حذف المان‌های غیرخطی در طراحی قانون کنترلی جلوگیری می‌کند. در عمل نمی‌توان از اغتشاشات و یا عدم قطعیت‌ها چشم‌پوشی کرد، بنابراین نیاز است که روش بازگشت گام به گام به کار رفته قابلیت مقاومت در برابر اغتشاشات را داشته باشد. بنابراین با اضافه نمودن جملاتی می‌توان این خاصیت را در روش بازگشت گام به گام به وجود آورد و این قانون کنترلی را در برابر این اغتشاشات مقاوم کرد و به الگوریتم بازگشت گام به گام مقاوم رسید. در این مقاله بر مبنای این روش با وارد نمودن اثرات لغزش چرخ‌ها در معادلات سینماتیکی در ابتدا لغزش‌های سیستم را تخمین می‌زنیم و سپس با استفاده از روش بازگشت گام به گام به کنترل سیستم می‌پردازیم.

در ادامه‌ی این مقاله مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخ‌دار دارای تریلر در حضور اثرات لغزش استخراج گردیده است. سپس، مسیریهای حرکت مرجع برای تعقیب ربات تولید شده است. در ادامه، یک قانون کنترل سینماتیکی از روش بازگشت گام به گام برای سیستم طراحی شده است. در نهایت نتایج پیاده‌سازی روش پیشنهاد شده بر روی ربات متحرک چرخ‌دار دارای یک تریلر و نتایج مقایسه‌ای ارائه شده است. نتایج به دست آمده نشان دهنده جبران اثرات لغزش چرخ‌های ربات با استفاده از الگوریتم کنترلی ارائه شده می‌باشد.

## 2- توصیف سیستم و مدل‌سازی

سیستم موردنظر یک ربات چرخ‌دار دیفرانسیلی، همان‌گونه که در "شکل 1" نمایش داده شده می‌باشد. چرخ‌های دیفرانسیلی ربات با عملگرهای مجزا مجهز شده‌اند و یک چرخ کروی نیز برای حفظ پایداری آن استفاده شده است.

وضعیت ربات متحرک با بردار مختصات تعمیم یافته‌ی  $(x, y, \theta)^T = q$  نشان داده می‌شود، که در آن  $(x, y)$  مختصات نقطه‌ی  $P$  می‌باشد و  $\theta$  جهت‌گیری ربات نسبت به دستگاه مرجع و  $\varphi$  زاویه ناشی از لغزش را نشان می‌دهد. نقطه‌ی  $C$  نشان دهنده‌ی مرکز جرم ربات می‌باشد. بحث اصلی در سینماتیک ربات‌های متحرک چرخ‌دار وجود قیدهای غیرهولونومیک به خاطر غلتش بدون لغزش چرخ‌ها روی زمین می‌باشد [10]. این قیدها از یک رابطه میان مختصات تعمیم یافته و سرعت‌های تعمیم یافته تشکیل می‌شوند [1]. قیود سیستم در فرمت ماتریسی نیز به صورت زیر می‌باشند:

$$\mathcal{A}^T(q)\dot{q} = 0 \quad (1)$$

که در آن  $\mathcal{A}(q)$  ماتریس قیدی است. برای ربات متحرک چرخ‌دار، ماتریس قیدی به صورت زیر می‌باشد.

$$\mathcal{A}^T(q) = (\sin \theta \quad -\cos \theta \quad 0) \quad (2)$$

در اینصورت ماتریس  $\mathcal{S}(q)$  برای ربات متحرک چرخ‌دار دیفرانسیلی به صورت زیر وجود دارد:

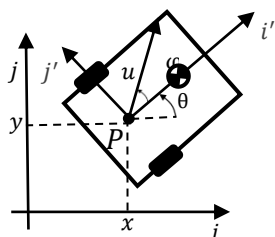


Fig. 1 Differential drive wheeled mobile robot

شکل 1 ربات متحرک چرخ‌دار دیفرانسیلی

لغزش ربات اقدام به طراحی قانون کنترل نموده‌اند [5,4]. بنابراین روش‌هایی برای کنترل ربات‌های متحرک غیرهولونومیک ارائه شد که به‌طور کلی می‌توان آن‌ها را به دو گروه کنترل‌های ناپیوسته و کنترل‌های هموار متغیر با زمان تقسیم نمود. کنترل‌های متغیر با زمان به‌وسیله سامسون [7,6] ارائه گردید در حالی که کنترل‌های ناپیوسته به‌صورت‌های متفاوتی توسط محققان مختلف طراحی شدند [9,8]. پس از آن غلبه بر نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی در سیستم‌های دینامیکی کنترل‌های مقاوم توسعه پیدا کردند. برخی از الگوریتم‌های ارائه شده عبارتند از: کنترل تطبیقی<sup>1</sup> [11,10]، کنترل مود لغزشی<sup>2</sup> [13,12]، کنترل بهینه<sup>3</sup> [14]، کنترل پیش‌بین<sup>4</sup> [15]، شبکه‌های عصبی<sup>5</sup> [17,16] و کنترل فازی<sup>6</sup> [19,18]. با این‌که روش‌های مختلفی برای مقاوم‌سازی کنترل‌کننده‌ها در این روش‌ها وجود دارد، اما فرض سینماتیک ایده‌آل در مورد تمامی این روش‌ها وجود دارد که فرضی محدود کننده است. بنابراین به‌علت عوامل مختلف مانند لغزش چرخ‌ها و شکل‌پذیری یا انعطاف‌پذیری چرخ‌ها، محدودیت‌هایی برای فرض غلتش خالص وجود دارد که ضرورت استفاده از روش‌هایی را ایجاب می‌کند که نقض قوانین غیرهولونومیک در سیستم‌های چرخ‌دار در اثر لغزش چرخ‌ها را جبران نماید [21,20]. در مرجع [22] با استفاده از تکنیک خطی‌سازی فیدبک، یک کنترل مقاوم برای ربات‌های فرمانش لغزشی ارائه شده که به بررسی اثرات لغزش طولی در ربات‌های فرمانش لغزشی پرداخته و یک کنترل تطبیقی برای ردیابی مسیر مرجع ربات پیشنهاد نموده است. اما نکته حائز اهمیت در این تحقیقات این است که مولفه طولی مرکز آنی دوران در طی حرکت ثابت فرض شده بود که در حالت واقعی قابل اعمال نمی‌باشد. مشاهدات واقعی نشان می‌دهد که در سرعت‌های کم مولفه طولی مرکز آنی دوران تقریباً برابر صفر است لیکن در مانورهای دورانی با سرعت‌های بالاتر، این مقدار بزرگتر شده و ممکن است از چهارچوب چرخ‌های ربات خارج شود که منجر به کاهش پایداری حرکتی ربات می‌گردد. در مرجع [23] یک کنترلر سینماتیکی با استفاده از نوسانگر دینامیکی ارائه دادند که قادر به انجام هم‌زمان ردیابی مسیر مرجع و پایداری‌سازی بود. آن‌ها لغزش طولی و جانبی ربات را به عنوان یک اغتشاش سینماتیکی در نظر گرفتند که باعث عدم برقراری قید غیرهولونومیک ربات می‌گردید.

یکی از این روش‌های کنترل غیرخطی روش بازگشت گام به گام است، که ابزاری قدرتمند در طراحی قوانین کنترلی به حساب می‌رود [24]. انعطاف روش بازگشت گام به گام، اجازه می‌دهد که تعداد زیادی از مسائل طراحی را تحت شرایطی گسترده‌تر از آن چیزی که در روش‌های دیگر با آن روبرو می‌شدیم حل کند. این روش به‌طور موفقیت‌آمیزی برای طیف گسترده‌ای از مسائل غیرخطی بکار برده شده است [25]. این ابزار، یک روش طراحی قوانین کنترلی بر پایه تئوری لیاپانوف است که برای سیستم‌های غیرخطی به کار می‌رود. ایده این روش گسترش کاربرد تابع لیاپانوف از یک سیستم ساده به سیستم‌هایی با ساختارهای پیچیده‌تر و به‌طور هم‌زمان تضمین پایداری است [26]. دلیل نام‌گذاری بازگشت گام به گام برای این روش به خاصیت بازگشتی آن در طراحی قانون کنترلی باز می‌گردد و در هر مرحله از یک تابع لیاپانوف برای تضمین پایداری سیستم استفاده می‌شود. روش بازگشت گام به گام یک الگوریتم پله‌ای را دنبال می‌کند و برای دسته‌ای از سیستم‌های

<sup>1</sup> Robust control

<sup>2</sup> Sliding mode control

<sup>3</sup> Optimal control

<sup>4</sup> Preconfiguration control

<sup>5</sup> Neural Networks

<sup>6</sup> Control fuzzy

مسیرهای مرجع  $x_r(t)$ ,  $y_r(t)$ ,  $\theta_r(t)$  و ورودی‌های سینماتیکی مرجع  $u_{1r}(t)$ ,  $u_{2r}(t)$  و مشتقات آن‌ها پیوسته و کراندار یکنواخت فرض می‌شوند.

#### 4- الگوریتم کنترلی بازگشت گام به گام

این روش کنترلی یک روش تحلیلی بر مبنای تئوری لیاپانوف می‌باشد. این کنترل کننده همانند روش‌های مدل لغزشی و دیگر روش‌های کنترل غیرخطی می‌تواند با روش‌های تطبیقی ترکیب شده و در برابر اغتشاشات و تغییر پارامترها و همچنین نویزهای مزاحم مقاوم‌تر گردند. دلیل کارایی بالای این روش سادگی طراحی و طراحی گام به گام آن است و همچنین نسبت به روش‌های کنترل مقاوم همچون مد لغزشی از نظر نداشتن نوسانات فرکانس بالا برتری دارد. این روش به طور گسترده در سیستم‌های گوناگون غیر خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد [11,12].

برای کنترل تعقیب مسیرهای حرکت زمانی براساس روندی که توضیح داده خواهد شد معادلات دینامیک خطای تعقیب سیستم تشکیل می‌گردد. اگر این معادلات خطا در مبدأ پایدار شوند مسیرهای حرکت زمانی ربات متحرک حول مسیرهای حرکت زمانی مرجع پایدار می‌گردند و بدین ترتیب مسئله تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع ربات متحرک حل می‌گردد [11].

هدف طراحی قانون کنترل فیدبک برای ربات چرخ‌دار دیفرانسیلی است به طوری که خطای تعقیب  $e = q - q_r$  در مبدأ پایدار گردد. این کنترلر از نوع سینماتیکی است که ورودی‌های آن سرعت‌های خطی و دورانی معرفی شده می‌باشند [12]. فرض ما بر این است که متغیرهای وضعیت ربات در هر لحظه از زمان، توسط سنسورها اندازه‌گیری می‌شوند و توسط این متغیرها قوانین کنترلی تولید و اصلاح می‌گردند. در ادامه، حل این مسأله کنترلی ارائه می‌گردد.

یک بردار خطای نگاشت یافته در نظر می‌گیریم که طبق رابطه زیر تعریف شده است.

$$e = T(\theta)\varepsilon \quad (9)$$

ماتریس تبدیل  $T(\theta)$  خطای تعقیب را به یک فضای جدید نگاشت می‌دهد. این ماتریس به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$T(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

بنابراین:

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = T(\theta) \begin{pmatrix} x - x_r \\ y - y_r \\ \theta - \theta_r \end{pmatrix} \quad (11)$$

با مشتق‌گیری از (11) خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{\theta} \sin \theta & \dot{\theta} \cos \theta & 0 \\ -\dot{\theta} \cos \theta & -\dot{\theta} \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_r - \dot{x} \\ \dot{y}_r - \dot{y} \\ \dot{\theta}_r - \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (12)$$

با ساده‌سازی روابط فوق، معادلات دیفرانسیل خطای تعقیب به صورت زیر محاسبه می‌گردند.

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_2 e_2 - u_1 + u_{1r} \cos e_3 \\ -u_2 e_1 + u_{1r} \sin e_3 \\ u_{2r} - u_2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\delta(q) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

بنابراین، مدل سینماتیکی به صورت رابطه‌ی (4) به دست خواهد آمد.

$$\dot{q} = \delta(q)u \quad (4)$$

که در آن بردار ورودی‌های سینماتیکی مستقل سیستم است.  $u_1$  سرعت خطی نقطه‌ی  $P$  و  $u_2$  سرعت زاویه‌ای ربات می‌باشد.

#### 3- تعقیب مسیرهای حرکت زمانی

تعقیب مسیرهای حرکت زمانی یکی از مسائل مربوط به کنترل حرکت ربات‌های متحرک خودکار به حساب می‌رود [1,2]. در این مسئله مطلوب این است که ربات متحرک با شروع از یک شرایط اولیه مشخص به یک مسیر دلخواه در فضای کارترین برسد و با یک زمانبندی مشخص آنرا تعقیب نماید. از نظر ریاضی حالت‌های سیستم یا تابعی از آن‌ها یکسری حالت‌ها یا توابع مطلوب را تعقیب می‌نمایند. بنابراین ورودی‌های کنترلی سیستم باید به گونه‌ای طراحی شوند که خطای تعقیب  $(x - x_r, y - y_r)$  با گذشت زمان به مبدأ میل نماید، که مختصات نقطه‌ی  $P$  در دستگاه اینرسی است. بنابراین هدف این بخش طراحی بردار ورودی‌های کنترلی  $u$  برای نزدیک کردن نقطه‌ی  $P$  به  $P_r = (x_r, y_r)$  است.

#### 3-1- تولید مسیرهای حرکت مرجع

فرض می‌کنیم توابع زمانی مسیر مرجع در فضای کارترین که باید توسط ربات تعقیب شود به صورت (5) بیان گردد.

$$\begin{cases} \dot{x}_r = x_r(t) \\ \dot{y}_r = y_r(t) \end{cases} \quad (5)$$

که اندیس  $r$  برای نشان دادن متغیرهای سیستم روی مسیر مرجع استفاده شده است. می‌خواهیم این مسیر را به فضای متغیرهای ربات نگاشت دهیم. با استفاده از معادلات (4) و (5) می‌توان نوشت:

$$u_{1r}(t) = \pm \sqrt{\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2} \quad (6)$$

همچنین  $\theta_r(t)$  را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\theta_r(t) = \text{atan2}\{\dot{y}_r(t), \dot{x}_r(t)\} \quad (7)$$

که  $\text{atan2}$  معکوس تابع تانژانت در یک دور کامل می‌باشد.

حال  $\dot{\theta}_r(t)$  به صورت (8) به دست می‌آید.

$$u_{2r} = \dot{\theta}_r(t) = \frac{\dot{y}_r(t)\dot{x}_r(t) - \dot{y}_r(t)\dot{x}_r(t)}{u_{1r}^2(t)} \quad (8)$$

بنابراین از معادلات سینماتیک سیستم بر روی مسیرهای حرکت زمانی مرجع  $(\theta_r(t), u_{1r}(t), u_{2r}(t))$  محاسبه شدند.

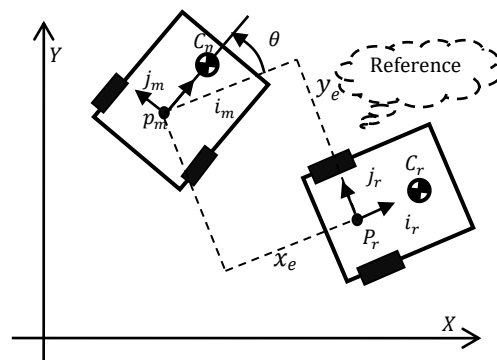


Fig. 2 Reference robot and tracking error

شکل 2 ربات مرجع و خطای تعقیب

برای منفی معین شدن تابع  $\dot{V}_2$  در فوق مقدار  $\omega$  را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم.

$$\omega = \frac{e_2 u_{1r} + u_{2r} \cos e_3 + \frac{k_2 u_{1r} \sin e_3}{u_{1r}} + k_\xi \xi}{\cos e_3 + \frac{k_2 e_1}{u_{1r}}} \quad (26)$$

معادله  $\omega$  را در رابطه‌ی (25) قرار می‌دهیم، بنابراین:

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_\xi \xi^2 \quad (27)$$

که  $k_\xi$  بهره کنترلی سیستم است.

#### 1-4- الگوریتم کنترلی بازگشت گام به گام به همراه تخمین گر لغزش چرخ‌ها

برای در نظر گرفتن شرط لغزش معادلات (28) را در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} u_2 = \omega + \omega_s \\ \omega_s = \bar{\omega}_s + \varepsilon_1 \\ u_{y'} = \bar{u}_{y'} + \varepsilon_2 \end{cases} \quad (28)$$

$u_{y'}$  لغزش در جهت عرضی و  $\omega_s$  نیز ترم ناشی از لغزش موثر بر روی سرعت زاویه‌ای ترک‌تور می‌باشد.  $\varepsilon_1$  و  $\varepsilon_2$  هم مقادیر ثابتی دارند. در این میان  $\bar{\omega}_s$  و  $\bar{u}_{y'}$  مقادیر نامی این لغزش‌ها می‌باشند، که پارامترهای ناشناخته‌ای هستند و از طریق کنترل تطبیقی مقادیر آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

بنابراین با جایگذاری روابط (28) در رابطه (14) داریم:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = u_2 e_2 - (u_{x'} + \bar{u}_{x'}) + u_{1r} \cos e_3 \\ \dot{e}_2 = -u_2 e_1 + u_{1r} \sin e_3 - (\bar{u}_{y'} + \varepsilon_2) \\ \dot{e}_3 = u_{2r} - \omega - \omega_s \end{cases} \quad (29)$$

که  $\bar{u}_{x'}$  هم لغزش در جهت  $x'$  می‌باشد و دارای مقدار ثابتی است. در مرحله اول همانند بخش قبلی در این روش تابع لیاپانف  $V_3$  را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [21].

$$V_3 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'}) \quad (30)$$

مشتق تابع فوق را بر حسب زمان به صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & e_1(u_2 e_2 - u_{x'} - \bar{u}_{x'} + u_{1r} \cos e_3) \\ & + e_2(-u_2 e_1 - \hat{u}_{y'} - \varepsilon_2 + u_{1r} \sin e_3) \\ & + \frac{1}{2} (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} + \Gamma e_2) \end{aligned} \quad (31)$$

مانند مرحله سینماتیک بدون لغزش  $\xi = \sin e_3$  را می‌گیریم و مقدار مطلوب این متغیر را برای منفی معین شدن مشتق تابع لیاپانف می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\xi_d = \frac{\hat{u}_{y'} - k_2 e_2 - \rho_1 \text{sign}(e_2)}{u_{1r}} \quad (32)$$

که در رابطه فوق فرض می‌شود  $|\varepsilon_i| < \rho_i$  و  $\sigma_i > 0$  پس:

$$\begin{cases} u_{x'} = -\bar{u}_{x'} + u_{1r} \cos e_3 + k_1 e_1 \\ \hat{u}_{y'} = -\Gamma e_2 \end{cases} \quad (33)$$

بعد از قراردادن معادلات فوق در رابطه‌ی (33) داریم:

$$\dot{V}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - (\rho_1 - |\varepsilon_1|) |e_2| \quad (34)$$

در معادله (34) برای این که تابع  $\xi_d$  تغییرات پیوسته داشته باشد می‌توانیم تابع  $\text{sign}(\cdot)$  را با تابع  $\tanh(\cdot)$  تقریب بزنیم تا از نوسانات فرکانس بالای پاسخ‌های جلوگیری به عمل آید.

$$\xi_d = \frac{\hat{u}_{y'} - k_2 e_2 - \rho_1 \tanh\left(\frac{e_2}{\sigma_1}\right)}{u_{1r}} \quad (35)$$

با جایگذاری از رابطه‌های (33) و (35) در (34) داریم:

$$\dot{V}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - (\rho_1 - |\varepsilon_1|) |e_2| + \zeta_1 \quad (36)$$

رابطه فوق با فرض عدم حضور لغزش یا به عبارتی  $\varphi = 0$  نوشته شده است. از معادلات لغزش به صورت زیر بدست می‌آید. در صورت حضور لغزش با توجه به "شکل 1" می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$\begin{cases} u_{x'} = u \cos \varphi \\ u_{y'} = u \sin \varphi \\ \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{u_{y'}}{u_{x'}}\right) \end{cases} \quad (14)$$

در صورت عدم حضور لغزش،  $u_1$  که نشان دهنده سرعت طولی ربات است با  $u_{x'}$  برابر خواهد بود. حال برای پایداری سیستم تابع لیاپانف زیر را در نظر می‌گیریم.

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (15)$$

مشتق این تابع به صورت زیر خواهد بود.

$$\dot{V}_1 = e_1(u_2 e_2 - u_{x'} + u_{1r} \cos e_3) + e_2(-u_2 e_1 + u_{1r} \sin e_3) \quad (16)$$

با ساده‌سازی روابط فوق و همچنین فرض  $\xi = \sin e_3$  مقدار مطلوب این متغیر را برای منفی معین شدن مشتق تابع کاندیدای لیاپانف می‌توان به صورت زیر انتخاب نمود:

$$\xi_d = -\frac{k_2 e_2}{u_{1r}} \quad (17)$$

که ما فرض می‌کنیم مقدار مطلوب  $\xi$  همان  $\xi_d$  می‌باشد. حال برای منفی معین شدن تابع  $V_1$  مقدار  $u_{x'}$  را می‌توان به صورت زیر انتخاب نمود.

$$u_{x'} = k_1 e_1 + u_{1r} \cos e_3 \quad (18)$$

عبارت‌های  $k_1 e_1$  و  $k_2 e_2$  جملات پایدارساز بوده و برای پایدار نمودن  $e_1$  و  $e_2$  به کار رفته‌اند و سایر جملات برای تبدیل مشتق تابع لیاپانف به یک تابع حداقل منفی نیمه‌معین به کار رفته‌اند. با این انتخاب‌ها برای ورودی‌های سیستم، مشتق تابع کاندیدای لیاپانف  $V_1$  به صورت زیر در خواهد آمد.

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \quad (19)$$

که  $k_1$  و  $k_2$  بهره‌های مثبت می‌باشند. حال برای نشان دادن مقدار خطای  $\xi$  و مقدار مطلوب  $\xi_d$ ، خطای  $\xi$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\xi = \xi - \xi_d = \sin e_3 + \frac{k_2 e_2}{u_{1r}} \quad (20)$$

مشتق تابع فوق را نسبت به زمان را به صورت رابطه زیر به دست می‌آوریم.

$$\dot{\xi} = \cos e_3 (u_{2r} - u_2) + \frac{k_2}{u_{1r}} (-u_2 e_1 + u_{1r} \sin e_3) \quad (21)$$

در مرحله بعد با توجه به روش بازگشت گام به گام تابع لیاپانف دوم را تعریف می‌کنیم.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \xi^2 \quad (22)$$

مشتق تابع فوق را نسبت به زمان را به شکل زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & e_1(-u_{x'} + u_{1r} \cos e_3) + e_2 u_{1r} \sin e_3 \\ & + \xi (u_{2r} - u_2) \cos e_3 + \xi \frac{k_2}{u_{1r}} (-u_2 e_1 + u_{1r} \sin e_3) \end{aligned} \quad (23)$$

با قراردادن معادلات (19) و (20) در رابطه (23) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \xi (e_2 u_{1r} + (u_{2r} - u_2) \cos e_3) \\ & + \xi \frac{k_2}{u_{1r}} (-u_2 e_1 + u_{1r} \sin e_3) \end{aligned} \quad (24)$$

در رابطه (24) مقدار  $u_2$  را فعلاً که اثرات لغزش وارد نشده است  $\omega$  قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \xi (e_2 u_{1r} + (u_{2r} - \omega) \cos e_3) \\ & + \xi \frac{k_2}{u_{1r}} (-\omega e_1 + u_{1r} \sin e_3) \end{aligned} \quad (25)$$

$$-\xi(-\hat{\eta} + \eta) \left( \cos e_3 + \frac{\bar{\omega} e_1}{u_{1r}} \right) (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'}) \frac{\xi \bar{\omega}}{u_{1r}} + (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} + \Gamma e_2) + \xi_2 \quad (44)$$

برای ساده کردن معادلات در رابطه فوق پارامترهای زیر را تعریف می کنیم.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\bar{\omega}(-\hat{u}_{y'} + u_{1r} \sin e_3) - \hat{u}_{y'}}{u_{1r}} \\ \tau = \cos e_3 + \frac{\bar{\omega} e_1}{u_{1r}} \\ \lambda = u_{1r} e_2 + u_{2r} \cos e_3 \end{cases} \quad (45)$$

رابطه های فوق را در (44) اعمال می کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - (\rho_1 - |e_1|) |e_2| \\ & + \frac{1}{2} (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} + \Gamma e_2 + \Gamma \frac{\xi \bar{\omega}}{u_{1r}}) \\ & + \xi [\lambda - e_2 \cos e_3 - u_2' \tau] + \alpha \xi - \frac{\xi \bar{\omega} e_1}{u_{1r}} e_2 - \frac{\xi \bar{\omega}}{u_{1r}} e_1 \\ & - \xi \hat{\eta} \tau + (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'}) \frac{\xi \bar{\omega}}{u_{1r}} + (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} + \Gamma e_2) \\ & + (\hat{\eta} - \eta)^T \Gamma^{-1} (\hat{\eta} + \gamma \xi \tau) + \xi_2 \end{aligned} \quad (46)$$

که در رابطه های فوق می توان قوانین کنترل تطبیقی را به صورت زیر بدست آورد.

$$\begin{cases} \dot{\hat{\eta}} = -\gamma \xi \tau \\ \dot{\hat{u}}_{y'} = -\Gamma e_2 - \Gamma \frac{\xi \bar{\omega}}{u_{1r}} \end{cases} \quad (47)$$

روابط فوق را در (46) قرار می دهیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - (\rho_1 - |e_1|) |e_2| \\ & + \xi \left( \lambda + \alpha - e_2 \left( \cos e_3 + \frac{\bar{\omega} e_1}{u_{1r}} \right) \right) \\ & - \xi (u_2 \tau - \hat{\eta} \tau - \frac{\xi \bar{\omega}}{u_{1r}} e_1) + \xi_2 \end{aligned} \quad (48)$$

تابع  $u_2$  را برای این که تابع فوق منفی معین شود و سیستم پایدار گردد به صورت زیر بدست می آوریم.

$$u_2 = \frac{1}{\tau} \left( k_\xi \xi + \lambda + \alpha - \hat{\eta} \tau + \rho_1 \left( \cos e_3 + \frac{\bar{\omega} e_1}{u_{1r}} \right) \tanh \left( \frac{\xi}{\sigma_2} \right) \right) + \rho_2 \frac{\bar{\omega}}{u_{1r}} \left| \frac{\bar{\omega}}{u_{1r}} \right| \tanh \left( \frac{\xi}{\sigma_2} \right) \quad (49)$$

در نهایت با جایگذاری (49) در (48) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_\xi \xi^2 - (\rho_1 - |e_1|) |e_2| \\ & - |\xi| (\rho_1 - |e_1|) \left( \cos e_3 + \frac{\bar{\omega} e_1}{u_{1r}} \right) \\ & - (\rho_2 - |e_2|) |\xi| \frac{\bar{\omega}}{u_{1r}} + \xi \end{aligned} \quad (50)$$

که  $\xi = \xi_1 + \xi_2$  ناشی از جایگزینی  $\text{sign}(\cdot)$  با  $\tanh(\cdot)$  در معادلات می باشد.

### 5- نتایج به دست آمده

در این قسمت، نتایج بدست آمده از مقایسه ی کنترل کننده دارای تخمینگر لغزش ها و همچنین کنترل کننده بدون تخمینگر لغزش ها برای ارزیابی عملکرد، همگرایی خطا، قابلیت اطمینان در حضور اغتشاشات و ... ارائه و تحلیل می گردد. مسیرهای مرجع به صورت های مختلف و با معادله های زیر در نظر گرفته شده اند. مسیر پروانه ای شکل طبق رابطه (51):

که  $\zeta_1$  ناشی از جایگزینی  $\text{sign}(\cdot)$  با  $\tanh(\cdot)$  می باشد. خطای  $\xi$  را نیز می توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\dot{\xi} = \cos e_3 (u_{2r} - u_2) - \frac{\hat{u}_{y'} - \dot{e}_2 \left( k_2 - \frac{\rho_1}{\sigma_1} \left( 1 - \tanh^2 \left( \frac{e_2}{\sigma_1} \right) \right) \right)}{u_{1r}} \quad (37)$$

پارامترهای  $\bar{\omega}$  و  $\eta$  را به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$\begin{cases} \eta = \bar{\omega}_s \\ \bar{\omega} = k_2 + \frac{\rho_1}{\sigma_1} \left( 1 - \tanh^2 \left( \frac{e_2}{\sigma_1} \right) \right) \end{cases} \quad (38)$$

بنابراین:

$$\dot{\xi} = \cos e_3 (u_{2r} - \omega - \eta - e_2) - \frac{\hat{u}_{y'} - \dot{e}_2 \bar{\omega}}{u_{1r}} \quad (39)$$

برای به دست آوردن قوانین کنترلی تابع  $V_4$  را تشکیل می دهیم.

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} \xi^2 + \frac{1}{2} (\hat{\eta} - \eta)^T \Gamma^{-1} (\hat{\eta} - \eta) \quad (40)$$

مشتق تابع فوق بر حسب زمان را محاسبه می کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & e_1 (-u_{x'} - \bar{u}_{x'} + u_{1r} \cos e_3) \\ & + e_2 (-\hat{u}_{y'} - e_2 + u_{1r} \sin e_3) \\ & + \frac{1}{2} (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} + \Gamma e_2) \\ & + \xi \dot{\xi} + (\hat{\eta} - \eta)^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\eta}} \end{aligned} \quad (41)$$

حال معادلات (33)، (35) و (39) را در رابطه ی (41) قرار می دهیم و

همچنین با فرض  $u_2 = \omega$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - (\rho_1 - |e_1|) |e_2| + u_{1r} e_2 \bar{u}_1 \\ & + \frac{1}{2} (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} + \Gamma e_2) \\ & + \xi \cos e_3 (u_{2r} - u_2 - \eta - e_2) \\ & - \xi \frac{\hat{u}_{y'} - \bar{\omega} (-\bar{u}_{y'} - e_2 + u_{1r} \sin e_3)}{u_{1r}} \\ & - \frac{\xi \bar{\omega} e_1}{u_{1r}} (u_2 + \eta + e_2) + (\hat{\eta} - \eta)^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\eta}} + \xi_2 \end{aligned} \quad (42)$$

برای بدست آوردن قانون های کنترل تطبیقی و از بین بردن اثرات لغزش پارامترهایی را به معادله فوق اضافه و کم می کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - (\rho_1 - |e_1|) |e_2| \\ & + \frac{1}{2} (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} + \Gamma e_2) \\ & + \xi \left[ u_{1r} e_2 + \cos e_3 (u_{2r} - u_2' + \hat{\eta} - \hat{\eta} - \eta - e_2) \right. \\ & \left. - \frac{\hat{u}_{y'} - \bar{\omega} (\hat{u}_{y'} - \hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'} - e_1 + u_{1r} \sin e_3)}{u_{1r}} \right] \\ & + (\hat{\eta} - \eta)^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\eta}} + \xi_2 \end{aligned} \quad (43)$$

از تابع فوق نسبت به عبارات مشترک فاکتورگیری کرده و رابطه را ساده تر می کنیم.

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - (\rho_1 - |e_1|) |e_2| \\ & + \frac{1}{2} (\hat{u}_{y'} - \bar{u}_{y'})^T \Gamma^{-1} (\hat{u}_{y'} + \Gamma e_2) \\ & + \xi \left[ u_{1r} e_2 + u_{2r} \cos e_3 - e_2 \cos e_3 - u_2' (\cos e_3 \right. \\ & \left. + \frac{\bar{\omega} e_1}{u_{1r}}) \right] \\ & - \frac{\hat{u}_{y'} - \bar{\omega} (-\hat{u}_{y'} + u_{1r} \sin e_3)}{u_{1r}} \xi - \frac{\xi \bar{\omega} e_1}{u_{1r}} e_2 - \frac{\xi \bar{\omega}}{u_{1r}} e_1 \\ & - \xi \hat{\eta} \left( \cos e_3 + \frac{\bar{\omega} e_1}{u_{1r}} \right) \end{aligned}$$

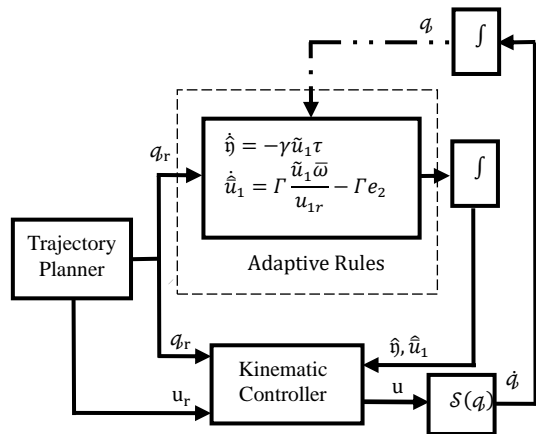


Fig. 3 System control diagram with adaptive slips estimator  
 شکل 3 دیاگرام کنترلی سیستم به همراه تخمینگر تطبیقی لغزش ها

بهره های کنترلی به منظور برآورده نمودن پایداری سیستم حلقه بسته مقادیری مثبتی فرض شده اند. بنابراین برای داشتن هم زمان عملکرد مناسب و ورودی های کنترلی معقول، بهره های کنترلی با استفاده از روش سعی و خطا و بررسی همزمان عملکرد سیستم حلقه بسته و مقدار ورودی های کنترلی انتخاب گردیده اند. از آنجایی که پایداری مسئله تعقیب مسیرهای حرکت زمانی ربات (طبق روابط 27 و 52) اثبات شده است بنابراین انتظار می رود با شروع از شرایط اولیه مختلف و با گذشت زمان محدودی، خطاهای تعقیب مسیر ربات، حول صفر همگرا شده و پاسخ های گذرای سیستم از بین رفته، و ربات مسیرهای حرکت مرجع را دنبال کند.

در "شکل 4" مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع به صورت معادله (53) در صفحه حرکت برای کنترل بازگشت گام به گام در حضور و عدم حضور تخمینگر لغزش ها نشان داده شده است.

در شکل فوق مشاهده می شود که مسیر مرجع پروانه ای شکل در صفحه کارترین توسط ربات با سینماتیک ایده آل (بدون حضور لغزش ها) با شروع از یک شرایط اولیه خارج از مسیر به خوبی توسط الگوریتم های بدون تخمینگر لغزش و با تخمینگر لغزش دنبال گردیده است.

در "شکل 5" مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع در حالت وجود لغزش ها توسط کنترل بازگشت گام به گام در حضور و عدم حضور تخمینگر لغزش ها رسم شده اند.

لغزش های در نظر گرفته شده طبق رابطه زیر به سینماتیک سیستم اضافه گردیده اند.

$$\dot{q} = S(q)u + 0.02 H(t - 50) [\sin \theta \quad -\cos \theta \quad 0]^T + [0 \quad 0 \quad H(t - 50) - H(t - 60)]^T \quad (55)$$

که در آن  $H(\cdot)$  تابع پله واحد می باشد.

همان گونه که مشاهده می شود ربات مورد نظر توسط کنترلر دارای تخمینگر لغزش ها به خوبی و در حضور لغزش ها مسیر مرجع را دنبال می نماید که جبران این نویزهای خارجی توسط قوانین تطبیقی طراحی شده در هر لحظه به سرعت و در کمترین زمان ممکن صورت گرفته است. در "شکل 6" سیگنال های خطای کنترلی برای تعقیب مسیر ربات ترسیم شده است. در "شکل 7" بهره های تطبیقی تخمینگر لغزش ها ارائه شده است.

$$\begin{cases} x_r(t) = 0.02 \left( R + \cos\left(\frac{36t}{T}\right) \right) \cos\left(\frac{6t}{T}\right) \\ y_r(t) = 0.02 \left( R + \cos\left(\frac{36t}{T}\right) \right) \sin\left(\frac{6t}{T}\right) \end{cases} \quad (51)$$

مسیر دایره ای شکل طبق رابطه (52) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} x_r(t) = \sin\left(\frac{t}{10}\right) \\ y_r(t) = \cos\left(\frac{t}{20}\right) \end{cases} \quad (52)$$

مسیر 8 شکل نیز براساس رابطه (53) انتخاب شده است.

$$\begin{cases} x_r(t) = 0.02 \left( R - \cos\left(\frac{20t}{T}\right) \right) \cos\left(\frac{t}{T}\right) \\ y_r(t) = 0.02 \left( R - \cos\left(\frac{10t}{T}\right) \right) \sin\left(\frac{2t}{T}\right) \end{cases} \quad (53)$$

همچنین شرایط اولیه سیستم برای "شکل های 4 و 5" به صورت a و

برای 10 و 11 به ترتیب به صورت b و c در رابطه (54) بیان شده است:

$$\begin{cases} a: x(0) = 1.5, y(0) = 0, \theta_1(0) = 0 \\ b: x(0) = 0.5, y(0) = 0, \theta_1(0) = \frac{\pi}{3} \\ c: x(0) = 0, y(0) = 2, \theta_1(0) = \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (54)$$

در ادامه به منظور بررسی کارایی قانون کنترلی پیشنهادی، نتایج بدست آمده ارائه می گردد و نتایج استفاده و عدم استفاده از تخمینگر لغزش ها در کنترل سیستم مقایسه شده است. پارامترهای کنترلی در جدول 1 ارائه شده است. دیاگرام کنترلی سیستم نیز در "شکل 3" آمده است.

در دیاگرام فوق کنترلر ورودی مرجع را دریافت کرده و سیگنال ورودی مدل سینماتیکی مورد نظر را می سازد. به خاطر حضور لغزش ها متغیرهای سیستم با عدم قطعیت هایی همراه بوده و برای جبران این عدم قطعیت ها و دنبال کردن مسیر مرجع توسط ربات، قوانین تطبیقی با تخمین لغزش ها در هر لحظه کنترل کننده را اصلاح کرده و با تولید ورودی کنترلی مناسب ربات واقعی را به سمت ربات مرجع سوق می دهند تا خطای تعقیب به صفر میل نماید.

درباره پارامترهای کنترلی ارائه شده در جدول 1 نیز قابل ذکر است که

جدول 1 پارامترهای کنترلی

پارامتر	توصیف	مقدار
$k_1$	بهره کنترلی (رابطه 21)	0.6
$k_2$	بهره کنترلی (رابطه 23)	0.15
$k_\xi$	بهره کنترلی (رابطه 50)	1.14
$\Gamma$	بهره قانون تطبیقی (رابطه 47)	0.2
$\gamma$	بهره قانون تطبیقی (رابطه 47)	0.05
$\rho_1$	پارامتر کنترلی (رابطه 35)	0.1
$\rho_2$	پارامتر کنترلی (رابطه 49)	0.7
$\sigma_1$	پارامتر کنترلی (رابطه 35)	0.1
$\sigma_2$	پارامتر کنترلی (رابطه 49)	1
T	پارامتر مسیر مرجع (رابطه 51 و 53)	50 s
R	پارامتر مسیر مرجع (رابطه 51 و 53)	20 m

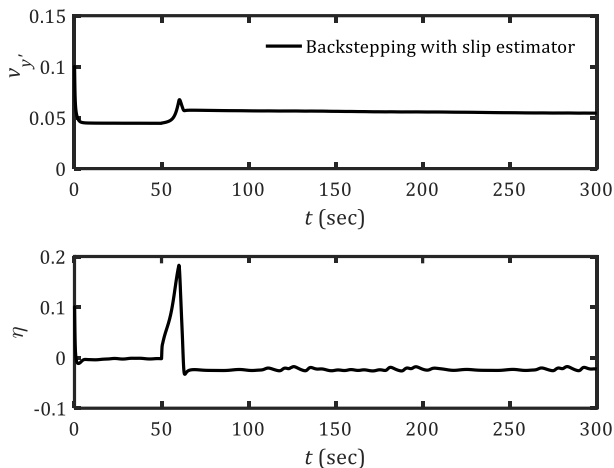


Fig.7 Adaptive gains of slip estimator

شکل 7 بهره‌های تطبیقی تخمینگر لغزش‌ها

در شکل فوق همان‌گونه که مشاهده می‌شود زمانی که لغزش‌ها اعمال شده است، سیستم با تخمین اغتشاشات وارده در جهت جبران آن‌ها عمل می‌کند و مانع ناپایداری سیستم می‌شود.

در "شکل 8" ورودی‌های کنترلی در حالت وجود لغزش توسط کنترل بازگشت گام به گام در حضور تخمین‌گر لغزش‌ها ترسیم شده‌اند. در "شکل 9" نیز ورودی‌های کنترلی در حالت وجود لغزش توسط کنترل بازگشت گام به گام در بدون حضور تخمین‌گر لغزش‌ها ارائه شده‌اند.

در "شکل‌های 10 و 11" نیز الگوریتم ارائه شده در حضور لغزش‌ها برای تعقیب مسیرهای مرجع دیگر براساس معادلات (54) و (55) با شروع از شرایط اولیه‌ی خارج از مسیر (56) نشان داده شده‌اند.

با توجه به "شکل‌های 10 و 11" نیز کاملاً مشخص است که تعقیب مسیر حول مسیرهای مرجع در حضور لغزش‌ها توسط الگوریتم کنترلی بازگشت گام به گام با تخمین‌گر لغزش‌ها برای ربات متحرک به خوبی انجام شده است و الگوریتم ارائه شده عملکرد مطلوبی را نشان می‌دهد.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود در نمودار مربوط به روش کنترلی بازگشت گام به گام (معادلات (26)، (18)) با اضافه شدن اثر لغزش چرخ‌ها (معادله (55)) به عنوان عدم قطعیت ساختاری به دلیل عدم تخمین این

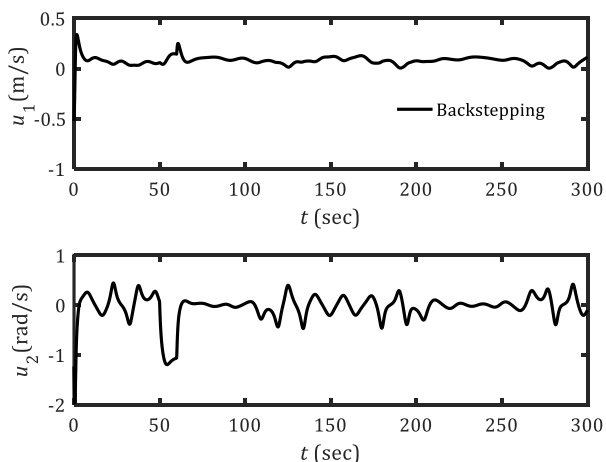


Fig. 8 Backstepping control inputs in presence of slips

شکل 8 ورودی‌های کنترل بازگشت گام به گام در حضور لغزش‌ها

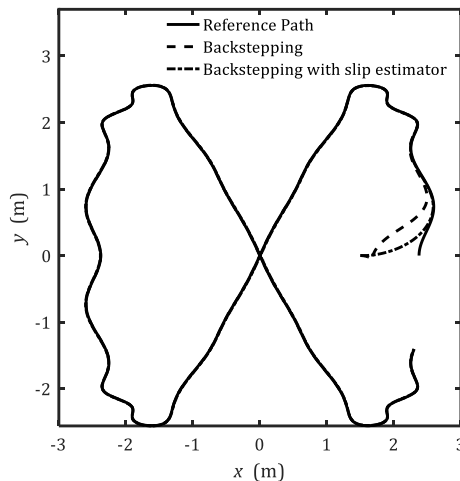


Fig. 4 The path of the robot and the reference path in the non-slip motion using backstepping controller with and without slip estimator

شکل 4 مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع در صفحه‌ی حرکت در حالت بدون لغزش توسط کنترل بازگشت گام به گام در حضور و عدم حضور تخمینگر لغزش‌ها

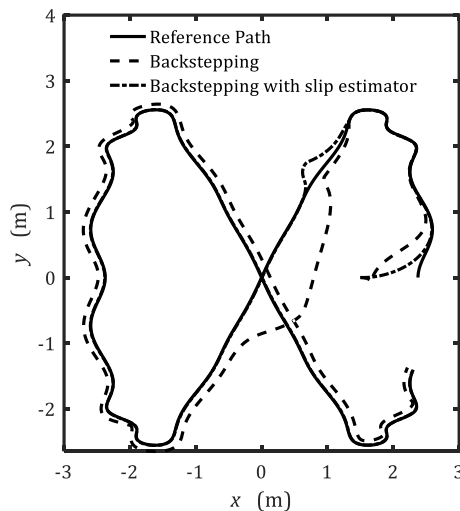


Fig. 5 The path of the robot and the reference path in presence of slip using backstepping controller with and without slip estimator

شکل 5 مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع در صفحه‌ی حرکت در حالت وجود لغزش توسط کنترل بازگشت گام به گام در حضور و عدم حضور تخمینگر لغزش‌ها

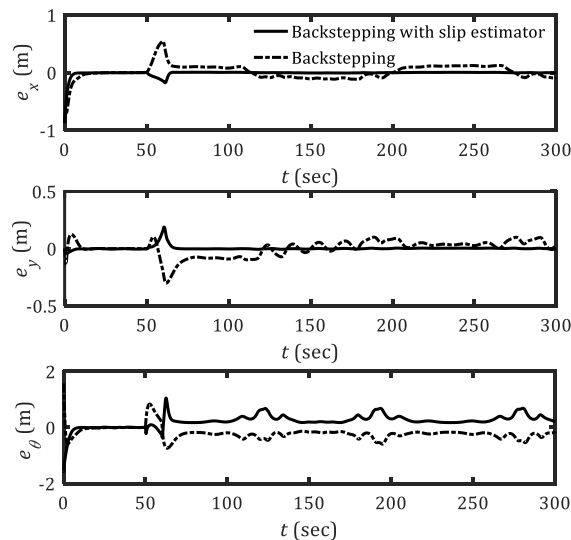


Fig. 6 Error signals of tracking control

شکل 6 سیگنال‌های خطای کنترلی تعقیب مسیر

اغتشاش وارد شده به سیستم و مقاوم نبودن الگوریتم کنترلی در برابر این عدم قطعیت، ربات واقعی بعد از طی کردن مسیر تا قبل از اعمال اغتشاش وارد به سیستم به خوبی مسیر را دنبال نموده است ولی از لحظه اعمال لغزش‌ها پاسخ‌ها به هم ریخته و فرایند تعقیب مسیر مرجع را مختل نموده است. از سوی دیگر در روش کنترلی بازگشت گام به گام در حضور تخمینگر لغزش‌ها (معادلات (35)، (49) و (51)) با توجه به طراحی قوانین تطبیقی و تخمین هر لحظه عدم قطعیت‌ها مشاهده می‌شود که در لحظه اعمال لغزش‌ها ربات از مسیر مرجع انحراف پیدا کرده اما خیلی سریع این اغتشاش توسط قانون کنترلی طراحی شده با استفاده از قوانین تطبیقی جبران شده و دوباره ربات واقعی مسیر مرجع را به خوبی دنبال نموده است. نتایج نشان می‌دهد که تخمین لغزش‌ها بهبود قابل توجهی در کیفیت تعقیب مسیرهای مرجع در حضور این نوع عدم قطعیت ساختاری ایفا می‌کند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود برای مسیرهای مرجع مختلف با شروع از شرایط اولیه متنوع پس از زمانی محدود ربات چرخ‌دار خود را به مسیر مرجع رسانده و در یک حاشیه مناسبی از آن قرار گرفته و در زمان اعمال لغزش‌ها با تخمین آن‌ها به جبران این پدیده در حین کنترل سیستم پرداخته است. ورودیهای کنترلی تولید شده نیز دارای مقادیر مناسبی می‌باشند و در محدوده معقولی قرار دارند.

### 6- نتیجه گیری

در این مقاله روش بازگشت گام به گام برای کنترل تعقیب مسیرهای حرکتی ربات چرخ‌دار به عنوان یک سیستم غیرخطی، و غیرهولونومیک ارائه شده است. این روش یک روش بازگشتی است که با انتخاب قانون کنترل مناسب برای معادله یکی از مدهای سیستم که مشتق تابع لیاپانوف را منفی کند آن مد را پایدار نموده و این کار برای پایدارسازی مدهای دیگر سیستم تکرار می‌شود تا در نهایت سیگنال ورودی طوری انتخاب می‌شود که کل سیستم پایدار شود. روش بازگشت به عقب در غیاب نامعینی، همانند روش خطی‌سازی فیدبک، سیستم غیرخطی را مجبور به داشتن رفتاری مشابه رفتار یک سیستم خطی می‌کند؛ اما در این روش به علت وجود انتخاب‌های زیاد برای قانون کنترل، برخلاف خطی‌سازی فیدبک می‌توان المان‌های غیرخطی مفید برای پایدارسازی و ردیابی را حذف نکرد و همچنین دامنه سیگنال کنترلی را محدودتر نگاه داشت. در این مقاله ابتدا معادلات سینماتیکی سیستم استخراج گردید. سپس مسیرهای حرکت مرجع مناسب برای ربات تولید گردید، و در ادامه قانون کنترل تطبیقی بازگشت گام به گام برای تولید مقادیر ورودی‌های کنترلی برای به حداقل رساندن خطای ربات طراحی گردید. در طراحی قانون کنترلی اثرات لغزش چرخ‌ها مورد بررسی قرار گرفت و از یک تخمین‌گر تطبیقی لغزش‌ها برای جبران آن‌ها در حلقه کنترلی استفاده گردید. کارآمد بودن روش ارائه شده برای کنترل ربات در تعقیب مسیرهای زمانی مرجع مختلف و با ارائه نتایج مقایسه‌ای تایید گردید.

### 7- مراجع

- [1] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Dynamic modeling and tracking control of a car with n trailers, *Multibody System Dynamics*, Vol. 37, No. 2, pp. 211-225, 2016.
- [2] A. Keymasi Khalaji, M. Rahimi Bidgoli, S. A. A. Moosavian, Non-model-based control for a wheeled mobile robot towing two trailers, *Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 229, No. 1, pp. 97-108, 2015.
- [3] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Stabilization of a tractor-trailer wheeled robot, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, No. 1, pp. 421-428, 2016.
- [4] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Switching control of a Tractor-Trailer wheeled robot, *International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 30, No. 2, 10.2316/Journal.206.2015.2.206-4068, 2015.

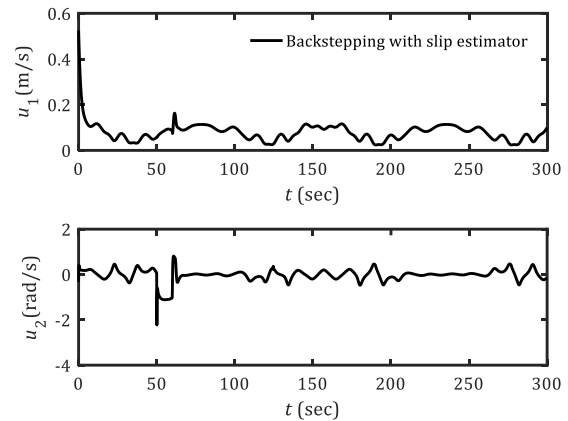


Fig. 9 Backstepping with slip estimator control inputs in presence of slips

شکل 9 ورودی‌های کنترل بازگشت گام به گام به همراه تخمینگر لغزش‌ها در حضور اثرات لغزش‌ها

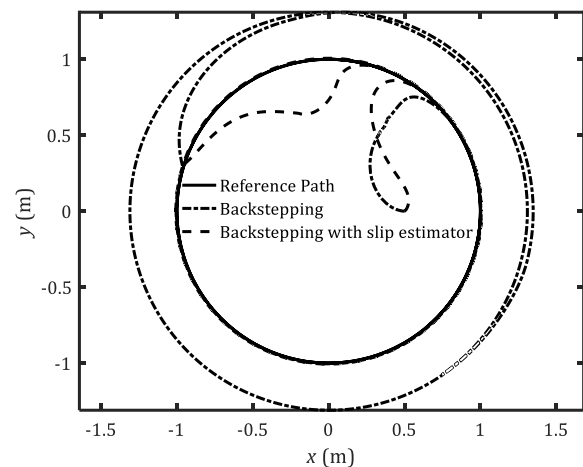


Fig. 10 The path of the robot and the circular reference path in the non-slip motion using backstepping controller with and without slip estimator

شکل 10 مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع دایروی در صفحه‌ی حرکت در حالت وجود لغزش توسط کنترل بازگشت گام به گام در حضور و عدم حضور تخمینگر لغزش‌ها

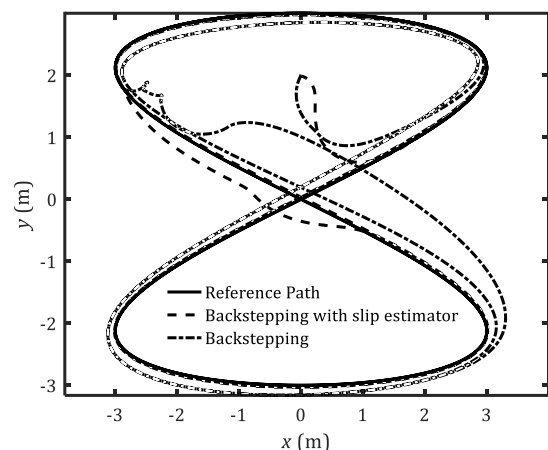


Fig. 11 The path of the robot and the reference 8-type path in the non-slip motion using backstepping controller with and without slip estimator

شکل 11 مسیر حرکت ربات و مسیر مرجع 8 شکل در صفحه‌ی حرکت در حالت وجود لغزش توسط کنترل بازگشت گام به گام در حضور و عدم حضور تخمینگر لغزش‌ها



- [16] J. Ye, Tracking control for nonholonomic mobile robots: Integrating the analog neural network into the backstepping technique, *Neurocomputing*, Vol. 71, No. 16–18, pp. 3373–3378, 2008.
- [17] C. Y. Chen, T. H. S. Li, Y. C. Yeh, EP-based kinematic control and adaptive fuzzy sliding-mode dynamic control for wheeled mobile robots, *Information Sciences*, Vol. 179, No. 1–2, pp. 180–195, 2009.
- [18] C. Chian-Song, L. Kuang-Yow, Hybrid fuzzy model-based control of nonholonomic systems: A unified viewpoint, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 1, pp. 85–96, 2008.
- [19] H. Fanga, Ruixia Fana, B. Thuilotb, P. Martinet, Trajectory tracking control of farm vehicles in presence of sliding, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 54, pp. 828–839, 2006.
- [20] I. R. Nourbakhsh, K. Sycara, M. Koes, M. Yong, M. Lewis, S. Burion, Human-robot teaming for search and rescue, *IEEE Pervasive Computing*, Vol. 4, No. 1, pp. 72–79, 2005.
- [21] Yi. J. Song, D. Zhang, J. and Goodwin, Adaptive trajectory tracking control of skid-steered mobile robots, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy, pp. 2605–2610, 2007.
- [22] W. E. Dixon, D. M. Dawson, E. Zergeroglu, A. Behal, *Nonlinear Control of Wheeled Mobile Robots*, 1st Edition, Springer-Verlag, Vol. 262, pp. 1–32, 2001.
- [23] C. Samson, Control of chained systems, application to path following and time-varying point stabilization of mobile robot, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 39, No. 12, pp. 2411–2425, 1995.
- [24] Zh. Jing, Ch. Wen, *Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems: Nonsmooth Nonlinearities, Interactions or Time-Variations*, Berlin: pp. 9–25, Springer, 2008.
- [25] S. H. Sadati, M. B. Menhaj, M. Sabzparvar, Nonlinear adaptive flight control by using backstepping and neural network, *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, Vol. 23, No. 38, pp. 51–58, 2007. (In Persian فارسی)
- [26] M. Krstić, I. Kanellakopoulos, P. Kokotović, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, pp. 87–121, New York: Wiley, 1995.
- [5] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Modified transpose Jacobian control of a tractor-trailer wheeled robot, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 29, No. 9, pp. 3961–3969, 2015.
- [6] C. Samson, Control of chained systems application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 1, pp. 64–77, 1995.
- [7] P. Morin, C. Samson, Control of nonlinear chained systems: From the Routh-Hurwitz stability criterion to time-varying exponential stabilizers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 1, pp. 141–146, 2000.
- [8] E. Mohammadpour, M. Naraghi, Robust torque control of wheeled mobile robots with kinematic disturbances, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 43, No. 2, pp. 35–45, 2011.
- [9] J. Ackermann, Robust control prevents car skidding, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 17, No. 3, pp. 23–31, 1997.
- [10] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Robust adaptive controller for a Tractor-Trailer mobile robot, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 19, No. 3, pp. 943–953, 2014.
- [11] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Adaptive sliding mode control of a wheeled mobile robot towing a trailer, *Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 229, No. 2, pp. 169–183, 2015.
- [12] A. Keymasi Khalaji, S. A. A. Moosavian, Fuzzy sliding mode control law for a wheeled mobile robot towing a trailer, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 91–98, 2014. (in Persian فارسی)
- [13] H. Chih-Lyang Hwang Chih-Lyang, C. Li-Jui Chang Li-Jui, Trajectory tracking and obstacle avoidance of car-like mobile robots in an intelligent space using mixed H<sub>2</sub>/H<sub>∞</sub>; decentralized control, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 12, No. 3, pp. 345–352, 2007.
- [14] G. Klančar, I. Škrjanc, Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 55, No. 6, pp. 460–469, 2007.
- [15] J. Ye, Adaptive control of nonlinear PID-based analog neural networks for a nonholonomic mobile robot, *Neurocomputing*, Vol. 71, No. 7–9, pp. 1561–1565, 2008.