

بررسی رفتار برداشت کننده انرژی غیر خطی دوپایا

علیرضا خاتمی¹، مرتضی دردل^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

* بابل، صندوق پستی 484 dardel@nit.ac.ir

چکیده

در این مقاله پهنای باند موثر در یک برداشت کننده الکترومکانیکی با تابع پتانسیل دوپایا مورد بررسی قرار گرفته است. پیکربندی برداشت کننده به صورت تیر یکسر گیردار بوده که لایه‌های پیزوالکتریک به دو سمت آن چسبانده شده‌اند. مجموعه تحت ارتعاش پایه سینوسی قرار گرفته و یک نیروی محوری به انتهای آن وارد می‌شود. بزرگی نیروی محوری به حدی است که سیستم دچار پس‌کمانش شده و تابع پتانسیل آن به صورت دوپایا در می‌آید. تیر به صورت اویلر-برنولی غیرخطی مدل‌سازی شده و روابط حاکم بر آن با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج می‌شوند. در ادامه معادلات دیفرانسیل جزئی با روش مدهای مفروض گسسته‌سازی گشته و معادلات دیفرانسیل حاصله با روش میانگین‌گیری مختلط حل و نتایج با حل عددی مقایسه شده‌اند. جاذب‌های مختلف مانند جاذب‌های تناوبی، شبه‌تناوبی و آشوبناک شناسایی شده و نواحی مختلف فرکانسی مرتبط با آن‌ها مشخص می‌شود. با استفاده از روش نیمه تحلیلی مرز نواحی مختلف در فضای شتاب پایه-فرکانس پیش‌بینی شده است. در انتها رفتار تناوبی سیستم‌های تک مد و چند مد بررسی و مقایسه شده‌اند. نشان داده شده است که سیستم تک مد پیش‌بینی مناسبی از رفتار سیستم ارائه نمی‌دهد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 02 آذر 1396
پذیرش: 26 اسفند 1396
ارائه در سایت: 23 فروردین 1397
کلید واژگان:
برداشت کننده غیر خطی
برداشت کننده دوپایا
روش میانگین‌گیری مختلط

Response regime of nonlinear bistable energy harvester

Alireza Khatami, Morteza Dardel*

Department of Mechanical Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol
*P.O.B. 484, Babol, Iran, dardel@nit.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 23 November 2017
Accepted 17 March 2018
Available Online 12 April 2018

Keywords:

Nonlinear energy harvesting
bi-stable harvester
Complexification Averaging method

ABSTRACT

The effective bandwidth of a bi-stable electromechanical energy harvester is investigated. The Harvester's configuration is in the form of a cantilever beam in which the piezoelectric layers are attached on its two sides. The whole device undergoes sinusoidal base excitation. In addition an axial force is applied to the end of the beam. Post-buckling is caused by this force and system becomes bistable. The cantilever beam is modeled as a nonlinear Euler-Bernoulli beam and equations of motion are generated using Lagrangian method. The equations then discretize via Assumed Mode method and governing equations are solved via Complexification Averaging solution and compared with numerical results. Different attractors such as periodic, quasi-periodic and chaotic attractors are detected and their relative frequency domains are identified. Using semi-solution method, boundaries of different areas plotted in the base excitation-frequency domain. Finally, Uni-modal and multimodal cases are studied and compared with each other. It is shown that the uni-modal solution does not predict the behavior of the system correctly.

1- مقدمه

این دست می‌توان به ارتعاشات بال هواپیما، ارتعاشات پل‌ها، جاده‌ها، حرکت بدن انسان و ارتعاشات ماشین آلات صنعتی اشاره کرد. در حال حاضر برداشت انرژی ارتعاشی به الکتریکی به‌طور کلی به سه روش الکترواستاتیکی، الکترومغناطیسی و پیزوالکتریک انجام می‌پذیرد. مدل‌های مختلفی از جمله کابل، میله، غشا، تیر و صفحه در پژوهش‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفته‌اند، هرچند مدل تیر به‌صورت وسیع‌تری مورد توجه بوده است. جدا از نوع و طراحی مبدل به‌کار رفته، در ابتدا اکثر برداشت کننده‌های انرژی به عنوان نوسانگرهای خطی طراحی می‌شدند. این نوسانگرها بیشترین بازدهی را در حوالی فرکانس تشدید سیستم دارند. هرچند تغییر کوچکی در فرکانس تحریک باعث افت شدیدی در کارایی سیستم می‌شود. بنابراین توسعه

برداشت انرژی به مفهوم به‌کارگیری انرژی اتلافی محیط به‌عنوان منبعی برای توان الکتریکی است که عموماً از انرژی‌های ارتعاشی [1]، صوتی [2] و حرارتی [3] اضافی موجود در محیط برای این منظور استفاده می‌گردد. هدف از برداشت انرژی، استفاده از منابع انرژی تجدیدپذیر برای تأمین توان الکتریکی لوازم با توان مصرفی پایین، مانند سنسورهای بی‌سیم و سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی می‌باشد. به‌طور معمول دسترسی به این لوازم سخت بوده و یا امکان استفاده از باتری برای مدت‌زمان طولانی کارکرد، امکان‌پذیر نمی‌باشد. در محیط پیرامون، شوک‌ها، صداها و ارتعاشات اضافی زیادی وجود دارند که می‌توانند به‌عنوان منبعی برای برداشت انرژی مورد استفاده قرار گیرند. از

می‌آید. در قسمت 1-3 رفتار سیستم با در نظر گرفتن یک مد بررسی می‌گردد. با استفاده از روش میانگین گیری مختلط مدارهای پایدار و ناپایدار سیستم و مرز نواحی مختلف تقریب زده می‌شود. در بخش 2-3 این روند برای مدهای بالاتر تکرار می‌گردد. نشان داده خواهد شد که مدل تک مد پیش‌بینی مناسبی از مرز رفتار فرکانسی سیستم در حوزه فرکانس اول طبیعی نمی‌دهد.

2- مدل سازی برداشت کننده پیزوالکتریک

تیر یکسرگردار بر روی پایه‌ی متحرک محکم شده و دو لایه پیزوالکتریک از جنس PZT-PH بر روی سطوح بالا و پایین وسیله چسباندن شده‌اند. الکترودهای کاملاً رسانا بر روی دو لایه پیزو قرار گرفته و با یک بار مقاومتی (به‌عنوان اثر مصرف کننده انرژی) سری شده‌اند. با اعمال ارتعاشات پایه به مجموعه، در لایه‌های پیزوالکتریک کرنش و به تبع آن اختلاف پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌گردد. این اختلاف پتانسیل بین صفحات باردار بالا و پایین تیر موجب ایجاد جریان الکتریکی و تولید انرژی مصرفی برای مصرف کننده می‌گردد. همچنین یک نیروی محوری جهت دوپایا نمودن رفتار سیستم به انتهای تیر اعمال می‌شود. مقدار این نیرو بیشتر از حد کمانش تیر بوده و موجب ایجاد پس کمانش در سیستم می‌شود. در کارهای پیشین عمدتاً از نیروی مغناطیسی جهت ایجاد پایداری دوگانه استفاده شده است [10]. در این مقاله صرفاً به اثر این نیرو پرداخته شده و مکانیزم ایجاد آن در نظر گرفته نشده، ولی تاثیر آن بر روی رفتار سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. پیکربندی دستگاه در "شکل 1" نشان داده شده است. عرض تیر و دو لایه پیزو یکسان می‌باشند. پارامترهای مربوطه به همراه مقادیر عددی آن‌ها در "جدول 1" آمده است.

مختصه محوری با x_1 و مختصه‌های عرضی با x_2 و x_3 نشان داده شده است. تیر و پیزوها براساس تئوری اویلر برنولی مدل سازی می‌شوند.

$$u_1 = -x_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad u_2 = 0 \quad u_3 = u_3(x_1, t) \quad (1)$$

که در آن u_1 جابجایی در راستای محوری و u_2 و u_3 جابجایی‌ها در راستای عرضی می‌باشند.

کرنش غیرخطی و از نوع فون کارمن [2] فرض می‌شود:

$$S_k = \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_k} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_k} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_k} \right)^2 \right] \quad k = 1, 2, 3 \quad (2)$$

در این رابطه عبارات $\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_k} \right)^2$ و $\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_k} \right)^2$ در مقایسه با دیگر عبارات کوچک بوده و قابل صرف نظر کردن می‌باشند. بنابراین عبارت کرنش به صورت زیر ساده سازی می‌شود:

$$S_1 = -x_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 \quad (3)$$

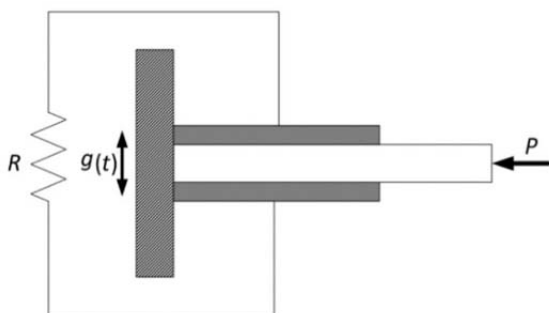


Fig.1 Piezoelectric energy harvester configuration.

شکل 1 پیکربندی برداشت کننده پیزوالکتریک

روش‌هایی برای پهن باند کردن برداشت‌کننده‌ها مورد توجه محققان قرار گرفت. این روش‌ها را می‌توان در چهار شاخه‌ی تنظیم فرکانس تشدید [4]، برداشت انرژی چند مدی [5]، تقویت فرکانسی [6] و برداشت‌کننده‌های غیرخطی طبقه‌بندی نمود [7].

تا به امروز مدل‌های غیرخطی متعددی جهت افزایش پهنای باند ارائه شده است. از این جمله می‌توان به سیستم‌های تک پایا¹، برخوردی-ارتعاشی² و سیستم‌هایی با پایداری چندگانه³ اشاره کرد. در سال‌های اخیر برداشت کننده‌های انرژی دوپایا به خاطر خواص ارتعاشی منحصر به فرد، توجه محققان در این حوزه را به خود جلب کرده‌اند. طی یک جهش ناگهانی، سیستم‌های دوپایا از یک نقطه تعادل به نقطه دیگر منتقل شده که خود می‌تواند موجب افزایش دامنه حرکت و توان تولیدی گردد. همچنین به دلیل خواص غیرخطی خاص چنین سیستم‌هایی، این برداشت‌کننده‌ها می‌توانند در محدوده وسیع تری از حوزه فرکانسی نسبت به نمونه مشابه تک پایا کارآمد باشند. به این دلایل، تحقیقات وسیعی برای فهم سیستم‌های الکترومکانیکی دوپایا انجام گرفته است [9]. موهلپس و همکاران یک نمونه معادله دافینگ دوپایا تحت نیروی تناوبی را به صورت عددی حل نمودند و نمودارهای انشعاق آن را به دست آوردند. آن‌ها نشان دادند که پاسخ با دامنه بزرگ در گستره پهنای از حوزه فرکانسی و حتی در فرکانس‌های پایین نیز گسترده شده است [10]. سفتی غیرخطی همچنین می‌تواند با استفاده از نیروی مغناطیسی ایجاد گردد. ارتورک و همکاران [11] چنین روشی را در طراحی به کار بردند. دستگاه آن‌ها از یک تیر یکسر گردار فرو مغناطیسی تشکیل شده است که دو آهنربای دائم به صورت متقارن در اطراف آن قرار گرفته است و سیستم تحت ارتعاش پایه هارمونیک قرار دارد. به ازای تغییر شکل اولیه در یکی از نقاط تعادل تیر و تحریک پایه بزرگ، ولتاژ پاسخ می‌تواند به صورت جاذب غریب آشوبناک یا جاذب تناوبی با دامنه بزرگ باشد. تحت تحریک پایه کوچک همچنان امکان پاسخ با دامنه بزرگ وجود دارد هرچند ممکن است نیاز به یک اغتشاش یا سرعت اولیه برای پرش سیستم از جاذب کوچک‌تر به جاذب بزرگ‌تر باشد. بنابراین پاسخ با دامنه بزرگ‌تر در خارج از نقطه تشدید ایجاد شده و پهنای باند سیستم افزایش می‌یابد. پانیام و همکاران [11] با روش آنالیز اختلالات توانستند پاسخی تحلیلی برای برداشت کننده دو پایا در حالت تک مد بیابند. بدین ترتیب موفق شدند محدوده پاسخ موثر را تقریب بزنند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش کوپلینگ الکترومکانیکی یا طراحی سیستم‌هایی با چاه پتانسیل عمیق‌تر، پهنای باند سیستم کوچکتر شده ولی میزان توان خروجی افزایش می‌یابد. در مقاله‌ای دیگر آن‌ها نشان دادند که تحت بار الکتریکی بهینه، برداشت کننده‌های دو پایا نسبت به نوع تک پایا، سطح توان بیشتری تولید می‌کنند و این موضوع مستقل از شکل تابع پتانسیل می‌باشد [12].

در بیشتر مدل‌های ارائه شده، سیستم تک مد در نظر گرفته شده است که در آن یک معادله مربوط به برداشت کننده و معادله دیگر مربوط به مدار الکتریکی سیستم می‌باشد. در این مقاله مدل تیر یکسرگردار تحت ارتعاش پایه و نیروی ثابت محوری مورد بررسی قرار می‌گیرد. تیر، اویلر برنولی و کرنش از نوع غیرخطی فون-کارمن در نظر گرفته می‌شود. نیروی محوری موجب ایجاد پایداری دوگانه در سیستم می‌شود. در قسمت 2 معادلات کلی حاکم بر سیستم با استفاده از روش مد مفروض و معادلات لاگرانژ به دست

¹ Multi-Modal Energy Harvesting

² Mono-Stable

³ Vibro-Impact

⁴ Multi-Stable

$$+c_{11}^{\epsilon} \left(I_p \int_0^{L_1} \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \right)^2 dx_1 + \frac{A_p}{4} \int_0^{L_1} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^4 dx_1 \right) \quad (7)$$

که در این رابطه Q_p و A_p ، A_b ، I_p ، I_b مساحت سطح مقطع تیر، مساحت سطح مقطع پیروز، مساحت سطح مقطع تیر، مساحت سطح مقطع پیروز و ممان اول سطح پیروز می‌باشند. مجموع کار میدان در دو قطعه‌ی پیروزالکترونیک را می‌توان با توجه به (6) صورت زیر نوشت:

$$W_e = \frac{1}{2} \iiint_{V_p} \underline{\epsilon}^t \underline{D} dV_p \\ = e_{31} Q_p \int_a^{a+L_1} \frac{v}{h_p} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} dx_1 \\ + \xi_{33}^S A_e \frac{v^2}{h_p} \quad (8)$$

که A_e مساحت سطح الکتروود می‌باشد. تیر تحت تحریک پایه قرار دارد بنابراین جابجایی مطلق برابر است با:

$$\hat{u} = \left\{ -x_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad 0 \quad u_3(x_1, t) \right\}^T + \{0 \quad 0 \quad g(t)\}^T \quad (9)$$

بدین ترتیب انرژی جنبشی کل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$T = \frac{1}{2} \left(\iiint_{V_b} \rho_b \left(\frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial t} \right)^2 dV_b + 2 \iiint_{V_p} \rho_p \left(\frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial t} \right)^2 dV_p \right) \\ = \frac{1}{2} \rho_b A_b \int_0^L \left(\left(\frac{\partial u_3}{\partial t} \right)^2 + \dot{g}^2 + 2 \frac{\partial u_3}{\partial t} \dot{g} \right) dx_1 \\ + \rho_b A_b \int_a^{a+L_1} \left(\left(\frac{\partial u_3}{\partial t} \right)^2 + \dot{g}^2 + 2 \frac{\partial u_3}{\partial t} \dot{g} \right) dx_1 \quad (10)$$

که ρ_p و ρ_b به ترتیب چگالی تیر و لایه‌های پیروزالکترونیک می‌باشند. برای به دست آوردن کار نیروی محوری به منظور بررسی پس کمانش داریم:

$$P = P_s (A_b + 2A_p) \rightarrow P_s = \frac{P}{A_b + 2A_p} \quad (11)$$

بنابراین کار نیروی محوری برابر است با:

$$W_p = \iiint_{V_s} P_s S_1 dV_s + \iiint_{V_p} P_s S_1 dV_p \\ = \frac{1}{2} \int_0^L P_s A_b \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 dx_1 \\ + \int_a^{a+L_1} P_s A_p \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 dx_1 \quad (12)$$

کار غیر پایستار در مقاومت را می‌توان به صورت معادله (13) نوشت:

$$W_{nc} = 2Qv \quad (13)$$

که در این رابطه Q میزان بار عبوری از مقاومت می‌باشد.

1-2- گسسته‌سازی معادلات با استفاده از روش مد مفروض

برای گسسته‌سازی جملات کار و انرژی تابع جابجایی را به صورت زیر گسسته‌سازی می‌کنیم [13]:

$$u_3 = \sum_{i=1}^n \phi_i(x_1) q_i(t) \quad (14)$$

که در آن $q_i(t)$ مختصه‌های مودال و $\phi_i(x_1)$ توابع آزمون مناسب می‌باشند که باید شرایط مرزی هندسی و طبیعی را ارضا نمایند. در این مقاله از شکل مدهای خطی تیر یکسر گیردار استفاده می‌گردد:

$$\phi_i(x_1) = \cos \beta_i x_1 - \cosh \beta_i x_1 \\ - \frac{\cos \beta_i L + \cosh \beta_i L}{\sin \beta_i L + \sinh \beta_i L} (\sin \beta_i x - \sinh \beta_i x) \quad (15)$$

که β از حل معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$1 + \cos \beta L \cosh \beta L = 0 \quad (16)$$

باید ذکر نمود که انتخاب مناسب $\phi_i(x_1)$ تاثیر بسیاری بر دقت و

جدول 1 کمیت های مختلف و مقادیر عددی آن ها

Table 1 different parameters and their numerical values

نام کمیت	پارامتر	مقدار
مدول الاستیک تیر	E	69 GPa
چگالی تیر	ρ_b	3960 kg/m ³
مدول الاستیک پیروز	c_{11}^{ϵ}	66.47 GPa
چگالی پیروز	ρ_p	7750 kg/m ³
ثابت پیروزالکترونیک	e_{31}	-16.6 C/m ²
ثابت گذردهی	ξ_{33}^S	25.55 nF/m
طول تیر	L	300 mm
طول لایه‌های پیروز	L_1	80 mm
ضخامت تیر	h_b	0.8 mm
ضخامت لایه‌های پیروز	h_p	0.2 mm
پهنای تیر و لایه‌های پیروز	w	20 mm
مقاومت	R	4.7 10 ⁵ Ω

بدین ترتیب تنش برابر خواهد شد با:

$$T_1^b = ES_1 = -Ex_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 \quad (4)$$

که در آن E مدول الاستیک تیر می‌باشد. عبارات تنش و جابجایی بار الکتریکی در معادلات ساختاری پیروزالکترونیک کویل می‌باشند [11]:

$$T_{11}^p = c_{11}^{\epsilon} S_1 - e_{31} \epsilon_3 \\ = -c_{11}^{\epsilon} x_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{c_{11}^{\epsilon}}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 \\ + e_{31} \frac{v}{h_p} \\ T_{12}^p = c_{11}^{\epsilon} S_1 - e_{31} \epsilon_3 \\ = -c_{11}^{\epsilon} x_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{c_{11}^{\epsilon}}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 \\ - e_{31} \frac{v}{h_p} \quad (5)$$

$$D_{31} = e_{31} S_1 + \xi_{33}^S \epsilon_3 \\ = -e_{31} x_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{e_{31}}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 \\ - \xi_{33}^S \frac{v}{h_p} \\ D_{32} = e_{31} S_1 + \xi_{33}^S \epsilon_3 \\ = -e_{31} x_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{e_{31}}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 \\ + \xi_{33}^S \frac{v}{h_p} \quad (6)$$

که c_{11}^{ϵ} ، e_{31} ، ξ_{33}^S و h_p به ترتیب مدول خمشی، ثابت پیروزالکترونیک، ثابت گذردهی و ضخامت لایه‌های پیروزالکترونیک می‌باشند. همچنین v در این روابط نشان دهنده اختلاف ولتاژ بین لایه‌های پیروزالکترونیک می‌باشد. انرژی پتانسیل کل باتوجه به روابط (3-5) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{V_b} \underline{S}^t \underline{T}^b dV_b + \frac{1}{2} \iiint_{V_{p_1}} \underline{S}^t \underline{T}^p dV_{p_1} \\ + \frac{1}{2} \iiint_{V_{p_2}} \underline{S}^t \underline{T}^p dV_{p_2} \\ = \frac{E}{2} \left(I_b \int_0^L \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \right)^2 dx_1 + \frac{A_b}{4} \int_0^L \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^4 dx_1 \right) \\ - e_{31} \frac{v}{h_p} \left(Q_p \int_0^{L_1} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} dx_1 \right)$$

3- حل نیمه تحلیلی معادلات غیرخطی کوپل و روش میانگین گیری مختلط

به جهت پیدا کردن مرز جاذب‌های مختلف در حوزه فرکانسی، حل نیمه تحلیلی برای معادله (18) ارائه می‌شود. این حل همچنین برای بررسی اثر پارامترهای مختلف بر پاسخ سیستم نیز مفید است. در پژوهش‌های پیشین از آنالیز اختلالات¹ برای حل حالت تک مد استفاده شده است [12,11]. اما این نوع تحلیل‌ها برای حالت چند مد بسیار زمان‌بر بوده و هزینه محاسباتی بالایی دارد. در این مقاله روش میانگین گیری مختلط² [15] برای حل معادلات به کار گرفته شده است. این روش برای هر تعداد معادلات کوپل با دقتی بالا قابل استفاده بوده و قابلیت کدنویسی آن‌ها نیز ساده است. مختصات موادل به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\bar{q}_m = \bar{q}_{0m}(t) + \sum_{n=1}^k \frac{(a_{mn}(t) + ib_{mn}(t)) e^{in\Omega t} - (a_{mn}(t) - ib_{mn}(t)) e^{-in\Omega t}}{2ni\Omega} \quad (21)$$

که m تعداد مدها و n تعداد هارمونیک‌ها می‌باشد. جهت پیدا کردن تعداد هارمونیک‌ها، آنالیز فوریه (با استفاده از نرم‌افزار متلب) بر روی پاسخ عددی انجام گرفته و فرکانس‌های غالب شناسایی گردیدند. در حرکت‌های تناوبی، این فرکانس‌ها ضرایب صحیحی (n برابر) از فرکانس تحریک هستند. یک نمونه از آنالیز فرکانسی صورت گرفته در "شکل 2" نشان داده شده است. در این نمودار، هارمونیک‌های فرد فرکانس تحریک ($\omega, 3\omega, 5\omega$) از دامنه بالایی برخوردارند لذا باید در معادله (21) لحاظ گردند. در این تحلیل از تعداد 9 هارمونیک استفاده شده است ($k=9$). انتخاب مقادیر کوچکتر ممکن است سبب ناپایداری جواب‌ها در مدهای بالاتر گردد. لازم به ذکر است که سه فرکانس بی‌بعد سیستم معادل خطی به ترتیب 5.06، 26.39 و 66.99 می‌باشند. جهت بررسی اثر افزایش مد، تحلیل تنها در حوزه فرکانسی مد اول انجام می‌گردد.

برای نشان دادن شیوه به‌کارگیری این روش معادله (18) برای حالت تک

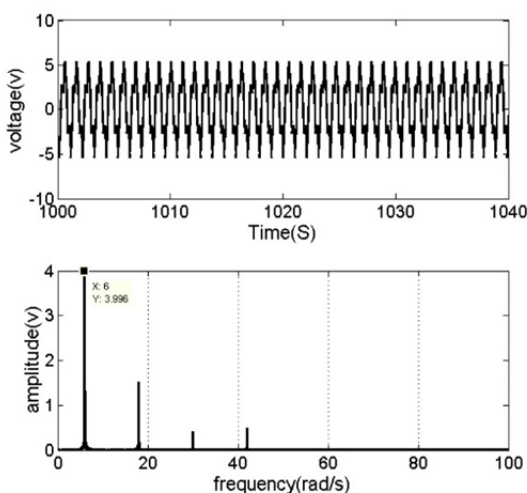


Fig. 2 Time response of the output voltage and its frequency content which was obtained using FFT Analysis (excitation frequency=6 rad/s) شکل 2 پاسخ زمانی ولتاژ خروجی به همراه نمودار فرکانسی به‌دست آمده توسط آنالیز فوریه. (فرکانس تحریک: 6 rad/s)

¹ perturbation methods
² Complexification Averaging method (CA)

همگرایی حل مساله دارد. این نکته در [14] مورد بررسی قرار گرفت. باید توجه نمود که، به واسطه کرنش‌های ون مساله بررسی شده یک مساله غیرخطی است که شرایط مرزی در لبه‌ای که تحت اثر نیروی محوری قرار دارد از نوع شرط مرزی طبیعی است. از این رو انتخاب شکل مد دقیق غیرخطی به راحتی قابل تعیین نیست. در کار حاضر از روش مد مفروض برای حل مساله استفاده شده است. در این روش مدهای انتخابی لازم است که فقط شرایط مرزی هندسی را برآورده نمایند، که شکل مدهای انتخاب شده نیز همین خصوصیت را دارند. همچنین با افزایش شکل مدها همگرایی پاسخ مورد بررسی قرار خواهد گرفت. با جایگزینی عبارات انرژی در معادله لاگرانژ-اویلر و استفاده از روش مد مفروض، معادلات در شکل گسسته به‌دست می‌آید.

2-2- بی‌بعدسازی و معادلات حاکم

برای بی‌بعدسازی معادلات پارامترهای بی‌بعد زیر تعریف می‌شوند:

$$\xi = \frac{x_1}{L}, \quad \bar{q} = \frac{q}{L}, \quad \bar{v} = \frac{v}{V_0}, \quad \bar{g} = \frac{g}{L}, \quad \bar{L}_p = \frac{L_1}{L}$$

$$\tau = t \sqrt{\frac{EI_b}{\rho_b A_b L^4}}, \quad \bar{\rho}_p \bar{A}_p = \frac{\rho_p A_p}{\rho_b A_b}, \quad I_b = A_b r_b^2$$

$$\bar{A}_p = \frac{A_p}{A_b}, \quad \bar{I}_p = \frac{I_p}{I_b}, \quad \bar{E}_p = \frac{E_p}{E}, \quad \bar{P}_s = \frac{P A_b}{A_b + 2A_p} \frac{L^2}{EI_b}$$

$$C_p^S = 2e_{31} V_0 \frac{Q_p}{h_p EI_b}, \quad C_s^P = e_{31} \frac{2}{\xi_{33}^S A_e} \frac{Q_p}{V_0}$$

$$T = 4 \frac{h_p}{\xi_{33}^S A_e R \sqrt{\frac{EI_b}{\rho_b A_b L^4}}} \quad (17)$$

معادلات حاکم بی بعد شده برابرند با:

$$[M] \left\{ \frac{d^2 \bar{q}}{d\tau^2} \right\} + [C] \left\{ \frac{d \bar{q}}{d\tau} \right\} + ([K] - [P_a]) \{ \bar{q} \} + [K^{nl}] \{ \bar{q} \bar{q} \bar{q} \} - C_p^S \{ \Lambda \} \bar{v} = \{ \bar{F} \} \cos(\Omega \tau)$$

$$\dot{\bar{v}} + C_s^P \{ \Lambda \}^T \left\{ \frac{d \bar{q}}{d\tau} \right\} + T \bar{v} = 0 \quad (18)$$

ماتریس‌ها و بردارهای مربوط در معادله (18) برابرند با:

$$M_{ki} = \left[\int_0^1 \phi_k \phi_i d\xi + 2\bar{\rho}_p \bar{A}_p \int_0^{\bar{L}_p} \phi_k \phi_i d\xi \right],$$

$$K_{ki} = \int_0^1 \phi_k'' \phi_i'' d\xi + 2\bar{E}_p \bar{I}_p \int_0^{\bar{L}_p} \phi_k'' \phi_i'' d\xi$$

$$K_{ki}^{nl} = \frac{1}{2} \bar{s}_b^2 \int_0^1 \phi_k' \phi_i' \phi_j' \phi_r' d\xi + \bar{E}_p \bar{A}_p \bar{s}_b^2 \int_0^{\bar{L}_p} \phi_k' \phi_i' \phi_j' \phi_r' d\xi$$

$$A_k = \int_0^{\bar{L}_p} \phi_k'' d\xi,$$

$$\bar{F}_k = - \left[\frac{d^2 \bar{g}}{d\tau^2} \right] \left[\int_0^1 \phi_k d\xi + 2\bar{\rho}_p \bar{A}_p \int_0^{\bar{L}_p} \phi_k d\xi \right]$$

$$P_{aki} = \bar{P}_s \left(\int_0^1 \phi_k' \phi_i' d\xi + 2\bar{A}_p \int_0^{\bar{L}_p} \phi_k' \phi_i' d\xi \right) \quad (19)$$

زمانی که سفتی خطی در معادله (18) صفر شود، کماتش اتفاق می‌افتد. بنابراین نیروی بحرانی کماتش با توجه به روابط (18) و (19) به‌دست می‌آید:

$$\bar{P}_{cr} = \frac{\int_0^1 \phi_k'' \phi_i'' d\xi + 2\bar{E}_p \bar{I}_p \int_{\bar{a}}^{\bar{a}+\bar{L}_p} \phi_k'' \phi_i'' d\xi}{\left(\int_0^1 \phi_k' \phi_i' d\xi + 2\bar{A}_p \int_{\bar{a}}^{\bar{a}+\bar{L}_p} \phi_k' \phi_i' d\xi \right)} \quad (20)$$

دسته معادله‌ی (29) یک معادله‌ی جبری است که به راحتی قابل حل می‌باشد. برای اعتبارسنجی، " در شکل 3" حل به دست آمده با حل عددی مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود دو حل در حالت پایا همخوانی خوبی دارند.

3-1- حل تک مد

در این حالت معادلات سیستم به دو معادله کوپل شده زیر ساده می‌شوند:

$$\ddot{q} + c\dot{q} + (k - pa)\bar{q} + k^{nl}\bar{q}^3 - \alpha\bar{v} = f \cos(\Omega t)$$

$$\dot{v} + \beta\dot{q} + T\bar{v} = 0 \quad (30)$$

که بسته به عبارت سفتی خطی، می‌تواند تک پایا یا دوپایا باشد. در حالت تعادل فقط جملات سفتی خطی و سفتی غیرخطی باقی می‌ماند. نقاط تعادل سیستم محاسبه می‌شوند.

$$(k - pa)\bar{q}_s + k^{nl}\bar{q}_s^3 = 0 \rightarrow \bar{q}_s = 0, \pm \sqrt{\frac{pa - k}{k^{nl}}} \quad (31)$$

همچنین برای به دست آوردن تابع پتانسیل از معادله (31) انتگرال گرفته می‌شود:

$$U(q) = \frac{1}{2}(k - pa)\bar{q}_s^2 + \frac{1}{4}k^{nl}\bar{q}_s^4 \quad (32)$$

نمونه‌ای از این تابع در " شکل 4" نشان داده شده است. در حالت دوپایا، یک نقطه تعادل صفر زینی و دو نقطه تعادل متقارن (چاه) ایجاد می‌گردند (شکل 4). وجود این نوع از نقاط تعادل سبب تشکیل مدارهای تعادل پایدار در اطراف چاه‌ها می‌شوند. اگر تحریک به اندازه کافی

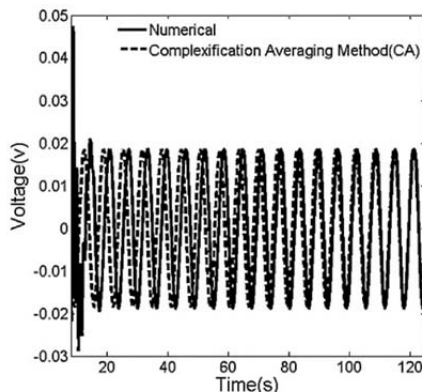


Fig. 3 Time response of the output voltage obtained using numerical solution and with complexification averaging method (CA)

شکل 3 پاسخ زمانی ولتاژ خروجی به دست آمده توسط دو روش عددی و نیمه تحلیلی میان‌گیری مختلط

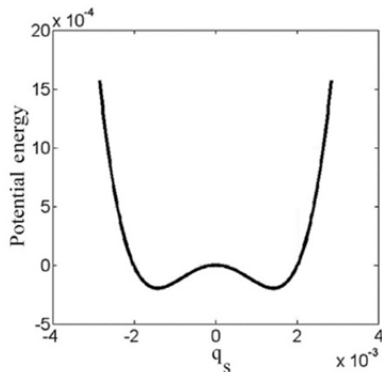


Fig. 4 Potential function for the bistable system
شکل 4 تابع پتانسیل برای سیستم دوپایا

مد حل می‌شود:

$$\ddot{q} + \eta\dot{q} + u + Kq^3 - \alpha v = f \cos(\Omega t)$$

$$\dot{v} + \lambda\dot{q} + Tv = 0 \quad (22)$$

که در آن K, α, λ و f به ترتیب ضرایب سفتی غیرخطی، کوپلینگ ولتاژ، کوپلینگ جابجایی و دامنه نیرو می‌باشند که از ساده سازی معادله (18) برای یک مد به دست آمده‌اند.

برای اعمال این روش ابتدا متغیرهای مختلط زیر تعریف می‌شوند:

$$\psi_1 = \dot{q} + j\Omega u, \quad \psi_2 = \dot{v} + j\Omega v, \quad j = \sqrt{-1} \quad (23)$$

در نتیجه داریم:

$$u = \frac{\psi_1 - \psi_1^*}{2j\Omega}, \quad \dot{u} = \frac{\psi_1 + \psi_1^*}{2}$$

$$\dot{u} = \dot{\psi}_1 - j\Omega \frac{\psi_1 + \psi_1^*}{2}$$

$$v = \frac{\psi_2 - \psi_2^*}{2j\Omega}, \quad \dot{v} = \frac{\psi_2 + \psi_2^*}{2} \quad (24)$$

که در این روابط علامت * به معنی مزدوج مختلط می‌باشد. با جایگذاری روابط (24) در معادله (22) معادلات (25) حاصل می‌گردند:

$$\psi_1 - \frac{j\Omega}{2}(\psi_1 + \psi_1^*) + \frac{\eta}{2}(\psi_1 + \psi_1^*) - \frac{j}{2\Omega}(\psi_1 - \psi_1^*)$$

$$+ \frac{Kj}{8\Omega^3}(\psi_1^3 - 3\psi_1\psi_1^*\psi_1^* + 3\psi_1\psi_1^*{}^2 - \psi_1^{*3}) - \frac{\alpha}{2j\Omega}(\psi_2 - \psi_2^*)$$

$$= f \left(\frac{e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}}{2} \right)$$

$$\frac{1}{2}(\psi_2 + \psi_2^*) + \frac{\lambda}{2}(\psi_1 + \psi_1^*) - \frac{Tj}{2\Omega}(\psi_2 - \psi_2^*) = 0 \quad (25)$$

حال تغییر متغیرهای زیر تعریف می‌شوند:

$$\psi_1 = \phi_1 e^{j\Omega t}, \quad \psi_1^* = \phi_1^* e^{-j\Omega t}, \quad \psi_2 = \phi_2 e^{j\Omega t}, \quad \psi_2^* = \phi_2^* e^{-j\Omega t} \quad (26)$$

با جایگذاری روابط (26) در معادلات (25) روابط (27) به دست می‌آیند:

$$(\phi_1 + j\Omega\phi_1)e^{j\Omega t} - \frac{j\Omega}{2}(\phi_1 e^{j\Omega t} + \phi_1^* e^{-j\Omega t})$$

$$+ \frac{\eta}{2}(\phi_1 e^{j\Omega t} + \phi_1^* e^{-j\Omega t}) - \frac{j}{2\Omega}(\phi_1 e^{j\Omega t} - \phi_1^* e^{-j\Omega t})$$

$$+ \frac{Kj}{8\Omega^3}(\phi_1^3 e^{3j\Omega t} - 3|\phi_1|^2 \phi_1 e^{j\Omega t} + 3|\phi_1|^2 \phi_1^* e^{-j\Omega t} - \phi_1^{*3} e^{-3j\Omega t}) - \frac{\alpha}{2j\Omega}(\phi_2 e^{j\Omega t} - \phi_2^* e^{-j\Omega t})$$

$$= f \left(\frac{e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}}{2} \right)$$

$$(\phi_2 e^{j\Omega t} + \phi_2^* e^{-j\Omega t}) + \lambda(\phi_1 e^{j\Omega t} + \phi_1^* e^{-j\Omega t}) - \frac{Tj}{\Omega}(\phi_2 e^{j\Omega t} - \phi_2^* e^{-j\Omega t}) = 0 \quad (27)$$

با ضرب طرفین دو معادله در $e^{-j\Omega t}$ و تنها در نظر گرفتن جملات آرام معادلات ساده‌سازی می‌شوند:

$$2\phi_1 + j\Omega\phi_1 + \eta\phi_1 - \frac{j}{\Omega}\phi_1 - \frac{3Kj}{4\Omega^3}|\phi_1|^2\phi_1 + j\frac{\alpha}{\Omega}\phi_2 = f$$

$$\phi_2 + \lambda\phi_1 - \frac{Tj}{\Omega}\phi_2 = 0 \quad (28)$$

برای به دست آوردن پاسخ فرکانسی نیاز به حل پایا می‌باشد، در حل پایا مشتقات زمانی برابر صفر بوده بنابراین می‌توان نوشت:

$$j\Omega\phi_1 + \eta\phi_1 - \frac{j}{\Omega}\phi_1 - \frac{3Kj}{4\Omega^3}|\phi_1|^2\phi_1 + j\frac{\alpha}{\Omega}\phi_2 = f$$

$$\phi_2 + \lambda\phi_1 - \frac{Tj}{\Omega}\phi_2 = 0 \quad (29)$$

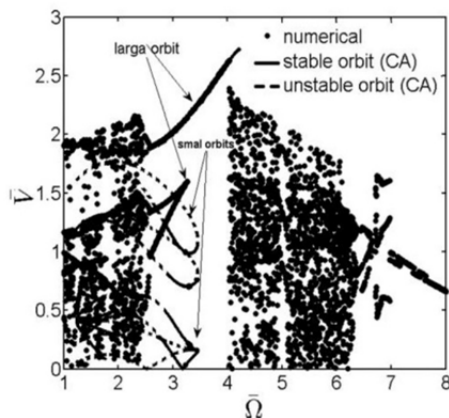


Fig. 6 bifurcation diagram moderate base excitation level. (the amplitude of $d^2\bar{g}/dt^2=0.008$).

شکل 6 نمودار دوشاخگی برای تحریک پایه متوسط. (دامنه تحریک پایه = 0.008)

هدف در این جا یافتن نقاط دوشاخگی (نقاط برگشتی) در مدارات کوچک و بزرگ است. در کار حاضر انشقاق‌های از نوع هایف و زینی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. یکی از شرایط وقوع این نقاط برابر صفر شدن دترمینان ماتریس ژاکوبین است. شرایط دیگر این است که در انشقاق زینی یکی از مقادیر ویژه‌ها برابر صفر و در انشقاق هایف یکی از مقادیر ویژه‌ها موهومی است. به دلیل برابر صفر شدن دترمینان ماتریس ژاکوبین، شیب تغییرات دامنه برحسب فرکانس در این نقاط به بی‌نهایت میل می‌کند. از مکان این نقاط در نمودار شتاب پایه- فرکانس می‌توان جهت یافتن پهنای باند موثر فرکانسی جهت برداشت انرژی استفاده کرد ("شکل 8"). در این نمودار تمام نقاط غیر از نقاط مربوط به جاذب آشوبناک از روش نیمه تحلیلی حاصل گشته‌اند. مرز ناحیه آشوبناک با روش عددی به دست آمده است. مقایسه حل به دست آمده در کار حاضر با نتیجه مشابه در مرجع [11] در "شکل 8 ب" نشان داده شده است.

ناحیه با دامنه بزرگ (نشان داده شده در "شکل 8 الف") بهترین منطقه برای برداشت انرژی می باشد. در بقیه نواحی یا دامنه نوسانات و توان خروجی کم بوده یا مدار بزرگ همراه با جاذب‌های کوچک تر بوده که امکان ایجاد افت توان ناگهانی ایجاد می‌شود. در "شکل 9" نمودار سه بعدی توان خروجی بی‌بعد برحسب فرکانس و ارتعاشات پایه بی‌بعد رسم گردیده است. نتایج به دست آمده در این قسمت در تطبیق کامل از نظر مناطق مختلف

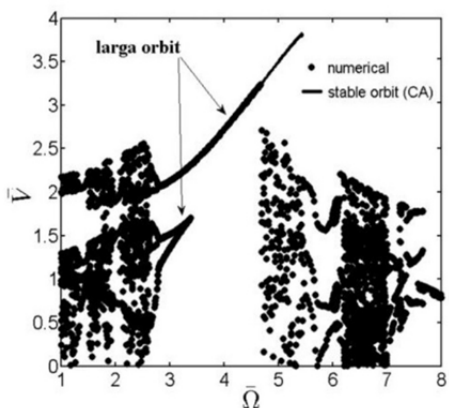


Fig.7 bifurcation diagram high base excitation level. (the amplitude of $d^2\bar{g}/dt^2=0.01$)

شکل 7 نمودار دوشاخگی برای تحریک پایه بزرگ. (دامنه تحریک پایه = 0.01)

قدرتمند باشد سیستم از نقطه ناپایدار زینی می‌گریزد و طی یک حرکت پرش گونه در مدار انرژی بالاتر، که دور هر دو چاه تشکیل شده است، قرار می‌گیرد. این جاذب سطح انرژی بالایی داشته و برای جذب انرژی مناسب است. متأسفانه در بازه گسترده‌ای از حوزه فرکانسی این جاذب یکتا نبوده و معمولاً با جاذب‌های کوچکتر یا جاذب آشوبناک همراه است. بنابراین مساله مهم در این جا تعیین مرزهایی از ناحیه فرکانسی است که جاذب بزرگ تنها مدار فعال در سیستم باشد.

در "شکل‌های (5-7)" دیاگرام دوشاخگی ولتاژ بی‌بعد برحسب فرکانس بی‌بعد تحریک رسم شده است. براساس سطح تحریک رفتارهای متفاوتی از سیستم ایجاد می‌گردد که می‌توان در سه دسته زیر این رفتارها را طبقه‌بندی کرد:

ا. زمانی که سطح تحریک نسبتاً کم است ("شکل 5")، خطوط مسیر در یکی از چاه‌های پتانسیل محبوس شده و مدارات تعادل کوچک شکل می‌گیرند. در فرکانس‌های پایین، جاذب با سطح پایین‌تری از انرژی وجود دارد. پس از رسیدن به حوالی فرکانس تشدید خطی، در اثر دوشاخگی زینی، این جاذب از بین رفته و سیستم به جاذب با دامنه بزرگ تر پرش می‌کند. با دور شدن از ناحیه تشدید نیز به تدریج از سطح ارتعاشات سیستم کاسته می‌شود. به همین دلیل در این سطح از شتاب تحریک، سیستم رفتاری نرم شونده از خود بروز می‌دهد. همچنین باید توجه داشت که به دلیل اثر کماتشی نیروی محوری، از سفتی سیستم کاسته شده و نرم‌شوندگی ایجاد می‌گردد. ب. دسته دوم زمانی اتفاق می‌افتد که سطح ارتعاشات نه خیلی کم و نه خیلی زیاد باشد. تحت چنین شرایطی، بعضی از خطوط مسیر با انرژی اولیه بالا قادر به فرار از چاه‌های پتانسیل بوده و حرکت بین چاهی ایجاد می‌گردد. به دلیل این که مدارات کم انرژی همچنان وجود دارند، با تغییرات کوچک ممکن است افت انرژی شدیدی حاصل گردد ("شکل 6").

ت. هنگامی که تحریک پایه نسبتاً شدید است، مدارات کوچک از بین رفته و تمام خطوط مسیر جذب یک جاذب بزرگ و پرانرژی می‌شوند. این جاذب در بازه بزرگی از حوزه فرکانسی یکتاست تا جایی که جاذب غریب پدیدار گشته و بعضی از خطوط مسیر رفتاری آشوبناک پیدا می‌کنند. ناحیه‌ای از حوزه فرکانسی که جاذب بزرگ تنها مدار موجود در سیستم است، برای جذب انرژی مناسب می‌باشد ("شکل 7").

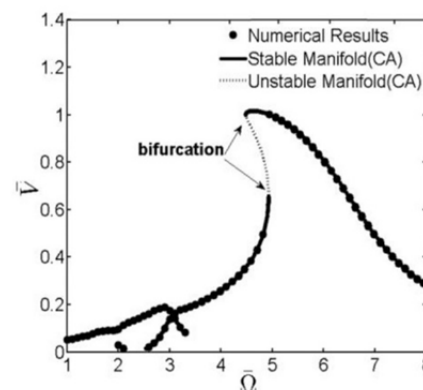


Fig. 5 bifurcation diagram small base excitation level. (the amplitude of $d^2\bar{g}/dt^2 = 0.003$)

شکل 5 نمودار دوشاخگی برای تحریک پایه کوچک. (دامنه تحریک پایه = 0.003)

نمودارها به خاطر انتخاب مقادیر متفاوت پارامترها است.

2-3- حل چند مد

در این قسمت اثر افزایش تعداد مدها بر رفتار سیستم و مرز نواحی مختلف بررسی شده است. برای تعداد سه مد و بیشتر، پاسخ فرکانسی در محدوده فرکانس اول همگرا می‌شود ("شکل‌های 10 - 13").

در مدهای بالاتر رفتار شبه تناوبی مشاهده می‌شود. این رفتار به تنهایی افت توان ایجاد نمی‌کند هرچند ممکن است همراه با جاذب‌های کوچک‌تر ظاهر شود. حل‌های عددی و نیمه تحلیلی برای مد سوم به دست آمده‌اند که

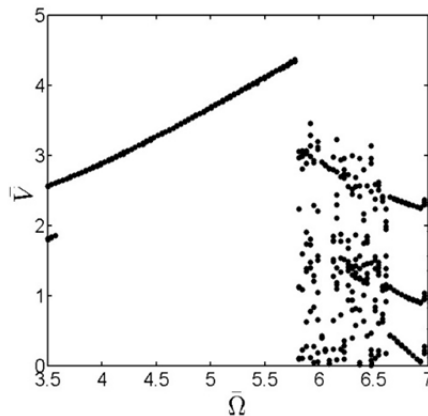


Fig. 10 bifurcation diagram for one-mode solution

شکل 10 نمودار دوشاخگی برای حل تک مد

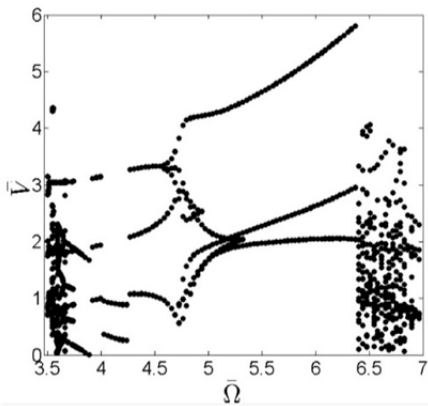


Fig. 11 Bifurcation diagram for two-mode solution

شکل 11 نمودار دوشاخگی برای حل دو مد

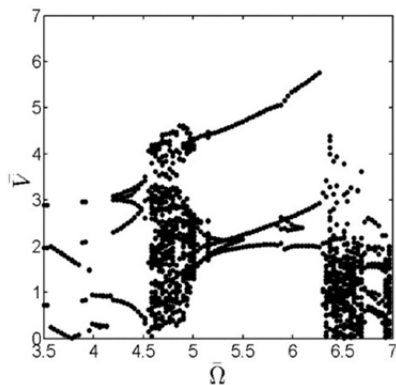
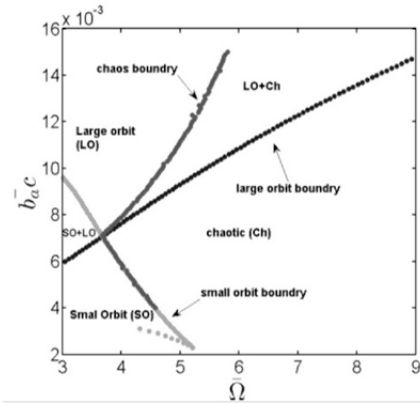
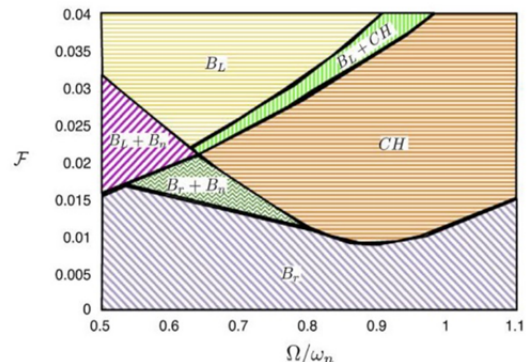


Fig. 12 bifurcation diagram for three-mode solution

شکل 12 نمودار دوشاخگی برای حل سه مد



(الف)



(ب)

Fig. 8 Boundaries of different attractors in base excitation-frequency diagram, (a) present work, (b) Ref. [11]

شکل 8 مرز نواحی مختلف در نمودار شتاب پایه-فرکانس (الف) کار حاضر، (ب) مرجع [11]

پاسخ با کار انجام گرفته توسط پانیم و همکاران [11] بر روی مدل ریاضی سیستم تک درجه آزادی دویپایا می‌باشد. باید توجه نمود که در [11]، نتایج به دست آمده برای حالت تک مد برای یک مساله‌ی تقریباً ریاضی بررسی شده است که مبنای انتخاب اعداد آن مشخص نیست. اما در کار حاضر اعداد براساس یک تیر واقعی انتخاب شده‌اند و نتایج برای حالت تک مد و چند مد مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. علت تفاوت بین مقادیر نشان داده شده در "شکل‌های 8 (الف) و (ب)" به خاطر تفاوت مقادیر برای مدل تیر کار حاضر با مقادیر استفاده شده در [11] است. اما همان‌طور که مشخص است، تطابق خوبی بین از نظر نوع مناطق رفتاری وجود دارد، و اختلاف مقادیر

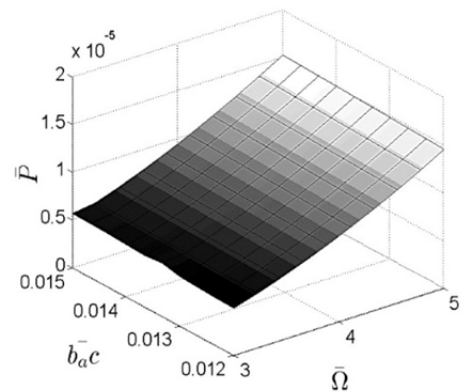


Fig. 9 Power output versus frequency and base acceleration

شکل 9 دیاگرام توان برحسب شتاب پایه و فرکانس

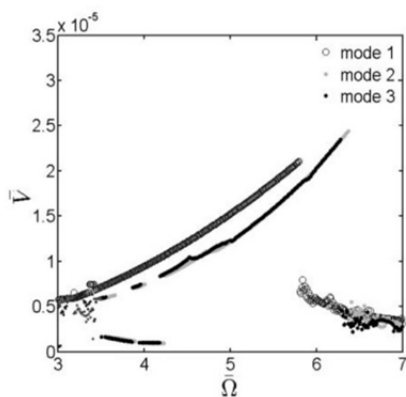


Fig. 16 power output for different number of modes

شکل 16 نمودار توان برای تعداد مدهای مختلف

مورد توجه محققان به خصوص در دو دهه اخیر قرار گرفته‌اند. اما به دلیل ماهیت پیچیده معادلات توصیف کننده، رفتارهای تناوبی گوناگون و دوشاخگی‌های متعدد، افت توان ناگهانی در این سیستم‌ها محتمل است. لذا جهت حصول اطمینان از کارکرد بهینه این برداشت کننده‌ها لازم است پهنای باند موثر فرکانسی شناسایی شود. در این مقاله، از یک حل نیمه تحلیلی جهت پیش‌بینی پهنای باند موثر برای برداشت کننده تیر اویلر برنولی استفاده شد و تحلیل بر روی حالت‌های تک مد و چند مد انجام گرفت. نتایج به‌طور خلاصه بدین صورت هستند:

- با استفاده از حل نیمه تحلیلی، رفتار فرکانسی سیستم نسبت به شتاب‌های پایه مختلف تخمین زده شد.
- مرز جاذب‌های مختلف توسط حل‌های نیمه تحلیلی و عددی مشخص گردید و این مرزها در نمودار شتاب پایه فرکانس رسم شد. از این نمودار می‌توان جهت تعیین بازه فرکانسی و بازه تحریک مناسب جهت برداشت انرژی بالا استفاده نمود.
- نشان داده شده است که فرض تک مد پیش‌بینی مناسب و دقیقی از رفتار سیستم ارائه نمی‌دهد. برای همگرایی نتایج به بیش از دو مد نیاز است.
- در شکل مدهای بالاتر رفتارهای پیچیده‌تر مانند رفتار شبه پرودیک نیز مشاهده می‌گردد. همچنین مرز نواحی گوناگون نسبت به نمونه تک مد جایجا می‌گردد.
- در پهنای باند جاذب بزرگ، با افزایش فرکانس و سطح ارتعاشات پایه، دامنه و توان الکتریکی حاصله نیز افزایش می‌یابد.

5- فهرست علائم

A	مساحت سطح مقطع
b_{ac}	شتاب پایه
c_{11}	مدول الاستیک پیزو در نبود بار الکتریکی
E	مدول الاستیک تیر
e_{31}	ثابت پیزو الکتریک
h	ضخامت
L	طول
Q	ممان اول سطح مقطع
I	ممان دوم سطح مقطع
P	توان

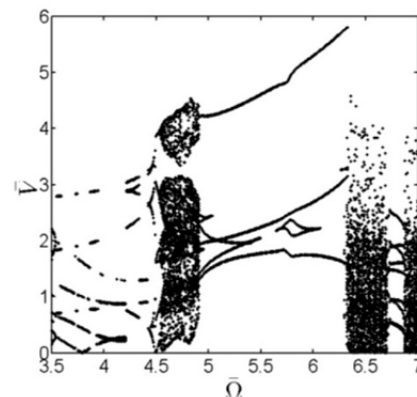


Fig. 13 Bifurcation diagram for four-mode solution

شکل 13 نمودار دوشاخگی برای حل چهار مد

در "شکل 14" نشان داده شده است.

با افزایش تعداد مدها، سفتی سیستم نیز افزایش می‌یابد. بنابراین همان‌طور که در "شکل‌های (15 و 16)" نشان داده شده است، مرز ناحیه جاذب بزرگ و تابع پاسخ فرکانسی به راست جابجا می‌شود. مشخص است که فرض تک مد پیش‌بینی مناسبی برای پهنای باند مطلوب نمی‌دهد، بدین منظور نیاز به تحلیل مدهای بالاتر سیستم است.

4- نتیجه گیری

برداشت کننده‌های غیرخطی به دلیل پهنای باند مناسبی که ایجاد می‌کنند

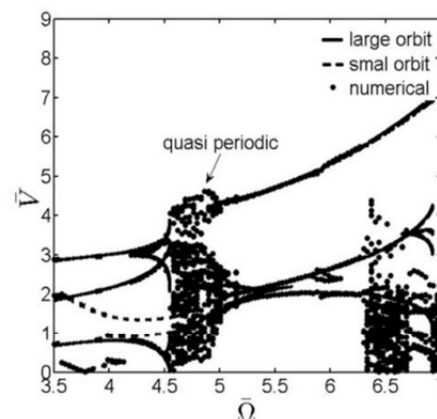


Fig. 14 Bifurcation diagram for three-mode solution (numerical and CA solution)

شکل 14 نمودار دوشاخگی برای حل سه مد (حل‌های عددی و نیمه تحلیلی)

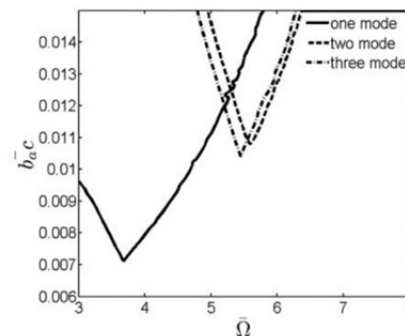


Fig. 15 Large orbit area for different number of modes

شکل 15 ناحیه جاذب با دامنه بزرگ برای تعداد مدهای مختلف

[4] E. S Leland, P. K Wright, Resonance tuning of piezoelectric vibration energy scavenging generators using compressive axial preload, *Smart Materials and Structures*, Vol. 15, No. 5, pp. 1413, 2006.

[5] H. Xue, Y. Hu, Q. M. Wang, Broadband piezoelectric energy harvesting devices using multiple bimorphs with different operating frequencies, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 55, No. 9, pp. 2104-2108, 2008.

[6] A. M. Wickenheiser, E. Garcia, Broadband vibration-based energy harvesting improvement through frequency up-conversion by magnetic excitation, *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 6, pp. 065020, 2010.

[7] L. Tang, Y. Yang, C. K. Soh, Toward broadband vibration-based energy harvesting., *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 21, No.18, pp. 1867-1897, 2010.

[8] R. Harne, K. Wang, A review of the recent research on vibration energy harvesting via bistable systems, *Smart materials and structures*, Vol. 22, No. 2, pp. 023001, 2013.

[9] J. Moehlis, B. E. DeMartini, J. L. Rogers, K. L. Turner, Exploiting Nonlinearity to Provide Broadband Energy Harvesting, *ASME 2009 Dynamic Systems and Control Conference*, Volume 1, Hollywood, California, USA, October 12–14, No. 48920, pp. 119-121, 2009.

[10] A. Erturk, J. Hoffmann, D. J. Inman, A Piezomagnetoelastic Structure for Broadband Vibration Energy Harvesting, *Applied Physics Letters*, Vol. 94, No. 25, 254102-1-3, 2009.

[11] M. Panyam, R. Masana, M. F. Daqaq, On approximating the effective bandwidth of bi-stable energy harvesters, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 67, pp. 153-163, 2014.

[12] M. Panyam, M. F. Daqaq, A comparative performance analysis of electrically optimized nonlinear energy harvesters, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 27, No. 4, pp. 537-548, 2016.

[13] M. Mohammadpour, M. Dardel, M. H. Ghasemi, M. Pashaei, Nonlinear energy harvesting through a multimodal electro-mechanical system, *Journal of Theoretical and Applied Vibration and Acoustics*, Vol. 1, No. 2, pp. 73-84, 2015.

[14] M. Zamanian, H. Rezaei, M. Hadilu, S. A. A Hosseini, A comprehensive analysis on the discretization method of the equation of motion in piezoelectrically actuated microbeams, *Smart Structures and Systems*, Vol. 16, No. 5, pp.891-918, 2015.

[15] A. F. Vakakis, O. V. Gendelman, L. A. Bergman, D. M. McFarland, G. Kerschen, Y. S. Lee, Nonlinear targeted energy transfer in mechanical and structural systems, *Springer Science & Business Media*, Vol. 156, 2008.

مقاومت الکتریکی	R
پهنا	w
ولتاژ	v
علایم یونانی	
چگالی	ρ
ثابت گذردهی الکتریکی	ξ_{33}
فرکانس	Ω
بالانویس ها	
بی بعد	-
مزدوج مختلط	*
زیرنویس ها	
تیر	b
پیزوالکتریک	P
الکترو د	e
تعادل	s

6 - مراجع

[1] A. Erturk, D. J. Inman, *Piezoelectric Energy Harvesting*: John Wiley & Sons, 2011.

[2] M. A. Pillai, E. Deenadayalan, A review of acoustic energy harvesting, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 15, No. 5, pp. 949-965, 2014.

[3] M. Mouis, E. Chávez-Ángel, C. Sotomayor-Torres, F. Alzina, M. V. Costache, A. G. Nassiopoulou, Thermal Energy Harvesting, *Beyond-CMOS Nanodevices 1*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 135-219, 2014.