

حل عددی جریان و انتقال حرارت در کانال حفره‌دار با استفاده از مدل‌های آشفتگی رینولدز پایین

محمد فضلی¹، مهرداد رئیسی دهکردی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستی 11155-4563، mraisee@ut.ac.ir

چکیده

در این مقاله به بررسی عملکرد سه مدل اغتشاشی $k - \varepsilon$ ناحیه‌ای، $k - \varepsilon$ رینولدز پایین خطی و $k - \varepsilon$ رینولدز پایین غیرخطی در پیش‌بینی جریان و انتقال حرارت داخل کانال حفره‌دار پرداخته شده است. اثر اعمال ترم NYP به جای ترم اصلاح مقیاس طول YAP مورد مطالعه قرار گرفته است. حفره‌ها تجهیزات انتقال حرارتی هستند که در پره‌های توربین گاز به کار می‌روند تا میزان انتقال حرارت را بالا ببرند. این تجهیزات به صورت مانعی در برابر جریان قرار نمی‌گیرند؛ بنابراین افت فشار زیادی را ایجاد نمی‌کنند. در این پژوهش به منظور حل معادلات حاکم بر جریان و انرژی از روش حجم محدود به همراه الگوریتم سیمپل استفاده شده است. نتایج به دست آمده با ترم اصلاح YAP حاکی از آن است که مدل غیرخطی نسبت به مدل‌های ناحیه‌ای و خطی، جریان چرخشی بزرگ‌تری را درون حفره پیش‌بینی می‌کند، همچنین شدت برخورد و جهش جریان در این مدل از دو مدل دیگر بیشتر است. با مشاهده نتایج انتقال حرارت مشخص می‌شود که مدل ناحیه‌ای، میزان انتقال حرارت را کمتر از نتایج تجربی به دست می‌آورد. با اعمال مدل خطی نتایج بهتری از انتقال حرارت در داخل حفره و لبه عقبی آن ارائه می‌گردد. نسبت به این دو مدل، مدل غیرخطی هم در لبه عقبی حفره و هم در فضای صاف بین حفره‌ها پیش‌بینی بهتری را به دست می‌آورد. در مقایسه با نتایج بالا اعمال ترم NYP به جای ترم YAP در مدل‌های خطی و غیرخطی باعث ارائه نتایج دقیق‌تری از انتقال حرارت در راستای عرضی و لبه عقبی حفره می‌گردد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 11 بهمن 1396
پذیرش: 18 اسفند 1396
ارائه در سایت: 19 فروردین 1397

کلیدواژگان:

کانال حفره‌دار

مدلسازی اغتشاش

مدل غیرخطی

انتقال حرارت

Computation of flow and heat transfer over dimpled channels using low-Reynolds number turbulence models

Mohammad Fazli, Mehrdad Raisee*

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

* P.O.B. 11155-4563, Tehran, Iran, mraisee@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 31 January 2018
Accepted 09 March 2018
Available Online 08 April 2018

Keywords:

Dimpled channel
Turbulence modeling
Nonlinear model
Heat transfer

ABSTRACT

In this paper, the performance of three turbulence models, zonal $k - \varepsilon$, linear low-Reynolds $k - \varepsilon$ and nonlinear low-Reynolds $k - \varepsilon$ in the prediction of flow and heat transfer through a dimpled channel is investigated. Furthermore, the effect of YAP term replacement with NYP length scale correction term is studied. Dimples are heat transfer devices which are employed in gas turbine blades to increase the heat transfer levels. These devices do not act as an obstacle for flow, and thus they produce low pressure losses. In this study, the governing equations on flow and energy are solved using the finite volume method together with the SIMPLE algorithm. The results obtained with YAP term indicate that the nonlinear model predicts larger recirculation flow inside the dimple than zonal and linear models. Also, the intensity of impingement and upwash flow in this model is greater than other models. Heat transfer results show that the zonal model predicts the heat transfer levels lower than experimental measurement. Using the linear model leads to a better prediction of heat transfer inside the dimples and their back rim. Compared to these models, the nonlinear model yields a better prediction not only for the smooth area between the dimples, but in the back rim of the dimple. The replacement of the YAP term with the NYP term in linear and nonlinear models leads to more accurate results for heat transfer in dimple span-wise direction and back rim.

افزایش داده است. از این‌رو لازم است از سیستم‌های خنک‌کاری در پره‌های توربین گاز استفاده شود تا از رسیدن به دمای ذوب ماده سازنده آن جلوگیری گردد. برای این منظور روش‌های خنک‌کاری داخلی و خارجی متنوعی به کار

1- مقدمه

عملکرد حرارتی توربین‌های گازی با افزایش دمای ورودی آن‌ها بهبود می‌یابد. پیشرفت‌ها در طراحی توربین‌های گاز دمای ورودی آن‌ها را به 1600 کلوین

انتقال حرارت را در یک کانال حفره‌دار مورد مطالعه قرار دادند، همچنین آن‌ها به ارائه پروفیل سرعت و پارامترهای اغتشاشی در مرکز حفره پرداختند. نتایج به دست آمده نشان می‌داد که در حفره‌های با نسبت عمق به قطر 0.2، 0.26 و 0.33 میزان انتقال حرارت به ترتیب به میزان 1.75، 2.01 و 1.52 برابر کانال صاف بهبود می‌یابد.

همان‌طور که از پژوهش‌های یادشده مشخص است جریان و انتقال حرارت در کانال حفره‌دار به پارامترهای متعددی بستگی دارد. از طرفی نتایج عددی و تجربی پیشین تناقض گسترده‌ای را نشان می‌دهند؛ بنابراین لزوم استفاده از روشی دقیق برای بررسی جریان و انتقال حرارت در کانال حفره‌دار ضروری به نظر می‌رسد. استفاده از مدل‌هایی که فیزیک جریان را به صورت دقیق‌تر مطالعه می‌کنند، معمولاً با هزینه محاسباتی بالایی نیز همراه است. این مشکل در هندسه‌های پیچیده همراه با کاربردهای صنعتی جدی‌تر به نظر می‌رسد. در حالی که استفاده از مدل‌های تنش رینولدز برای مطالعه انتقال حرارت در جریان‌های با جدایش گوشه‌ای مناسب است، مدل‌های غیرخطی قادر به در نظر گرفتن اثرات ناهمسانگردی جریان مغشوش همراه با هزینه محاسباتی پایین‌تر هستند. این مدل‌ها از دو معادله برای بررسی پارامترهای اغتشاشی بهره می‌برند و ترم‌های غیرخطی بیشتری را برای مشاهده ناهمسانگردی جریان در رابطه تنش-کرنش خود در نظر می‌گیرند. استفاده از این رابطه نخستین بار توسط پوپ [9] پیشنهاد گردید و ضرایب ترم‌های غیرخطی اولیه توسط او به دست آمد. خاصیت دیگر مدل غیرخطی ثابت نبودن پارامتر c_{μ} آن است که در تعیین لزجت اغتشاشی⁸ استفاده می‌شود. این پارامتر در اغلب مدل‌های غیرخطی به صورت تابعی از نرخ کرنش نوشته می‌شود. مدل مرتبه دوم اولین مدل غیرخطی اغتشاشی بود که سه ترم اضافی را به رابطه تنش-کرنش اضافه می‌کرد. مشکل این مدل عدم توانایی آن در مشاهده اثرات انحنا خطوط جریان و چرخش بود. ضرایب ارائه شده برای ترم‌های غیرخطی در مطالعات مختلف تطابق مناسبی با یکدیگر نداشتند؛ بنابراین ترم‌های دیگری به رابطه تنش-کرنش با پیشنهاد مدل مرتبه سوم غیرخطی اضافه گردید که با استفاده از آن‌ها اثرات انحنا خطوط جریان و چرخش قابل مشاهده بود. کرفت و همکاران [10] مدل مرتبه سوم رینولدز پایینی را ارائه دادند و از این مدل در پیش‌بینی جریان کانال خمیده و جت برخوردی استفاده کردند. در ادامه اصلاحاتی بر این مدل توسط کرفت و همکاران [11] صورت گرفت. ریسی و همکاران [12] با استفاده از این مدل اصلاح‌یافته به بررسی میدان جریان و انتقال حرارت در کانال دنده‌دار پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که مدل‌های خطی و غیرخطی توانایی خوبی در پیش‌بینی خواص میدان جریان دارند. استفاده از مدل غیرخطی اصلاح یافته توسط کرفت و همکاران [11] در مقایسه با مدل اصلی منجر به ارزیابی بهتر توزیع انتقال حرارت می‌گردد. ریسی و همکاران [13] از مدل خطی و غیرخطی برای شبیه‌سازی جریان مغشوش در کانال خمیده با خم 90 درجه و مقاطع مربعی و مستطیلی استفاده کردند. در کانال خمیده مربعی هر دو مدل اغتشاشی نتایج منطقی را ارائه می‌دهند، در حالی که در کانال مستطیلی، مدل غیرخطی، پیش‌بینی بهتری را از سطح اغتشاش و ضریب اصطکاک به دست می‌آورد. واعظی و ریسی [14] با استفاده از سه مدل آشفتگی ناحیه‌ای، خطی و غیرخطی به بررسی جریان در کانال U شکل پرداختند. آن‌ها دریافتند که مدل غیرخطی عملکرد بهتری در پیش‌بینی پروفیل‌های سرعت و تنش‌های رینولدز دارد.

همان‌طور که در بالا اشاره شد مدل غیرخطی در جریان‌هایی که دارای

گرفته می‌شوند تا دمای پره توربین در زیر نقطه ذوب آن قرار گیرد. استفاده از تجهیزات انتقال حرارت مانند دنده‌های مغشوش‌کننده¹ و پین‌فین‌ها²، تکنیک‌های خنک‌کاری داخلی هستند که کارایی آن‌ها در پره‌های توربین گاز بررسی شده است. حفره‌ها³ به عنوان تجهیزاتی که به صورت مانع در برابر جریان قرار نمی‌گیرند، انتقال حرارت مناسبی را همراه با افت فشار کم در مقایسه با روش‌های دیگر فراهم می‌آورند. در کنار این ویژگی، حفره‌ها از لحاظ کم کردن وزن سیستم و آسانی در ساخت، جذابیت زیادی دارند. چپو و همکاران [1] به صورت تجربی میزان انتقال حرارت محلی و افت فشار را در کانال دارای دو نوع حفره کروی و اشکی شکل مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که یک کانال حفره‌دار همانند مورد مشابه آن با دنده‌های مغشوش‌کننده دارای انتقال حرارتی 2.5 برابر کانال صاف است. این در حالی است که میزان افت فشار این کانال در حدود نصف مقدار افت فشار کانال دارای دنده‌های مغشوش‌کننده است. عملکرد حرارتی حفره‌ها به میزان بسیاری زیادی متأثر از پیکربندی حفره‌ها مانند قطر حفره، نسبت عمق حفره به ارتفاع کانال، نحوه چینش و شکل حفره‌هاست. مون و همکاران [2] طی یک مطالعه تجربی اثرات تغییر ارتفاع کانال حفره‌دار را بر انتقال حرارت و ضریب اصطکاک مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که میزان انتقال حرارت با افزایش ارتفاع کانال در اعداد رینولدز مختلف در حدود 2.1 برابر انتقال حرارت کانال صاف باقی می‌ماند. این درحالی است که ضریب اصطکاک در بازه 1.6-2 برابر ضریب اصطکاک در کانال صاف تغییر می‌کند. برگس و همکاران [3] تأثیر عمق حفره را در اعداد رینولدز مختلف بر انتقال حرارت محلی مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج آن‌ها بیانگر بهبود انتقال حرارت در تمامی اعداد رینولدز با افزایش عمق حفره بود. این بهبود به خصوص در قسمت پایین دست حفره مشهود است. لیگرانی و همکاران [4] خصوصیات جریان ناپایا را در یک کانال حفره‌دار بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از الگوی دود به مشاهده جریان پرداختند و به وجود یک گردابه اولیه و دو گردابه ثانویه در جهت لبه‌های کناری حفره پی بردند. در نهایت وجود این گردابه‌هاست که موجب اختلاط جریان می‌گردد.

پارک و همکاران [5] ساختارهای اغتشاش و توزیع محلی انتقال حرارت را در سطوح حفره‌دار به روش عددی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دریافتند که جفت گردابه به دلیل چرخش و اتصال مجدد سیال ضمن وجود جریان ثانویه و اختلاط قوی حاوی مقادیر تقویت شده پخش مومنتوم و حرارت است. الیان و تفتی [6] با استفاده از روش LES⁴ به بررسی جریان و انتقال حرارت در یک کانال دارای حفره و برجستگی⁵ پرداختند. آن‌ها نتایج خود را برای اعداد رینولدز مختلف در بازه آرام تا مغشوش ارائه دادند. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که استفاده از حفره و برجستگی برای جریان آرام نمی‌تواند به بهبود انتقال حرارت منجر شود. هوانگ و همکاران [7] با استفاده از روش کریستال مایع ترموکرومیک⁶ میزان انتقال حرارت را در یک کانال دارای حفره یا برجستگی به دست آوردند. نتایج آن‌ها برای حالتی ارائه شد که حفره یا برجستگی روی یک سطح یا دو سطح از کانال قرار داشت. این پژوهش نشان می‌دهد که در عدد رینولدز 10000 تأثیر وجود حفره یا برجستگی روی یک سطح از کانال به میزان 2-3 برابر کانال صاف است. ترناو و همکاران [8] با استفاده از روش‌های LES و LDV⁷ ساختارهای گردابه و مکانیزم بهبود

¹ Rib turbulators

² Pin fins

³ Dimples

⁴ Large Eddy Simulation

⁵ Protrusion

⁶ Thermo-chromic Liquid Crystal (TLC)

⁷ Laser Doppler Velocimetry

⁸ Turbulent viscosity

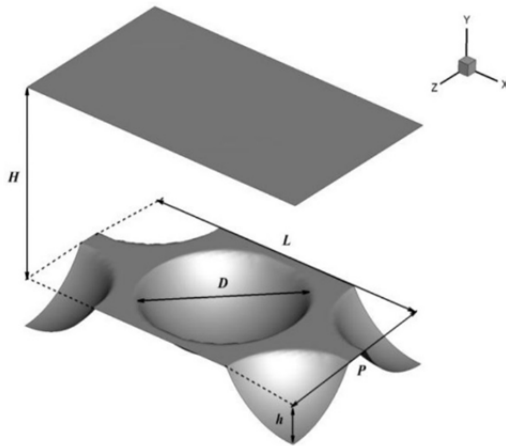


Fig. 1 Geometry of examined dimpled channel

شکل 1 هندسه کانال حفره‌دار بررسی شده

$$\frac{\partial(U_j U_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (4)$$

مومنوم به صورت رابطه (4)

$$\frac{\partial(U_j \theta)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \right) \quad (5)$$

انرژی به صورت رابطه (5)

2-3- معادلات مدل‌های اغتشاشی

برای مطالعه جریان و انتقال حرارت در کانال حفره‌دار از مدل‌های اغتشاشی $k-\epsilon$ ناحیه‌ای، $k-\epsilon$ رینولدز پایین خطی لاندرو و شارما [15] و $k-\epsilon$ رینولدز پایین غیرخطی کرافت و همکاران [11] استفاده می‌گردد. محاسبات در مدل‌های $k-\epsilon$ رینولدز پایین خطی و غیرخطی با استفاده از ترم اصلاح مقیاس طول YAP و فرم دیفرانسیلی جدید NYP صورت می‌گیرد.

3-1-2-3 مدل $k-\epsilon$ ناحیه‌ای

تنش‌های رینولدز و شارهای حرارتی در این مدل اغتشاشی به ترتیب از طریق تقریب‌های لزجت گردابه‌ای¹ و پخش گردابه‌ای² مطابق روابط (7,6) بیان می‌گردند.

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (6)$$

$$\overline{u_i \theta} = -\frac{\nu_t}{\sigma_\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (7)$$

ν_t لزجت اغتشاشی است که از طریق رابطه (8) به دست می‌آید.

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

در این‌جا c_μ و σ_θ دارای مقادیر ثابتی هستند که در جدول 2 مقدار آن‌ها بیان شده است. برای محاسبه ν_t ، میدان محاسباتی به دو ناحیه کاملاً مغشوش و ناحیه نزدیک دیواره با عدد رینولدز پایین تقسیم می‌شود. برای ناحیه کاملاً مغشوش از مدل $k-\epsilon$ استاندارد رینولدز بالا استفاده می‌گردد. معادلات انتقال انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ اتلاف در این مدل اغتشاشی به صورت روابط (10,9) نوشته می‌شوند.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (10)$$

¹ Eddy-viscosity

² Eddy-diffusivity

جدایش و برخورد هستند، پیش‌بینی دقیق‌تری از انتقال حرارت ارائه می‌کند. جریان داخل حفره دارای نواحی همراه با جدایش، چرخش و برخورد است که انحنای خطوط جریان را به همراه دارد. در این پژوهش برای نخستین بار جریان آشفته داخل کانال حفره‌دار با استفاده از سه مدل $k-\epsilon$ ناحیه‌ای، $k-\epsilon$ رینولدز پایین خطی و $k-\epsilon$ رینولدز پایین غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرد و تأثیر اعمال ترم‌های اصلاح مقیاس طول YAP و NYP بر روی این مدل‌ها ارزیابی می‌شود؛ سپس میدان جریان و توزیع انتقال حرارت محلی به دست آمده از هر مدل با نتایج مدل‌های دیگر مقایسه می‌گردد.

2- هندسه مورد بررسی

شکل 1 هندسه مورد نظر برای بررسی جریان و انتقال حرارت را در کانال حفره‌دار نشان می‌دهد. این هندسه قسمتی از کانال حفره‌دار است که در ناحیه دارای جریان توسعه‌یافته قرار می‌گیرد. در این کانال محور مختصات در مرکز حفره کامل قرار دارد. همان‌طور که مشخص است، H ارتفاع کانال، D قطر چابی حفره، h عمق حفره، P فاصله حفره‌ها و L طول کانال است. در این پژوهش از دو هندسه متفاوت برای بررسی جریان و انتقال حرارت استفاده می‌شود. برای مطالعه جریان و انتقال حرارت داخل کانال حفره‌دار به ترتیب از هندسه مشابه مطالعه ترناو و همکاران [8]، هوانگ و همکاران [7] استفاده می‌گردد و نتایج به دست آمده با نتایج تجربی آن‌ها مقایسه می‌شود. جدول 1 مشخصات هندسی کانال‌های حفره‌دار به کار رفته در این دو پژوهش را نشان می‌دهد، همچنین مطالعه جریان داخل کانال حفره‌دار در دو عدد رینولدز 6521 و 13042 براساس ارتفاع کانال به دست می‌آید و نتایج انتقال حرارت در دو عدد رینولدز 5000 و 10000 براساس قطر هیدرولیکی ارائه می‌گردد. عدد نوسلت محلی نیز دارای تعریفی به صورت رابطه (1) است.

$$Nu = \frac{q_w D}{k(\theta_w - \theta_b)} \quad (1)$$

در این‌جا k ضریب هدایت حرارتی سیال، q_w شار حرارتی دیواره، θ_w دمای دیواره و θ_b دمای بالک سیال در هر مقطع است که مطابق رابطه (2) به دست می‌آید.

$$\theta_b = \frac{\int_A \theta U dA}{\int_A U dA} \quad (2)$$

در تمامی موارد مطالعه شده شار حرارتی ثابت بر دیواره‌های کانال حفره‌دار اعمال می‌گردد.

3- معادلات جریان

تمامی معادلات جریان این مطالعه در دستگاه مختصات کارتزین به فرم تانسوری ارائه می‌گردند.

3-1- معادلات جریان متوسط

برای سیال تراکم‌ناپذیر در حالت پایا، معادلات بقای جرم، مومنوم و انرژی به صورت روابط (3-5) در می‌آیند.

پیوستگی به صورت رابطه (3)

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

جدول 1 جزئیات هندسی کانال‌های حفره‌دار مورد مطالعه

Table 1 Geometric details of studied dimpled channels					
هندسه مطالعه	L	P	h	D	H
ترناو و همکاران [8]	0.035	0.035	0.006	0.023	0.015
هوانگ و همکاران [7]	0.026	0.015	0.00375	0.01299	0.015

ثابت‌های موجود در این مدل نیز مشابه مقادیر ارائه شده در جدول 2 است. جمله E موجود در رابطه (19) برای نخستین بار توسط جونز و لاندن [16] معرفی شده است و به صورت رابطه (22) بیان می‌شود.

$$E = 2\nu v_t \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 \quad (22)$$

در معادله اتلاف همگن، ترم چشمه S_ε بیانگر ترم‌های اصلاح Yap یا NYP است که در پایان این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرند.

3-2-3 مدل $k - \varepsilon$ رینولدز پایین غیرخطی

در این مدل تنش‌های رینولدز با استفاده از رابطه (23) به دست می‌آیند. این رابطه توسط سوگا [17] به صورت رابطه (23) ارائه شده است.

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} = & \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t S_{ij} + c_1 \frac{\nu_t k}{\varepsilon} \left(S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + c_2 \frac{\nu_t k}{\varepsilon} (\Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki}) \\ & + c_3 \frac{\nu_t k}{\varepsilon} \left(\Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \Omega_{ik} \Omega_{ik} \delta_{ij} \right) \\ & + c_4 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} (S_{ki} \Omega_{lj} + S_{kj} \Omega_{li}) S_{kl} \\ & + c_5 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} (\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} \\ & - \frac{2}{3} S_{lm} \Omega_{mn} \Omega_{nl} \delta_{ij}) \\ & + c_6 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} S_{ij} S_{kl} S_{kl} \\ & + c_7 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \end{aligned} \quad (23)$$

جمله‌های اضافی در این رابطه نسبت به رابطه (6)، ترم‌هایی هستند که اثرات ناهمسانگردی و انحناهای خطوط جریان را در نظر می‌گیرند. S_{ij} و Ω_{ij} به ترتیب تانسورهای کرنش و چرخش به صورت رابطه (24) هستند.

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \Omega_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (24)$$

شارهای حرارتی اغتشاش، $\overline{u_i \theta}$ ، مشابه رابطه (7) از طریق تقریب ساده بخش گردابه‌ای مدل می‌گردند. ضرایب c_1 تا c_7 در رابطه غیرخطی براساس جریان‌های متعدد مانند جریان‌های برشی همگن، جریان‌های چرخشی و جریان در کانال‌های منحنی توسط کرفت و همکاران [18] کالیبره شده‌اند. مقادیر این ضرایب در جدول 3 ارائه شده است.

معادلات انتقال k و ε و رابطه لزجت گردابه‌ای در این مدل مشابه با مدل $k - \varepsilon$ خطی است، همچنین برای مدل‌سازی پارامتر c_μ ، رابطه (25) توسط کرفت و همکاران [11] پیشنهاد شده است.

$$c_\mu = \min \left[0.09, \frac{1.2}{1 + 3.5\eta + f_{RS}} \right] \quad (25)$$

به طوری که رابطه (26) به صورت زیر است.

$$\eta = \max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}) \quad (26)$$

در این رابطه \tilde{S} و $\tilde{\Omega}$ به ترتیب نامتغیرهای کرنش و چرخش هستند که مطابق رابطه (27) تعریف می‌گردد.

$$\tilde{S} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{0.5 S_{ij} S_{ij}}, \tilde{\Omega} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{0.5 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (27)$$

همچنین f_{RS} مطابق رابطه (28) به دست می‌آید.

$$f_{RS} = 0.235 [\max(0, \eta - 3.333)]^2 \exp \left(-\frac{\tilde{R}_t}{400} \right) \quad (28)$$

تابع میرایی لزجت که برای به دست آوردن ν_t مورد نیاز است، به صورت رابطه (29) بیان می‌گردد.

جمله P_k ، نرخ تولید انرژی جنبشی اغتشاشی نامیده می‌شود که از رابطه (11) به دست می‌آید.

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (11)$$

ضرایب موجود در روابط (10-7) در جدول 2 ارائه شده‌اند.

برای مدل‌سازی ناحیه نزدیک دیواره از مدل یک معادله‌ای با عدد رینولدز پایین استفاده می‌شود. در این مدل معادله انتقال مورد نیاز برای انرژی جنبشی اغتشاشی مطابق با رابطه (9) است. از طرفی نرخ اتلاف با استفاده از رابطه جبری (12) محاسبه می‌گردد.

$$\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l_\varepsilon} \quad (12)$$

در این‌جا مقیاس طول l_ε به صورت رابطه (13) بیان می‌گردد.

$$l_\varepsilon = 2.55 y [1 - \exp(-0.263 y^*)] \quad (13)$$

به طوری که y فاصله عمودی از دیواره و y^* عدد رینولدز اغتشاشی است که مطابق رابطه (14) تعریف می‌گردد.

$$y^* = \frac{y k^{\frac{1}{2}}}{\nu} \quad (14)$$

در نهایت لزجت اغتشاشی در این مدل توسط رابطه (15) محاسبه می‌شود.

$$\nu_t = c_\mu l_\mu k^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

که l_μ به صورت رابطه (16) است.

$$l_\mu = 2.55 y [1 - \exp(-0.016 y^*)] \quad (16)$$

3-2-3 مدل $k - \varepsilon$ رینولدز پایین خطی

در این مدل اغتشاشی، تنش‌های رینولدز و شارهای حرارتی دوباره با استفاده از روابط (7,6) به دست می‌آیند، در حالی که لزجت اغتشاشی از طریق رابطه (17) به دست می‌آید.

$$\nu_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (17)$$

برای محاسبه ν_t معادلات انتقال برای انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ اتلاف همگن حل می‌شوند. معادلات انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ اتلاف مطابق روابط (18,19) نوشته می‌شوند.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \varepsilon) = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + c_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \\ & + E + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (19)$$

همان‌طور که اشاره شد ε نرخ اتلاف همگن نامیده می‌شود که از طریق رابطه (20) براساس نرخ اتلاف اصلی نوشته می‌شود.

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \quad (20)$$

توابع میرایی f_1 ، f_2 و f_μ در این مدل توسط رابطه (21) بیان می‌گردد.

$$f_\mu = \exp \left[\frac{-3.4}{(1 + 0.02 \tilde{R}_t)^2} \right]$$

$$\begin{aligned} f_1 = & 1 \\ f_2 = & 1 - 0.3 \exp(-\tilde{R}_t^2) \end{aligned} \quad (21)$$

در آن $\tilde{R}_t = k^2 / \nu \tilde{\varepsilon}$ عدد رینولدز اغتشاشی محلی است.

جدول 2 ثابت‌های تجربی در مدل $k - \varepsilon$

Table 2 Empirical constants for the $k - \varepsilon$ model

c_μ	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	σ_θ
0.09	1.44	1.92	1	1.3	0.9

در رابطه (35) ضریب میرایی محدود شده و وابسته به \bar{R}_t به منظور افزایش پایداری حل اعمال شده است.

4- روش‌های حل عددی

در این پژوهش به منظور حل عددی معادلات حاکم از نسخه توسعه یافته کد رایانه‌ای STREAM-3D استفاده می‌گردد که توسط لین و لشراینر [23] ارائه شده است. حل معادلات در این حلگر با استفاده از روش حجم محدود صورت می‌گیرد و میدان فشار از طریق الگوریتم تصحیح فشار سیمپل¹ به دست می‌آید. همچنین اساس این کد بر مبنای سیستم شبکه کاملاً متمرکز، غیرمتعامد و منطبق بر بدنه بنا شده است. در این سیستم شکل عمومی معادلات حاکم بر یک متغیر مستقل به صورت رابطه (37) است.

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho U^c \Phi) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho V^c \Phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho W^c \Phi) \right] \\ & = \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Gamma^{\Phi} J q_{11} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) \right. \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\Gamma^{\Phi} J q_{22} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\Gamma^{\Phi} J q_{33} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \right) \right] + JS^{\Phi} \end{aligned} \quad (37)$$

Φ که در این رابطه نشان‌دهنده متغیرهای مستقل مانند اجزا سرعت، دما و پارامترهای اغتشاشی است، همچنین S^{Φ} جمله چشمه کلی و Γ^{Φ} ضریب نفوذ مؤثر است. از جمله نواقص این سیستم این است که گسسته‌سازی میدان مومنتوم سبب ایجاد میدان‌های سرعت و فشار نوسانی می‌شود. این ناپایداری‌ها به دلیل اعمال تقریب تفاضل مرکزی مرتبه دوم برای گرادین فشار ایجاد می‌گردند. در واقع تقریب تفاضل مرکزی قادر به مشاهده دقیق تغییرات فشار در حجم کنترل نیست؛ بنابراین این مسأله باعث عدم کوپل میدان‌های سرعت و فشار می‌شود. در این پژوهش برای حل این مشکل از روش میان‌بایی غیرخطی ری و چاو [24] استفاده شده است. برای تقریب ترم‌های جابه‌جایی در تمامی معادلات انتقال از طرح کوئیک² محدود شده و مرتبه سوم استفاده می‌گردد که توسط ایاکویدس [25] ارائه شده است.

برای بررسی استقلال از شبکه، سه شبکه با تعداد $54 \times 50 \times 21$ ، $72 \times 60 \times 25$ و $84 \times 74 \times 31$ در راستای x و y و z در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از این سه شبکه با استفاده از مدل $k-\varepsilon$ خطی به دست آمده و در شکل 2 نشان داده شده است. با مقایسه نتایج می‌توان دریافت که با زیاد کردن تعداد شبکه از یک مقدار به بعد، پروفیل‌های سرعت و شدت اغتشاش و توزیع انتقال حرارت دچار تغییر چندانی نمی‌شوند. پروفیل سرعت با ریز شدن شبکه به پروفیل تجربی نزدیک‌تر می‌شود. چنانچه در شکل 2 مشخص است، در دو شبکه ریزتر، توزیع انتقال حرارت در راستاهای x و z تطابق خوبی با یکدیگر دارند؛ بنابراین برای ادامه بررسی عددی جریان و انتقال حرارت در کانال حفزه دار از شبکه با تعداد $72 \times 60 \times 25$ استفاده می‌شود. توزیع شبکه در تمامی محاسبات به گونه‌ای است که مقدار y^+ در گره‌های نزدیک دیواره کمتر از یک باقی می‌ماند.

معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی بیضوی است؛ بنابراین تعیین شرایط مرزی در کل میدان محاسباتی برای حل این معادلات ضروری است. به طور کلی هندسه بررسی شده شامل سه شرط مرزی است. در راستای z شرط مرزی تقارن صفحه‌ای اعمال می‌گردد. این شرط میزان دبی جریان و شار اسکالر گذرنده از این مرز را برابر

$$f_{\mu} = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{\bar{R}_t}{90} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\bar{R}_t}{400} \right)^2 \right\} \quad (29)$$

در نهایت ترم چشمه E در معادله نرخ اتلاف همگن با استفاده از رابطه (30) ارائه می‌شود.

$$E = \begin{cases} 0.0022 \frac{\bar{S} v_t k^2}{\bar{\varepsilon}} \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 & \bar{R}_t \leq 250 \\ 0 & \bar{R}_t > 250 \end{cases} \quad (30)$$

3-2-4- ترم‌های تصحیح مقیاس طول

استفاده از مدل $k-\varepsilon$ خطی لاندرو و شارما در جریان‌هایی که دچار جدایش شده‌اند منجر به افزایش سطح اغتشاش در نزدیکی دیواره می‌گردد. دلیل این امر پیش‌بینی زیاد مقیاس طول در این ناحیه است. برای حل این مشکل یپ [19] به معادله نرخ اتلاف همگن، ترم چشمه‌ای را اضافه کرد که مبتنی بر فاصله از دیواره، y ، به صورت رابطه (31) است.

$$S_{\varepsilon} = YAP = 0.83 \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k} \max \left[\left(\frac{l}{l_e} - 1 \right) \left(\frac{l}{l_e} \right)^2, 0 \right] \quad (31)$$

در این رابطه $l = k^{3/2} / \bar{\varepsilon}$ مقیاس طول اغتشاشی، $l_e = 2.55y$ مقیاس طول تعادلی و y فاصله از دیواره است.

هنجالیگ [20] پیشنهاد کرد که با استفاده از گرادین مقیاس طول عمود بر سطح دیواره، وابستگی ترم چشمه به فاصله از دیواره حذف گردد. برای حذف این وابستگی، ایاکویدس و ریسی [21] یک فرم دیفرانسیلی برای اصلاح مقیاس طول مطابق رابطه (32) ارائه دادند.

$$S_{\varepsilon} = [NYP] = \max \left[C_{\omega} F (F + 1)^2 \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k}, 0 \right] \quad (32)$$

به طوری که به صورت رابطه (33) است.

$$F = \left\{ \left[\left(\frac{\partial l}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial l}{\partial x_j} \right) \right]^{0.5} - \frac{dl_e}{dy} \right\} / C_l \quad (33)$$

رابطه (33) بیانگر اختلاف مابین گرادین مقیاس طول $l = k^{3/2} / \bar{\varepsilon}$ و گرادین مقیاس طول تعادلی، dl_e/dy ، است. گرادین مقیاس طول تعادلی مطابق رابطه (34) تعریف می‌گردد.

$$\frac{dl_e}{dy} = C_l [1 - \exp(-B_{\varepsilon} \bar{R}_t)] + B_{\varepsilon} C_l \bar{R}_t \exp(-B_{\varepsilon} \bar{R}_t) \quad (34)$$

در این رابطه $C_{\omega} = 0.83$ و $B_{\varepsilon} = 0.1069$ ، $C_l = 2.55$ است.

به منظور کاهش مقدار تصحیح در نواحی با η زیاد، فرم اصلاح‌یافته‌ای از ترم تصحیح دیفرانسیلی توسط کرفت و همکاران [11] پیشنهاد شده است که در آن مقدار C_{ω} برابر با رابطه (35) در نظر گرفته می‌شود.

$$C_{\omega} = \frac{0.83 \min(1, \bar{R}_t/5)}{[0.8 + 0.7(\eta'/3.33)^4 \exp(-\bar{R}_t/12.5)]} \quad (35)$$

در این رابطه پارامتر η' به صورت مشابه با η تعریف می‌گردد، اما برای بهبود شرایط پایداری، مشابه پیشنهاد دوربین [22]، مقیاس زمانی کلمگروف به عنوان حد پایینی مقیاس زمانی $k/\bar{\varepsilon}$ در روابط مربوط به \bar{S} و $\bar{\Omega}$ ، به صورت رابطه (36)، اعمال شده است.

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \max \left[\frac{k}{\bar{\varepsilon}}, \sqrt{\frac{y}{\varepsilon}} \sqrt{0.5 S_{ij} S_{ij}} \right] \\ \bar{\Omega} &= \max \left[\frac{k}{\bar{\varepsilon}}, \sqrt{\frac{y}{\varepsilon}} \sqrt{0.5 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \right] \end{aligned} \quad (36)$$

جدول 3 مقادیر ضرایب در مدل $k-\varepsilon$ غیرخطی

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
-0.1	0.1	0.26	$-10c_{\mu}^2$	0	$-5c_{\mu}^2$	$5c_{\mu}^2$

¹ SIMPLE

² Quadratic Interpolation for Convection Kinetics (QUICK)

جریان و جهش آن به بیرون از حفره زیاد است. همان‌طور که از شکل 4 مشخص است، تمامی مدل‌های مورد بررسی پدیده‌های یاد شده را پیش‌بینی می‌کنند. اما تفاوت هر مدل تنها در میزان بزرگی ناحیه چرخشی و شدت برخورد یا جهش جریان است. نتایج مدل ناحیه‌ای وجود جریان چرخشی کوچکی را در حفره‌های کانال نشان می‌دهد. بردارهای سرعت و خطوط جریان به دست آمده از این مدل حاکی از آن است که جریان آزاد مسیر همواری را در لبه عقبی حفره طی می‌کند؛ بنابراین این مدل ناحیه برخوردی و جهشی ضعیف‌تری را پیش‌بینی می‌کند. با مشاهده نتایج مدل $k - \epsilon$ خطی مشخص می‌شود که این مدل چرخش بزرگ‌تری را در حفره به دست می‌آورد. جهش جریان در لبه عقبی با قدرت بیشتری از مدل ناحیه‌ای اتفاق می‌افتد. در نهایت پیش‌بینی جریان با استفاده از مدل غیرخطی ناحیه چرخشی بزرگی را نشان می‌دهد که نسبت به دو مدل پیشین، مرکز آن به لبه عقبی حفره نزدیک‌تر است. با مشاهده بردار سرعت در لبه عقبی این مدل مشخص می‌شود که جریان داخل حفره دارای جهش بیشتری هنگام ورود به جریان آزاد است. در نتایج مدل غیرخطی میزان اغتشاش در لبه عقبی از سایر مدل‌ها بیشتر است. تمامی تفاوت‌های یاد شده در ابعاد جریان چرخشی در نتایج شکل 3 نیز مشاهده می‌شود، همچنین به دلیل تشابه نتایج بردارهای سرعت و خطوط جریان در $Re = 6521$ ارائه نشده است. با کاهش عدد رینولدز مشخص می‌گردد که ابعاد جریان چرخشی گسترده‌تر می‌شود و به دلیل ضعیف بودن جریان آزاد، برخورد و جهش جریان در لبه عقبی حفره قدرت کمتری خواهد داشت.

در شکل 5 توزیع عدد نوسلت محلی در راستای جریان و راستای عرضی دیواره حفره‌دار برای عدد رینولدز 5000 ارائه شده است. در این شکل نتایج حاصل از مدل‌های مختلف با نتایج تجربی [7] مقایسه شده است. تأثیر اعمال ترم‌های اصلاح مقیاس طول YAP و NYP در این شکل مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا به بررسی نحوه تغییرات عدد نوسلت بر دیواره حفره‌دار پرداخته می‌شود. توزیع نوسلت در راستای جریان نشان می‌دهد که با رسیدن به دهانه حفره یعنی $x/D = -0.5$ ، مقدار نوسلت افت می‌کند. دلیل این افت آغاز ناحیه چرخشی داخل حفره است. با حرکت در راستای جریان به دلیل تضعیف جریان چرخشی میزان عدد نوسلت افزایش می‌یابد. در نهایت با رسیدن به لبه عقبی حفره یعنی $x/D = 0.5$ ، به دلیل اختلاط اغتشاش زیاد در این ناحیه، میزان عدد نوسلت افزایش می‌یابد. در نواحی صاف کانال یعنی $-0.5 \leq x/D \leq -1$ و $0.5 \leq x/D \leq 1$ به دلیل پخش گردابه ناشی از وجود حفره مقدار نوسلت بهبود می‌یابد. توزیع عدد نوسلت محلی در راستای عرضی نیز حاکی از کم بودن میزان انتقال حرارت در وسط حفره به دلیل ناحیه چرخشی و زیاد بودن آن در لبه‌های عرضی و قسمت صاف مابین حفره‌هاست. به طور کلی حفره‌ها با استفاده از سه روش، انتقال حرارت را بهبود می‌بخشند. پخش گردابه اولین روش است که در اثر وجود حفره اتفاق می‌افتد. این گردابه‌ها باعث می‌شوند تا اختلاط اغتشاش مابین جریان آزاد و جریان نزدیک دیواره بهبود یابد. در واقع به دلیل وجود ناپایداری در صفحه جداکننده حفره و جریان آزاد، گردابه‌هایی شکل می‌گیرند که باعث اختلاط جریان می‌گردند. دومین روش جدایش و اتصال مجدد جریان داخل حفره است که به طور مداوم اتفاق می‌افتد. در نهایت سومین مکانیزم بهبود انتقال حرارت توسط حفره‌ها ایجاد جریان برخوردی و جهش آن به درون جریان آزاد است که در لبه عقبی حفره روی می‌دهد.

صفر در نظر می‌گیرد. در راستای y از شرط مرزی دیواره غیرلغزشی استفاده می‌شود. اعمال این شرط موجب می‌شود تا مقدار اجزا سرعت، انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ اتلاف همگن در دیواره حفره‌دار پایین و دیوار صاف بالا برابر صفر فرض گردد، همچنین شرط مرزی شار حرارتی برای این دو دیوار ثابت در نظر گرفته می‌شود. در نهایت به دلیل قرار گرفتن دامنه محاسباتی در ناحیه توسعه‌یافته از شرط مرزی پریرودیک در راستای جریان استفاده می‌شود.

5- نتایج و بحث

شکل 3 پروفیل‌های سرعت و شدت اغتشاش را در دو عدد رینولدز متفاوت نشان می‌دهد. این پروفیل‌ها مربوط به مرکز حفره در کانال حفره‌دار است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، ناحیه داخل حفره دارای جدایش و جریان چرخشی است. اختلاف مابین نتایج حاصل از مدل‌های مختلف در این ناحیه چشمگیرتر از باقی نواحی است. مقایسه پروفیل‌های سرعت با پروفیل سرعت تجربی نشان می‌دهد که در عدد رینولدز 6521 مدل $k - \epsilon$ ناحیه‌ای، برگشت جریان داخل حفره را به صورت ضعیفی پیش‌بینی می‌کند. در واقع در این مدل ابعاد جریان چرخشی بسیار کوچک‌تر از ابعاد مربوط به نتایج تجربی است. همچنین با وجود این که مدل $k - \epsilon$ خطی نسبت به مدل ناحیه‌ای نتایج بهتری را در ناحیه چرخشی نشان می‌دهد، ولی در بین مدل‌ها، مدل $k - \epsilon$ غیرخطی دقیق‌ترین پیش‌بینی را در خصوص ابعاد جریان چرخشی ارائه می‌دهد. در عدد رینولدز 13042 نتایج حاصل از مدل $k - \epsilon$ ناحیه‌ای و خطی دوباره چرخش کوچکی را درون حفره نشان می‌دهند. اگرچه در برخی از نواحی داخل کانال، مدل غیرخطی پروفیل سرعت را با اختلاف زیادی نسبت به نتایج تجربی به دست می‌آورد، ولی در این مدل پیش‌بینی برگشت جریان به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. در پروفیل شدت اغتشاش برای اعداد رینولدز مختلف، نتایج مدل‌های ناحیه‌ای و خطی تفاوت چندانی با هم ندارند. مدل غیرخطی در دیواره بالا شدت اغتشاش را نسبت به دو مدل دیگر بهتر پیش‌بینی می‌کند. تفاوت مدل‌ها در این دیوار مشابه تفاوت نتایج ارائه شده از مدل‌های خطی و غیرخطی در کانال صاف است. با حرکت به سمت مرکز کانال، مدل غیرخطی دوباره پیش‌بینی دقیق‌تری از روند تغییرات و مقدار شدت اغتشاش ارائه می‌دهد. در $y/H = 0.4$ جریان آزاد داخل کانال و جریان حفره از یکدیگر جدا می‌گردد. این صفحه را صفحه برشی می‌نامند. پایین این ناحیه حفره کروی قرار دارد که دارای جریان چرخشی است. مدل غیرخطی میزان شدت اغتشاش را در این ناحیه کمتر از مدل‌های دیگر و نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کند. دلیل این مسأله وجود مقدار کرنش بالا در حفره است. در واقع c_{μ} مورد استفاده در مدل غیرخطی تابعی از نرخ کرنش است. در نواحی با کرنش زیاد مقدار c_{μ} کاهش می‌یابد. در نتیجه این افت باعث می‌شود که میزان لزجت اغتشاشی و انرژی جنبشی اغتشاشی در مرکز حفره کاهش یابد. در این جا تنها به بررسی نتایج مربوط به مرکز حفره پرداخته شده و ممکن است در باقی نقاط حفره رفتار متفاوتی رخ دهد.

شکل 4 بردارهای سرعت و خطوط جریان حاصل از مدل‌های مختلف را نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است، جریان داخل کانال با رسیدن به حفره دچار جدایش، چرخش و اتصال مجدد می‌گردد. وجود جریان چرخشی منجر به ایجاد ناحیه فشار پایین در بالادست حفره می‌شود. از این رو جریان آزاد پرسرعت به دلیل وجود ناحیه فشار پایین به سمت حفره کشیده می‌شود و با لبه پایین دست یا عقبی حفره برخورد می‌کند. پس از برخورد، جریان سیال از لبه عقبی به بیرون می‌جهد و وارد جریان آزاد می‌گردد؛ بنابراین میزان اختلاط اغتشاش در لبه عقبی به دلیل برخورد

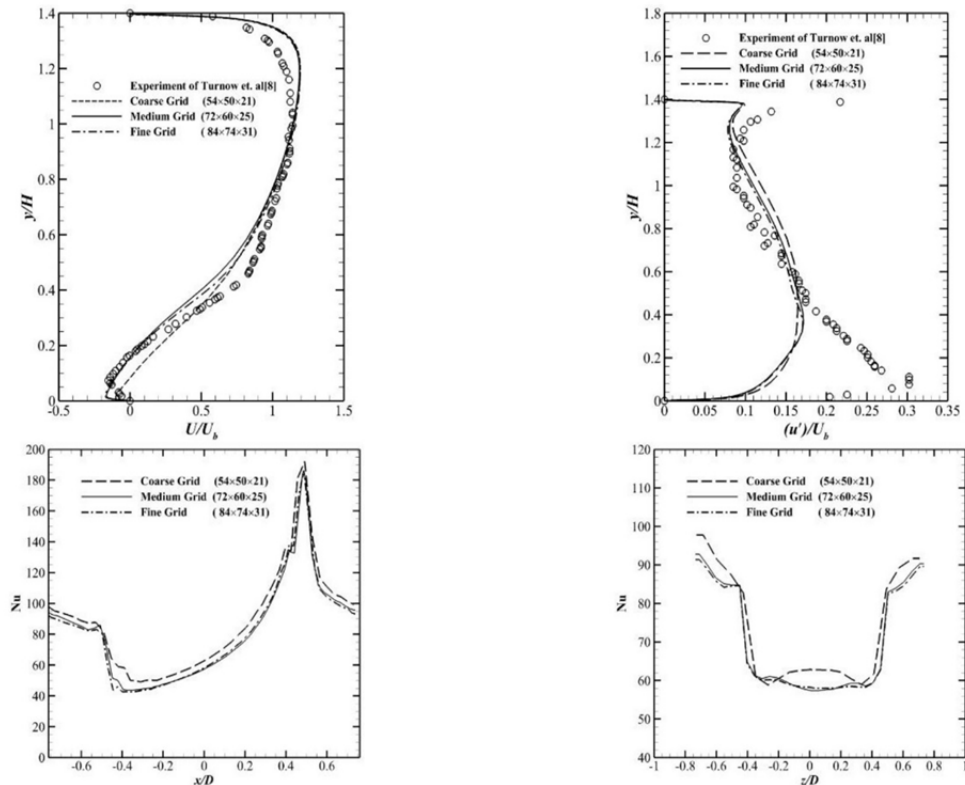


Fig. 2 Grid independency investigation (comparison between the linear model and experimental results [8])

شکل 2 بررسی استقلال حل از شبکه (مقایسه نتایج حاصل از مدل خطی با نتایج تجربی [8])

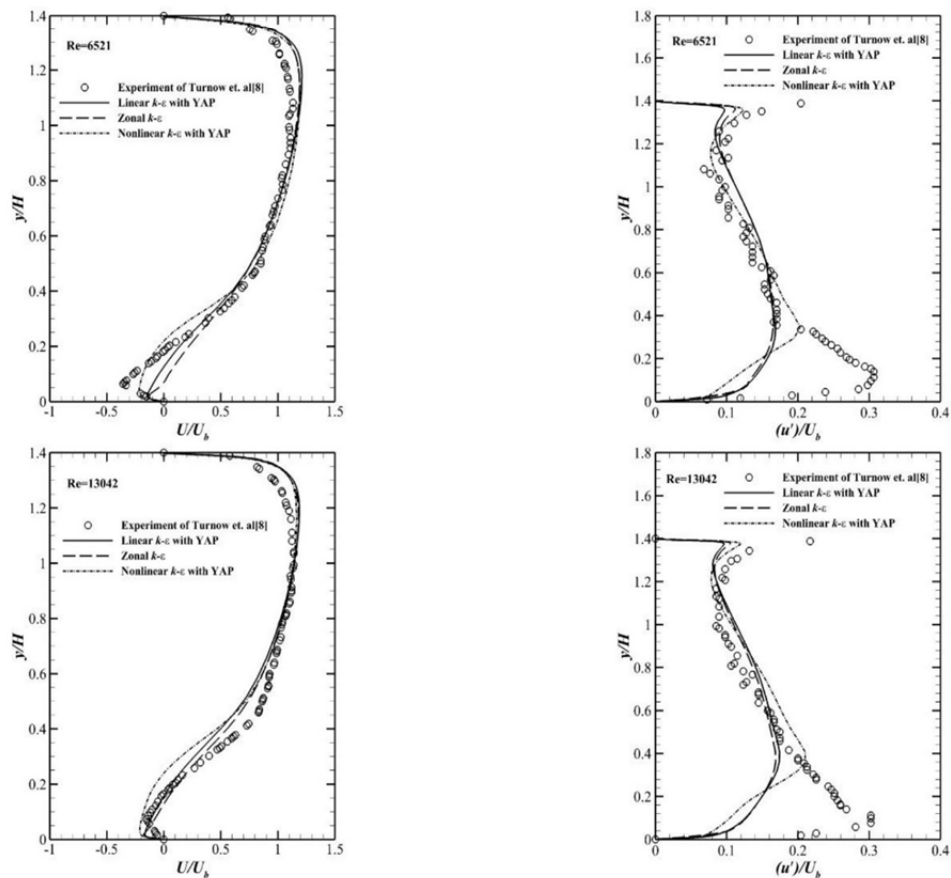


Fig. 3 Velocity and rms profiles in the center of dimple ($x = 0$ and $z = 0$) for different Reynolds numbers

شکل 3 پروفیل‌های سرعت و شدت اغتشاش در مرکز حفره ($z = 0$ و $x = 0$) برای اعداد رینولدز مختلف

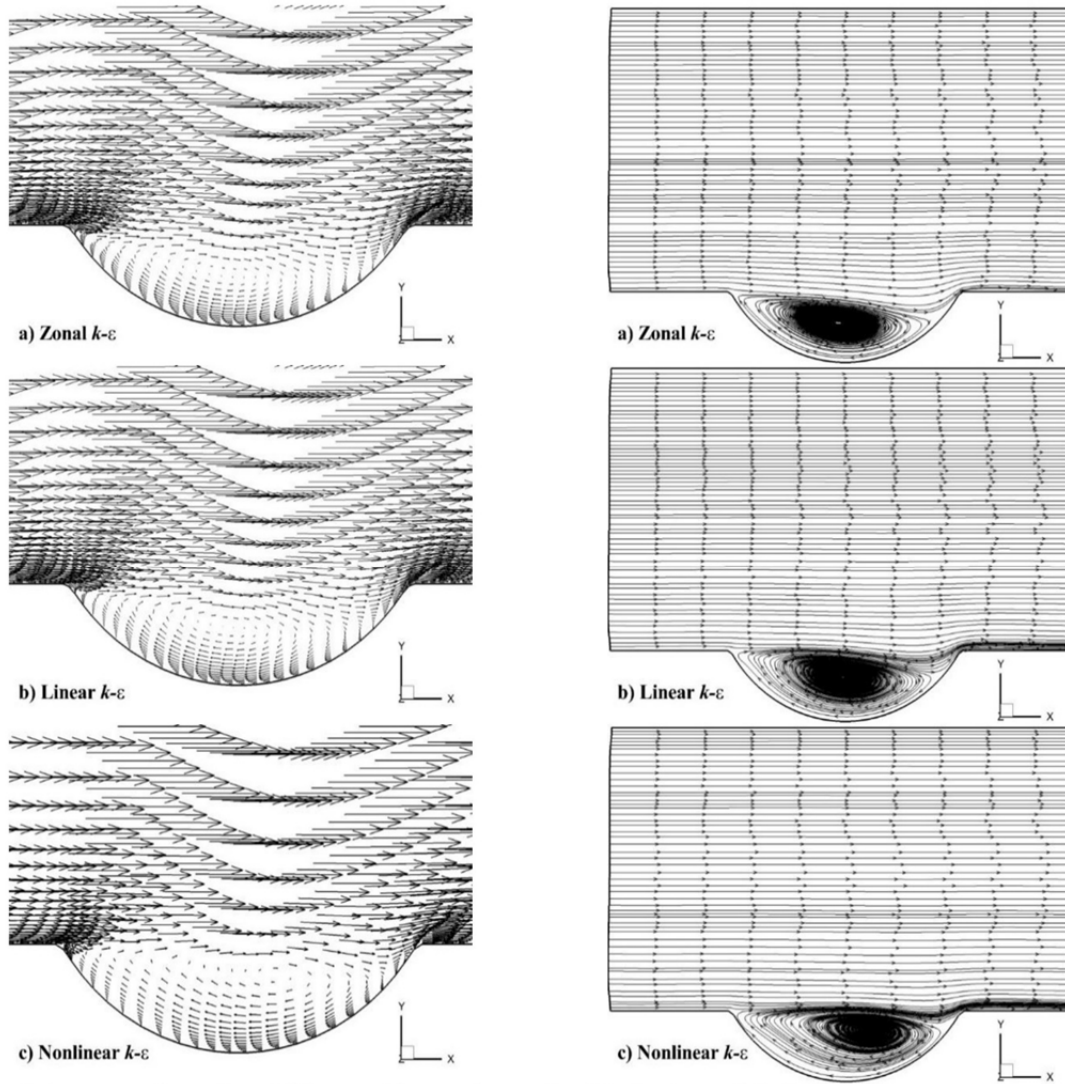


Fig. 4 Velocity vectors and streamlines of different models across the centerline of the dimple ($z = 0$) for $Re = 13042$

شکل 4 بردارهای سرعت و خطوط جریان به دست آمده از مدل‌های مختلف در راستای مرکزی حفره ($z = 0$) برای $Re = 13042$

حرارت در این عدد رینولدز با عدد رینولدز 5000 دارای تفاوت‌هایی است. نخست این‌که در عدد رینولدز 10000 جریان چرخشی داخل حفره قدرت بیشتری دارد. در نتیجه مرکز جریان چرخشی در این عدد رینولدز به لبه بالادست حفره نزدیک‌تر است. از این‌رو مینیمم مقدار عدد نوسلت در نواحی دورتری از مرکز حفره قرار می‌گیرد. عدد نوسلت به دلیل اختلاط اغتشاش بیشتر در اعداد رینولدز بالاتر دارای مقدار بیشتری است. این موضوع در فضای صاف مابین حفره‌ها بیشتر به چشم می‌آید. در این شکل به مانند شکل 5 مدل ناحیه‌ای توزیع ضعیفی از عدد نوسلت را در راستای جریان ارائه می‌دهد. این پیش‌بینی بیشتر در فضای خالی مابین حفره‌ها و همچنین در لبه عقبی حفره محسوس است. با اعمال مدل خطی، توزیع عدد نوسلت در راستای جریان و داخل حفره بهتر پیش‌بینی می‌شود، ولی توزیع آن در راستای عرضی و در فضای صاف مابین حفره‌ها دارای دقت مناسبی نیست. دوباره در بین مدل‌های استفاده شده با ترم اصلاح مقیاس طول YAP، مدل غیرخطی بهترین توزیع را به خصوص درون حفره ارائه می‌دهد. البته این مدل در لبه عقبی حفره مقدار عدد نوسلت را بزرگ‌تر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. با اعمال ترم اصلاح مقیاس طول NYP نتایج حاصل از

همان طور که بیشتر اشاره شد تمامی مدل‌ها تغییرات یاد شده در بالا را پیش‌بینی می‌کنند. مدل ناحیه‌ای در قسمت صاف مابین حفره‌ها و در لبه عقبی حفره، میزان انتقال حرارت را کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند، همچنین این مدل نحوه تغییرات داخل حفره را با دقت مناسبی به دست نمی‌آورد. مابین مدل‌های دارای ترم اصلاح مقیاس طول YAP، مدل $k - \epsilon$ غیرخطی، تغییرات نوسلت را هم در راستای عرضی و هم در راستای طولی با دقت مناسبی مدل می‌کند. این مدل نحوه تغییرات داخل حفره و لبه عقبی آن را نزدیک‌تر به نتایج تجربی به دست می‌آورد و در پیش‌بینی سطح صاف مابین حفره‌ها نیز دقت مناسبی دارد. با اعمال ترم اصلاح مقیاس طول NYP بر مدل‌های خطی و غیرخطی، علاوه بر این‌که نیاز به محاسبه فاصله از دیواره‌ها از بین می‌رود، نتایج بهتری نیز در لبه عقبی حفره و راستای عرضی آن به دست می‌آید. برای نمونه در مدل غیرخطی پیش‌بینی انتقال حرارت در لبه عقبی بهبود می‌یابد. در مدل خطی توزیع عدد نوسلت در راستای عرضی به نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌گردد.

در شکل 6 توزیع عدد نوسلت محلی در راستای جریان و راستای عرضی دوباره حفره‌دار برای عدد رینولدز 10000 نشان داده شده است. توزیع انتقال

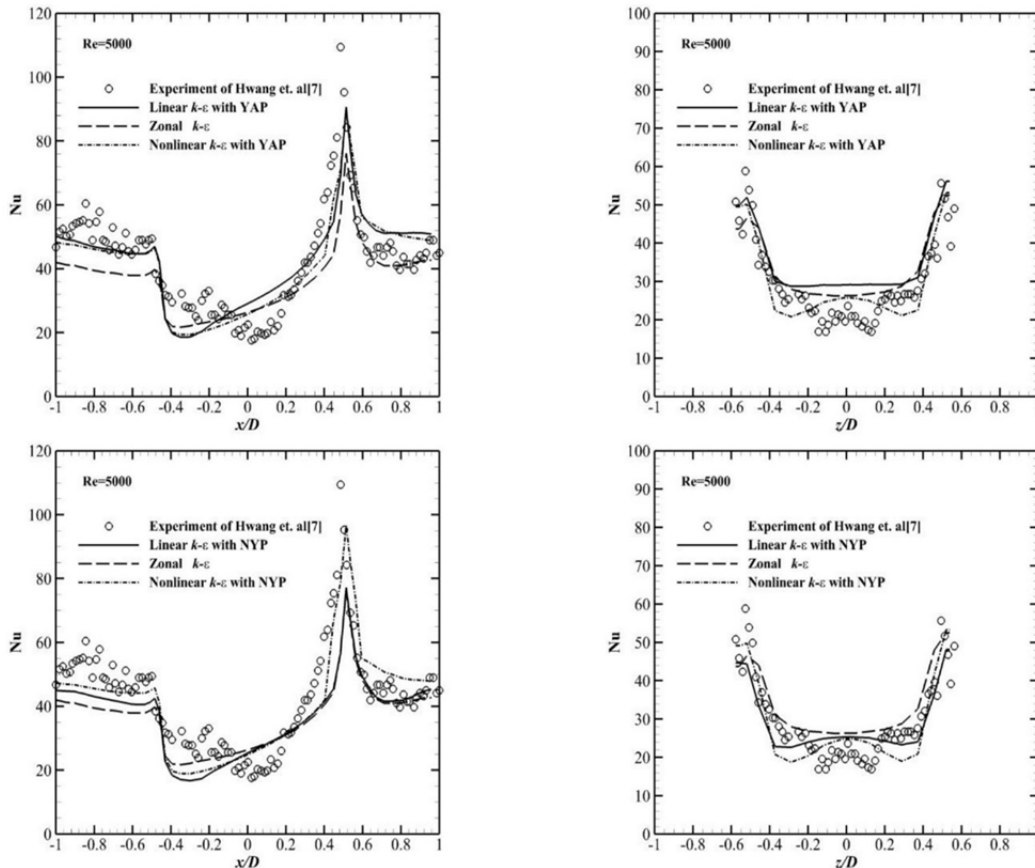


Fig. 5 Distribution of local Nusselt number on dimpled wall along stream-wise direction ($z = 0$) and span-wise direction ($x = 0$) for $Re = 5000$
 شکل 5 توزیع عدد نوسلت محلی بر دیواره حفره‌دار در راستای جریان ($z = 0$) و راستای عرضی ($x = 0$) برای عدد رینولدز 5000

صورت گرفته حاکی از آن بود که:

- هر سه مدل وجود جدایش، چرخش و اتصال مجدد را به طور مناسبی پیش‌بینی می‌کنند.
- جریان چرخشی با استفاده از مدل ناحیه‌ای ابعاد کوچک‌تری از مقادیر تجربی دارد و شدت جهش جریان در لبه عقبی حفره ضعیف است. مدل خطی، جریان چرخشی را بزرگ‌تر و جهش جریان به بیرون از حفره را با شدت بیشتری نسبت به مدل ناحیه‌ای پیش‌بینی می‌کند. در نهایت مدل غیرخطی نسبت به دو مدل یادشده، هم برگشت جریان داخل حفره را دقیق‌تر مدل می‌کند و هم برخورد و جهش جریان را با قدرت بیشتری به دست می‌آورد.
- در بررسی انتقال حرارت با استفاده از مدل‌های اغتشاشی، مدل‌های مختلف دقت‌های متفاوتی دارند. مدل ناحیه‌ای مقدار انتقال حرارت را کمتر از مقدار تجربی به دست می‌آورد. اگرچه در مدل خطی پیش‌بینی بهتری از انتقال حرارت در لبه عقبی حفره صورت می‌گیرد، ولی در ناحیه صاف مابین حفره‌ها دقت مناسبی ندارد. در مقایسه با دو مدل یادشده، مدل غیرخطی هم در داخل و لبه عقبی حفره و هم در فضای مابین حفره‌ها نتایج مناسبی را ارائه می‌دهد.
- اعمال ترم اصلاح مقیاس طول NYP نسبت به ترم YAP علاوه بر اینکه نیاز به داشتن فاصله از دیواره‌ها را از بین می‌برد، موجب ارائه پیش‌بینی دقیق‌تری در مدل‌های خطی و غیرخطی می‌گردد. در مدل خطی نتایج انتقال حرارت در راستای عرضی بهبود می‌یابد و نتایج انتقال حرارت در مدل غیرخطی در لبه عقبی حفره به نتایج

مدل‌های خطی و غیرخطی بهبود می‌یابند. این بهبود برای مدل غیرخطی در لبه عقبی حفره و برای مدل خطی در راستای عرضی حفره مشهود است. در شکل 7 کانتورهای عدد نوسلت به دست آمده از مدل‌های مختلف با نتایج هوانگ و همکاران [7] به صورت دقیق‌تری مورد مقایسه قرار گرفته است. همان طور که در قسمت‌های پیشین بیان شد تمامی مدل‌های اغتشاشی قادر به پیش‌بینی نحوه تغییرات عدد نوسلت در کانال حفره‌دار هستند. اما تفاوت هر مدل در میزان این تغییرات است. برای نمونه مدل ناحیه‌ای در مقایسه با نتایج تجربی در فضای صاف مابین حفره و لبه عقبی آن پیش‌بینی ضعیفی را ارائه می‌دهد. اگرچه با استفاده از مدل خطی نتایج بهتری در لبه عقبی حفره به دست می‌آید، اما همچنان در فضای صاف مابین حفره‌ها مقدار عدد نوسلت از مقادیر تجربی کمتر است. اعمال مدل غیرخطی این دو مشکل را تا حدودی برطرف می‌کند. نتایج این مدل در ناحیه صاف مابین حفره‌ها و لبه عقبی حفره به نتایج تجربی نزدیک‌تر است، همچنین توزیع بیضی شکل عدد نوسلت در نیمه بالادست حفره مشابه توزیع ارائه شده در مطالعه هوانگ و همکاران [7] است. مباحث یادشده در این بخش در شکل‌های 5 و 6 نیز قابل مشاهده است.

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش نتایج عددی مربوط به جریان و انتقال حرارت در کانال حفره‌دار با استفاده از مدل‌های اغتشاشی ناحیه‌ای، خطی و غیرخطی ارائه گردید. پیش‌بینی‌های صورت گرفته توسط هر مدل با نتایج مدل تجربی مقایسه شد و دقت آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. در نهایت بررسی‌های

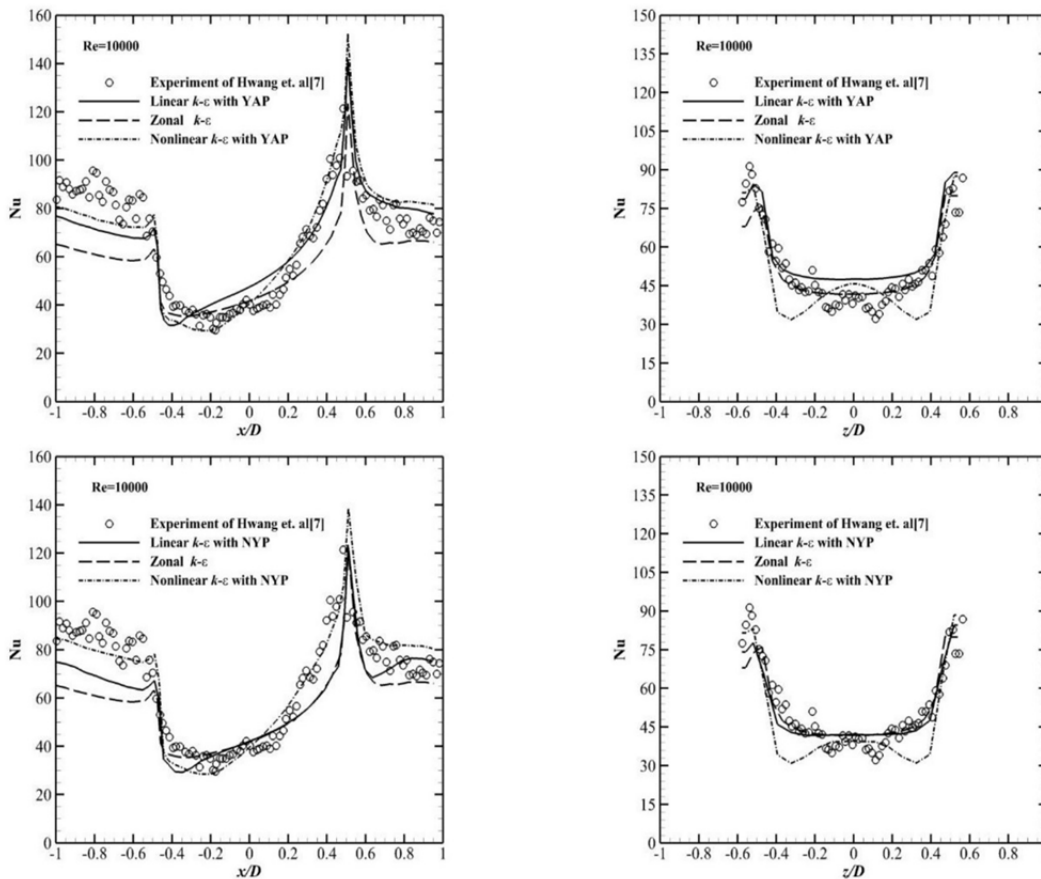


Fig. 6 Distribution of local Nusselt number on dimpled wall along stream-wise direction ($z = 0$) and span-wise direction ($x = 0$) for $Re = 10000$
 شکل 6 توزیع عدد نوسلت محلی بر دیواره حفره دار در راستای جریان ($z = 0$) و راستای عرضی ($x = 0$) برای عدد رینولدز 10000

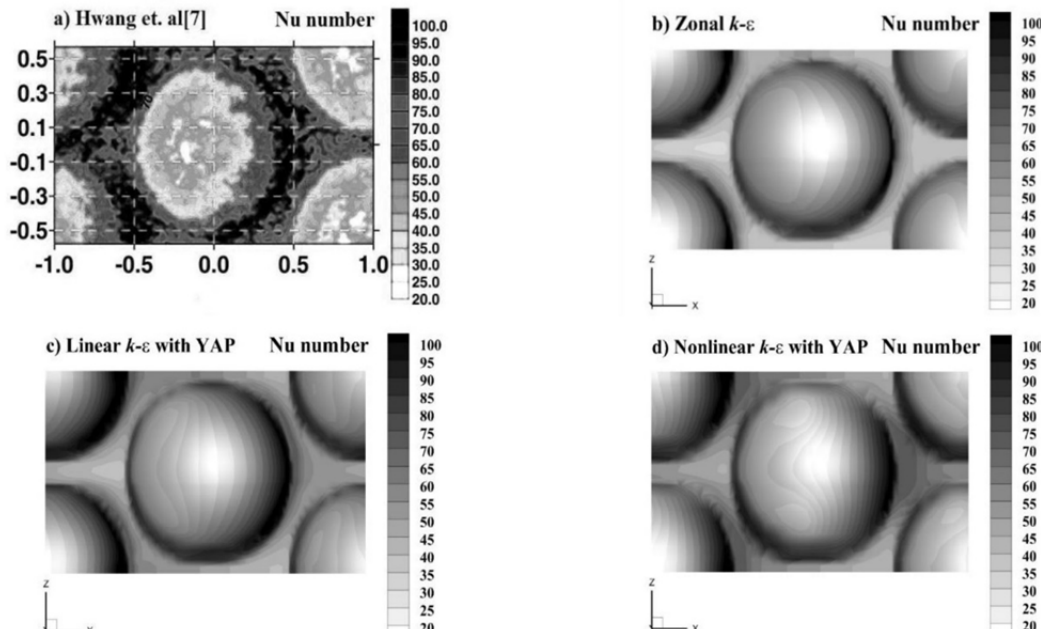


Fig. 7 Contours of Nusselt number on the dimpled wall for $Re = 10000$

شکل 7 کانتورهای عدد نوسلت در دیواره حفره دار برای عدد رینولدز 10000

channels with concavities, *Enhanced Heat Transfer*, Vol. 6, No. 6, pp. 429-439, 1999.

[2] H. K. Moon, T. O'Connell, B. Glezer, Channel height effect on heat transfer and friction in a dimpled passage, *Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 122, No. 2, pp. 307-313, 2000.
 [3] N. K. Burgess, M. M. Oliveira, P. M. Ligrani, Nusselt number behavior on

تجربی نزدیک تر می شود.

7- مراجع

[1] M. K. Chyu, Y. Yu, H. Ding, Heat transfer enhancement in rectangular

- turbulence to the calculation of flow near a spinning disc, *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, No. 2, pp. 131-137, 1974.
- [16] W. P. Jones, B. E. Launder, The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, No. 2, pp. 301-314, 1972.
- [17] K. Suga, *Development and Application of a Non-Linear Eddy Viscosity Model Sensitized to Stress and Strain Invariants*, PhD Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester, 1995.
- [18] T. J. Craft, B. E. Launder, K. Suga, Extending the applicability of eddy viscosity models through the use of deformation invariants and non-linear elements, *Proceedings of LAHR, 5th International Symposium on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements*, Paris, France, Sep 7-10, 1993.
- [19] C. R. Yap, *Turbulent Heat and Momentum Transfer in Recirculating and Impinging Flows*, PhD Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester, 1987.
- [20] K. Hanjalić, Some resolved and unresolved issues in modelling non-equilibrium and unsteady turbulent flows, *Proceeding of 3rd International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, Crete, Greece, May 27-29, 1996.
- [21] H. Iacovides, M. Raisee, Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blades, *Heat and Fluid Flow*, Vol. 20, No. 3, pp. 320-328, 1999.
- [22] P. A. Durbin, Near-wall turbulence closure modeling without "damping functions", *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 3, No. 1, pp. 1-13, 1991.
- [23] F. S. Lien, M. A. Leschziner, A general non-orthogonal collocated finite volume algorithm for turbulent flow at all speeds incorporating second-moment turbulence-transport closure, Part 1: Computational implementation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 114, No. 1, pp. 123-148, 1994.
- [24] C. M. Rhie, W. L. Chow, Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *ALAA*, Vol. 21, No. 11, pp. 1525-1532, 1983.
- [25] H. Iacovides, The computation of turbulent flow through stationary and rotating U-bends of with rib-roughened surfaces, *Proceedings of the 11th International Conference on Laminar and Turbulent Flows*, Swansea, U.K., July 15-19, 1997.
- deep dimpled surfaces within a channel, *Heat Transfer*, Vol. 125, No. 1, pp. 11-18, 2003.
- [4] P. M. Ligrani, M. M. Oliveira, T. Blaskovich, Comparison of heat transfer augmentation techniques, *ALAA*, Vol. 41, No. 3, pp. 337-362, 2003.
- [5] J. Park, P. R. Desam, P. M. Ligrani, Numerical predictions of flow structure above a dimpled surface in a channel, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 45, No. 1, pp. 1-20, 2004.
- [6] M. A. Elyyan, D. K. Tafti, Large eddy simulation investigation of flow and heat transfer in a channel with dimples and protrusions, *Turbomachinery*, Vol. 130, No. 4, pp. 041016-041016-9, 2008.
- [7] S. D. Hwang, H. G. Kwon, H. H. Cho, Heat transfer with dimple/protrusion arrays in a rectangular duct with a low Reynolds number range, *Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 4, pp. 916-926, 2008.
- [8] J. Turnow, N. Kornev, V. Zhdanov, E. Hassel, Flow structures and heat transfer on dimples in a staggered arrangement, *Heat and Fluid Flow*, Vol. 35, pp. 168-175, 2012.
- [9] S. B. Pope, A more general effective-viscosity hypothesis, *Fluid Mechanics*, Vol. 72, No. 2, pp. 331-340, 1975.
- [10] T. J. Craft, B. E. Launder, K. Suga, Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence, *Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, No. 2, pp. 108-115, 1996.
- [11] T. J. Craft, H. Iacovides, J. H. Yoon, Progress in the use of non-linear two-equation models in the computation of convective heat-transfer in impinging and separated flows, *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 63, No. 1, pp. 59-80, 2000.
- [12] M. Raisee, A. Noursadeghi, H. Iacovides, Application of a non-linear k-ε model in prediction of convective heat transfer through ribbed passages, *Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 14, No. 3, pp. 285-304, 2004.
- [13] M. Raisee, H. Alemi, H. Iacovides, Prediction of developing turbulent flow in 90°-curved ducts using linear and non-linear low-Re k-ε models, *Numerical Methods in Fluids*, Vol. 51, No. 12, pp. 1379-1405, 2006.
- [14] M. Vaezi, M. Raisee, Prediction of fluid flow through U-bend channels using linear and nonlinear models of turbulence, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 423-432, 2017. (in Persian فارسی)
- [15] B. E. Launder, B. I. Sharma, Application of the energy-dissipation model of