

کنترل فیدبک غیر خطی میکروزوناتور دو سر گیر دار با صفحه T شکل میانی تحت تحریک الکترواستاتیک

بهنام فیروزی¹، مهدی زمانیان^{2*}

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

* تهران، صندوق پستی 15719-14911، zamanian@khu.ac.ir

چکیده

در این مقاله طراحی کنترلر برای میکروزوناتور دو سر گیر دار با جرم T-شکل مورد بررسی قرار گرفته است. نیروی الکترواستاتیک با اعمال ولتاژ الکتریکی بین قسمت افقی جرم T-شکل و صفحه الکتروود مقابل آن به وجود می‌آید. در این تحقیق، تیر دو سر گیر دار به صورت تیر اویلر-برنولی و جرم T-شکل به صورت جسم صلب در نظر گرفته شده است. معادلات حرکت با استفاده از روش لاگرانژ محاسبه شده‌اند. معادلات جداسازی شده با بهره‌گیری از روش اغتشاشات (مقیاس‌های چندگانه) حل شده‌اند. جهت بهبود رفتار دینامیکی سیستم، کنترل فیدبک غیرخطی ارائه شده است. هدف این کنترلر این است که سیستم همانند یک سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی خود تحریک مانند ون در پل که خصوصیات ویژه‌ای در فیلتر پاسخ فرکانسی دینامیکی دارد، رفتار کند. دو سیستم کنترلی به صورت فیدبک نقطه ای و فیدبک گسترده بر روی میکروسسیستم اعمال می‌شود و اثر آن بر روی فرکانس رزونانسی غیرخطی و دامنه فرکانسی بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که با تنظیم مقادیر بهره های کنترلر، دامنه کاهش می‌یابد و میزان شیفتر رزونانسی کم می‌شود و به ازای مقادیر خاص بهره‌ها رفتار میکروسسیستم همانند رفتار سیستم ارتعاشی ون در پل می‌شود.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 03 آذر 1396
پذیرش: 18 اسفند 1396
ارائه در سایت: 23 فروردین 1397
کلید واژگان:
تیر اویلر برنولی
تحریک الکترواستاتیک
تئوری اغتشاشات
کنترل غیرخطی
میکروزوناتور

Nonlinear feedback controller of electrostatically actuated clamped-clamped microresonator with T-shaped plate

Behnam Firouzi, Mehdi Zamanian*

Department of mechanical engineering, kharazmi university, Tehran, Iran

* P.O.B. 15719-14911, Tehran, Iran, zamanian@khu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 November 2017
Accepted 09 March 2018
Available Online 12 April 2018

Keywords:

Euler bernoulli beam
Electrostatic actuation
Perturbation theory
Nonlinear control
Microresonator

ABSTRACT

In this study, control design of a T-shaped mass connected to the clamped-clamped microbeam excited by electrostatic actuation is investigated. The actuation force is generated by applying an electric voltage between the horizontal part of T-shaped mass and an opposite electrode plate. In this model, the micro-beam is modeled by Euler-Bernoulli theory as a continuous beam. The T-shaped assembly connected to the microbeam is assumed as a rigid body and nonlinear effect of electrostatic force is considered. Equations of motion and associated boundary condition are derived using the Lagrange's principle. The differential equation of nonlinear vibration around the static position is discretized using Galerkin method. The discretized equations are solved by the perturbation theory. To improve the dynamics behavior of systems, nonlinear control feedback has been presented. The controller regulates the pass band of microcantilever and analytically approximates the nonlinear resonance frequency and amplitudes of the periodic solutions when the microcantilever is subjected to one point and fully distributed feedback forces. The results of paper may be used for improving the design of mass sensors based on nonlinear jump phenomena.

ناشی از ولتاژ DC میکروتیر را به موقعیت جدید می‌برد در حالی که ولتاژ AC سبب ارتعاش میکروتیر حول موقعیت استاتیک می‌شود. در این سیستم‌ها کمیت تحت اندازه‌گیری با پایش میزان تغییرات فرکانس رزونانسی یا تغییرات ناگهانی در پاسخ میکروتیر ناشی از پدیده پرش غیرخطی اندازه‌گیری می‌شود. تغییر در کمیت فیزیکی مورد اندازه‌گیری، سبب تغییر در سفتی سازه می‌شود یا منجر به تغییر تنش محوری یا تغییر در جرم می‌شود که این عوامل منجر به تغییر در شیفتر رزونانسی یا تغییر ناگهانی در پاسخ فرکانسی می‌شود.

1- مقدمه

در سال‌های اخیر سیستم‌های میکروالکترومکانیکال به دلیل خصوصیات ویژه مکانیکی و الکتریکی، کاربرد بسیار زیادی در صنایع مختلف پیدا کرده‌اند. رزوناتورهای الکترواستاتیکی به‌طور گسترده در کاربردهای مختلفی مانند پزشکی، فیزیک، شیمی و هوافضا مورد استفاده قرار می‌گیرند. این سیستم‌ها شامل میکروتیر یا میکروصفحه تحت تحریک AC و DC اعمال شده بین میکروتیر یا میکروصفحه و الکتروود روبروی آن می‌باشد. نیروی الکترواستاتیک

میزان فرکانس یا تغییر در شیفیت می‌تواند روش محاسبه مستقیم پارامتر فیزیکی باشد. عملکرد این سیستم‌ها وابسته به پاسخ فرکانسی و فرکانس رزونانسی آن‌هاست [1]. و از این رو تحقیقات بسیاری جهت مدل‌سازی و بررسی رفتار مکانیکی آن‌ها صورت گرفته است.

نایفه و همکاران [3,2] یک مدل تئوری از تیر دو سرگیردار تحت تحریک الکترواستاتیک شامل کشیدگی لایه میانی را ارائه کردند. در این کار معادلات با روش عددی شویتینگ و روش گلرکین حل شده است. پدیده‌های دینامیک و شیفیت رزونانس به دلیل نیروی غیرخطی الکترواستاتیک بررسی شده است. زمانیان و همکاران به بررسی استاتیکی و دینامیکی میکرو تیرهای تحت تحریک همزمان الکترواستاتیک و پیزوالکتریک پرداختند [5,4]. پژوهش‌های بسیاری به طراحی کنترلر جهت کنترل ارتعاشات و بهبود رفتار سیستم پرداخته‌اند. اوکاد و همکاران [7,6] ارتعاشات غیرخطی میکرو تیر دو سر درگیر را مورد ارزیابی قرار دادند و با طراحی کنترلی که رفتار سیستم را مشابه رفتار سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی خود تحریک مانند ون در پل می‌کرد از خصوصیات این سیستم در فیلتر کردن دامنه ارتعاش و شیفیت رزونانسی بهره گرفتند. در این پژوهش از روش مقیاس‌های چند گانه جهت تحلیل دینامیک سیستم بهره گرفته شده است. امیدی و محمودی [8] روش کنترلی فیدبکی موقعیت اصلاح شده NMPPF را جهت کنترل ارتعاشات در رزونانس اولیه میکروسیستم‌ها معرفی کردند و آن‌ها نشان دادند این روش ارتعاشات ناخواسته را در سطح بالاتری نسبت به کنترلرهای قبلی حذف می‌کند. وطن‌خواه و همکاران با روش کنترلی حلقه بسته، پایداری یک میکرو تیر یک سرگیردار تحت تحریک الکترواستاتیک را مورد بررسی قرار دادند. در این کار برای تبدیل معادلات مشتق جزئی به معادلات معمولی از روش گلرکین و از روش‌های عددی برای نشان دادن میزان تاثیر و بررسی عملکرد سیستم کنترلی بهره گرفته شده است [9]. یاگاسکی در مقاله‌ای با بهره‌گیری کنترل فیدبکی، دینامیک غیرخطی و انشعاب یک میکرو تیر یک‌سر درگیر را مورد ارزیابی قرار داد [10]. پایداری مرزی و کنترل‌پذیری دقیق مدل میکرو تیر غیر کلاسیک تحت تحریک الکترواستاتیک در کارهایی مورد ارزیابی قرار گرفته است [12,11]. وطن‌خواه در مقاله‌ای جهت کاهش ارتعاشات مدل میکرو تیر غیر کلاسیک تحت تحریک الکترو استاتیک از کنترل حلقه بسته بهره‌گرفت. در این کار با استفاده از روش گلرکین معادلات مشتق جزئی به معادلات معمولی تبدیل شده و کارایی مدل کنترلی با شبیه‌سازی کامپیوتری نشان داده شده است [13]. پراتیر در مقاله‌ای پایداری میکرو رزوناتور تحت تحریک الکترواستاتیک را مورد بررسی قرار داده است. در این کار روش‌های تئوری و عملی برای کنترل سیستم و بهینه‌سازی آن پیش‌بینی شده است [14]. در تمامی کارهای فوق برای تبدیل معادلات مشتقات جزئی به معادلات معمولی از روش‌های تقریبی بهره گرفته شده است.

در تعدادی از کارها از جرم T- شکل متصل به انتهای میکرو تیر یک‌سر درگیر یا وسط میکرو تیر دو سر درگیر جهت مدل‌سازی میکرو رزوناتورها استفاده شده است. تدین و همکاران [16,15] رزونانس اولیه جرم T- شکل متصل به وسط میکرو تیر دوسر درگیر و انتهای میکرو تیر یک‌سر درگیر را مورد ارزیابی قرار دادند. در این کار از جرم، ممان اینرسی جرمی و همچنین چرخش جرم T- شکل چشم‌پوشی شده است. فیروزی و همکاران [17] در مقاله‌ای به بررسی رفتار استاتیکی و رزونانسی جرم T- شکل متصل به انتهای میکرو تیر یک‌سر درگیر پرداختند. در این کار اثرات جرم، ممان اینرسی جرمی و چرخش جرم T- شکل در نظر گرفته شد و تغییر شکل استاتیکی، رزونانس

1-1- مدل‌سازی و فرمولبندی

در پیکربندی در نظر گرفته شده جرم T- شکل متصل به میکرو تیر دوسر درگیر با طول l می‌باشد. همان‌طور که در "شکل 1-a" مشخص است سمت راست و چپ قسمت عمودی جرم T- شکل نسبت به بخش انتهایی از سمت چپ دارای طول‌های l_1 و l_2 می‌باشد. همچنین طول بخش‌های سمت چپ و راست قسمت افقی جرم T- شکل به ترتیب برابر l_3 و l_4 می‌باشد. ولتاژ DC و همچنین ولتاژ AC که Ω فرکانس آن می‌باشد بین قسمت افقی جسم T- شکل و الکتروود مقابل که در فاصله نسبت به میکرو تیر می‌باشد، اعمال می‌شود. بایستی در نظر گرفته شود که ارتفاع قسمت عمودی جرم T- شکل چندین برابر بزرگتر ضخامت میکرو تیر دو سر درگیر می‌باشد. بنابراین همان‌طور که در "شکل 1-b" مشخص است، حرکت جرم T- شکل به صورت حرکت جسم صلب می‌باشد.

معادله حرکت سیستم را می‌توان با استفاده از معادله لاگرانژ به صورت زیر محاسبه کرد [21]:

$$\frac{\partial \hat{L}}{\partial q(t)} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \hat{L}}{\partial \dot{q}(t)} \right) + Q + u = 0 \quad (1)$$

در این معادله \hat{L} تابع لاگرانژ می‌باشد. $q(t)$ پاسخ زمانی، Q و u به ترتیب نیروی تعمیم یافته ناشی از نیروهای غیرکانسرواتیو و ورودی کنترلی می‌باشد. تابع لاگرانژ مشابه [20] به صورت زیر محاسبه می‌شود:

¹ Van der pol oscillator

$$h = \frac{(h_1(l_2 - l_1)\left(\frac{h_1}{2}\right) + h_2(l_4 - l_3)(h_1 + \frac{h_2}{2}))}{h_1(l_2 - l_1) + h_2(l_4 - l_3)}$$

$$W_T = \frac{(w_1(l_1, t) - w_2(l_2, t))}{2} - \left(\bar{h} - \frac{h}{2}\right)(1 - \cos(\theta))$$

$$\theta = \frac{(w_1(l_1, t) - w_2(l_2, t))}{l_2 - l_1} \quad (3)$$

ضخامت میکروتیر دوسرگیردار و h_2 ضخامت قسمت افقی جرم T- شکل و b عرض میکروتیر است. $h_1(\bar{h})$ فاصله میکروتیر از سطح بالایی قسمت افقی جرم T- شکل (مرکز جرم بخش T- شکل) می باشد. با در نظر گرفتن ثابت اصطکاک ویسکوز به صورت μ ، نیروی تعمیم یافته با استفاده از قانون کارمجازی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Q = \frac{\delta W_{nc}}{\delta q}$$

$$\delta W_{nc} = \int_0^{l_1} \mu \dot{w}_1 \delta w + \int_{l_2}^l \mu \dot{w}_1 \delta w + \int_{l_3}^{l_4} \mu \dot{w}_1 \delta w \quad (4)$$

برای راحتی محاسبات، معادلات به فرم بی بعد ارائه می شوند. برای این منظور پارامترهای بی بعد به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\hat{x} = \frac{x}{l}, \quad \hat{w}_i = \frac{w_i}{d} \quad i = 1, 2, T, \quad \hat{t} = \frac{t}{T} \quad T = \sqrt{\frac{\rho A l^4}{EI}} \quad (5)$$

با جایگذاری رابطه (5) و (3) در رابطه (4) و (2)، تابع لاگرانژ و نیروی تعمیم یافته ناشی از اصطکاک ویسکوز و ضرایب به صورت زیر به دست می آیند.

$$\hat{L} = \alpha_1 \int_0^{\hat{l}_1} \left(\frac{\partial \hat{w}_1}{\partial \hat{t}}\right)^2 d\hat{x}$$

$$+ \alpha_1 \int_{\hat{l}_1}^{\hat{l}_2} \left(\frac{\partial \hat{w}_2}{\partial \hat{t}}\right)^2 d\hat{x}$$

$$+ \alpha_2 \hat{m}_T \left(\frac{\partial \hat{w}_T}{\partial \hat{t}}\right)^2 + \alpha_3 I_T \theta_T^2$$

$$- \alpha_1 \int_0^{\hat{l}_1} \left(\frac{\partial^2 \hat{w}_1}{\partial \hat{x}^2}\right)^2 d\hat{x}$$

$$- \alpha_1 \int_{\hat{l}_1}^{\hat{l}_2} \left(\frac{\partial^2 \hat{w}_2}{\partial \hat{x}^2}\right)^2 d\hat{x} + \alpha_4 (V_{dc}$$

$$+ V_{ac} \cos(\Omega \hat{t}))^2 \int_{\hat{l}_3}^{\hat{l}_4} \frac{1}{1 - \hat{w}_T} d\hat{x}$$

$$Q = \alpha_5 \left(\int_0^{\hat{l}_1} \mu \hat{w}_1 \delta \hat{w} + \int_{\hat{l}_2}^{\hat{l}} \mu \hat{w}_1 \delta \hat{w} + \int_{\hat{l}_3}^{\hat{l}_4} \mu \hat{w}_1 \delta \hat{w} \right)$$

$$\alpha_1 = \frac{E l d^2}{2 l^3}, \alpha_2 = \frac{E l d^2}{2 \rho A l^4}, \alpha_3 = \frac{E l d^2}{2 \rho A l^6},$$

$$\alpha_4 = \frac{\varepsilon b l}{2 d}, \quad \alpha_5 = \frac{\mu d^2}{l} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad m_T = \frac{m_T}{\rho b h l}$$

$$\hat{I}_T = \frac{I_T}{\rho b h l^3}, \quad \hat{l}_i = \frac{l_i}{l} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (6)$$

2-1- کنترل فیدبک نقطه ای

جهت کنترل پاسخ دینامیکی میکروسیستم، کنترل فیدبک غیرخطی ارائه شده است. از آنجا که بیشینه ارتعاشات در نقطه میانی میکروتیر دوسرگیر اتفاق می افتد ورودی کنترل به صورت متمرکز در بخش میانی میکروتیر دوسرگیر در نظر گرفته شده است. هدف از این ورودی کنترلی این می باشد که رفتار میکروسیستم شبیه رفتار سیستم ارتعاشی ون در پل شود که خصوصیات ویژه ای در فیلتر کردن پاسخ دینامیک دارد. با در نظر گرفتن معادلات ارتعاشی سیستم ون در پل و اضافه کردن ترم های آن به عنوان

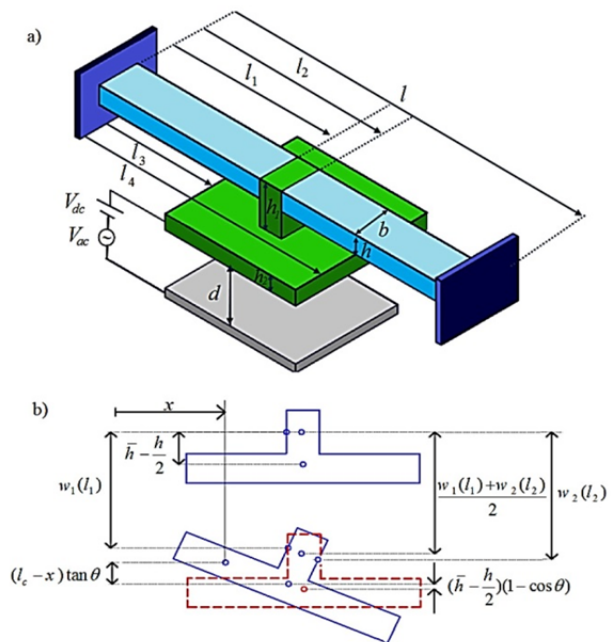


Fig. 1 a. system model, b. schematic diagram of T-shaped mass displacement

شکل 1- a. مدل سیستم، b. شکل شماتیک جابه جایی جرم T- شکل

$$L = T - V = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \rho A \left(\frac{\partial w_1}{\partial t}\right)^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{l_1}^{l_2} \rho A \left(\frac{\partial w_2}{\partial t}\right)^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2} m_T \left(\frac{\partial w_T}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2} I_T \theta_T^2$$

$$- \frac{1}{2} \int_0^{l_1} EI \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}\right)^2 dx$$

$$- \frac{1}{2} \int_{l_1}^{l_2} EI \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2}\right)^2 dx + \frac{1}{2} \varepsilon b (V_{dc}$$

$$+ V_{ac} \cos(\Omega t))^2 \int_{l_3}^{l_4} \frac{1}{d - w_T} dx \quad (2)$$

در این معادله w_2, w_1, t, x به ترتیب موقعیت طولی میکروتیر، زمان، تغییر شکل عرضی قسمت انعطاف پذیر سمت چپ جرم T- شکل و تغییر شکل عرضی قسمت انعطاف پذیر سمت راست جرم T- شکل می باشد و w_T تغییر شکل عرضی جرم T- شکل است. A, ρ به ترتیب چگالی و سطح مقطع، I ممان اینرسی سطح میکروتیر و E مدول الاستیسیه و ε ثابت دی الکتریک می باشند. به علاوه اصطلاحات I_T و m_T ممان اینرسی، جرم و جابه جایی مرکز جرم، جرم T- شکل و θ_T زاویه چرخش جرم T- شکل نسبت به حالت افقی می باشد. که به صورت زیر محاسبه می شوند [19].

$$m_T = \rho b [(l_2 - l_1)h_1 + (l_3 - l_4)h_2]$$

$$I_T = \left[\frac{1}{12} \rho b h_1 (l_2 - l_1) ((l_2 - l_1)^2 + h_1^2) \right.$$

$$+ \rho b h_1 (l_2 - l_1) \left(\bar{h} - \frac{h_1}{2}\right)^2 \left. \right]$$

$$+ \left[\frac{1}{12} \rho b h_2 (l_4 - l_3) \right.$$

$$\times ((l_4 - l_3)^2 + h_2^2) \left. \right]$$

$$+ \rho b h_2 (l_4 - l_3) \left(h_1 - \bar{h} + \frac{h_1}{2}\right)^2 \left. \right]$$

معادله (11) یک معادله جبری است و به صورت عددی قابل حل می‌باشد با حذف عبارت (11) از معادله (10)، معادله دینامیکی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{M}_1 \ddot{q}(t) + \bar{M}_2 \dot{q}^2(t) + M_3 q^3(t) + (M_5 + \bar{K}_1) \dot{q}(t) + M_6 \ddot{q}(t) - \bar{K}_2 \dot{q}^3(t) - \bar{K}_3 q^2(t) \dot{q}(t) + M_7 \cos(\Omega t) + M_8 \cos^2(\Omega t) = 0 \quad (12)$$

که \bar{M}_1 و \bar{M}_2 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\bar{M}_1 = M_1 \bar{q}_s + 2M_2 \bar{q}_s \quad (13)$$

$$\bar{M}_2 = M_2 \bar{q}_s + 3M_3 \bar{q}_s$$

معادله (12) با استفاده از تئوری اغتشاشات (روش مقیاس‌های چندگانه) مورد تحلیل قرار می‌گیرد. حل معادله را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$q(t) = \varepsilon q_1(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon_2 q_2(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon_3 q_3(T_0, T_1, T_2) \quad (14)$$

که ε یک پارامتر بی‌بعد می‌باشد که بیانگر مرتبه‌ی جملات می‌باشد به کمک مشتقات زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (2D_0 D_2 + D_1^2) \quad (15)$$

که پارامترهای $D_n = \partial/\partial T_n, n = 0, 1, 2$ با جایگزینی معادله (14) و (15) در معادله (12) و قرار دادن جملات با توان ε یکسان به دست می‌آیند: مرتبه‌ی (1)

$$D_0^2 q_1 + N_1 q_1 = 0, \quad N_1 = \frac{\bar{M}_1}{M_6} \quad (16)$$

مرتبه‌ی (2)

$$D_0^2 q_2 + N_1 q_2 = -2D_0 D_1 q_1 - N_2 q_1^2, \quad N_1 = \frac{\bar{M}_1}{M_6} \quad (17)$$

مرتبه‌ی (3)

$$D_0^2 q_3 + N_1 q_3 = -2D_0 D_2 q_1 - 2D_0 D_1 q_2 - D_1^2 q_1^2 - 2N_2 q_1 q_2 - (N_3 + \bar{K}_1) D_0 q_1 - N_4 q_1^3 - K_3 q_1^3 - K_2 (D_0 q_1)^3 - f \cos(\Omega t) - \dot{f} \cos(2\Omega t),$$

$$N_3 = \frac{M_5}{M_6}, N_4 = \frac{M_3}{M_6}, f = \frac{M_7}{M_6}, \dot{f} = \frac{M_8}{M_6} \quad (18)$$

با فرض $\omega = \sqrt{N_1}$ جواب معادله (16) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_1 = A(T_1, T_2) e^{i\omega T_0} + \bar{A}(T_1, T_2) e^{-i\omega T_0} \quad (19)$$

$A(T_1, T_2)$ یک تابع مختلط است که با اعمال شرایط حل‌پذیری محاسبه می‌شود. با جایگزینی معادله (19) در رابطه (17) داریم:

$$D_0^2 q_2 + N_1 q_2 = \left(-2i\omega \frac{\partial A}{\partial T_1}\right) e^{i\omega T_0} + (N_2 A^2) e^{2i\omega T_0} + N_2 A \bar{A} + CC, \quad (20)$$

CC بیانگر جملات مختلط می‌باشد. برای این که جملات سکولار در معادله بالا ظاهر نشود بایستی $\partial A/\partial T_1$ صفر شود. در نتیجه $A = B(T_2)$ یعنی فقط تابعی از T_2 می‌باشد. حل معادله (20) به صورت زیر خواهد شد:

$$q_2 = -\frac{N_2}{3\omega^2} A^2 e^{2i\omega T_0} - \frac{N_2}{3\omega^2} \bar{A}^2 e^{-2i\omega T_0} + 2 \frac{N_2}{\omega^2} A \bar{A} \quad (21)$$

با جایگزینی q_1 و q_2 از معادلات (19) و (21) در معادله (18) و در نظر گرفتن فرکانس تحریک به صورت $\Omega = \varepsilon\omega + \omega$ و حفظ جملاتی که باعث ایجاد جملات سکولار می‌شوند خواهیم داشت:

$$D_0^2 q_3 + N_1 q_3 = \left[i\omega(N_3 + \bar{K}_1)A - 2i\omega \dot{A} + N_5 A^2 \bar{A} + iK_3 A_2 \bar{A} \omega - 3iK_2 \omega A^2 \bar{A} + \frac{f}{2} e^{i\sigma T_2}\right] e^{i\omega T_0} + CC + NST \quad (22)$$

فیدبک کنترلی می‌توان سیستمی مشابه سیستم ارتعاشی خود تحریک ون در پل داشت. برای این منظور ورودی کنترل در حالت فیدبک نقطه‌ای به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$u(x, t) = (K_1 \dot{w}(x, t) - K_2 w^2(x, t) - K_3 w^2(x, t) \dot{w}(x, t)) \delta(x - \frac{1}{2}) \quad (7)$$

با فرض $w(x, t) = \bar{q}(t) \times \varphi_i, i = 1, 2, T$ که در آن $\bar{q}(t)$ پاسخ زمانی و $\varphi_i, i = 1, 2, T$ تابع شکل مود میکروتیر به ترتیب در قسمت انعطاف‌پذیر سمت چپ جرم T- شکل، قسمت انعطاف‌پذیر سمت راست جرم T- شکل و در بخش افقی جرم T- شکل می‌باشد. این توابع در مقاله‌های قبلی بدست آورده شدند [19] با جایگزینی رابطه (6) و (7) در رابطه (1) معادلات حرکت به صورت زیر به دست می‌آید.

$$M_1 \ddot{\bar{q}}(t) + M_2 \dot{\bar{q}}^2(t) + M_3 \bar{q}^3(t) + M_4 + (M_5 + \bar{K}_1) \dot{\bar{q}}(t) + M_6 \ddot{\bar{q}}(t) - \bar{K}_2 \dot{\bar{q}}^3(t) - \bar{K}_3 \bar{q}^2(t) \dot{\bar{q}}(t) + M_7 \cos(\Omega t) + M_8 \cos^2(\Omega t) = 0 \quad (8)$$

که ضرایب به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{K}_1 = \int_0^l K_1 \varphi^2 \left(\frac{1}{2}\right) d\hat{x}$$

$$\bar{K}_2 = \int_0^l K_2 \varphi^4 \left(\frac{1}{2}\right) d\hat{x}$$

$$\bar{K}_3 = \int_0^l K_3 \varphi^4 \left(\frac{1}{2}\right) d\hat{x}$$

$$M_1 = \alpha_1 \int_0^{l_1} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial \hat{t}}\right)^2 d\hat{x} + \alpha_1 \int_{l_1}^{l_2} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial \hat{t}}\right)^2 d\hat{x} + \alpha_4 (V_{dc})^2 \int_{l_3}^{l_4} \varphi_T^2 d\hat{x}$$

$$M_2 = -3\alpha_4 (V_{dc})^2 \int_{l_3}^{l_4} \varphi_T^3 d\hat{x}$$

$$M_3 = -4\alpha_4 (V_{dc})^2 \int_{l_3}^{l_4} \varphi_T^4 d\hat{x}$$

$$M_4 = -\alpha_4 (V_{dc})^2 \int_{l_3}^{l_4} \varphi_T d\hat{x}$$

$$M_5 = \alpha_5$$

$$M_6 = \left[\int_0^{l_1} \alpha_1 \varphi_1^2 d\hat{x} + \int_{l_1}^{l_2} \alpha_1 \varphi_2^2 d\hat{x} \right] - \alpha_2 m_T \varphi_T^2 \quad (9)$$

که φ_T جابه‌جایی مرکز جرم بخش T- شکل می‌باشد. با در نظر گرفتن $\bar{q}(t)$ به صورت جمع قسمت استاتیکی \bar{q}_s و دینامیکی $q(t)$ به صورت $\bar{q}(t) = q(t) + \bar{q}_s$ و جایگزینی در رابطه (8) خواهیم داشت:

$$M_1 (q(t) + \bar{q}_s) + M_2 (q(t) + \bar{q}_s)^2 + M_3 (q(t) + \bar{q}_s)^3 + M_4 + (M_5 + \bar{K}_1) \dot{q}(t) + M_6 \ddot{q}(t) - K_2 \dot{q}^3(t) - \bar{K}_3 (q(t) + \bar{q}_s)^2 \dot{q}(t) + M_7 \cos(\Omega t) + M_8 \cos^2(\Omega t) = 0 \quad (10)$$

معادله تغییر شکل استاتیکی با حذف عبارات شامل $q(t)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M_1 \bar{q}_s + M_2 (\bar{q}_s)^2 + M_3 (\bar{q}_s)^3 + M_4 + \frac{M_8}{2} = 0 \quad (11)$$

که ثابت‌های μ_2 و μ_1 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mu_1 = \int_0^1 \varphi^2 d\xi, \quad \mu_2 = \int_0^1 \varphi^2 d\xi \quad (31)$$

با روندی مشابه حالت فیدبک نقطه‌ای، با بهره‌گیری از روش تئوری اغتشاشات، پاسخ فرکانسی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left[\left(\frac{1}{2} (N_3 + \bar{K}_1 \mu_1) + \frac{K_3}{8} \mu_2 a^2 - \frac{3}{8} \bar{K}_2 \mu_2 \omega^2 a^2 \right)^2 + \left(\sigma + \frac{1}{8} N_5 a^2 \right)^2 \right] a^2 = \frac{f^2}{4} \quad (32)$$

2- نتایج

در این مقاله پارامترهای فیزیکی و هندسی به کار رفته در نمودارها به جز در حالتی که در متن یا شکل اشاره شده باشد، طبق جدول 1 می‌باشند. "شکل 2" نمودار پاسخ فرکانسی به ازای مقادیر مختلف V_{ac} را نشان می‌دهد. که در این شکل مقادیر $L_p = 0.1$, $L_s = 0.6$ است، که $L_p = L_2 - L_1$ و $L_s = L_4 - L_3$ می‌باشند. "شکل 2" با حل معادله (25) به دست آمده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش مقادیر ولتاژ AC شیفت رزونانسی و دامنه ارتعاش افزایش می‌یابد. در این منحنی قسمت خط چین بیانگر قسمت ناپایدار سیستم می‌باشد. همان‌طور که از شکل فوق مشخص است با افزایش ولتاژ متناوب قسمت ناپایدار منحنی افزایش می‌یابد و شیفت رزونانسی بیش‌تر به سمت چپ متمایل می‌شود. در صورتی که ولتاژ اعمالی کاهش یابد قسمت ناپایدار حذف خواهد شد و در نتیجه پدیده پرش نیز حذف می‌شود.

تأثیر تغییر بهره‌های کنترلر فیدبک غیرخطی بر روی نمودار رزونانسی در حالت کنترل با فیدبک نقطه ای در "شکل‌های 3 الی 6" ارائه شده است. در

جدول 1 پارامترهای فیزیکی و هندسی سیستم

مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
100 μm	b	510 μm	l
1.18 μm	d	229.5 μm	l_1
2230 Kgm^{-3}	ρ	280.5 μm	l_2
169 GPa	E	127.5 μm	l_3
0.001 Nsm^{-1}	μ	382.5 μm	l_4
0.003 Volt	V_{ac}	3.5 μm	h_1
2 Volt	V_{dc}	4.5 μm	h_2
		1.5 μm	h

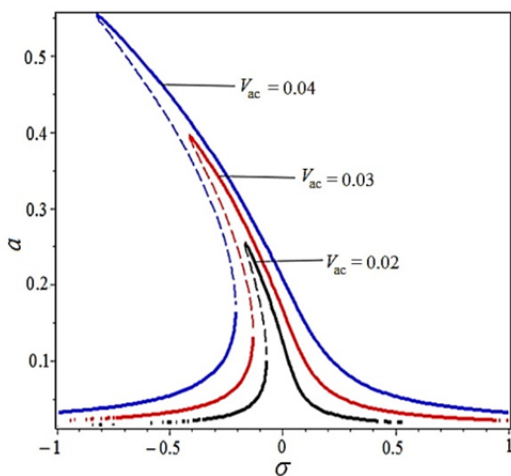


Fig. 2 Frequency response curve for different values of V_{ac} when $K_1=0$, $K_2=0$, $K_3=0$

شکل 2 نمودار پاسخ فرکانسی برای مقادیر مختلف V_{ac} هنگامی که $K_1=0$, $K_2=0$, $K_3=0$

بیانگر جملات غیرسکولار می‌باشد. با فرض $A = \frac{1}{2} a(T_2) e^{i\sigma T_2}$ و جایگذاری در معادله (22) و سپس ساده‌سازی و برابر صفر قرار دادن جملات سکولار خواهیم داشت:

$$-i\dot{a} + a\dot{\beta} + \frac{1}{8} N_5 a^3 + \frac{1}{2} i(N_3 + \bar{K}_1) \omega a + \frac{\bar{K}_3}{8} i \omega a^3 - \frac{3}{8} i \omega^3 a^3 \bar{K}_2 + \frac{f}{2} \cos(\sigma T_2 - \beta) + i \frac{f}{2} \sin(\sigma T_2 - \beta) = 0 \quad (23)$$

با در نظر گرفتن $\gamma = \sigma T_2 - \beta$ و تفکیک قسمت حقیقی و موهومی معادله بالا:

$$\dot{a} = \frac{1}{2} i(N_3 + \bar{K}_1) a + \frac{\bar{K}_3}{8} a^3 - \frac{3}{8} \omega^2 a^3 \bar{K}_2 + \frac{f}{2} \sin \gamma$$

$$a\dot{\gamma} = \sigma a + \frac{1}{8} N_5 a^3 + \frac{f}{2} \cos \gamma \quad (24)$$

با مساوی صفر قرار دادن \dot{a} و $\dot{\gamma}$ در معادله (24)، نقطه تعادل (σ_0, a_0) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\left[\left(\frac{1}{2} i(N_3 + \bar{K}_1) + \frac{\bar{K}_3}{8} a^2 - \frac{3}{8} \omega^2 a^2 \bar{K}_2 \right)^2 + \left(\sigma + \frac{1}{8} N_5 a^2 \right)^2 \right] a^2 = \frac{f^2}{4} \quad (25)$$

از معادله (24) می‌توان رابطه‌ای برای σ به عنوان تابعی از a استخراج کرد:

$$\sigma = -\frac{1}{8} N_5 a^2 \pm \sqrt{\frac{f^2}{4a^2} - \left[\frac{1}{2} (N_3 + \bar{K}_1) + \left(\frac{\bar{K}_3}{8} - \frac{3}{8} \bar{K}_2 \omega^2 \right) a^2 \right]^2} \quad (26)$$

نقاط دارای ماکزیمم دامنه ریشه‌های معادله‌ی زیر می‌باشند:

$$\frac{f^2}{4a^2} - \left[\frac{1}{2} (N_3 + \bar{K}_1) + \left(\frac{\bar{K}_3}{8} - \frac{3}{8} \bar{K}_2 \omega^2 \right) a^2 \right]^2 = 0 \quad (27)$$

در واقع تمامی ریشه‌های معادله‌ی (27)، مجموع ریشه‌های دو معادله‌ی چند جمله‌ای مرتبه سه زیر می‌باشد:

$$P_1 = \frac{f}{2} - a^2 \left[\frac{1}{2} (N_3 + \bar{K}_1) + \left(\frac{\bar{K}_3}{8} - \frac{3}{8} \bar{K}_2 \omega^2 \right) a^2 \right] = 0$$

$$P_2 = \frac{f}{2} + a^2 \left[\frac{1}{2} (N_3 + \bar{K}_1) + \left(\frac{\bar{K}_3}{8} - \frac{3}{8} \bar{K}_2 \omega^2 \right) a^2 \right] = 0 \quad (28)$$

1-3- کنترل فیدبک گسترده

در این قسمت رفتار میکروسیستم به کمک فیدبک گسترده مورد بررسی قرار می‌گیرد. این کنترلر مانند قرار دادن پیزوالکتریک بر روی سطح میکروتیر دو سرگیردار می‌باشد. ورودی فیدبکی گسترده به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u = (K_1 \dot{w}(x, t) - K_2 \dot{w}^2(x, t) - K_3 \dot{w}(x, t) w^2(x, t)) \quad (29)$$

با روندی مشابه با حالت کنترل فیدبک نقطه ای، با در نظر گرفتن $w(x, t) = \bar{q}(t) \times \varphi_i, i = 1, 2, T$ و جایگذاری رابطه (6) و (29) در رابطه (1)، معادله دینامیکی حلقه بسته غیرخطی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$M_1 \bar{q}(t) + M_2 \bar{q}^2(t) + M_3 \bar{q}^3(t) + M_4 + (M_5 + \bar{K}_1 \mu_1) \dot{\bar{q}}(t) + M_6 \dot{\bar{q}}(t) - \bar{K}_2 \mu_2 \dot{\bar{q}}^3(t) - \bar{K}_3 \mu_2 \dot{\bar{q}}(t) \bar{q}^2(t) + M_7 \cos(\Omega t) + M_8 \cos(\Omega t)^2 = 0 \quad (30)$$

قسمت‌های ناپایدار حذف می‌گردد. تغییرات منحنی پاسخ فرکانسی با تغییرات بهره‌ی فیدبک K_3 در "شکل 5" (هنگامی که $K_3=1, 2, 3$) و "شکل 6" (هنگامی که $K_3=0.05, 0.075, 0.1$) نمایش داده شده است. در این دو شکل بهره‌های کنترلی $K_1=K_2=0$ در نظر گرفته شده است. "شکل 5" نشان می‌دهد با افزایش میزان K_3 دامنه ارتعاشات و شیفت رزونانسی کاهش می‌یابد. همان‌گونه که در شکل مشخص می‌باشد برای حالتی که $K_3=0.05, 0.075$ می‌باشد منحنی پاسخ فرکانسی دارای دو شاخه است، یکی از شاخه‌ها بیضی شکل می‌باشد و به سمت چپ متمایل شده است که بیانگر اثر نرم‌شوندگی می‌باشد و شاخه دیگر شبیه منحنی فرکانسی معمول می‌باشد که شیفت رزونانسی آن به سمت چپ می‌باشد. دلیل این رفتار و دو شاخه شدن نمودار، ورودی کنترلی فیدبک می‌باشد. قابل ذکر است هر چه مقدار بهره کنترل پس‌خورد K_3 بیش‌تر می‌شود (شکل 6-c) بیضی گسترده‌تر می‌شود تا این‌که دو شاخه به یک شاخه تبدیل می‌گردد. از "شکل 6" مشخص می‌باشد که با افزایش K_3 دامنه کاهش می‌یابد.

به ازای مقدار زیاد از K_3 منحنی پاسخ فرکانسی رفتاری شبیه ارتعاش کننده ون در پل خواهد داشت. کاربرد اصلی پیکربندی مورد بررسی، سنسور جرم می‌باشد [19] این کنترلر با استفاده از بهره‌های کنترلی و در نتیجه هماهنگ‌سازی دینامیک سیستم می‌تواند سنسور جرمی حساس‌تری را ایجاد نماید. همان‌طور که "شکل 7 و 8" نشان می‌دهند، این بهره‌های کنترلی باعث می‌شوند تا میکروسیستم مانند سیستم ارتعاشی ون در پل عمل کند. در واقع کنترلر فیدبک غیرخطی سبب می‌شود سیستم همانند سیستم ون در پل عمل کند و پاسخ فرکانسی دینامیکی را فیلتر کند. همان‌گونه که "شکل 7" نشان می‌دهد نمودار منحنی فرکانسی دو نوع می‌باشد. در نوع اول یک ریشه حقیقی P_1 (معادله (28)) و دو ریشه مختلط مزدوج P_2 به ترتیب در سمت چپ و راست صفحه مختلط یافت می‌شود. در این حالت شکل منحنی پاسخ فرکانسی به صورت "شکل 7-a" می‌باشد. همان‌طور که در شکل فوق مشخص است نمودار به صورت دو بخش جدا از هم می‌باشد که بخش بیضی شکل از بخش دیگر جدا شده است. در نوع دوم یک ریشه حقیقی P_1 (معادله (28)) و دو ریشه حقیقی P_2 در سمت راست و چپ صفحه مختلط موجود است. منحنی فرکانسی نوع دوم در "شکل 7-b" نمایش داده شده است. شکل

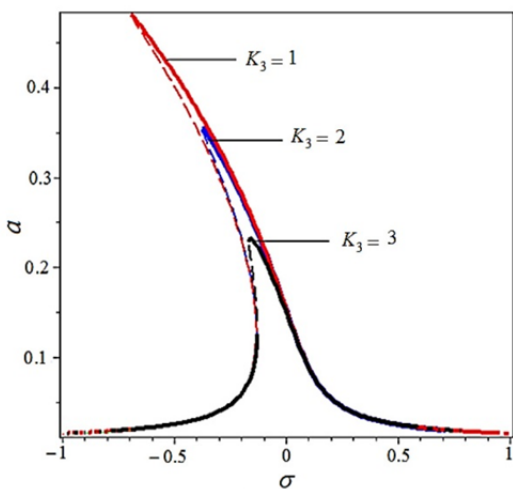


Fig. 5 Frequency response curve for different values of K_3 , when $K_1=0, K_2=0$

شکل 5 نمودار پاسخ فرکانسی برای مقادیر مختلف K_3 هنگامی که $K_1=0, K_2=0$

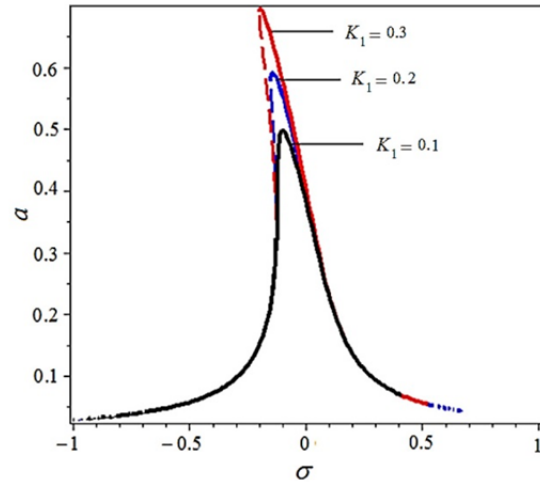


Fig. 3 Frequency response curve for different values of K_1 , when $K_2=0, K_3=0$

شکل 3 نمودار پاسخ فرکانسی برای مقادیر مختلف K_1 هنگامی که $K_2=0, K_3=0$

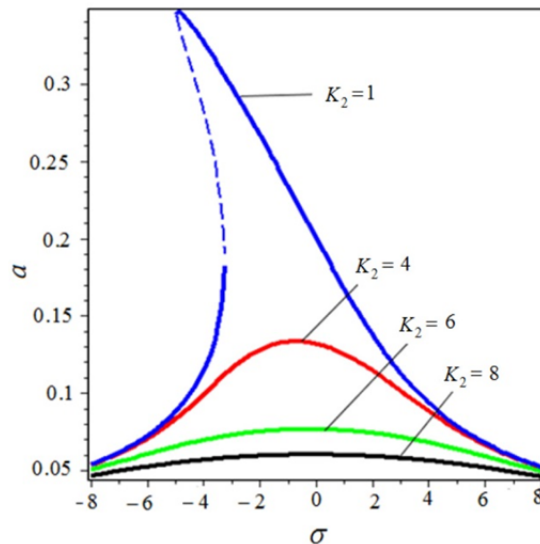


Fig.4 Frequency response curve for different values of K_2 , when $K_1=0, K_3=0$

شکل 4 نمودار پاسخ فرکانسی برای مقادیر مختلف K_2 هنگامی که $K_1=0, K_3=0$

"شکل 3" تاثیر بهره کنترلی K_1 بر روی نمودار پاسخ فرکانسی هنگامی که بهره‌های کنترلی K_2 و K_3 صفر می‌باشد، نشان داده شده است همان‌طور که مشخص است با افزایش مقدار K_1 میزان دامنه ارتعاش افزایش می‌یابد و سبب افزایش شیفت رزونانسی به سمت چپ می‌شود. دلیل این رفتار با توجه به معادله (25) قابل توجیه است در واقع تاثیر K_1 مانند دمپینگ منفی می‌باشد.

"شکل 4" تاثیر بهره کنترلی $K_2=O(1)$ بر روی منحنی پاسخ فرکانسی هنگامی که $K_1=0$ می‌باشد را نشان می‌دهد. افزایش K_2 سبب می‌شود منحنی پاسخ فرکانسی به سمت محور افقی فشرده شود، دامنه منحنی را به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد و همچنین باعث می‌شود جهت منحنی فرکانسی به سمت راست شیفت پیدا کند در واقع رفتار نرم‌شوندگی به سمت خطی شدن میل می‌کند و عملکرد بهره کنترلی مرتبه 3 در عدم حضور بهره کنترلی K_1 رفتاری همانند دمپینگ را نمایش می‌دهد. همان‌گونه که در شکل مشخص است با افزایش مقدار K_2 اثرات پرش حذف می‌شود و

شدن و اتصال مجدد با تغییر بهره‌ی کنترلی K_1 به خوبی قابل ملاحظه می‌باشد.

"شکل 9" مقایسه پاسخ فرکانس سیستم در حالتی که کنترلر فیدبک نقطه ای و کنترل فیدبک گسترده اعمال شده است را نشان می‌دهد. نتایج

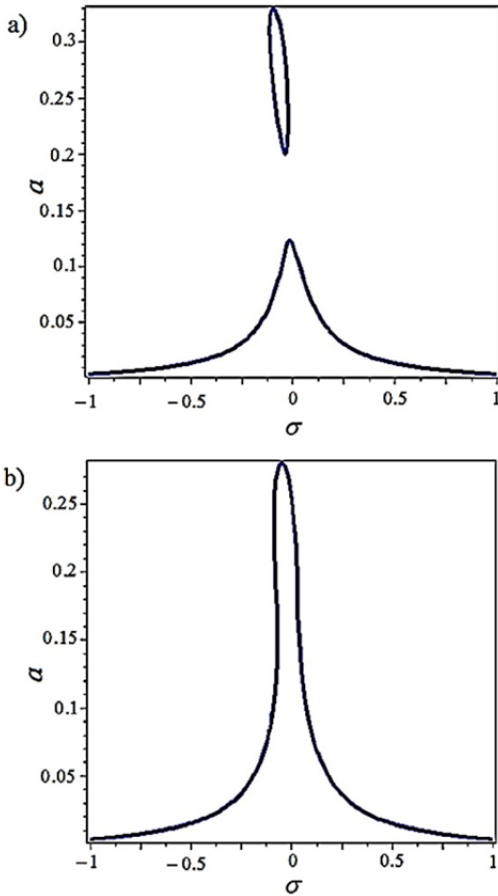


Fig. 7 Possible Frequency response curve when $K_2=0, K_3=152$
 شکل 7 نمودار پاسخ فرکانسی برای مقادیر مختلف K_3 هنگامی که $K_2=0, K_3=152$

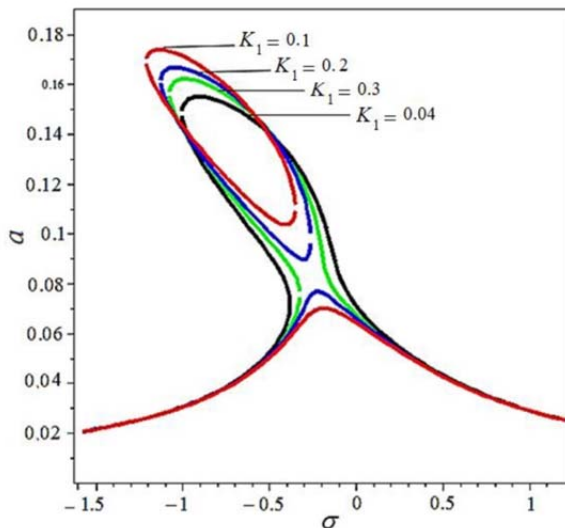


Fig. 8 Frequency response curve for different values of K_1 when $K_2=0, K_3=184$
 شکل 8 نمودار پاسخ فرکانسی برای مقادیر مختلف K_1 هنگامی که $K_2=0, K_3=184$

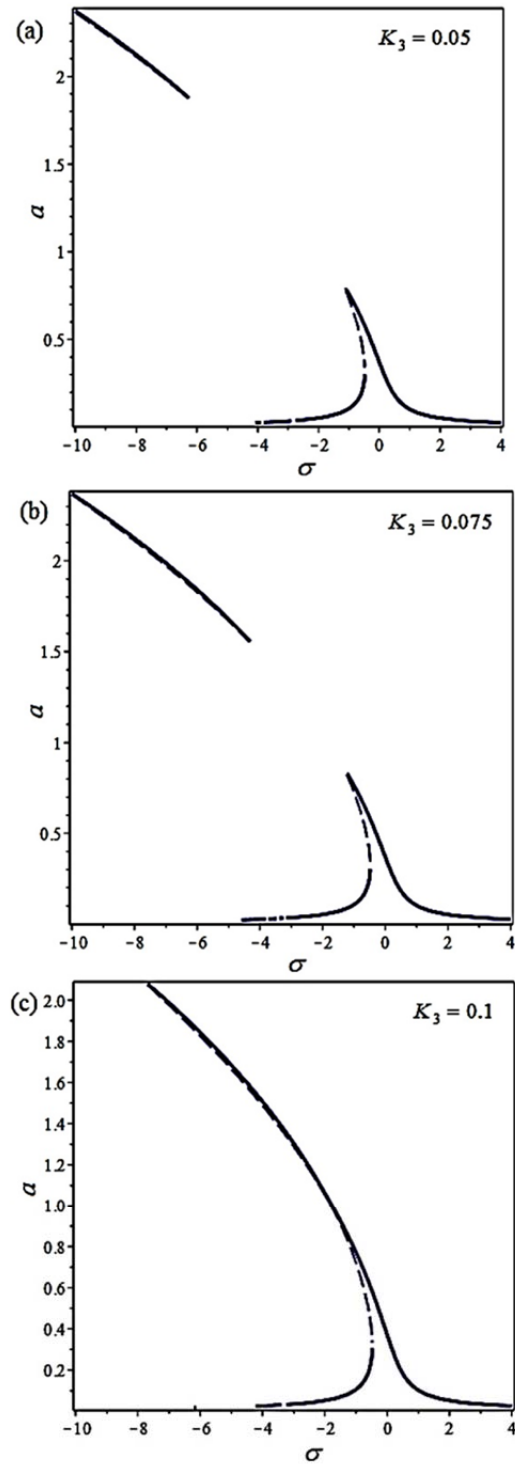


Fig.6 Frequency response curve when $K_1=0, K_2=0$ for (a) $K_3=0.05$, (b) $K_3=0.075$, (c) $K_3=0.1$

شکل 6 نمودار پاسخ فرکانسی هنگامی که برای $K_1=0, K_2=0$ (a) $K_3=0.05$, (b) $K_3=0.075$, (c) $K_3=0.1$

فوق نشان می‌دهد با تغییر میزان بهره‌ی کنترلی و تغییر ریشه‌های معادله‌ی 28 قسمت بیضی شکل به بخش دیگر متصل می‌گردد. "شکل 8" رفتار میکروسیستم با مقدار $K_3=184$ و مقادیر مختلف K_1 را نمایش می‌دهد همان‌طور که در شکل فوق مشخص می‌باشد رفتار سیستم شبیه رفتار سیستم‌های ارتعاشی خودتحریک ون در پل می‌باشد و چگونگی دو شاخه‌ای

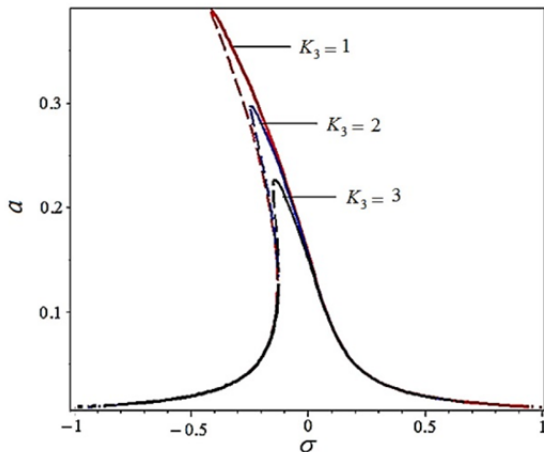


Fig. 11 Frequency response curve for different values of K_3 , when $K_1=0, K_2=0$

شکل 11 نمودار پاسخ فرکانسی برای مقادیر مختلف K_3 هنگامی که $K_1=0, K_2=0$

است. تیر دو سر درگیر به عنوان تیر اویلر برنولی و جرم T- شکل به عنوان جسم صلب در نظر گرفته شده است. جهت تحلیل رزونانسی رفتار کنترلر از تئوری اغتشاشات (روش مقیاس‌های چندگانه) بهره گرفته شد. نتایج نشان داد با افزایش بهره‌ی کنترلی خطی، دامنه ارتعاشات افزایش یافته و شیفت رزونانسی به سمت چپ افزایش می‌یابد. با افزایش بهره‌ی کنترلی غیرخطی مرتبه 2، دامنه به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد، قسمت ناپایدار منحنی فرکانسی حذف می‌شود و از وقوع پدیده‌ی پرش جلوگیری می‌گردد. به علاوه، شیفت رزونانسی کاهش پیدا می‌کند. تاثیر بهره‌ی کنترلی غیرخطی مرتبه 3 بر روی منحنی فرکانسی به دو صورت می‌باشد در حالت اول برای مقادیر بهره کنترلی کمتر از 0.1 نمودار منحنی فرکانسی دو قسمتی می‌شود که در واقع نمایانگر این واقعیت می‌باشد که با اضافه شدن ورودی کنترلی، رفتار شبیه رفتار سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی ون در پل شده است. در حالت دوم به ازای بهره‌های کنترلی بیشتر از 0.1 دو قسمت به هم متصل شده و یک منحنی واحد ایجاد می‌شود. به علاوه نشان داده شد با افزایش میزان بهره کنترلی غیرخطی مرتبه 3 در هر دو حالت میزان دامنه کاهش می‌یابد. در نتایج نشان داده شد با تنظیم بهره‌های کنترلی و استفاده آن‌ها به صورت همزمان می‌توان رفتار سیستم ون در پل را به‌صورت مطلوبی شبیه سازی کرد و از خصوصیات فیلتر کننده‌ی آن بهره برد. نشان داده شد به ازای مقادیر بالای بهره‌ی کنترلی غیر خطی مرتبه 3 و مقادیر کم بهره‌ی کنترلی خطی شبیه‌سازی صورت می‌گیرد و نتایج به ازای تغییرات بهره‌ی کنترلی خطی به خوبی میزان تغییرات در منحنی و دو شاخگی و به هم پیوستن آن‌ها را نمایش داد که دلیل این رفتار با توجه به معادلات ارائه شده کاملاً قابل توجیه است. به‌علاوه با ارائه دو نوع کنترل نقطه ای و گسترده نشان داده شد با استفاده از پس‌خورد گسترده دامنه کمتر می‌شود. مزیت این پیکربندی کاربرد آن به عنوان سنسور جرم می‌باشد و با استفاده از این کنترلر می‌توان حساسیت سنسور جرم را افزایش داد و رفتار رزوناتور را بهبود بخشید. نتایج این تحقیق می‌تواند برای بهبود طراحی سنسور جرم مورد استفاده قرار گیرد.

4- تقدیر و تشکر

این تحقیق در گروه مهندسی مکانیک دانشگاه خوارزمی و تحت حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه خوارزمی انجام شده که در این‌جا از حمایت‌های صورت گرفته توسط این معاونت قدردانی می‌شود.

فیدبک کنترلی نقطه‌ای از معادله (25) و برای فیدبک کنترلی گسترده از معادله (32) حاصل شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود دامنه در حالتی که فیدبک گسترده است کمتر از فیدبک نقطه‌ای می‌باشد، زیرا بیشینه دامنه در میکروتیر دو سر درگیر در وسط آن می‌باشد که فیدبک نقطه‌ای در آن اعمال شده است. "شکل‌های 10 و 11" اثر بهره‌های کنترلی بر روی پاسخ فرکانسی هنگامی که فیدبک کنترل به‌صورت گسترده در نظر گرفته شده است را نشان می‌دهند. همان‌طور که از شکل‌های فوق مشخص می‌باشد نمودارهای فوق رفتاری همانند حالت فیدبک نقطه ای دارند تنها دامنه آن‌ها کمتر است. در هر دو "نمودار 10 و 11" با افزایش میزان بهره K_2 (که سبب کاهش دامنه و شیفت رزونانسی می‌شود).

3- نتیجه گیری و جمع‌بندی

در این تحقیق کنترل فیدبک غیرخطی برای جرم T- شکل متصل به میانه‌ی میکرو تیر دوسر در گیر تحت تحریک الکترواستاتیک مورد تحلیل قرار گرفته

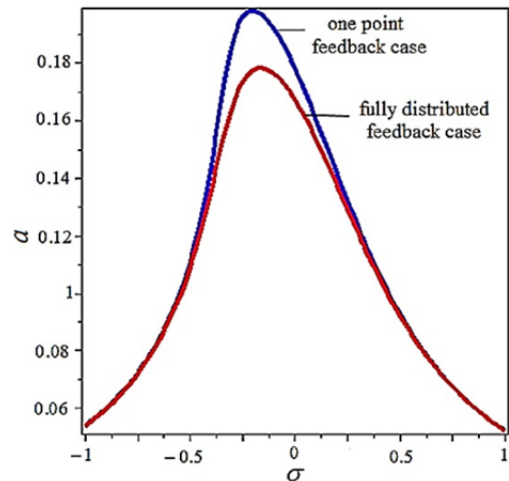


Fig. 9 Possible Frequency response curve when $K_1=0.1, K_2=2, K_3=0$

شکل 9 نمودار پاسخ فرکانسی هنگامی که $K_1=0.1, K_2=2, K_3=0$

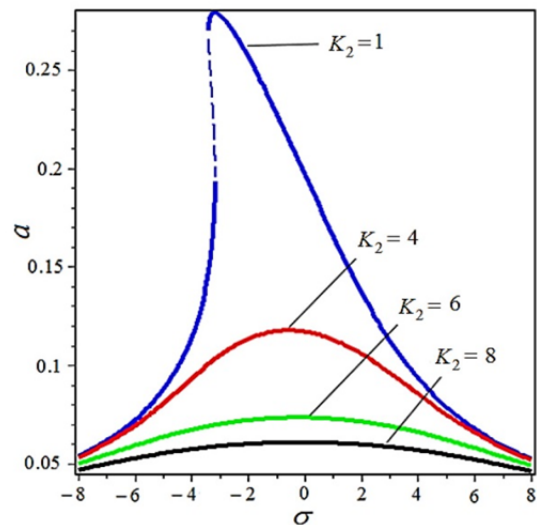


Fig. 10 Frequency response curve for different values of K_2 , when $K_1=0, K_3=0$

شکل 10 نمودار پاسخ فرکانسی برای مقادیر مختلف K_2 هنگامی که $K_1=0, K_3=0$

- pp. 8709-8724, 2013.
- [12] R. Vatankehah, A. Najafi, H. Salarieh, A. Alasty, Exact boundary controllability of vibrating non-classical Euler-Bernoulli micro-scale beams, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 418, No. 2, pp. 985-997, 2014.
- [13] R. Vatankehah, F. Karami, H. Salarieh, Observer-based vibration control of non-classical microcantilevers using extended Kalman filters, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 11, pp. 5986-5996, 2015.
- [14] B. Pratiher, Stability and bifurcation analysis of an electrostatically controlled highly deformable microcantilever-based resonator, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 78, No. 3, pp. 1781-1800, 2014.
- [15] M. A. Tadayon, M. Rajaei, H. Sayyaadi, G. Nakhaie Jazar, A. Alasty, Nonlinear dynamics of microresonators, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 34, pp. 961-966, 2006.
- [16] H. Sayyaadi, M. A. Tadayon, A. A. Eftekharian, Micro resonator nonlinear dynamics considering intrinsic properties, *Journal of Scientia Iranica Transaction B: Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 16(2): 121-129, 2009.
- [17] B. Firouzi, M. Zamanian, S. A. A. Hosseini, Static and dynamic responses of a microcantilever with a T-shaped tip mass to an electrostatic actuation, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 32, No. 6, pp. 1104-1122, 2016.
- [18] H. Tourajzadeh, M. Kariman, M. Zamanian, B. Firouzi, Optimal Control of electrostatically actuated micro-plate attached to the end of microcantilever, *Engineering Mechanics Journal of Amirkabir*, Vol. 49, No. 4, pp. 131-140, 2018. DOI: 10.22060/MEJ.2016.769 (In Persian فارسی)
- [19] M. Zamanian, A. Karimiyan, Analysis of the mechanical behavior of a doubled microbeam configuration under electrostatic actuation, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 93, pp. 82-92, 2015.
- [20] M. Zamanian, A. Karimiyan, S. A. A. Hosseini, H. Tourajzadeh, Nonlinear vibration analysis of a-shaped mass attached to a clamped-clamped microbeam under electrostatic actuation, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 231, No. 11, pp. 2147-2158, 2017.
- [21] P. Hagedorn, A. DasGupta, *Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems*, pp. 113-178, Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons, 2007.
- [22] A. H. Nayfeh, *Introduction to Perturbation Techniques*, pp. 190-216, New York: Wiley, 1981.
- [1] M. I. Younis, *MEMS Linear and Nonlinear Statics and Dynamics*, pp. 57-92, New York: Springer, 2011.
- [2] A. H. Nayfeh, M. I. Younis, E. M. Abdel-Rahman, Dynamic pull-in phenomenon in MEMS resonators, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 48, No. 1, pp. 153-163, 2007.
- [3] A. H. Nayfeh, M. I. Younis, Dynamics of MEMS resonators under superharmonic and subharmonic excitations, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 15, pp. 1840-1847, 2005.
- [4] M. Zamanian, M. Hadilu, B. Firouzi, A study on the use of perturbation technique for analyzing the nonlinear forced response of piezoelectric microcantilevers, *Journal of Computational & Applied Research in Mechanical Engineering (JCARME)*, Vol. 5, No. 2, pp. 161-172, 2016.
- [5] E. Poloei, M. Zamanian, S. A. A. Hosseini, Static deflection and natural frequency analysis of two-layered electrostatically actuated microcantilever for finding the optimum configuration, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 245-253, 2015. (In Persian فارسی)
- [6] H. M. Ouakad, A. Nayfeh, H. S. Choura, F. Najjar, Nonlinear feedback controller of a microbeam resonator, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 21, No. 9, pp. 1680-1697, 2015.
- [7] H. M. Ouakad, A. Nayfeh, H. S. Choura, E. M. Abdel-Rahman, F. Najjar, Nonlinear feedback controller of a microbeam resonator. *Proceeding of ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Boston, Massachusetts, USA, October 31-November 6, 2008.
- [8] E. Omid, S. N. Mahmoodi, Nonlinear integral resonant controller for vibration reduction in nonlinear systems, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 32, No. 5, pp. 925-934, 2016.
- [9] R. Vatankehah, F. Karami, H. Salarieh, A. Alasty, Stabilization of a vibrating non-classical micro-cantilever using electrostatic actuation, *Scientia Iranica B*, Vol. 20, pp. 1824-1831, 2013.
- [10] K. Yagasaki, Nonlinear dynamics and bifurcations in external feedback control of microcantilevers in atomic force microscopy, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 18, pp. 2926-2943, 2013.
- [11] R. Vatankehah, A. Najafi, H. Salarieh, A. Alasty, Boundary stabilization of non-classical micro-scale beams, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37,