

تحلیل ضربه کم سرعت ورق مستطیلی ساندویچی با رویه های کامپوزیتی تقویت شده با سیم های آلیاژ حافظه دار و هسته آگزتیکی انعطاف پذیر

محمد شریعات^{1*}، سیدحسین حسینی²

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
* تهران، صندوق پستی 193951999، shariyat@kntu.ac.ir

چکیده

در این مقاله به بررسی اثر آلیاژ حافظه دار بر پاسخ ضربه کم سرعت ورق ساندویچی مستطیلی با رویه های کامپوزیتی و هسته آگزتیکی انعطاف پذیر از طریق ارائه و به کارگیری یک تئوری کلی-محلی هایپربولیک مرتبه بالای جدید پرداخته شده است. برای استخراج نتایج دقیق، توزیع غیرکنواخت و وابسته به زمان برای فازهای ماده هوشمند آلیاژ حافظه دار و همچنین جابه جایی عرضی برای هسته انعطاف پذیر در نظر گرفته شده است. علاوه بر این به جای استفاده از قانون متداول هرترز از قانون تماس اصلاح شده استفاده شده است و قوانین تماس مختلفی برای فازهای بارگذاری و باربرداری در نظر گرفته شده اند. آثار سفتی همه لایه ها به همراه ضخامت ورق بر سفتی تماس در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم المان محدود غیرخطی حاصل شده با استفاده از یک الگوریتم تکرار شونده در هر گام زمانی حل شدند. نتایج تحلیل حاضر با نتایج تجربی مراجع دیگر مقایسه و صحت نتایج حاضر مورد تأیید قرار گرفته است. در انتها اثر هسته آگزتیکی، اثر ضربه پواسون هسته، اثر سیم های آلیاژ حافظه دار و اثر انرژی ضربه زننده بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج تحلیل نشان می دهند که هسته آگزتیکی باعث افزایش سفتی ظاهری ناحیه تماس می شود که نتیجه آن افزایش نیروی برخورد و کاهش خیز و مدت زمان برخورد است، همچنین خاصیت سوپر الاستیسیته آلیاژ حافظه دار باعث می شود که این آلیاژ در حین ضربه با تشکیل حلقه هیستریزس انرژی زیادی را جذب کند که این امر باعث بهبود مقاومت به ضربه ورق ساندویچی و کاهش آسیب ناشی از ضربه می گردد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 15 دی 1396
پذیرش: 03 فروردین 1397
ارائه در سایت: 23 فروردین 1397

کلید واژگان:
آلیاژ حافظه دار
کسر حجمی مارتزیت
پاسخ ضربه
ورق ساندویچی کامپوزیتی
هسته آگزتیکی انعطاف پذیر

Low-velocity Impact Analysis of Rectangular Sandwich Plates with Composite Face Sheets Reinforced by SMA Wires and Soft Auxetic Cores

Mohammad Shariyat*, Seyedhossein Hosseini

Department of Mechanical Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 193951999 Tehran, Iran, shariyat@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 05 January 2018
Accepted 23 March 2018
Available Online 12 April 2018

Keywords:

Shape Memory Alloy
Martensite Volume Fraction
Impact Response
Composite Sandwich Plate
Soft Auxetic Core

ABSTRACT

In the present paper, effect of the shape memory alloy on low-velocity impact response of rectangular sandwich plates with composite face sheets and soft auxetic cores is investigated using a new higher-order global-local hyperbolic plate theory. To obtain accurate results, non-uniform and time-dependent distributions of the SMA phases and the transverse compliance of the soft core are considered. Also, a refined contact law is proposed instead of using the traditional Hertz law and different contact laws are considered for the loading and unloading phases. Effects of stiffness of all layers along with the plate thickness on the contact stiffness are taken into account. The obtained nonlinear finite element governing equations are solved by making use of an iterative algorithm at each time step. The results of the present study are compared with the experimental results of other references, and it is proven that the results are valid. Finally, the effect of auxetic core, core Poisson's ratio, SMA wires, and indenter energy on impact response of the composite sandwich plate are investigated. The results show that the auxetic core increases the apparent stiffness of the contact area and consequently an increase in the impact forces and a decrease in the lateral deflection and impact time duration. Besides, the SMA can absorb a remarkable portion of the stored impact-induced strain energy due to the superelastic and hysteretic natures of the SMA material, which results in increasing the impact strength of the sandwich plate and decreasing the damage caused by the impact.

می شوند و هسته این سازه می تواند از پلیمرهای سبک، فوم ها، سازه های لانه زنبوری یا مواد با خاصیت توزیع تابعی تشکیل شوند. سازه های ساندویچی کامپوزیتی با وجود کاربرد روزافزون در صنایع مختلف در برابر بارهای ضربه ای

1- مقدمه

سازه های ساندویچی از دو رویه سفت و قوی و یک هسته نرم و انعطاف پذیر تشکیل شده اند. رویه ها معمولاً از ورق های کامپوزیتی [1] یا فلزی [2] ساخته

تعیین خواص آلیاژ حافظه‌دار و نیروی بازبایی آن ثابت در نظر گرفته شده است. در این مقاله توزیع غیریکنواخت و وابسته به زمان به جای روش‌های توزیع یکنواخت کسر حجمی مارتنزیت یا استفاده از تنش بازبایی ساده برای فازهای سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار به طور دقیق در نظر گرفته شده است. یک تئوری کلی- محلی هایپرپولیک مرتبه بالا جدید که هم شامل توابع زوج و هم شامل توابع فرد است و کاملاً مناسب تغییرات عرضی نامتقارن خواص مواد ارائه شده است. با توجه به ضخامت زیاد هسته و نرم بودن آن در نظر نگرفتن انعطاف‌پذیری عرضی هسته موجب نتایج غیرواقعی و غیردقیق خواهد شد. جابه‌جایی عرضی هسته جهت دستیابی به نتایج دقیق با کمترین خطای ممکن در نظر گرفته شده است. از قانون تماس اصلاح شده به جای استفاده از قانون متداول هرتز استفاده شده است و قوانین تماس مختلفی برای فازهای بارگذاری و باربرداری در نظر گرفته شده‌اند. آثار سفتی همه لایه‌ها به همراه ضخامت ورق بر سفتی تماس در نظر گرفته شده است. در انتها نیز اثر هسته آگرتیکی، اثر ضریب پواسون هسته، اثر سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار و اثر انرژی ضربه‌زننده بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

2- روابط حاکم بر مسأله

2-1- مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار

در این پژوهش جهت مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار از مدل تک‌بعدی برینسون [24] استفاده شده است. معادله بنیادین آلیاژ حافظه‌دار که توسط برینسون ارائه شده به صورت رابطه (1) است.

$$\sigma - \sigma_0 = E(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Omega(\xi)\xi_s - \Omega(\xi_0)\xi_{s0} \quad (1)$$

در آن ξ_s کسر حجمی مارتنزیت غیردوقلویی (مارتنزیت ناشی از تنش) است. Ω ضریب استحاله فازی بوده و در اثر تنش‌های پسماند ایجاد شده به واسطه اثر حافظه‌داری به دست می‌آید. زیرنویس صفر نشان‌دهنده کرنش و کسر حجمی مارتنزیت اولیه است و مدول الاستیسیته طبق قانون هویت (قانون مخلوطها) به صورت رابطه (2) با کسر حجمی آلیاژ حافظه‌دار ارتباط دارد.

$$E(\xi) = E_A + \xi(E_M - E_A), \quad \Omega(\xi) = -\varepsilon_L E(\xi) \quad (2)$$

E_A و E_M به ترتیب مدول یانگ آلیاژ حافظه‌دار در فازهای آستنیت و مارتنزیت بوده و عموماً توسط آزمایش تنش-کرنش در محدوده الاستیک به دست می‌آید، همچنین ε_L حداکثر کرنش قابل بازبایی آلیاژ حافظه‌دار است. در قانون جنبشی مورد استفاده در این مدل‌ها کسر حجمی مارتنزیت به صورت تابعی از تنش و دما بیان می‌شود. برینسون معادلات جنبشی خود را برای فرایندهای تبدیل مارتنزیت غیردوقلویی به آستنیت و بالعکس در دماهای ثابت مختلف ارائه داد که در روابط (3-5) آورده شده است.

برای استحاله آستنیت به مارتنزیت غیردوقلویی

$$\text{رابطه (3) برای } T > M_s \text{ و } \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(T - M_s) \\ \sigma_s^{cr} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(T - M_s) \\ \xi = \frac{1 - \xi_0}{2} \times \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} [\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_s)] \right\} + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (3)$$

رابطه (4) برای $T < M_s$ و $\sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}$

$$\xi = \frac{1 - \xi_0}{2} \times \cos \left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} (\sigma - \sigma_f^{cr}) \right] + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (4)$$

برای استحاله ماتنزیت غیردوقلویی به آستنیت:

$$\text{رابطه (5) برای } T > A_s \text{ و } C_A(T - A_s) < \sigma < C_A(T - A_f)$$

بسیار آسیب‌پذیر هستند. این ضعف را می‌توان با به کارگیری مواد هوشمند آلیاژ حافظه‌دار در این سازه‌ها بهبود بخشید. آلیاژهای حافظه‌دار به شکل سیم [3]، الیاف کوتاه [4]، پارچه بافته شده [5]، وصله در جهت ضخامت [6]، نانو الیاف، لایه‌های نازک و غیره [7] می‌توانند در ساختار یک کامپوزیت جاسازی یا پیوند زده شوند و یک کامپوزیت حافظه‌دار را به وجود آورند. تحقیقات صورت گرفته در سال‌های اخیر بر کامپوزیت‌های آلیاژ حافظه‌دار رشد چشمگیری داشته است و در زمینه‌های مختلف پژوهش‌هایی به چشم می‌خورد. در تحقیقات انجام شده اثرات آلیاژهای حافظه‌دار بر ویژگی‌های مختلفی مانند سفتی، استحکام، چقرمگی شکست، کاهش آسیب و غیره مورد بررسی قرار گرفته است [8-11]. آلیاژهای حافظه‌دار می‌توانند در اثر افزایش دما تحت یک استحاله فازی برگشت‌پذیر جامد به جامد به شکل اولیه خود بازگردند [12]. این مواد تحت بارگذاری سیکیلی مکانیکی می‌توانند انرژی مکانیکی را از طریق ایجاد حلقه برگشت‌پذیر هیستریزس جذب و یا تلف کنند [12]. عامل مهم در تعیین خواص آلیاژ حافظه‌دار کسر حجمی مارتنزیت که خود تابعی از تنش و دماست.

یانگدونگ و همکاران [13] رفتار تیر کامپوزیتی تقویت شده با آلیاژ حافظه‌دار را در برابر ضربه سرعت پایین به وسیله روش المان محدود و روش‌های عددی بررسی کردند. کیدوای و لاگوداس [14] یک مدل ترمومکانیکی سه‌بعدی را برای پیش‌بینی آسیب لایه‌های نازک آلیاژهای حافظه‌دار جاساز شده در سازه‌های کامپوزیتی با استفاده از فرضیات تنش صفحه‌ای پیشنهاد دادند. کیم و همکاران [15] اثر فیلم‌های نازک آلیاژ حافظه‌دار جاساز شده در ورق‌های کامپوزیتی را در بهبود مقاومت آسیب سازه‌های کامپوزیتی تحت ضربه کم‌سرعت به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. پین و راجرز [16] مقاومت در برابر آسیب کامپوزیت‌های با آلیاژ حافظه‌دار را تحت ضربه کم‌سرعت و ضربه سرعت بالا مورد مطالعه قرار داده‌اند. وو و همکاران [17] اثر سوپرلاستیک آلیاژ حافظه‌دار در بهبود مقاومت در برابر ضربه کم‌سرعت یک ورق کامپوزیتی تک‌لایه را با استفاده از روش المان محدود مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق از قانون تماس هرتز استفاده شده است. چند محقق دیگر [18,19] نیز رفتار ضربه‌ای ورق‌های کامپوزیتی هیبرید با آلیاژ حافظه‌دار را با استفاده از روش‌های حل عددی مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها خیلی ساده تنها یک تنش بازبایی ثابت را برای آلیاژ حافظه‌دار در نظر گرفته‌اند. بیرمن [20] نشان داد که با استفاده از خاصیت حافظه‌داری الیاف حافظه‌دار می‌توان بار کمانش ورق‌های ساندویچی را افزایش داد. او در تحقیقش الیاف حافظه‌دار را در صفحه میانی هسته قرار داد و از تغییر فاز الیاف حافظه‌دار صرف‌نظر نمود و از تئوری برشی مرتبه اول برای تحلیل کل سازه استفاده کرد. شریعات و حسینی [21] اثر هسته ویسکوالاستیک بر پاسخ ضربه کم‌سرعت ورق ساندویچی کامپوزیتی را از طریق ارائه و به کارگیری یک تئوری کلی- محلی جدید مورد بررسی قرار دادند. شریعات [22] تئوری مرتبه بالای کلی- محلی تعمیم‌یافته را برای بررسی خمش و ارتعاشات ورق‌های ساندویچی تحت بارهای حرارتی- مکانیکی ارائه کرد. جالاک و همکاران [23] یک مدل دوبعدی المان محدود را براساس تئوری زیگزاک مرتبه بالا برای تحلیل ورق‌های چندلایه و ساندویچی ارائه دادند.

کارهای انجام شده در زمینه به کارگیری مدل‌های تئوری برای ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی دارای سیم‌های حافظه‌دار بسیار محدود هستند. مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار در بیشتر این پژوهش‌ها به صورت مناسبی صورت نگرفته است، چرا که کسر حجمی مارتنزیت که عامل مهمی است در

درون صفحه ای و جهت عرضی خارج از صفحه است. در مختصات هندسی ورق که زاویه الیاف با محور x است، می توان با به کارگیری ماتریس های انتقال دورانی معادله (6) را به شکل رابطه (8) بیان کرد.

$$\sigma^{(k)} = \hat{C}^{(k)} \varepsilon^{(k)} \quad (8)$$

رابطه (9) در آن به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \sigma^T &= (\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zk} \quad \tau_{xy}), \\ \varepsilon^T &= (\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zk} \quad \gamma_{xy}) \end{aligned} \quad (9)$$

با در نظر گرفتن رابطه تنش- کرنش برای تک لایه کامپوزیتی و با توجه به رابطه بنیادین ارائه شده در مدل تک بعدی برینسون برای آلیاژ حافظه دار و جمله ای حاوی ضریب استحاله فازی در آن، رابطه (10)، بیانگر اعمال نیروی بازیابی درون صفحه ای به کل سازه است و نیز توجه به ثابت بودن دما، رابطه تنش- کرنش در مختصات مادی برای تک لایه ورق کامپوزیتی تقویت شده با آلیاژ حافظه دار به صورت رابطه (10) در می آید.

$$\bar{\sigma}^{(k)} = \bar{C}^{(k)} \bar{\varepsilon}^{(k)} - \begin{Bmatrix} V_s E_s \xi \varepsilon_L^{(k)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

در آن V_s و E_s به ترتیب کسر حجمی و مدول الاستیسیته آلیاژ حافظه دار هستند. در مختصات هندسی ورق که زاویه الیاف با محور x است، می توان با به کارگیری ماتریس های انتقال دورانی رابطه (11) را به شکل زیر بیان کرد.

$$\begin{aligned} \sigma^{(k)} &= \hat{C}^{(k)} \varepsilon^{(k)} - \begin{Bmatrix} V_s E_s \xi \varepsilon_L \cos^2 \theta \\ V_s E_s \xi \varepsilon_L \sin^2 \theta \\ k_s E_s \xi \varepsilon_L \sin \theta \cos \theta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}^{(k)} \\ &= \hat{C}^{(k)} \varepsilon^{(k)} - \sigma_s^{(k)} \end{aligned} \quad (11)$$

از آن جا که الیاف آلیاژ حافظه دار هم راستا با الیاف کامپوزیتی در نظر گرفته می شوند، جهت محورهای اصلی مواد تغییری نمی کند. برای به دست آوردن خواص مؤثر لایه کامپوزیتی دارای الیاف آلیاژ حافظه دار از روابط ارائه شده توسط بیرمن [18] استفاده می شود که در روابط (12) آورده شده است.

$$\begin{aligned} E_1(\xi) &= (1 - V_s)(E_1)_c + V_s E_s(\xi) \\ E_t(\xi) &= (E_t)_c / [1 - \sqrt{V_s} (1 - (E_t)_c / E_s(\xi))] \\ G_{1t}(\xi) &= (G_{1t})_c G_s(\xi) / [(1 - V_s) G_s(\xi) + V_s (G_{1t})_c] \\ v_{1t} &= (1 - V_s)(v_{1t})_c + V_s v_s \\ \rho &= V_c \rho_c + V_s \rho_s \end{aligned} \quad (12)$$

در آن زیر نویس های s, c, t و l به ترتیب بیانگر آلیاژ حافظه دار، کامپوزیت و جهات موازی و عمود بر الیاف آلیاژ حافظه دار هستند.

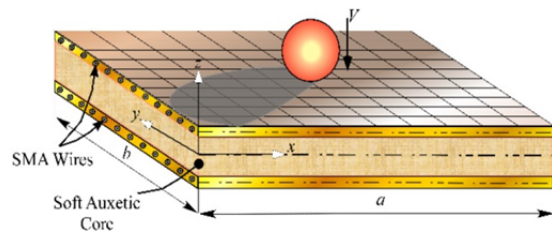


Fig. 1 The geometric parameters of the composite sandwich plate with embedded SMA wires and soft auxetic core and the indenter

شکل 1 پارامترهای هندسی ورق ساندویچی کامپوزیتی حاوی سیم های آلیاژ حافظه دار و هسته آگزتیکی انعطاف پذیر و ضربه زننده

$$\xi = \xi_{s0} - \frac{\xi_{s0}}{\xi_0} \left(\xi_0 - \frac{\xi_0}{2} \times \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{A_f - A_s} \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \right) \quad (5)$$

که در آن T ، دما، A_s و M_s دماهای آغاز و A_f دمای پایان استحاله آستنیتی و مارتزیتی بوده و ثابت C_A و C_M از ویژگی های ماده آلیاژ حافظه دار هستند که رابطه بین دماهای تبدیل و تنش های بحرانی را نشان می دهند و همان شیب های منحنی های تنش- دمای متناظر است. σ_f^{cr} و σ_s^{cr} به ترتیب تنش بحرانی برای شروع و پایان تغییر فاز از آستنیت به مارتزیت غیردوقلویی است.

2-2- رابطه تنش- کرنش در لایه های ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم های آلیاژ حافظه دار

در این بخش معادله تنش- کرنش حاکم بر رویه های کامپوزیتی ورق ساندویچی که توسط آلیاژ حافظه دار تقویت شده اند به دست می آید. بدیهی است که معادلات به دست آمده برای هسته ورق ساندویچی نیز معتبر بوده و تنها کافی است که در روابط به دست آمده کسر حجمی آلیاژ حافظه دار را صفر و ویژگی های ماده در جهات مختلف را یکسان قرار داد.

ابعاد ورق ساندویچی مورد بررسی و مشخصات ضربه زننده در شکل 1 نشان داده شده اند. طول و عرض و ضخامت کل ورق ساندویچی به ترتیب توسط a, b و $h = h_1 + h_2 + h_3$ نشان داده می شود. h_1, h_2 و h_3 به ترتیب ضخامت رویه پایینی، هسته و رویه بالایی ورق ساندویچی است. سرعت اولیه و شعاع ضربه زننده به ترتیب برابر با V و R است. مبدا مختصات عرضی در لایه میانی هسته (و نه لزوم لایه میانی ورق ساندویچی) است و جهت مثبت آن به سمت بالا فرض می گردد.

رابطه تنش- کرنش لایه k -ام کامپوزیتی ارتوتروپیک ورق ساندویچی در مختصات اصلی مواد به صورت رابطه (6) نوشته می شود.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} \\ \Rightarrow \bar{\sigma}^{(k)} &= \bar{C}^{(k)} \bar{\varepsilon}^{(k)} \end{aligned} \quad (6)$$

مؤلفه های ماتریس سفتی از طریق روابط (7) برحسب خواص مؤثر لایه

کامپوزیتی در جهات طولی و عرضی به دست می آیند [25].

$$\begin{aligned} C_{11}^{(k)} &= \frac{1 - v_{23}^{(k)} v_{32}^{(k)}}{E_2^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}}, C_{22}^{(k)} = \frac{1 - v_{13}^{(k)} v_{31}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}}, C_{44}^{(k)} = G_{23}^{(k)}, \\ C_{13}^{(k)} &= \frac{v_{31}^{(k)} + v_{21}^{(k)} v_{32}^{(k)}}{E_2^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}} = \frac{v_{13}^{(k)} + v_{12}^{(k)} v_{23}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_2^{(k)} \Delta^{(k)}}, C_{55}^{(k)} = G_{31}^{(k)}, \\ C_{12}^{(k)} &= \frac{v_{21}^{(k)} + v_{31}^{(k)} v_{23}^{(k)}}{E_2^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}} = \frac{v_{12}^{(k)} + v_{32}^{(k)} v_{13}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}}, C_{66}^{(k)} = G_{12}^{(k)}, \\ C_{23}^{(k)} &= \frac{v_{32}^{(k)} + v_{12}^{(k)} v_{31}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_3^{(k)} \Delta^{(k)}} = \frac{v_{23}^{(k)} + v_{21}^{(k)} v_{13}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_2^{(k)} \Delta^{(k)}}, \frac{v_{ij}^{(k)}}{E_i^{(k)}} = \frac{v_{ji}^{(k)}}{E_j^{(k)}}, \\ \Delta^{(k)} &= \frac{1 - v_{12}^{(k)} v_{21}^{(k)} - v_{23}^{(k)} v_{32}^{(k)} - v_{13}^{(k)} v_{31}^{(k)} - 2v_{21}^{(k)} v_{32}^{(k)} v_{13}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_2^{(k)} E_3^{(k)}}, \\ C_{33}^{(k)} &= \frac{1 - v_{12}^{(k)} v_{21}^{(k)}}{E_1^{(k)} E_2^{(k)} \Delta^{(k)}} \end{aligned} \quad (7)$$

در آن E, v و G به ترتیب مدول یانگ، نسبت پواسون و مدول برشی بوده و 1، 2 و 3 به ترتیب نشان دهنده جهت الیاف، جهت عرضی

2-3- قانون تماس اصلاح شده

تغییر شکل محلی در ناحیه تماس با تئوری‌های تیر، ورق و پوسته مدل نمی‌شود؛ چراکه این در این تئوری‌ها معمولاً فرض می‌شود که سازه در راستای جانبی تراکم‌ناپذیر است. با این وجود در بسیاری از موارد نفوذ محلی اثر قابل ملاحظه‌ای بر تاریخچه نیروی تماس دارد و در نتیجه باید در تحلیل در نظر گرفته شود. پدیده ضربه برای بیشتر سازه‌های کامپوزیتی چندلایه به صورت پدیده‌ای که مستقل از نرخ تغییرات است، شناخته می‌شود؛ و در نتیجه بیشتر محققان قوانین تماس به دست آمده از روش استاتیکی را مورد استفاده قرار می‌دهند. بیشتر مدل‌های ضربه بر مبنای قانون تماس هرتز هستند. قانون تماس هرتز از تحلیل الاستیسیته استاتیکی تماس بین ضربه‌زن کروی و نیم‌فضای الاستیک به دست می‌آید که در آن تغییر شکل‌های دائمی ناشی از آسیب در نظر گرفته نمی‌شوند. برای مراحل ابتدایی فرایند بارگذاری قانون تماس هرتز برای بیشتر موارد دقیق است. در این تحقیق از قانون تماس هرتز به منظور یافتن ارتباط میان نیروی تماس و میزان فروروی ضربه‌زننده استفاده شده است. طبق این قانون ناحیه تماس بدون اصطکاک فرض می‌شود. قانون هرتز نیروی تماس بین دو جسم را به صورت رابطه (13) در اختیار قرار می‌دهد.

$$F_c = K_c \beta^2 \quad (13)$$

در آن K سختی ناحیه تماس و β میزان فروروی به صورت رابطه (14) است.

$$K_c = \frac{4}{3} \sqrt{RE_T^*} \quad (14)$$

E_T^* مدول الاستیسیته مؤثر سطح تماس است؛ بنابراین رابطه (15) را از ترکیب روابط (14,13) خواهیم داشت.

$$\beta = \left[\frac{3F_c}{4\sqrt{RE_T^*}} \right]^{2/3} \quad (15)$$

محققین نشان داده‌اند که چنانچه مدول ماده همسان‌گرد در رابطه هرتز با ترکیبی از ویژگی‌های مکانیکی ماده همسانگرد عرضی (مانند ورق‌های کامپوزیتی) جایگزین گردد، میزان نفوذ را می‌توان از رابطه هرتز مشابه با رابطه تماس مواد همسانگرد محاسبه نمود. رابطه مرتب شده ترنر [26] که توسط سوانسون [27] ارائه شده، مدول الاستیسیته مؤثر سطح تماس ماده کامپوزیتی را به گونه رابطه (16) تعریف می‌نماید.

$$E_T^* = \frac{2}{\lambda_1 \lambda_3} \quad (16)$$

که در آن رابطه (17) به صورت زیر است.

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{E_x/E_y - v_{xz}^2}{1 - v_{xy}^2}}, \quad \lambda_2 = \frac{(E_x/2G_{xz}) - v_{xz}(1 + v_{xy})}{1 - v_{xy}^2}, \quad (17)$$

$$\lambda_3 = \frac{1 - v_{xy}}{G_{xy}} \sqrt{\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}}$$

در رابطه (16) تنها اثر لایه تحت ضربه در نظر گرفته شده است. میزان نرمی یا سفتی لایه‌های زیرین، سختی ناحیه تماس ورق را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. این قانون را می‌توان با محاسبه E_T^* براساس میانگین مدول الاستیسیته (در کل ضخامت) که در معادله (12) ارائه شده است، اصلاح نمود. برای این منظور می‌توان از مدول میانگین وزنی زیر (با توجه به این که سفتی هر لایه به نسبت E/h آن لایه وابسته بوده و سفتی لایه‌ها سری هستند) به صورت رابطه (18) استفاده کرد.

$$(E_T^*)_{eq} = h \sum_{k=1}^n (h_k/E_k) \quad (18)$$

h_k ضخامت لایه k -ام است. تغییر شکل دائمی در نواحی اطراف ضربه حتی در بارهای تماسی کم ظاهر می‌شود و در نتیجه فاز باربرداری به طور قابل ملاحظه‌ای متفاوت از فاز بارگذاری خواهد بود. در این مقاله برای مرحله باربرداری، قانون تماس هرتز بهبود یافته توسط یانگ و سان [28] ارائه شده و براساس آن نیروی تماس توسط رابطه رابطه (19) محاسبه می‌گردد.

$$F_c = F_{max} \left[\frac{\beta - \beta_0}{\beta_{max} - \beta_0} \right]^2 \quad (19)$$

در آن F_{max} نیروی تماس بیشینه، β_{max} نفوذ بیشینه ناشی از نیروی تماس بیشینه و β_0 میزان نفوذ دائمی در صورت وجود است.

2-4- تئوری ورق ارائه شده

خواص غیرایزوتروپیک رویه‌های کامپوزیتی در صفحه (ناهمسان‌گردی درون صفحه‌ای)، تفاوت خواص رویه‌ها و هسته در سازه‌های ساندویچی و خواص متفاوت آلیاژهای حافظه‌دار سبب پیچیدگی مطالعه رفتار ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی حاوی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار می‌شود.

وجود ویژگی‌های مکانیکی متفاوت سبب می‌شود که میدان‌های جابه‌جایی در راستای ضخامت از خود تغییرات شیب بسیار محسوسی در محل تماس لایه‌ها نشان دهند. این اثر به شکل زیگزاگ میدان جابه‌جایی در راستای ضخامت معروف است. تنش‌های درون صفحه‌ای در سطح تماس لایه‌ها ناپیوسته هستند. با این وجود تنش‌های عرضی جهت حفظ تعادل باید در سطح تماس لایه‌ها پیوسته باشند. این پدیده به پیوستگی بین لایه‌های تنش‌های عرضی معروف است. در واقع جابه‌جایی‌ها و تنش‌های عرضی به دلیل الزامات سازگاری و تعادل توابعی با پیوستگی C^0 در راستای ضخامت Z هستند. الزامات C^0 از جمله موارد بسیار مهمی است که باید در هر تئوری مرتبط با صفحات مرکب برآورده گردند.

اگرچه تاکنون مدل‌ها و تئوری‌های زیادی برای تحلیل سازه‌های چندلایه و ساندویچی ارائه گشته است، با این حال مرور کارهای انجام شده توسط محققان نشان می‌دهد که کاستی‌هایی در این راستا مطرح است.

در تئوری‌های تک لایه معادل جابه‌جایی‌ها به صورت توابعی از راستای ضخامت در نظر گرفته می‌شوند که سبب می‌شود کرنش‌های عرضی به صورت پیوسته به دست آیند، ولی تنش‌های عرضی در مرز مشترک بین لایه‌ها (تنش‌های بین لایه‌ای) ناپیوسته است. در این تئوری‌ها از پیوستگی تنش‌های بین صفحه‌ای صرف‌نظر می‌شود و همچنین اثرات زیگزاگ در سطوح تماس بین لایه‌ها نیز در نظر گرفته نمی‌شود. برای چندلایه‌های نازک خطای مربوط به ناپیوسته شدن تنش‌های بین لایه‌ای قابل صرف‌نظر کردن است. در حالی که برای چندلایه‌های ضخیم به خصوص برای پنل‌های ساندویچی، استفاده از این تئوری‌ها دارای خطای قابل ملاحظه‌ای خواهد بود. ارائه و توسعه تئوری‌های تک لایه معادل مرتبه بالا تا حدودی خطای ناشی از بالا بودن ضخامت در سازه‌های همگن را کاهش داده است، اما به طور کلی تئوری‌های تک لایه معادل (با هر مرتبه‌ای) به دلیل ناهمسان‌گردی عرضی ناشی از تفاوت سفتی لایه‌های ورق ساندویچی کامپوزیتی حاوی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار برای تحلیل این سازه‌ها مناسب نیست.

در تئوری‌های لایه‌ای اگرچه مشکلات ناشی از ناهمسان‌گردی عرضی مرتفع می‌شود، اما حجم محاسبات به دلیل وابستگی مجهولات مسأله به تعداد لایه‌ها افزایش می‌یابد.

تلاش برای اصلاح نواقص تئوری‌های تک لایه معادل (اثرات زیگزاگ، پیوستگی جابه‌جایی و تنش‌های بین لایه‌ای) و تئوری‌های لایه‌ای (وابستگی

$$\begin{aligned} L_1(z) &= z/h_2(2z/h_2 - 1), \\ L_2(z) &= 1 - 4z^2/h_2^2, \\ L_3(z) &= z/h_2(1 + 2z/h_2) \end{aligned} \quad (23)$$

همان‌طور که از معادله (21) مشاهده می‌شود، ورق ساندویچی شامل سه لایه بوده و جابه‌جایی محلی هر لایه دارای چهار پارامتر مجهول است. این دوازده پارامترهای مجهول مربوط به جابه‌جایی محلی $(X_{11}^{(k)}, X_{12}^{(k)}, X_{21}^{(k)}, X_{22}^{(k)}; k = 1, 2, 3)$ باید براساس ارضا چهار شرط‌های پیوستگی تنش‌های برشی عرضی در محل اتصال لایه‌ها و چهار شرط‌های پیوستگی مؤلفه‌های درون‌صفحه‌ای جابه‌جایی در محل اتصال لایه‌ها و چهار شرط مرزی تنش‌های برشی عرضی در سطوح فوقانی و تحتانی ورق ساندویچی تعیین شوند؛ بنابراین شرایط پیوستگی و مرزی رابطه (24) باید برای مسأله حاضر ارضا شوند.

$$\begin{aligned} z = \pm h/2 : \begin{cases} u_1^{(k)} = u_1^{(k+1)}, & v_1^{(k)} = v_1^{(k+1)}, \\ \tau_{xz}^{(k)} = \tau_{xz}^{(k+1)}, & \tau_{yz}^{(k)} = \tau_{yz}^{(k+1)}, \end{cases} \quad k = 1, 2 \\ \tau_{xz}|_z = h_2/2 + h_3 = 0, \quad \tau_{yz}|_z = h_2/2 + h_3 = 0, \\ \tau_{xz}|_z = -h_2/2 - h_1 = 0, \quad \tau_{yz}|_z = -h_2/2 - h_1 = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

هفت پارامترهای مجهول مربوط به جابه‌جایی کلی $(\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{22}, w_b, w_m, w_t)$ باید براساس معادلات حاکم تعیین شوند.

2-5- استخراج روابط حاکم بر مسأله

براساس رابطه (21) ماتریس میدان جابه‌جایی کلی- محلی را می‌توان به صورت رابطه (25) بیان کرد.

$$\lambda^{(k)}(x, y, z, t) = \psi^{(k)}(z) \Gamma^{(k)}(x, y, t) \quad (25)$$

که در آن رابطه (26) به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \lambda^{(k)} \\ \Gamma^{(k)} \end{pmatrix}^T &= \langle u^{(k)} \quad v^{(k)} \quad w \rangle, \\ &= \langle \varphi_{11} \quad \varphi_{12} \quad \varphi_{21} \quad \varphi_{22} \quad X_{11}^{(k)} \quad X_{12}^{(k)} \quad X_{21}^{(k)} \quad X_{22}^{(k)} \quad w_b \quad w_m \quad w_t \rangle, \\ &\begin{cases} \delta_{ik} & k = 1, 3 \\ L_i^{(k)} & k = 2 \end{cases} \\ L_i^{(k)} &= \begin{cases} L_1(z) = z/h_2(2z/h_2 - 1), \\ L_2(z) = 1 - 4z^2/h_2^2, \\ L_3(z) = z/h_2(1 + 2z/h_2), \end{cases} \quad k = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \psi^{(k)} \end{pmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ z & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ (z - z_k)^2 \sinh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right) & 0 & 0 \\ (z - z_k)^2 \cosh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right) & 0 & 0 \\ 0 & (z - z_k)^2 \sinh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right) & 0 \\ 0 & (z - z_k)^2 \cosh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right) & 0 \\ 0 & 0 & L_1^{(k)} \\ 0 & 0 & L_2^{(k)} \\ 0 & 0 & L_3^{(k)} \end{bmatrix} \quad (26)$$

در نتیجه کرنش در هر لایه طبق رابطه (27) تعیین خواهد شد.

مجهولات به تعداد لایه‌ها) سبب ارائه تئوری‌های کلی- محلی شده است. ایده اساسی در تئوری‌های کلی- محلی بدین گونه است که ابتدا یک میدان جابه‌جایی یکسان برای همه لایه‌های ورق چند لایه و ساندویچی در نظر گرفته شده (مشابه مدل تک لایه معادل)، سپس برای لحاظ کردن رفتار متفاوت هریک از لایه‌ها به علت خواص متفاوتشان (اثر زیگزاگ)، توابع جابه‌جایی مستقلی نیز برای هر یک از لایه‌ها در نظر گرفته می‌شود (مشابه تئوری لایه‌ای). در نهایت تعداد مجهولات با اعمال شرط‌های پیوستگی بین لایه‌های کاهش می‌یابد. معادله جابه‌جایی در این تئوری‌ها به صورت کلی رابطه (20) است.

$$u_i = u_i^{ESL} + u_i^{LWT} \quad (20)$$

در آن u_i^{ESL} مؤلفه جابه‌جایی کلی سازه است که برای تمام لایه‌ها به صورت یکسان در نظر گرفته می‌شود. u_i^{LWT} مؤلفه جابه‌جایی مربوط به هر یک از لایه‌های سازه است که باید شرایط پیوستگی را برقرار سازد. در واقع ابتدا یک تابع جابه‌جایی کلی (u_i^{ESL}) در نظر گرفته می‌شود و سپس توسط جابه‌جایی مستقل مربوط به هر یک از لایه‌ها (u_i^{LWT})، پاسخ برای لایه‌های مختلف اصلاح شده و پاسخی مناسب‌تر به دست خواهد آمد.

در مدل‌سازی ورق ساندویچی، با توجه به نازک بودن رویه‌ها و پایین بودن نسبت ضخامت رویه‌ها به هسته، جهت کاهش حجم محاسبات معمولاً ورق ساندویچی به صورت سه لایه در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله از مزایای تئوری‌های کلی- محلی استفاده می‌شود، به گونه‌ای که دقت نتایج تحلیل مناسب باشد و حجم محاسبات نیز افزایش نیابد. برای این منظور تئوری کلی- محلی زیگزاگ زیر برای توصیف مؤلفه‌های درون صفحه‌ای میدان جابه‌جایی ورق ساندویچی به صورت رابطه (21) ارائه می‌شود.

$$\begin{cases} u^{(k)}(x, y, z, t) = u_G + u_L^{(k)} = \varphi_{11}(x, y, t) + \varphi_{12}(x, y, t)z \\ \quad + X_{11}^{(k)}(x, y, t)(z - z_k)^2 \sinh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right) \\ \quad + X_{12}^{(k)}(x, y, t)(z - z_k)^2 \cosh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right), \\ v^{(k)}(x, y, z, t) = v_G + v_L^{(k)} = \varphi_{21}(x, y, t) + \varphi_{22}(x, y, t)z \\ \quad + X_{21}^{(k)}(x, y, t)(z - z_k)^2 \sinh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right) \\ \quad + X_{22}^{(k)}(x, y, t)(z - z_k)^2 \cosh\left(\frac{z - z_k}{h_k}\right), \end{cases} \quad k = 1, 2, 3 \quad (21)$$

که u_G و v_G مؤلفه‌های کلی و $u_L^{(k)}$ و $v_L^{(k)}$ مؤلفه‌های محلی و اندیس k بیانگر شماره لایه ورق ساندویچی سه لایه است. با توجه به وجود چهار شرط پیوستگی در محل اتصال لایه‌ها، چهار جز برای هر مؤلفه محلی لایه باید استفاده گردد تا تعداد مجهولات نسبت به تعداد لایه‌ها مستقل باشد. با توجه به ضخامت زیاد هسته و نرم بودن آن، در نظر نگرفتن انعطاف‌پذیری عرضی هسته موجب نتایج غیرواقعی و غیردقیق خواهد شد. به منظور دستیابی به نتایج دقیق با کمترین خطای ممکن، جابه‌جایی عرضی هسته به شکل رابطه (22) در نظر گرفته می‌شود.

$$w = \begin{cases} w_t; & h_2/2 \leq z \leq h_2/2 + h_3 \\ L_1(z)w_b + L_2(z)w_m + L_3(z)w_t & -h_2/2 \leq z \leq h_2/2 \\ w_b; & -h_2/2 - h_1 \leq z \leq -h_2/2 \end{cases} \quad (22)$$

در آن w_t, w_m, w_b به ترتیب جابه‌جایی‌های عرضی لایه‌های پایینی، میانی و بالایی هسته هستند. رویه‌ها نسبت به هسته صلب در نظر گرفته شده‌اند. L_1, L_2, L_3 توابع درون‌یابی لاکرانژ مرتبه دوم به صورت رابطه (23) هستند.

$$= \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\delta\Phi)^T (D\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T (\hat{C}^{(k)} D\hat{\Psi}^{(k)} N^* \Phi - \sigma_s^{(k)}) dz dA \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \delta W &= - \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} \rho^{(k)} (\delta\lambda^{(k)})^T \ddot{\lambda}^{(k)} dz dA \\ &+ \int_{\mathfrak{J}_\sigma} \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\delta\lambda^{(k)})^T n^T \mathcal{T} dz ds + F_c \delta w_0^i \\ &= - \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} \rho^{(k)} (\delta\Phi)^T (\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T (\hat{\Psi}^{(k)} N^*) \ddot{\Phi} dz dA \\ &+ \int_{\mathfrak{J}_\sigma} \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\delta\Phi)^T (\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T n^T \mathcal{T} dz ds \\ &+ F_c (\delta\Phi)^T ((0 \ 0 \ 1) \hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T \end{aligned} \quad (35)$$

در آن A و \mathfrak{J}_σ به ترتیب ناحیه صفحه مرجع و لبه ورق را نشان می‌دهند و \mathcal{T} و n به ترتیب معرف بردار نرمال یکه بیرونی و بردار ترکشن هستند. F_c و w_0^i نیز به ترتیب نیروی تماس و جابه‌جایی ضربه‌زنده هستند. از آن جایی که رابطه (33) باید برای هر بازه زمانی دلخواه و $(\delta\Phi)^T$ معتبر باشد، براساس معادلات (33-35) می‌توان رابطه (36) را نتیجه گرفت.

$$\begin{aligned} \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} \left[\rho^{(k)} (\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T (\hat{\Psi}^{(k)} N^*) \ddot{\Phi} \right. \\ \left. + (D\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T \hat{C}^{(k)} D\hat{\Psi}^{(k)} N^* \Phi \right] dz dA \\ = \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (D\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T \sigma_s^{(k)} dz dA \\ + \int_{\mathfrak{J}_\sigma} \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T n^T \mathcal{T}_n dz ds \\ + F_c ((0 \ 0 \ 1) \hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T \end{aligned} \quad (36)$$

یا در شکل فشرده به صورت رابطه (37) است.

$$\mathcal{M} \ddot{\Phi} + \mathcal{K} \Phi = \mathcal{F} \quad (37)$$

که در آن رابطه (38) به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} \rho^{(k)} (\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T (\hat{\Psi}^{(k)} N^*) dz dA \\ \mathcal{K} &= \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (D\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T \hat{C}^{(k)} D\hat{\Psi}^{(k)} N^* dz dA, \\ \mathcal{F} &= \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (D\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T \sigma_s^{(k)} dz dA \\ &+ \int_{\mathfrak{J}_\sigma} \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T n^T \mathcal{T}_n dz ds \\ &+ F_c ((0 \ 0 \ 1) \hat{\Psi}^{(k)} N^*)^T \end{aligned} \quad (38)$$

روابط (37) باید با معادلات حاکم بر حرکت ضربه‌زنده به صورت رابطه (39) ادغام شوند.

$$m_i \ddot{w}_0^i = -F_c \rightarrow m_i \ddot{w}_0^i + k_c (w_0^i - w_c)^{3/2} = 0 \quad (39)$$

در آن m_i و w_c به ترتیب جرم ضربه‌زنده و تغییر شکل جانبی (خیز) نقطه تحت ضربه (نقطه مرکزی) ورق ساندویچی هستند. همان‌طور که بیان گشت، سیستم معادلات المان محدود ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار هم شامل روابط (37) و هم شامل معادلات (39) است. پاسخ‌های ورق تحت ضربه با استفاده از روش انتگرال‌گیری زمانی

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(k)} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} u_x \\ v_y \\ w_z \\ w_y + v_z \\ w_x + u_z \\ u_y + v_x \end{Bmatrix}^{(k)} = D\Psi^{(k)} \Gamma^{(k)}, \\ (D)^T &= \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

بنابراین رابطه (28) را براساس رابطه (11) خواهیم داشت.

$$\sigma^{(k)} = \hat{C}^{(k)} \varepsilon^{(k)} - \sigma_s^{(k)} = \hat{C}^{(k)} D\Psi^{(k)} \Gamma^{(k)} - \sigma_s^{(k)} \quad (28)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود از آن جایی که مؤلفه‌های تنش وابسته به مشتقات نسبی پارامترهای جابه‌جایی $\Gamma^{(k)}$ هستند، اعمال شرط‌های پیوستگی و شرایط مرزی (24) به صورت مستقیم امکان‌پذیر نیست. برای امکان‌پذیر شدن این امر، ورق مستطیلی ساندویچی مطابق شکل 1 توسط المان‌های مستطیلی مرتبه دو [29] گسسته‌سازی می‌شود. با توجه به این‌که تغییرات مؤلفه‌های جابه‌جایی در جهت ضخامت دانسته پنداشته می‌شود، تنها به شبکه‌بندی درون‌صفحه‌ای بسنده می‌شود؛ بنابراین پارامترهای جابه‌جایی را می‌توان به فرم المان محدود به صورت رابطه (29) نشان داد.

$$\Gamma^{(k)} = \mathcal{N}(x, y) \theta^{(k)}(t) \quad (29)$$

در آن ماتریس توابع شکلی و θ بردار مقادیر گرهی است؛ بنابراین رابطه (30) به صورت زیر است.

$$D\Psi^{(k)} \Gamma^{(k)} = D\Psi^{(k)} \mathcal{N}(x, y) \theta^{(k)}(t) = \mathfrak{A}(x, y, z) \theta^{(k)}(t) \quad (30)$$

با اعمال شرط‌های پیوستگی و شرایط مرزی (24)، پارامترهای محلی برحسب پارامترهای کلی تعیین می‌شوند به طوری که در نهایت پارامترهای جابه‌جایی کلی تنها پارامترهای جابه‌جایی مجهول مستقل به صورت رابطه (31) خواهد بود.

$$\begin{aligned} \lambda^{(k)}(x, y, z, t) &= \hat{\Psi}^{(k)}(z) \varphi(x, y, t) \\ &= \hat{\Psi}^{(k)}(z) \mathcal{N}^*(x, y) \Phi(t) \end{aligned} \quad (31)$$

در آن \mathcal{N}^* ماتریس کلی توابع شکلی است و به صورت رابطه (32) است.

$$\mathcal{N}^* = \begin{bmatrix} \mathcal{N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{N} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{N} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{N} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{N} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$\Phi^T = (\varphi_{11} \ \varphi_{12} \ \varphi_{21} \ \varphi_{22} \ w_b \ w_m \ w_t)$ بردار مقادیر گرهی مؤلفه‌های بردار φ است. معادلات حاکم بر مسئله

با استفاده از اصل همیلتون (شکل دینامیکی قانون جابه‌جایی مجازی) به صورت رابطه (33) استخراج می‌شود:

$$\int_0^T (\delta U - \delta W) dt = 0 \quad (33)$$

در آن انرژی کرنشی (δU) و کار نیروهای خارجی (δW) از روابط (35,34) مشخص می‌شوند.

$$\delta U = \int_A \sum_{k=1}^3 \int_{h_k}^{h_{k+1}} (\delta \varepsilon^{(k)})^T \sigma^{(k)} dz dA$$

مراجع دیگر [30] صحت نتایج حاصل را تأیید می کند (شکل 3).

4- نتایج و بحث

ورق ساندویچی مورد مطالعه در این مقاله ورقی مستطیلی با نسبت ابعاد $h_1/h = h_3/h = 0.1, h_2/h = 0.8, a/h_2 = b/h_2 = 6$ جنس رویه های این ورق ساندویچی شیشه/ اپوکسی است که خواص آن در جدول 2 بیان شده است. هسته از یک فوم نرم با مشخصات بیان شده در جدول 3 تشکیل شده است. شرایط تکیه گاهی ورق ساندویچی از نوع ساده انتخاب شده است. ضربه زننده جسمی صلب و کرووی با جرم 2 کیلوگرم است که با سرعت 4 متر بر ثانیه به ورق ساندویچی برخورد می کند. برای رسیدن به یک مدل مطلوب و همگرا شدن پاسخها اندازه المانها در چندین مرحله حل ریزتر می شوند تا پاسخهای به دست آمده همگرا شوند (شکل 4). همانطور که مشاهده می شود همگرایی برای تعداد المان برابر یا بیشتر از 88 المان رخ

جدول 1 خواص و مشخصات ورق ساندویچی و ضربه زننده [30]

Table 1 Properties and specifications of the sandwich plate and the indenter [30]

ویژگی	مقادیر یا مشخصه مرتبط
خواص رویه های کامپوزیتی	$E_1 = 77\text{GPa}, E_2 = 75\text{GPa}, \nu_{12} = 0.07,$ $G_{12} = 6.5\text{GPa}, G_{31} = 5.1\text{GPa},$ $G_{32} = 4.1\text{GPa}, \rho = 1600 \text{ kg/m}^3$
خواص هسته	$E_1 = 0.24\text{GPa}, E_3 = 0.403\text{GPa},$ $G_{13} = 0.115\text{GPa}, \rho = 250 \text{ kg/m}^3$
ابعاد ورق	$h_1/h = h_3/h = 0.05, h_2/h = 0.9,$ $a/h_2 = b/h_2 = 11$
شرایط تکیه گاهی	ساده
مشخصات ضربه زننده	$V_0 = 1.6 \text{ m/s}, R/h_2 = 5, M_I = 6.22\text{kg}$

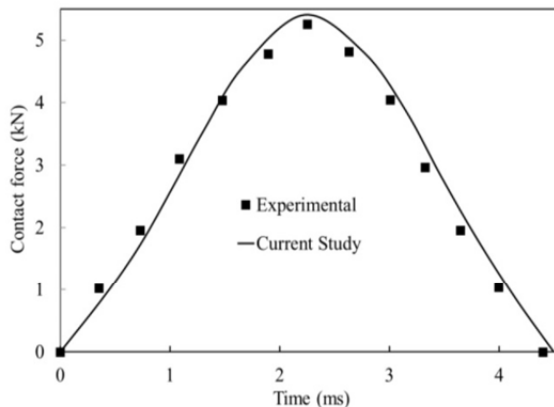


Fig. 3 Comparison between the results of the current analysis and the experimental results of reference [30] for time variations of the contact force

شکل 3 مقایسه نتایج تحلیل حاضر با نتایج تجربی مرجع [30] برای تغییرات زمانی نیروی تماسی

جدول 2 خواص مکانیکی رویه های کامپوزیتی شیشه/ اپوکسی [31]

Table 2 Mechanical properties of glass/epoxy composite face sheets [31]

پارامتر	مقدار
$E_1 = E_2$ (GPa)	32.062
E_3 (GPa)	10.789
G_{12} (GPa)	11.92
$G_{13} = G_{23}$ (GPa)	4.68
$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$	0.344
ρ (kg/m ³)	1796

عددی نیومارک مشخص می شوند. سیستم معادلات حاصله غیرخطی است باید در هر گام زمانی با استفاده از شرایط اولیه رابطه (40) یک حل تکرارشونده به کار گرفته شود.

$$[\Phi, \dot{\Phi}]_{t=0} = 0 \tag{40}$$

به دلیل معادله ساختاری غیرخطی سیم های آلیاژ حافظه دار، ماتریس سفتی ورق ساندویچی کامپوزیتی هیبریدی تقویت شده با آلیاژ حافظه دار غیرخطی و وابسته به پارامترهای جابه جایی گرهی است؛ بنابراین ماتریس سفتی باید در هر گام زمانی چندین بار به روز شود. برای این منظور ماتریس سفتی در هر گام در ابتدا باید براساس پارامترهای جابه جایی (به همین ترتیب کسر حجمی مارتزیت و تنش های) انتهای گام زمانی پیشین ساخته شود. پس از حل دستگاه معادلات، ماتریس سفتی باید براساس میدان جابه جایی منتجه به روز شود. برای این منظور بررسی این که آیا بارگذاری، باربرداری محلی یا بارگذاری معکوس در هر یک از نقاط سیم های آلیاژ حافظه دار اتفاق می افتد، مهم است. چرا که قوانین ساختاری برای هر کدام از این حالات متفاوت هستند. از آنجایی که مدل برینسون اساساً برای حالت بارگذاری ارائه شده است، در این جا این مدل از طریق ارائه الگوریتم نشان داده شده در روندنمای شکل 2 اصلاح شده است. در این شکل i شمارنده گام های انتگرال گیری زمانی است. در بارگذاری معکوس باید علامت عبارات دوم و سوم سمت راست رابطه (1) تغییر یابند؛ بنابراین باید در هر نقطه از سیم های آلیاژ حافظه دار تغییرات لحظه ای و محلی کسر حجمی مارتزیت بررسی شوند.

3- صحت گذاری نتایج کنونی

نتایج کنونی بر پایه حل معادلات اجزا محدود غیرخطی ارائه شده به کمک برنامه نوشته شده توسط محققین در نرم افزار متلب استخراج شده اند. جهت صحت گذاری نتایج برنامه نوشته شده، نتایج تجربی ضربه کم سرعت یک ورق مستطیلی ساندویچی کامپوزیتی [30] با نتایج تحلیل حاضر مقایسه می گردد. خواص و مشخصات ورق ساندویچی و ضربه زننده در جدول 1 بیان گشته است. مقایسه نتایج تحلیل حاضر برای تاریخچه نیروی تماسی با نتایج تجربی

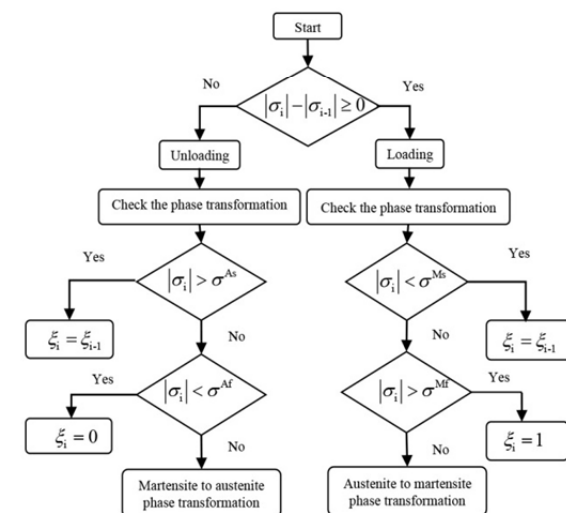


Fig. 2 The algorithm for tracing the phase transformation events during loading and unloading at each individual point of the SMA wires to adequately modify Brinson's model

شکل 2 الگوریتم ردیابی رویدادهای انتقال فاز در هنگام بارگذاری و باربرداری در هر نقطه از سیم های آلیاژ حافظه دار به منظور اصلاح مدل برینسون

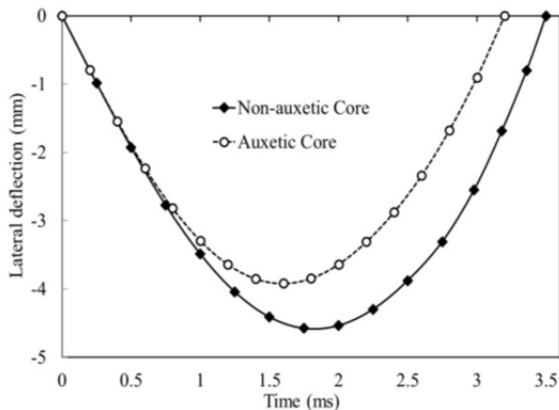


Fig. 6 Effects of the auxetic core on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate

شکل 6 تاثیر هسته آگزیتریک بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی

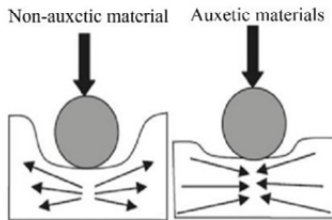


Fig. 7 Behavior of auxetic and non-auxetic materials under the impact
شکل 7 رفتار مواد معمولی و آگزیتریک تحت ضربه

4-2- اثر ضریب پواسون هسته

جهت بررسی اثر مقادیر مختلف ضریب پواسون هسته بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی، ضریب پواسون هسته بین مقادیر 0.4- تا 0.4 تغییر داده شد. نتایج تحلیل در شکل های 8 و 9 نشان داده شده اند. همان طور که مشاهده می شود در مواد معمولی با افزایش ضریب پواسون هسته شاهد کاهش نیروی برخورد و افزایش خیز و مدت زمان برخورد هستیم، اما در مواد آگزیتریک عکس این حالت اتفاق می افتد به گونه ای که با افزایش قدرمطلق ضریب پواسون هسته، شاهد افزایش نیروی برخورد و کاهش خیز و مدت زمان برخورد هستیم.

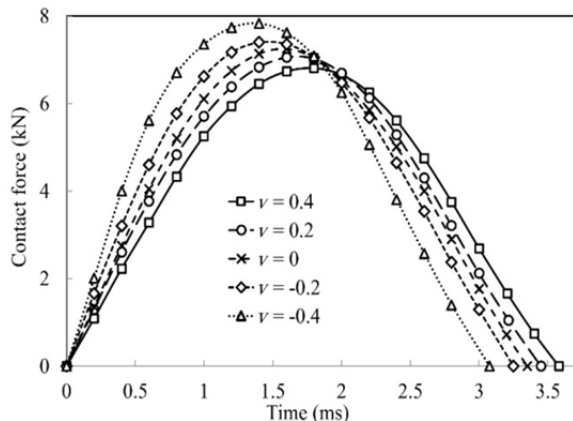


Fig. 8 Effects of the core Poisson's ratio on time history of the contact force of the composite sandwich plate

شکل 8 تاثیر ضریب پواسون هسته بر تاریخچه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی

جدول 3 خواص مکانیکی هسته [31]

Table 3 Mechanical properties of the core [31]

مقدار	پارامتر
0.18	E (GPa)
0.3	ν
110	ρ (kg/m ³)

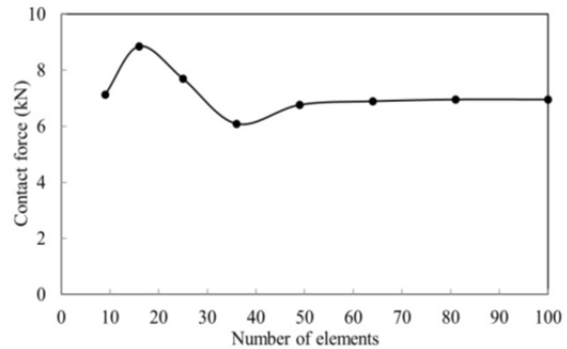


Fig. 4 Convergence study based on variations of the maximum contact force with number of the elements

شکل 4 بررسی همگرایی براساس تغییرات ماکزیمم نیروی تماسی به ازای تعداد المان ها

داده است. با این حال برای اطمینان از این که نتایج در همه تحلیل های بعدی همگرا هستند، تعداد 1010 المان در پژوهش کنونی انتخاب شده است.

4-1- اثر هسته آگزیتریک

پس از همگرایی پاسخ ضربه کم سرعت ورق ساندویچی کامپوزیتی به بررسی اثر هسته آگزیتریک بر پاسخ ضربه این سازه می پردازیم. برای این منظور ضریب پواسون هسته از 0.3 به -0.3 تغییر داده شد. نتایج تحلیل در شکل های 5 و 6 نشان داده شده اند.

مواد آگزیتریک در مقایسه با مواد معمولی رفتاری متفاوت در برابر ضربه از خود نشان می دهند (شکل 7). مواد معمولی وقتی تحت ضربه عرضی قرار می گیرند در دو بعد عمود بر ضربه از محل ضربه دور می شوند، در حالی که مواد آگزیتریک به دلیل پواسون منفی شان وقتی تحت ضربه عرضی قرار می گیرند، نه تنها در دو بعد عمود بر ضربه از محل ضربه دور نمی شوند، بلکه به سمت محل ضربه نیز فشرده می شوند. این رفتار مواد آگزیتریک باعث افزایش سفتی ظاهری تماس می گردد که نتیجه آن افزایش نیروی تماس و کاهش خیز و مدت زمان برخورد خواهد بود (شکل های 5 و 6).

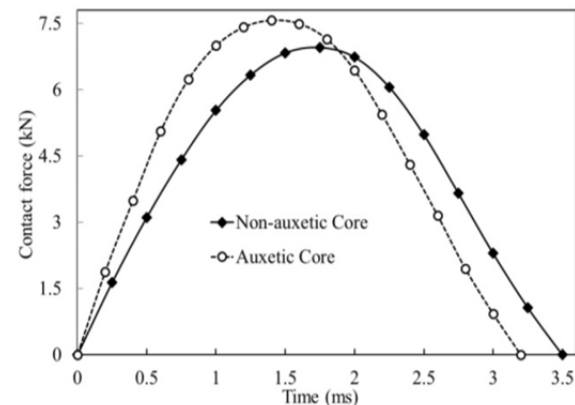


Fig. 5 Effects of the auxetic core on time history of the contact force of the composite sandwich plate

شکل 5 تاثیر هسته آگزیتریک بر تاریخچه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی

باعث افزایش انرژی جذب شده توسط سازه می شود (شکل 12) که نتیجه آن افزایش مقاومت به ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی و کاهش آسیب به وجود آمده در اثر ضربه است. نتایج شکل های 10-12 بیانگر تأثیر بارز آگزتیکی بودن مواد تشکیل دهنده هسته در افزایش نیروی تماس و جذب انرژی ورق و

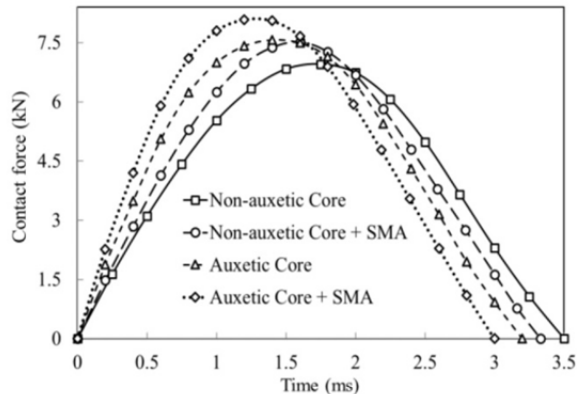


Fig. 10 Effects of the SMA wires on time history of the contact force of the composite sandwich plate with an auxetic/non-auxetic core

شکل 10 تأثیر سیم های آلیاژ حافظه دار بر تاریخچه نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی با هسته آگزتیکی و غیرآگزتیکی

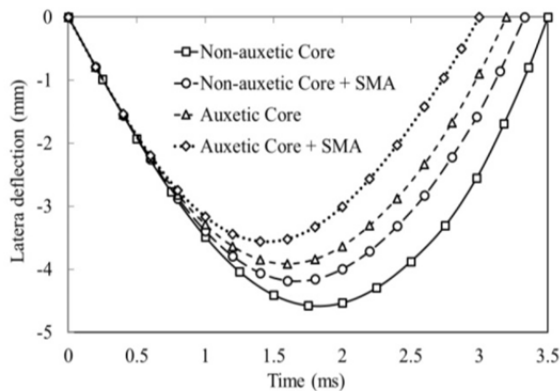


Fig. 11 Effects of the SMA wires on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate with an auxetic/non-auxetic core

شکل 11 تأثیر سیم های آلیاژ حافظه دار بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی با هسته آگزتیکی و غیرآگزتیکی

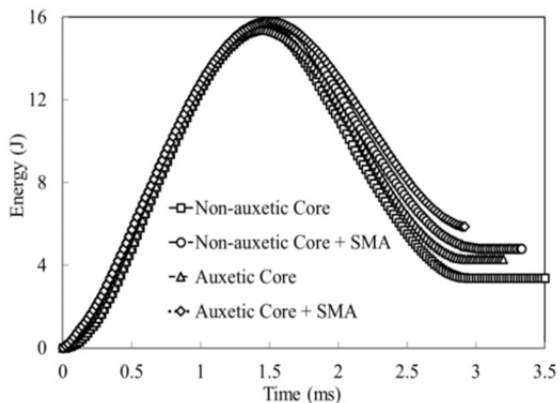


Fig. 12 Effects of the SMA wires on time history of the absorbed energy of the composite sandwich plate with an auxetic/non-auxetic core

شکل 12 تأثیر سیم های آلیاژ حافظه دار بر تاریخچه انرژی جذب شده ورق ساندویچی کامپوزیتی با هسته آگزتیکی و غیرآگزتیکی

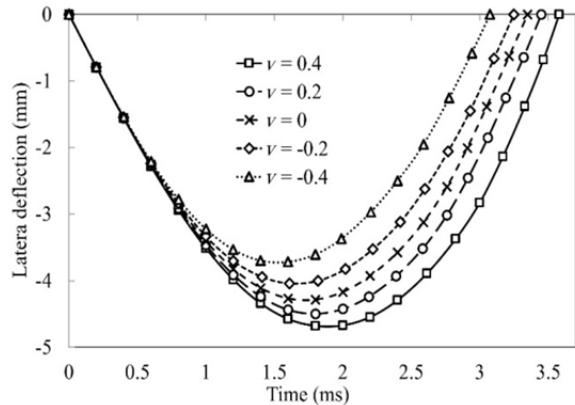


Fig. 9 Effects of the core Poisson's ratio on time history of the lateral deflection of the central point of the composite sandwich plate

شکل 9 تأثیر ضربه یواسون هسته بر تاریخچه خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی

3-4- اثر سیم های آلیاژ حافظه دار

در این بخش از مقاله به بررسی اثر آلیاژ حافظه دار بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی با هسته آگزتیکی ($\nu = -0.3$) و هسته غیرآگزتیکی ($\nu = 0.3$) می پردازیم. برای این منظور فرض می شود سیم هایی از این آلیاژ در رویه های کامپوزیتی ورق ساندویچی هم راستا با الیاف تعبیه شده است. کسر حجمی سیم های آلیاژ حافظه دار در هر رویه 50% و نسبت به کل ورق ساندویچی 10% است. خواص آلیاژ حافظه دار به کار رفته در این مقاله به شرح جدول 4 است.

نتایج تحلیل در شکل های 10-12 ارائه شده اند. همان طور که مشاهده می شود با تعبیه سیم هایی از جنس آلیاژ حافظه دار در رویه های کامپوزیتی ورق ساندویچی با توجه به این که این آلیاژ نسبت به رویه های کامپوزیتی دارای سفتی بیشتری است، این عامل باعث افزایش سفتی ظاهری ناحیه تماس شده که نتیجه آن افزایش نیروی برخورد و کاهش خیز محل برخورد و مدت زمان تماس است (شکل های 10 و 11). از طرفی آلیاژهای حافظه دار به دلیل دارا بودن خاصیت سوپر الاستیسیته و تشکیل حلقه هیستریزس، توانایی جذب انرژی زیادی دارند. در نتیجه این آلیاژ با جذب انرژی در حین ضربه

جدول 4 خواص سیم های آلیاژ حافظه دار (نایتینول) [32]

Table 4 The properties of SMA wires (Nitinol) [32]

مقدار	پارامتر
51.7	E_A (GPa)
47.8	E_M (GPa)
29.4	G (GPa)
0.3	$\nu_A = \nu_M$
6450	ρ (kg/m ³)
34.5	A_s (°C)
49	A_f (°C)
18.4	M_s (°C)
9	M_f (°C)
6.572	$C_A = C_M$
37	T_0 (°C)
0.0063	ϵ_L
600	σ_{Ms} (MPa)
670	σ_{Mf} (MPa)
288	σ_{As} (MPa)
254	σ_{Af} (MPa)

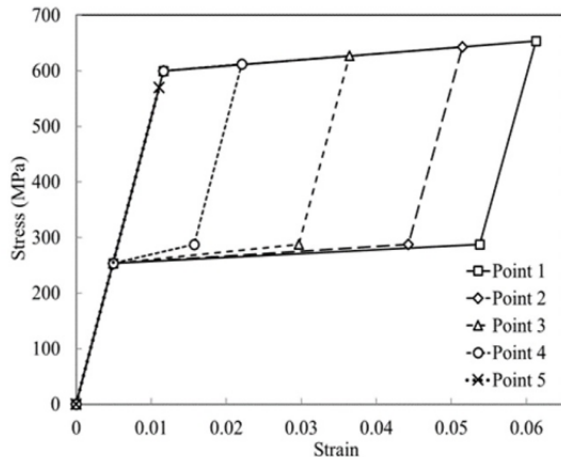


Fig. 15 Variations of the stress versus the strain for representative points of the central Nitinol wire of the top face sheet

شکل 15 تغییرات تنش- کرنش نقاط سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی

داشتن سرعت ضربه زنده به میزان 4 متر بر ثانیه، جرم ضربه زنده را از 2 کیلوگرم به مقادیر 2، 3، 4 و 5 برابر افزایش می دهیم تا علاوه بر بررسی اثر انرژی ضربه زنده بر پاسخ ضربه سازه به مقایسه تفاوت این دو روش مختلف در افزایش انرژی ضربه زنده نیز پرداخته شود. نتایج تحلیل در شکل های 16-19 نشان داده شده اند. همان طور که از شکل های 16 و 17 مشاهده می شود نیروی برخورد و خیز محل برخورد با افزایش انرژی ضربه زنده افزایش می یابد. مدت زمان برخورد در هنگام افزایش انرژی برخورد توسط افزایش جرم ضربه زنده افزایش می یابد، اما در حالت افزایش انرژی برخورد توسط افزایش سرعت ضربه زنده کاهش می یابد (شکل 18). افزایش انرژی ضربه زنده باعث افزایش میدان تنش می گردد، در نتیجه آستنتیت بیشتری به مارتنزیت تغییر فاز خواهد داد و شاهد افزایش کسر حجمی مارتنزیت خواهیم بود. برای نمونه همان طور که از شکل 19 مشاهده می شود کسر حجمی مارتنزیت نقطه 5 از سیم آلیاژ حافظه دار در رویه بالایی ورق ساندویچی با افزایش انرژی ضربه زنده از مقدار 16 ژول به مقدار 80 ژول از مقدار اولیه صفر تا مقدار 37% افزایش می یابد.

5- نتیجه گیری

در این مقاله به تحلیل ضربه کم سرعت ورق مستطیلی ساندویچی کامپوزیتی

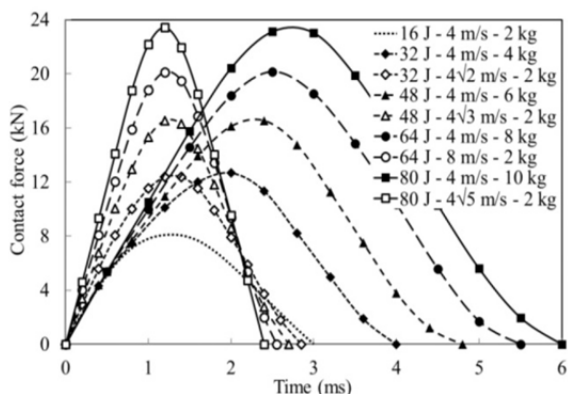


Fig. 16 Effect of various mass and velocity of indenter in different energy level on contact force of the SMA-composite sandwich plate with auxetic core

شکل 16 تأثیر مقادیر مختلف جرم و سرعت ضربه زنده در سطوح مختلف انرژی بر نیروی تماسی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با آلیاژ حافظه دار و هسته آگرتیکی

کاهش زمان تماس و خیز ورق هستند.

همان طور که پیشتر بیان شد در بیشتر پژوهش های پیشین مدل سازی رفتار آلیاژ حافظه دار به صورت مناسبی صورت نگرفته است و تنها از مفهوم ابتدایی تنش بازیابی [33-35] یا هم آرزی با مدل های ویسکوالاستیک [36] استفاده شده است. در مقاله کنونی اثر تغییرات لحظه ای و غیریکنواخت بودن مکانی میزان تبدیل فاز آستنتیتی به مارتنزیتی و برعکس به طور دقیق در نظر گرفته شده است. به منظور اثبات این ادعا در حالت هسته آگرتیکی برای نقاط سیم مرکزی آلیاژ حافظه دار در رویه بالایی و در محل برخورد (نقاط مشخص شده در شکل 13 که در فاصله 5 میلی متری از یکدیگر قرار دارند)، تغییرات کسر حجمی مارتنزیت و نمودار تنش- کرنش به ترتیب در شکل های 14 و 15 نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود در نقطه محل برخورد که دارای بیشترین خیز و بزرگترین مقادیر تنش است، بیشترین حجم آستنتیت اولیه به مارتنزیت تبدیل می گردد و به تبع آن بزرگترین حلقه هیستریزس اتفاق می افتد، اما با فاصله گرفتن از محل برخورد به دلیل کاهش میدان تنش، کسر حجمی مارتنزیت کاهش می یابد به گونه ای که در نقطه 5 تنش به تنش بحرانی تبدیل آستنتیت به مارتنزیت نمی رسد و به همین دلیل هیچ کسری از آستنتیت اولیه به مارتنزیت تبدیل نمی گردد و آلیاژ حافظه دار تنها یک رفتار الاستیک خطی در فاز آستنتیت را طی می کند.

4-4 اثر انرژی ضربه زنده

جهت بررسی اثر انرژی ضربه زنده بر پاسخ ضربه کم سرعت ورق مستطیلی ساندویچی با هسته آگرتیکی ($\nu = -0.3$) و رویه های کامپوزیتی تقویت شده با آلیاژ حافظه دار، میزان انرژی ضربه زنده را از 16 ژول به مقادیر 2، 3، 4 و 5 برابر افزایش می دهیم. برای این منظور یک بار با ثابت نگه داشتن جرم ضربه زنده به میزان 2 کیلوگرم میزان سرعت ضربه زنده را از 4 متر بر ثانیه به مقادیر $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، 2 و $\sqrt{5}$ برابر افزایش می دهیم و بار دیگر با ثابت نگه

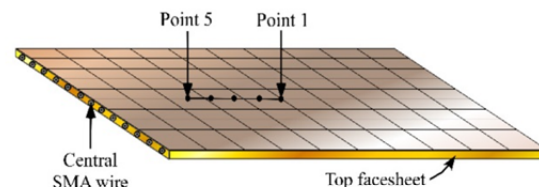


Fig. 13 The points of the central Nitinol wire of the top face sheet at the impact location

شکل 13 نقاط سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی و در ناحیه ضربه

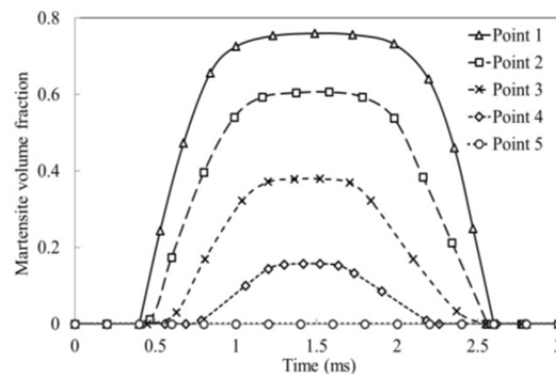


Fig. 14 Time variations of the martensite volume fraction of the central Nitinol wire at the points shown in Fig. 13

شکل 14 تغییرات زمانی کسر حجمی مارتنزیت سیم نایتینول مرکزی در نقاط نشان داده شده در شکل 13

ارائه و به کارگیری یک تئوری کلی- محلی هایبربولیک مرتبه بالا جدید پرداخته شد. در این مقاله توزیع غیریکنواخت و وابسته به زمان برای فازهای سیم های آلیاژ حافظه دار به طور دقیق در نظر گرفته شد و همچنین جابه جایی عرضی برای هسته انعطاف پذیر لحاظ گردید. علاوه بر این به جای استفاده از قانون متداول هرتز از قانون تماس اصلاح شده استفاده و قوانین تماس مختلفی برای فازهای بارگذاری و باربرداری در نظر گرفته شد، همچنین آثار سفتی همه لایه ها به همراه ضخامت ورق بر سفتی تماس در نظر گرفته شد.

در این پژوهش مشخص شد که هسته آگرتیکی سبب افزایش سفتی ظاهری ناحیه تماس ورق ساندویچی می شود که نتیجه آن افزایش نیروی برخورد و کاهش خیز و مدت زمان برخورد است. علاوه بر این در هسته آگرتیکی با افزایش قدر مطلق ضربه پواسون هسته شاهد افزایش نیروی برخورد و کاهش خیز و مدت زمان برخورد خواهیم بود، در حالی که در هسته معمولی عکس این حالت اتفاق می افتد. از طرف دیگر خاصیت سوپر الاستیسیته آلیاژ حافظه دار باعث می شود که این آلیاژ در حین ضربه با تشکیل حلقه هیستریزس انرژی زیادی را جذب کند که این امر سبب افزایش مقاومت به ضربه ورق ساندویچی کامپوزیتی و کاهش آسیب به وجود آمده در اثر ضربه می شود، همچنین میزان کسر حجمی مارتنزیت، نیروی برخورد و خیز محل برخورد با افزایش انرژی ضربه زننده افزایش می یابد. مدت زمان برخورد در هنگام افزایش انرژی برخورد توسط افزایش جرم ضربه زننده افزایش می یابد، اما در حالت افزایش انرژی برخورد توسط افزایش سرعت ضربه زننده کاهش می یابد.

6- مراجع

- [1] R. Ghajar, M. Shariyat, S. H. Hosseini, Nonlinear numerical elasticity analysis of eccentric low-velocity impact of a rectangular sandwich plate with composite face sheets subjected to biaxial preloads, *Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 5, No. 1, pp. 87-99, 2015. (in Persian فارسی)
- [2] S. H. Hosseini, S. Khalili, 3D numerical analysis of low-velocity impact of rectangular sandwich plates with FML face sheets, *Energetic Materials*, Vol. 10, No. 3, pp. 13-25, 2015. (in Persian فارسی)
- [3] M. Shariyat, S. H. Hosseini, Accurate eccentric impact analysis of the preloaded SMA composite plates, based on a novel mixed-order hyperbolic global-local theory, *Composite Structures*, Vol. 124, No. 1, pp. 140-151, 2015.
- [4] H. Lei, Z. Wang, B. Zhou, L. Tong, X. Wang, Simulation and analysis of shape memory alloy fiber reinforced composite based on cohesive zone model, *Materials & Design*, Vol. 40, No. 1, pp. 138-147, 2012.
- [5] A. Masuda, Q. Q. Ni, A. Sone, R. X. Zhang, T. Yamamura, Preliminary characterization and modeling of SMA-based textile composites, *Smart Structures and Materials*, Vol. 5383, No. 1, pp. 94-102, 2004.
- [6] K. T. Lau, H. Y. Ling, L. M. Zhou, Low velocity impact on shape memory alloy stitched composite plates, *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, No. 2, pp. 364-369, 2004.
- [7] V. Birman, Review of mechanics of shape memory alloy structures, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 50, No. 1, pp. 629-646, 1997.
- [8] A. Shimamoto, H. Ohkawara, F. Nogata, Enhancement of mechanical strength by shape memory effect in TiNi fiber-reinforced composites, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 71, No. 4, pp. 737-746, 2004.
- [9] T. Ogisu, M. Shimanuki, S. Kiyoshima, N. Takeda, A basic study of CFRP laminates with embedded prestrained SMA foils for aircraft structures, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 16, No. 2, pp. 175-185, 2005.
- [10] S. Angioni, M. Meo, A. Foreman, Impact damage resistance and damage suppression properties of shape memory alloys in hybrid composites-a review, *Smart Materials and Structures*, Vol. 20, No. 1, pp. 1-25, 2010.
- [11] S. H. Hosseini, M. Shariyat, R. Ghajar, Numerical simulation of low-velocity impact of rectangular composite plates with embedded SMA strips, considering the instantaneous local phase changes, *Energetic Materials*, Vol. 10, No. 2, pp. 53-63, 2015. (in Persian فارسی)
- [12] D. C. Lagoudas, *Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications*, pp. 1-40, Texas: Springer, 2008.
- [13] W. Yongdong, Z. Weifang, W. Guorong, Z. Jing, Low velocity impact response analysis of shape memory alloy reinforced composite beam, *Wuhan*

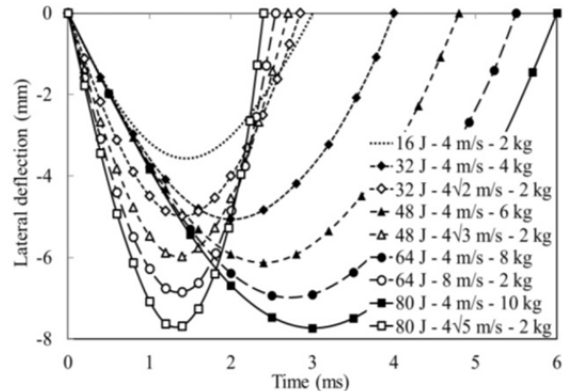


Fig. 17 Effect of various mass and velocity of indenter in different energy level on lateral deflection of the central point of the hybrid SMA-composite sandwich plate with auxetic core

شکل 17 تأثیر مقادیر مختلف جرم و سرعت ضربه زننده در سطوح مختلف انرژی بر خیز نقطه مرکزی ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با آلیاژ حافظه دار و هسته آگرتیکی

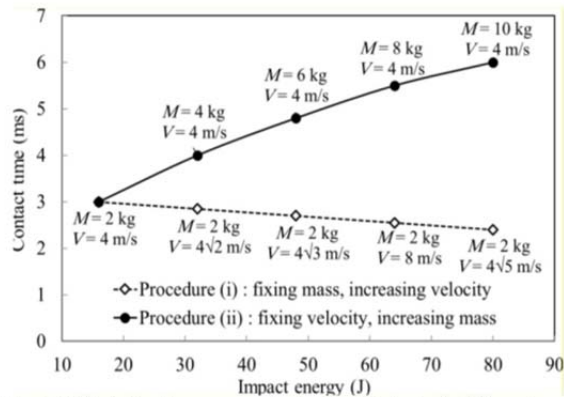


Fig. 18 Effect of various mass and velocity of indenter in different energy level on impact time duration of the SMA-composite sandwich plate with auxetic core

شکل 18 تأثیر مقادیر مختلف جرم و سرعت ضربه زننده در سطوح مختلف انرژی بر مدت زمان برخورد ورق ساندویچی کامپوزیتی تقویت شده با آلیاژ حافظه دار و هسته آگرتیکی

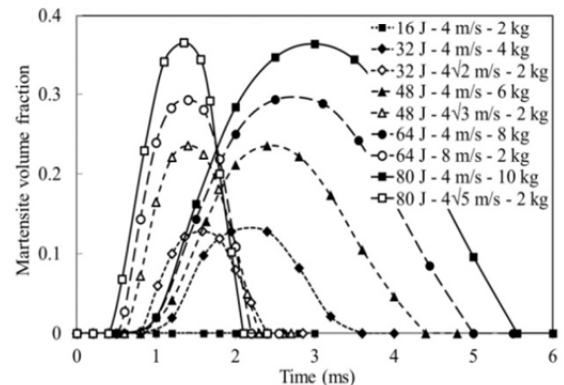


Fig. 19 Effect of various mass and velocity of indenter in different energy level on time variations of the martensite volume fraction of point 5 of the central Nitinol wire of the top face sheet

شکل 19 تأثیر مقادیر مختلف جرم و سرعت ضربه زننده در سطوح مختلف انرژی بر تغییرات زمانی کسر حجمی مارتنزیت نقطه 5 از سیم نایتینول مرکزی در رویه بالایی

تقویت شده با سیم های آلیاژ حافظه دار و هسته آگرتیکی انعطاف پذیر از طریق

- Structures*, Vol. 4, No. 2, pp. 229-242, 1993.
- [25] K. K. Chawla, *Composite Materials: Science and Engineering*, pp. 387-417, Birmingham: Springer, 2012.
- [26] J. Turner, Contact on a transversely isotropic half-space, or between two transversely isotropic bodies, *Solids and Structures*, Vol. 16, No. 5, pp. 409-419, 1980.
- [27] S. R. Swanson, Contact deformation and stress in orthotropic plates, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 36, No. 10, pp. 1421-1429, 2005.
- [28] S. Yang, C. Sun, Indentation law for composite laminates, *6th International Conference on Composite Materials: Testing and Design*, ASTM International, pp. 425-449, 1982.
- [29] M. R. Eslami, *Finite Elements Methods in Mechanics*, pp. 313-330, Switzerland: Springer, 2014.
- [30] P. M. Schubel, J. J. Luo, I. M. Daniel, Low velocity impact behavior of composite sandwich panels, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 36, No. 10, pp. 1389-1396, 2005.
- [31] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, Second Edition, pp. 172-193, New York: CRC Press, 2004.
- [32] C. Kleinstreuer, Z. Li, C. Basciano, S. Seelecke, M. Farber, Computational mechanics of Nitinol stent grafts, *Biomechanics*, Vol. 41, No. 11, pp. 2370-2378, 2008.
- [33] A. Shokuhfar, S. Khalili, F. A. Ghasemi, K. Malekzadeh, S. Raissi, Analysis and optimization of smart hybrid composite plates subjected to low-velocity impact using the response surface methodology (RSM), *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, No. 11, pp. 1204-1212, 2008.
- [34] A. J. Zak, M. P. Cartmell, W. Ostachowicz, A sensitivity analysis of the dynamic performance of a composite plate with shape memory alloy wires, *Composite Structures*, Vol. 60, No. 2, pp. 145-157, 2003.
- [35] R. X. Zhang, Q. Q. Ni, A. Masuda, T. Yamamura, M. Iwamoto, Vibration characteristics of laminated composite plates with embedded shape memory alloys, *Composite Structures*, Vol. 74, No. 4, pp. 389-398, 2006.
- [36] V. Birman, I. Rusnak, Vibrations of plates with superelastic shape memory alloy wires, *Engineering Mathematics*, Vol. 78, No. 1, pp. 223-237, 2013.
- University of Technology-Materials Science Edition*, Vol. 20, No. 3, pp. 70-73, 2005.
- [14] M. Qidwai, D. Lagoudas, Numerical implementation of a shape memory alloy thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms, *Numerical Methods in Engineering*, Vol. 47, No. 6, pp. 1123-1168, 2000.
- [15] E. H. Kim, I. Lee, J. H. Roh, J. S. Bae, I. H. Choi, K. N. Koo, Effects of shape memory alloys on low velocity impact characteristics of composite plate, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 11, pp. 2903-2909, 2011.
- [16] J. S. Paine, C. A. Rogers, Shape memory alloys for damage-resistant composite structures, *Active Materials and Smart Structures*, Vol. 2427, No. 1, pp. 358-371, 1995.
- [17] Y. Wu, Y. Wu, Y. Wang, W. Zhong, Study on the response to low-velocity impact of a composite plate improved by shape memory alloy, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 20, No. 4, pp. 357-362, 2007.
- [18] V. Birman, K. Chandrashekhara, S. Sain, An approach to optimization of shape memory alloy hybrid composite plates subjected to low-velocity impact, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 27, No. 5, pp. 439-446, 1996.
- [19] S. Khalili, A. Shokuhfar, K. Malekzadeh, F. A. Ghasemi, Low-velocity impact response of active thin-walled hybrid composite structures embedded with SMA wires, *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, No. 9, pp. 799-808, 2007.
- [20] V. Birman, Stability of functionally graded shape memory alloy sandwich panels, *Smart Materials and Structures*, Vol. 6, No. 3, pp. 278-286, 1997.
- [21] M. Shariyat, S. H. Hosseini, Eccentric impact analysis of pre-stressed composite sandwich plates with viscoelastic cores: a novel global-local theory and a refined contact law, *Composite Structures*, Vol. 117, No. 1, pp. 333-345, 2014.
- [22] M. Shariyat, A generalized global-local high-order theory for bending and vibration analyses of sandwich plates subjected to thermo-mechanical loads, *Mechanical Sciences*, Vol. 52, No. 3, pp. 495-514, 2010.
- [23] H. Chalak, A. Chakrabarti, M. A. Iqbal, A. H. Sheikh, An improved C0 FE model for the analysis of laminated sandwich plate with soft core, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 56, No. 1, pp. 20-31, 2012.
- [24] L. C. Brinson, One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable, *Intelligent Material Systems and*