

## تحلیل تoleransi غیرخطی مجموعه‌های مکانیکی به کمک کامپیوتر با استفاده از روش مرتبه دوم بهبود یافته

امید سعدی‌خانی<sup>1</sup>، سید علی هاشمیان<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار

\* سبزواری، صندوق پستی 9617976487-397، a.hashemian@hsu.ac.ir

### چکیده

تحلیل تoleransi نقش گسترده‌ای در پیش‌بینی کیفیت محصول و کاهش هزینه‌های تولید دارد. این فرآیند عموماً پیچیده بوده و روش‌های موجود برای تحلیل انواع مجموعه‌های کاربردی مناسب نیستند. از این رو وجود روشی جامع برای بررسی اثر تoleransi‌ها بر کیفیت و هزینه محصول یک نیاز اساسی در صنعت ساخت و تولید به شمار می‌آید. در همین راستا این مقاله روش تحلیل تoleransi مرتبه دوم بهبود یافته را جهت بررسی مجموعه‌های پیچیده ارائه می‌دهد. روش تحلیل تoleransi مرتبه دوم راجع روشی دقیق و کارآمد برای تعیین شاخصه‌های توزیع مشخصه کلیدی مجموعه‌های مکانیکی است، اما از آن جایی که یافتن تابع مونتاژی در این روش مستلزم تشکیل حلقه‌های برداری است، از آن تنها برای مجموعه‌های ساده می‌توان استفاده کرد. در مجموعه‌های مکانیکی کاربردی که معمولاً از پیچیدگی‌های بیشتری برخوردارند، تشکیل حلقه‌های برداری ممکن است با موانعی روبه‌رو گردد. در این تحقیق با استفاده از برقراری ارتباط بین نرم‌افزارهای سالیدورکس<sup>1</sup> و متل<sup>2</sup> این موانع حل شده است به گونه‌ای که می‌توان از آن برای هر مجموعه مکانیکی بدون نیاز به تشکیل حلقه‌های برداری استفاده کرد. نرم‌افزار متلب تغییرات لازم را در مدل سالیدورکس مجموعه ایجاد نموده و مشتقات تابع مونتاژی که مورد نیاز تحلیل تoleransi است، براساس آن محاسبه می‌گردد. سپس گشتاورهای آماری محاسبه و با استفاده از سیستم پیرسون<sup>3</sup> توزیع آماری مشخصه کلیدی به دست می‌آید. این روش برای تحلیل مجموعه‌های با تابع مونتاژی خطی و غیرخطی و هر نوع توزیع آماری مناسب است. در پایان قابلیت‌های روش پیشنهادی با ارائه چند مثال کاربردی، بررسی و صحت نتایج به کمک شبیه‌سازی مونت‌کارلو تأیید می‌گردد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 05 بهمن 1396  
 پذیرش: 15 اسفند 1396  
 ارائه در سایت: 24 فروردین 1397

کلید واژگان:

تحلیل تoleransi غیرخطی  
 تحلیل حساسیت  
 روش مرتبه دوم بهبود یافته  
 گشتاورهای آماری

## Nonlinear computer-aided tolerance analysis of mechanical assemblies using improved second-order method

Omid Sadikhani<sup>1</sup>, Seyed Ali Hashemian<sup>1\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

\* P.O.B.9617976487-397 Sabzevar, Iran, a.hashemian@hsu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 25 January 2018  
 Accepted 06 March 2018  
 Available Online 13 April 2018

### Keywords:

Nonlinear tolerance analysis  
 sensitivity analysis  
 improved second-order method  
 statistical moments

### ABSTRACT

Tolerance analysis plays a crucial role in predicting the quality of products and reducing production costs. This procedure is generally complex and available methods for analyzing different types of assemblies are not always applicable. Accordingly, having a comprehensive approach to assess the effect of tolerances on the quality and cost of products is a fundamental requirement in the manufacturing industry. This paper proposes the improved second-order method for tolerance analysis of complex assemblies. The conventional second-order tolerance analysis (SOTA) is an accurate and applicable method for obtaining the statistical specifications of the assembly's key characteristic. However, determining the assembly function in SOTA entails forming vector loops and therefore, this method is limited to simple assemblies. On the other hand, in mechanical assemblies that are usually complex, creating vector loop may encounter some difficulties in practice. In this study, the mentioned issues have been overcome by linking SolidWorks and MATLAB software to employ the proposed methodology for any mechanical assemblies without creating vector loops. For this purpose, MATLAB software makes necessary changes in the SolidWorks model and calculates the derivatives of the assembly function, which are required for the analysis. Then, the statistical moments are computed and the probability distribution of the key characteristic is obtained using the Pearson system. The present study is appropriate for analyzing either linear or nonlinear assembly functions with any statistical distribution. Finally, the applicability of the proposed approach is investigated by some practical examples and the accuracy of results is confirmed by Monte Carlo simulation.

<sup>۲</sup>مصرف‌کنندگان و همچنین اهمیت بالای کیفیت محصولات سبب شده تا تولیدکنندگان در راستای کسب سهم بیشتری از بازار مصرف به دنبال

1- مقدمه  
 رشد روزافزون تکنولوژی و فناوری در عرصه‌های مختلف، متنوع شدن سلیقه

<sup>2</sup> Matlab

<sup>3</sup> Pearson System

<sup>1</sup> Solid works

طراحی تکراری نام دارد. یکی از مسائل اصلی در فرآیند تحلیل تoleransi به دست آوردن تابع مونتاژی است که تنها در پاره‌ای از مسائل فرم صریحی از آن در دسترس است.

از این روش‌های مختلفی از جمله روش حلقه‌های برداری برای مدل‌سازی ارتباط بین ابعاد اجزا و مشخصه کلیدی ارائه شده است. این روش‌ها نیز کاربردی نبوده و عملاً نمی‌توان در صنعت از آن‌ها استفاده کرد. این مقاله در ادامه راه کاری برای حل این چالش ارائه خواهد کرد. شماتیکی از فرآیند تحلیل تoleransi در شکل 1 نشان داده شده است.

تاکنون روش‌های مختلفی برای انجام فرآیند تحلیل تoleransi ارائه شده است که هر کدام مزایا و معایبی دارند. چالش اصلی در تحلیل تoleransi دستیابی به روشی است که علاوه بر داشتن دقت در محاسبه شاخصه‌های توزیع در دسترس بوده و در صنعت نیز برای مجموعه‌های مختلف به راحتی قابل استفاده باشد. در بخش پسین این پژوهش روش‌های مختلف تحلیل تoleransi بررسی می‌گردد.

## 1-2- کارهای مرتبط

یکی از مراحل اصلی در تحلیل تoleransi نحوه مدل‌سازی اثر تoleransi‌هاست. بیشتر محققان به دنبال دستیابی به روش‌های نزدیک به واقعیت، کاربردی و آسان برای مدل‌سازی اثر تoleransi‌ها هستند. در میان تحقیق‌های جدید در سال‌های اخیر می‌توان به تحقیق ارائه شده توسط فرانسوسا و همکاران [2] اشاره کرد که در آن روشی جامع برای محاسبه تغییرات مشخصه کلیدی براساس گراف ارتباط ابعاد معرفی شده است. دانتان و همکاران [3] روش فرمول‌بندی مسئله براساس طبقه‌بندی عدم قطعیت‌ها ارائه کردند. اسپچلیچ و همکاران [4] نیز روشی برای توصیف تoleransi‌های هندسی براساس تعریف نقاط و مرزها ارائه کردند. خدایگان و موحدی مدل درجات آزادی کوچک را با حساب بازهای مودال ترکیب کرده و روش جدیدی را بر مبنای منطق فازی گسترش دادند [5].

در یک دسته‌بندی کلی روش‌های تحلیل تoleransi ارائه شده را می‌توان به دو روش بدترین حالت<sup>2</sup> [6] و روش‌های آماری تقسیم کرد. روش بدترین حالت یکی از در دسترس‌ترین روش‌های تحلیل تoleransi است. در این روش از حد بالا و پایین تoleransi‌های هر جز برای تحلیل استفاده می‌شود. با وجود این که مدل بدترین کاملاً تضمین می‌نماید که تمام مجموعه‌های تولید شده در محدوده مورد نظر قرار خواهند داشت، اما این مدل نیازمند محدوده تoleransi بسیار بسته برای قطعات است که افزایش هزینه‌های تولیدی را در پی خواهد داشت.

برای رفع این مشکل معمولاً از روش‌های آماری استفاده می‌شود. در میان روش‌های آماری می‌توان به روش‌های نمونه برداری اشاره کرد. روش‌های نمونه برداری از جمله روش‌های دقیق، اما بسیار گران در تحلیل

راه‌کارهایی برای بهبود کیفیت، تضمین مرغوبیت کالا و کاهش هزینه‌های تولید برای جلب رضایت مشتریان باشند. کاهش جزئی هزینه‌ها و یا افزایش سطح کیفیت یک محصول در این بازار رقابتی می‌تواند تعیین‌کننده موفقیت و یا عدم موفقیت یک محصول باشد.

## 1-1- اصطلاحات کاربردی

وجود خطاهای ذاتی در فرآیندهای تولیدی (مانند سایش ابزارهای ماشین‌کاری، تغییر شکل قالب‌ها و غیره) باعث می‌شود تا قطعات تولید شده دارای اندازه مشخصی نباشند و در اثر وجود این خطاها تغییرات کوچکی در اندازه قطعات ایجاد گردد. از آنجایی که طراح نمی‌تواند فرآیندهای تولید را تحت کنترل داشته باشد؛ بنابراین محدوده تغییرات ابعاد را به گونه‌ای تعیین می‌کند که با وجود این خطاها باز هم مجموعه مونتاژی عملکرد مطلوب را داشته باشد به این محدوده تغییرات تoleransi می‌گویند.

در هر مجموعه مکانیکی محدوده تغییرات یک یا چند پارامتر خاص از اهمیت بیشتری برخوردار است که در واقع عملکرد کلی مجموعه نیز براساس دقت این پارامترها سنجیده خواهد شد. به این پارامترها در اصطلاح مشخصه کلیدی<sup>1</sup> گفته می‌شود. برای نمونه می‌توان فاصله دو قطعه نسبت به یکدیگر و یا میزان تغییر شکل در اعضای مجموعه را به عنوان یک مشخصه کلیدی معرفی کرد. انباشتگی تoleransi‌ها در مجموعه‌های مکانیکی با کیفیت محصول نهایی و هزینه‌های تولید ارتباطی تنگاتنگ دارد. تغییرات ابعادی بسیار کوچک در هر یک از قطعات روی هم انباشته شده و در کل مجموعه گسترش می‌یابد که می‌تواند مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی را دچار تغییرات نامطلوبی نماید.

اغلب یکی از نگرانی‌های طراحان انتخاب محدوده تoleransi مناسب برای قطعات است. انتخاب محدوده بزرگ تoleransi در عمل منجر به کاهش دقت قطعات تولیدی شده و مجموعه مونتاژی حاصل کارایی مطلوب خود را از دست می‌دهد. از طرفی هزینه‌های تولید با کوچک در نظر گرفتن تoleransi‌ها به شدت افزایش خواهد یافت [1]. در اختیار داشتن روشی جامع برای بیان ارتباط تoleransi‌های ورودی با محدوده تغییرات مشخصه کلیدی مجموعه می‌تواند نقش مهمی در کاهش هزینه‌ها و افزایش کیفیت محصول ایفا کند. تحلیل تoleransi روشی است که به کمک آن می‌توان حساسیت (تأثیر هر یک از تoleransi‌ها) و همچنین درصد مشارکت هر یک از ابعاد را در مشخصه کلیدی محصول نهایی تعیین کرد. در فرآیند تحلیل تoleransi به تابعی که ارتباط بین ابعاد اجزا و مشخصه کلیدی را برقرار می‌کند تابع مونتاژی می‌گویند. با در نظر گرفتن  $x_i$  به عنوان اندازه‌های نامی قطعات تشکیل‌دهنده یک مجموعه،  $T_i$  تoleransi مربوط به هر بعد و همچنین  $y$  به عنوان مشخصه کلیدی مجموعه تابع مونتاژی را می‌توان به صورت رابطه (1) تعریف کرد.

$$y = u(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i) \quad (1)$$

در این رابطه  $x_i$ ها در محدوده تoleransi تعریف شده تغییر کرده و باعث ایجاد تغییرات در مشخصه کلیدی و در نهایت کارکرد مجموعه می‌شوند.

در فرآیند تحلیل تoleransi با به دست آوردن تابع مونتاژی، مقدار نامی و تoleransi مشخصه کلیدی تعیین می‌شود. در نتیجه طراح می‌تواند اطمینان حاصل کند که تغییرات مشخصه کلیدی پس از فرآیند تولید با توجه به تoleransi‌های داده شده در محدوده قابل قبول قرار خواهد گرفت. در غیر این صورت طراح می‌تواند با توجه به درصد مشارکت و حساسیت‌های به دست آمده تoleransi‌ها را تغییر داده و به هدف مطلوب خود دست یابد. این فرآیند

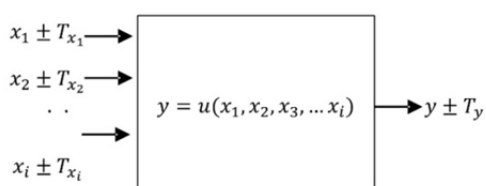


Fig. 1 A schematic layout of the tolerance analysis process

شکل 1 نمایی شماتیک از فرآیند تحلیل تoleransi

<sup>2</sup> Worst Case

<sup>1</sup> Key Characteristic (KC)

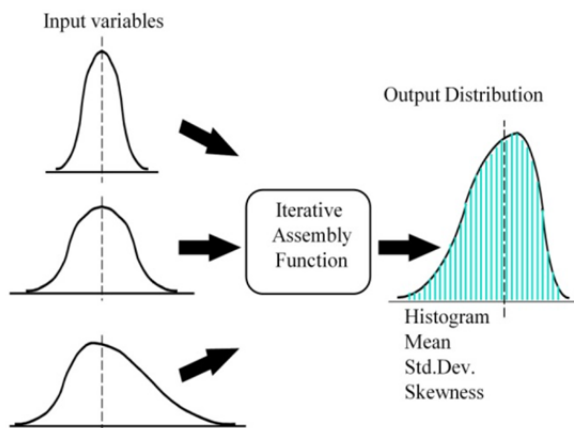


Fig. 2 A schematic layout of Monte Carlo simulation [14]

شکل 2 نمایی شماتیک از شبیه‌سازی مونت‌کارلو [14]

زده می‌شود که به متغیرهای ورودی وابسته است. در حقیقت روش رویه پاسخ با مدل‌بندی کردن ارتباط مشخصه کلیدی با متغیرهای ورودی به شناسایی میزان و نوع اثر عوامل مهم و تأثیرگذار بر مشخصه کلیدی و با توجه به تغییرات دلخواه روی متغیرهای ورودی می‌پردازد [15]. دقت این روش بسیار وابسته به رویه پاسخ است، به همین دلیل استفاده از این روش زمانی که تعداد متغیرهای ورودی زیاد باشد دشوار بوده و کارایی خود را از دست می‌دهد.

در حالت کلی اگر مشخصه کلیدی مجموعه تابع دلخواهی از متغیرهای ورودی باشد، توزیع آماری (تابع چگالی احتمال<sup>5</sup>) آن با محاسبه گشتاورهای آماری تعیین خواهد شد. در مبحث آمار چند متغیره، گشتاور  $r$ -ام تابع  $u$  حول مبدأ به صورت رابطه (2) تعیین خواهد شد [16].

$$m^r = E[u^r(v_1, \dots, v_N)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} u^r(v_1, \dots, v_N) f_{i_0}(v_1, \dots, v_N) dv_1 \dots \quad (2)$$

در این رابطه  $m^r$  بیانگر گشتاور  $r$ -ام مشخصه کلیدی است که شاخصه‌های توزیع مشخصه کلیدی (مقدار میانگین<sup>6</sup>، انحراف استاندارد<sup>7</sup>، عدم تقارن<sup>8</sup> و کشیدگی<sup>9</sup>) به کمک آن تعیین خواهد شد. همچنین  $E$  اپراتور امید ریاضی و متغیرهای ورودی در یک مجموعه مکانیکی زیاد باشد نمی‌توان حل تحلیلی برای رابطه (2) پیدا کرد و حل عددی آن نیز بسیار زمان‌بر و پرهزینه است. از این‌رو رحمان و زو [18,17] با معرفی روش کاهش بعد<sup>10</sup> توانستند تابع مونت‌کارلی چند متغیره را به صورت ترکیبی از چند تابع تک متغیره بازنویسی کنند. آن‌ها از روش‌های عددی برای حل انتگرال‌های تک‌گانه استفاده کردند که دقت این روش بسیار وابسته به تعداد نقاط انتگرال‌گیری است، از طرفی با زیاد شدن تعداد نقاط، هزینه محاسبات زیاد خواهد شد. برای حل این مشکل یون و همکاران [19] روش کاهش بعد ارتقاء یافته<sup>11</sup> (ای‌دی‌آر) را ارائه دادند. این روش توسط هاشمیان و ایمانی با در نظر گرفتن کوواریانس بین متغیرهای ورودی بهبود داده شده است [21,20]. این روش‌ها به دلیل عدم محاسبه ماتریس حساسیت به عنوان تحلیل آماری بدون حساسیت

تفرانسی هستند. روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو [8,7] یکی از روش‌های رایج نمونه برداری است که در تحلیل تفرانسی نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

اساس این روش بر تکرار فرآیند استوار است. در این روش ابعاد قطعات به صورت کاملاً تصادفی انتخاب شده و وارد تابع مونت‌کارلی می‌شود، سپس مقدار مشخصه کلیدی محاسبه می‌گردد. این کار به دفعات زیاد تکرار شده تا یک جامعه آماری بزرگ از مشخصه کلیدی به دست آید. سپس با استفاده از روش‌های آماری شاخصه‌های توزیع مشخصه کلیدی به دست می‌آید. دقت این روش بسیار وابسته به جامعه آماری آن است به گونه‌ای که برای دستیابی به دقت بیشتر باید جامعه آماری بزرگی در نظر گرفته شود. این روش از جمله روش‌های تحلیل تفرانسی است که در آن می‌توان علاوه بر توزیع‌های نرمال از توزیع‌های غیرنرمال نیز برای متغیرها استفاده کرد. اگرچه این روش برای توابع مونت‌کارلی غیرخطی نیز مناسب بوده، اما به دلیل سنگین بودن محاسبات و همچنین عدم کارایی برای طراحی‌های تکراری، نمی‌توان از آن به عنوان روشی مناسب در تحلیل تفرانسی نام برد.

روش‌های نمونه برداری دیگری از جمله روش شبه مونت‌کارلو [9] برای کاهش بار محاسباتی روش مونت‌کارلو نیز ارائه شده، اما چالش اصلی این روش‌ها همچنان هزینه سنگین محاسبات است. از این روش با تعداد تکرارهای زیاد برای اعتبارسنجی سایر روش‌ها استفاده می‌شود. شماتیک از فرآیند شبیه‌سازی مونت‌کارلو در شکل 2 آورده شده است. سنگین بودن محاسبات روش مونت‌کارلو سبب شده تا در فرآیند تحلیل تفرانسی از روش‌هایی استفاده شود که تغییرات مشخصه کلیدی را براساس مشتقات تابع مونت‌کارلی بیان می‌کنند. یکی از روش‌های آماری که از مشتقات مرتبه اول برای به دست آوردن شاخصه‌های توزیع استفاده می‌کند، روش خطی‌سازی مستقیم<sup>1</sup> است. در این روش مشخصه مونت‌کارلی مجموعه به کمک حلقه‌های برداری [11,10,1] به ابعاد اصلی قطعات مرتبط شده و محدوده تغییرات مشخصه مونت‌کارلی به کمک یکی از مدل‌های بدترین حالت و یا روش حداقل مربعات<sup>2</sup> تخمین زده می‌شود. در روش خطی‌سازی مستقیم معادلات غیرخطی سیستم که بیانگر ارتباط بین مشخصه مونت‌کارلی و متغیرهای تولیدی است، با استفاده از جملات مرتبه اول بسط سری تیلور<sup>3</sup> به مجموعه‌ای از معادلات خطی تبدیل می‌شود؛ بنابراین یافتن واریانس آن برای یک عبارت خطی کافی است، چرا که مقدار متوسط یک تحلیل خطی برای توزیع نرمال همان مقدار نامی آن است. اگرچه این روش به دلیل حجم محاسبات کم برای طراحی‌های تکراری مناسب بوده، اما دارای معایبی از جمله در نظر گرفتن ورودی‌ها به صورت نرمال و خطی نمودن تابع مونت‌کارلی است. از دیگر معایب این روش این است که نمی‌توان برای مجموعه‌های با تعداد قطعات زیاد به راحتی حلقه‌های برداری را تشکیل داد.

روش دیگری برای تحلیل تفرانسی بر مبنای روش سه‌گانه تاگوچی توسط سو و همکاران [12] ارائه شده است. این روش برای توابع مونت‌کارلی غیرخطی با ورودی‌های نرمال و غیرنرمال مناسب است، اما به دلیل عدم محاسبه ضرایب حساسیت برای طراحی‌های تکراری مناسب نیست. از این روش زمانی که تعداد متغیرهای ورودی زیاد می‌شود نمی‌توان بهره برد، چراکه محاسبات آن هم‌تراز با روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو خواهد شد. روش رویه پاسخ<sup>4</sup> [13] یکی دیگر از روش‌هایی است که از آن در تحلیل تفرانسی استفاده می‌شود در این روش با استفاده از تکنیک طرح آزمایش، تابع مونت‌کارلی با یک رویه تقریب

<sup>5</sup> Probability density function

<sup>6</sup> Mean

<sup>7</sup> Standard deviation

<sup>8</sup> Skewness

<sup>9</sup> Kurtosis

<sup>10</sup> Dimension-reduction method

<sup>11</sup> Eigenvector dimension reduction (EDR) method

<sup>1</sup> Direct Linearization Method (DLM)

<sup>2</sup> Root Sum Squares (RSS)

<sup>3</sup> Taylor's Series Expansion

<sup>4</sup> Response surface methodology

شکل 3 یک مجموعه دو بعدی را نشان می‌دهد که توسط حلقه‌های برداری توصیف شده است. یک حلقه برداری به طور ریاضی ارتباط بین ابعاد و زوایای هر یک از اجزا را بیان می‌کند و توانایی مدل کردن ابعاد و تغییرات سینماتیکی را دارند.

حلقه‌های برداری بسته در تحلیل ترانسسی اهمیت بسیاری دارند. این حلقه‌ها می‌تواند به صورت مجموعه‌ای از معادلات غیرخطی به صورت رابطه (3) نوشته شود.

$$h(x, u) = 0 \quad (3)$$

در این معادله  $h$  مجموعه معادلات حلقه‌ها،  $x$  مجموعه بردارهایی است که ابعاد هر یک از اجزا را توصیف می‌کند و  $u$  مجموعه‌ای از بردارهاست که زاویه‌ها و طول‌های مجهول مونتاژی را مشخص می‌کند. طول‌ها و زاویه‌های مجهول مونتاژی به صورت تابعی از ابعاد هر یک از اجزا تغییر می‌کنند [22].

تشکیل حلقه‌های برداری با دشواری‌هایی از جمله پیچیده بودن حلقه‌ها برای مجموعه‌های با قطعات زیاد و امکان بروز خطای کاربر در حین تشکیل حلقه‌ها همراه است. از این رو در عمل نمی‌توان از این روش به عنوان روشی جامع برای تحلیل ترانسسی مجموعه‌های صنعتی استفاده کرد. این پژوهش در ادامه با معرفی روش مرتبه دوم بهبود یافته، به حل این دشواری می‌پردازد.

روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم از روش گشتاورهای سیستم (ام‌اس‌ام) که روشی برای تخمین تابع پاسخ سیستم براساس ارتباط بین متغیرهای ورودی و خروجی و همچنین توزیع متغیرهای ورودی است، جهت تعیین شاخصه‌های توزیع تابع پاسخ سیستم بهره می‌برد. این شاخصه‌ها در شکل 4 نشان داده شده است. با استفاده از این شاخصه‌ها می‌توان تابع چگالی احتمال مشخصه کلیدی را به دست آورد.

این روش به وسیله بسط مرتبه دوم سری تیلور حول مقدار متوسط به صورت رابطه (4) فرمول‌بندی می‌شود.

$$u_i = u_i^0 + \sum_{j=1}^n \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (x_j - \bar{x}_j) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} (x_j - \bar{x}_j)^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} (x_j - \bar{x}_j)(x_k - \bar{x}_k) \quad (4)$$

در این روش با در نظر گرفتن مشتق‌ها به صورت رابطه (5) و با انتقال مرجع با توجه به رابطه (6) و جای‌گزین کردن  $y_i$  با  $u_i$  می‌توان عبارتها برای محاسبه گشتاورها را ساده‌سازی نمود. در رابطه (6) منظور از  $u_i^0$  مقدار نامی مشخصه کلیدی است.

$$b_j = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, b_{jj} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}, b_{jk} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} \quad (5)$$

$$y_i = u_i - u_i^0 \quad (6)$$

در نهایت امیدهای ریاضی را می‌توان از رابطه‌های (7-10) به دست آورد. در این روابط  $\mu_i(x_j)$  بیانگر  $i$ -امین گشتاور از  $j$ -امین جز است.

$$E(y_i) = \sum_{j=1}^n b_{jj} \mu_2(x_j) \quad (7)$$

$$E(y_i^2) = \sum_{j=1}^n [b_j^2 \mu_2(x_j) + 2b_{jj} b_{jj} \mu_3(x_j) + b_{jj}^2 \mu_4(x_j)] + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n (2b_{jj} b_{kk} + b_{jk}^2) \mu_2(x_j) \quad (8)$$

$$E(y_i^3) = \sum_{j=1}^n b_j^3 \mu_3(x_j) \quad (9)$$

(اس‌اف‌پی‌ای)<sup>1</sup> نیز شناخته می‌شوند. اگرچه این کار تا حدی مشکل‌انگیز است، اما این روش‌ها دقت خوبی در محاسبه گشتاورهای بالاتر ندارند. عدم محاسبه ضرایب حساسیت باعث شده تا این روش‌ها برای طراحی‌های تکراری نیز مناسب نباشند.

گلنسی و چیس [22] روش دیگری با عنوان روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم<sup>2</sup> ارائه کردند. آن‌ها تابع مونتاژی را با استفاده از یک تقریب مرتبه دوم به وسیله مشتق‌های مرتبه دوم مدل‌سازی نمودند و با روش گشتاورهای سیستم<sup>3</sup> [23] (ام‌اس‌ام) توزیع آماری مشخصه کلیدی را محاسبه کردند. این روش برای ورودی‌های با توزیع نرمال و غیرنرمال و همچنین تابع‌های مونتاژی غیرخطی مناسب است. این روش توسط موحدی و خدایگان [24] برای تحلیل ترانس‌های نامتقارن اصلاح گردید، اما این روش از تشکیل حلقه‌های برداری برای به دست آوردن تابع مونتاژی استفاده می‌کند. استفاده از حلقه‌های برداری برای مجموعه‌های به نسبت ساده امکان‌پذیر است، اما برای مجموعه‌های پیچیده تشکیل حلقه‌های برداری عملاً دشوار بوده و ممکن است با خطای انسانی در تشکیل حلقه‌ها همراه شود.

هدف از این تحقیق با توجه به نقش گسترده رایانه و نرم‌افزارها در فرآیندهای طراحی و تحلیل مجموعه‌های مونتاژی و همچنین تأثیر ترانس‌ها بر کیفیت محصول و هزینه‌های تولید، انجام فرآیند تحلیل ترانسسی مجموعه‌های سه بعدی و پیچیده به صورت رایانه‌ای است. در همین راستا روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم بهبود یافته ارائه می‌گردد که دارای پیشرفت‌هایی نسبت به روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم رایج است. در این روش نیازی به تشکیل حلقه‌های پیچیده برداری نیست، این کار مستقیماً با برقراری ارتباط بین نرم‌افزارهای سالیدورکس و متلب صورت می‌گیرد. نرم‌افزار متلب تغییرات لازم را در مدل سالیدورکس مجموعه ایجاد نموده و مشتقات تابع مونتاژی محاسبه می‌گردد که مورد نیاز تحلیل ترانسسی است. در واقع در این روش از مجموعه مونتاژی نرم‌افزار سالیدورکس به عنوان تابع مونتاژی استفاده شده تا به کمک آن نحوه ارتباط ابعاد اجزا و ترانس‌هایشان نسبت به مشخصه کلیدی و همچنین نحوه مقید شدن قطعات نسبت به یکدیگر مدل‌سازی شود. با به دست آوردن مشتق‌های موردنیاز ضرایب حساسیت و درصد مشارکت هر یک از ابعاد محاسبه و سپس با استفاده از روش ام‌اس‌ام گشتاورهای مشخصه کلیدی محاسبه شده و می‌توان شاخصه‌های توزیع مشخصه کلیدی را محاسبه کرد. در نهایت با استفاده از سیستم پیرسون توزیع آماری مشخصه کلیدی به دست خواهد آمد.

در ادامه این مقاله روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم در بخش 2 توضیح داده خواهد شد؛ سپس روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم بهبود یافته در بخش 3 معرفی می‌شود. در بخش 4 نیز با بیان چند مثال دقت و کارایی روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم بهبود یافته مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج به دست آمده در بخش 5 مورد بحث و بررسی قرار خواهند گرفت. در نهایت بخش 6 به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مقاله خواهد پرداخت.

## 2- روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم

برای بیان روش تحلیل ترانسسی مرتبه دوم لازم است توضیح مختصری در رابطه با حلقه‌های برداری داده شود. از این حلقه‌ها برای مدل‌سازی ارتباط مونتاژی و سینماتیکی قطعات در مجموعه‌های مکانیکی استفاده می‌شود.

<sup>1</sup> Sensitivity-Free Probability Analysis

<sup>2</sup> Second-Order Method

<sup>3</sup> Method of System Moment (MSM)

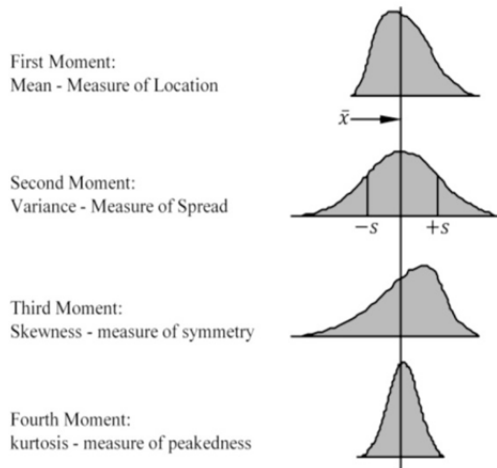


Fig. 4 First four statistical moments [22]

شکل 4 چهار گشتاور اول آماری [22]

برای مدل‌سازی تابع مونتاژی بهره می‌برند. تشکیل این حلقه‌ها برای مجموعه‌های ساده امکان‌پذیر است، اما برای مجموعه‌هایی با تعداد قطعات زیاد این کار دشوار بوده و باعث می‌شود طراح در تشکیل حلقه‌ها دچار خطا و اشتباه گردد.

با توجه به بررسی‌های صورت گرفته روش مرتبه دوم به دلیل در نظر گرفتن تابع مونتاژی به صورت غیرخطی، وجود ضرایب حساسیت برای انجام طراحی‌های تکراری و حجم محاسبات کم روشی مناسب در تحلیل تفرانسی به شمار می‌آید. استفاده از حلقه‌های برداری برای تشکیل تابع مونتاژی باعث شده تا نتوان از این روش به عنوان روشی جامع در تحلیل تفرانسی استفاده کرد. در این مقاله از مجموعه مونتاژی در نرم‌افزار سالیدورکس برای تشکیل تابع مونتاژی استفاده می‌شود. به این صورت که با فراخوانی نرم‌افزار سالیدورکس توسط نرم‌افزار متلب می‌توان مقادیر تابع مونتاژی را به ازای تمام ورودی‌ها به دست آورد. با این کار مشتقات لازم برای استفاده از روش مرتبه دوم محاسبه می‌گردد و دیگر نیازی به تشکیل حلقه‌های برداری نیست. در این روش برای محاسبه مقادیر مشتق‌ها، طبق روش تفاضل محدود از رابطه‌های (15-17) استفاده می‌شود.

$$b_j = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{u_i(x_j + \Delta x_j, u_i) - u_i(x_j - \Delta x_j, u_i)}{2\Delta x_j} \quad (15)$$

$$b_{jj} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} = \frac{u_i(x_j + \Delta x_j, u_i) - 2u_i(x_j, u_i) + u_i(x_j - \Delta x_j, u_i)}{\Delta x_j^2} \quad (16)$$

$$b_{jk} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} = \frac{u_i(x_j + \Delta x_j, x_k + \Delta x_k, u_i) - u_i(x_j - \Delta x_j, x_k + \Delta x_k, u_i) - u_i(x_j + \Delta x_j, x_k - \Delta x_k, u_i) + u_i(x_j - \Delta x_j, x_k - \Delta x_k, u_i)}{4\Delta x_j \Delta x_k} \quad (17)$$

ابتدا نرم‌افزار متلب سالیدورکس را فراخوانی کرده و مجموعه مونتاژی باز می‌شود، در گام بعدی ابعاد، تفرانس‌ها و همچنین توزیع متغیرهای آن‌ها با توجه به نوع تفرانس‌هایشان در نرم‌افزار متلب ذخیره می‌شود، سپس با ایجاد تغییراتی در اندازه هر بعد مقدار مشخصه کلیدی از نرم‌افزار سالیدورکس اندازه‌گیری می‌شود. این روش از قیدهای اعمال شده در محیط مونتاژ نرم‌افزار سالیدورکس جهت اعمال نحوه ارتباط بین قطعات مختلف بهره می‌گیرد. مشتق‌های مورد نیاز بعد از اعمال تغییرات لازم از روابط تفاضل محدود

$$E(y_i^4) = \sum_{j=1}^n b_j^4 \mu_4(x_j) + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n (6b_j^2 b_k^2) \mu_2(x_j) \mu_2(x_k) \quad (10)$$

پس از به دست آوردن امیدهای ریاضی می‌توان شاخصه‌های توزیع مشخصه کلیدی را از رابطه‌های (11-14) به دست آورد.

$$m_1(u_i) = E(y_i) + u_i^0 \quad (11)$$

$$m_2(u_i) = E(y_i^2) - [E(y_i)]^2 \quad (12)$$

$$m_3(u_i) = E(y_i^3) - 3E(y_i^2)E(y_i) + 2[E(y_i)]^3 \quad (13)$$

$$m_4(u_i) = E(y_i^4) - 4E(y_i^3)E(y_i) + 6E(y_i^2)[E(y_i)]^2 - 3[E(y_i)]^4 \quad (14)$$

هر یک از دو روش خطی‌سازی مستقیم و روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو مزایا و معایبی دارند. روش خطی‌سازی مستقیم سریع بوده و از آن می‌توان برای طراحی‌های تکراری استفاده کرد، اما این روش محدود به توزیع‌های ورودی و خروجی نرمال است و در مجموعه‌های مونتاژی غیرخطی دقت خود را از دست می‌دهد. اگرچه روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو می‌تواند توزیع‌های غیرنرمال را پوشش دهد، اما محاسبات این روش هزینه‌بر بوده و از آن نمی‌توان برای طراحی‌های تکراری استفاده کرد؛ بنابراین روشی کارآمد خواهد بود که از مزیت‌های هر دو روش هم‌زمان برخوردار باشد. روش تحلیل تفرانسی مرتبه دوم ارائه شده است. این روش نیز از حلقه‌های برداری برای تشکیل تابع مونتاژی استفاده می‌کند. در این روش معادلات حلقه‌ها با استفاده از سری تیلور مرتبه دوم بسط داده شده است، سپس مشتق‌های مرتبه دوم مورد نیاز در روش اِم‌اس‌ام با استفاده از روش‌های عددی و از حل دستگاه معادلات غیرخطی حلقه‌ها به دست می‌آید. در نهایت با استفاده از روش جی‌ال‌دی<sup>1</sup> توزیع تجربی مناسب به گشتاورهای به دست آمده نسبت داده می‌شود. در این روش از حلقه‌های برداری برای تشکیل تابع مونتاژی و محاسبه مشتق‌های مورد نیاز روش اِم‌اس‌ام استفاده شده است که با توجه به آنچه که در مورد حلقه‌های برداری گفته شد، تشکیل این حلقه‌ها دشوار بوده و از آن نمی‌توان برای تمامی مجموعه‌ها استفاده کرد. در این پژوهش با برطرف کردن این ضعف روشی جدید تحت عنوان روش تحلیل تفرانسی مرتبه دوم بهبود یافته ارائه خواهد شد.

### 3- روش تحلیل تفرانسی مرتبه دوم بهبود یافته

در بخش‌های پیش روش‌های مختلف تحلیل تفرانسی مورد نقد و بررسی قرار گرفت. در این بخش روشی جامع تحت عنوان روش تحلیل تفرانسی مرتبه دوم بهبود یافته معرفی خواهد شد. این روش علاوه بر برطرف کردن نقاط ضعف روش‌های پیشین دارای مزایایی از جمله حجم محاسبات کم، مناسب بودن برای مجموعه‌های با تابع مونتاژی خطی و غیرخطی و ورودی‌های نرمال و غیرنرمال است. روش‌های یاد شده پیشین اغلب از تشکیل حلقه‌های برداری

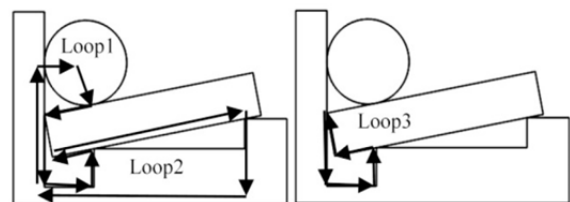


Fig. 3 Vector-loop assembly model [22]

شکل 3 مدل حلقه‌های برداری مجموعه [22]

<sup>1</sup> The Generalized Lambda Distribution

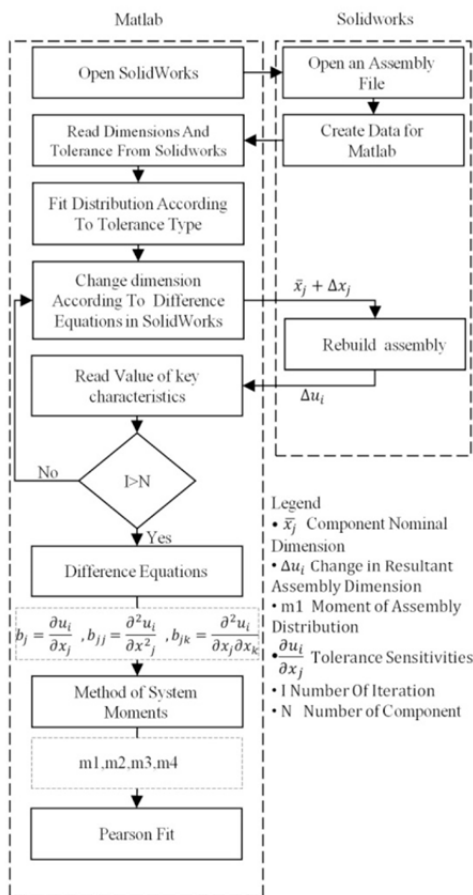


Fig. 5 Steps of tolerance analysis using improved second-order method  
 شکل 5 مراحل تحلیل تoleransi با استفاده از روش مرتبه دوم بهبود یافته

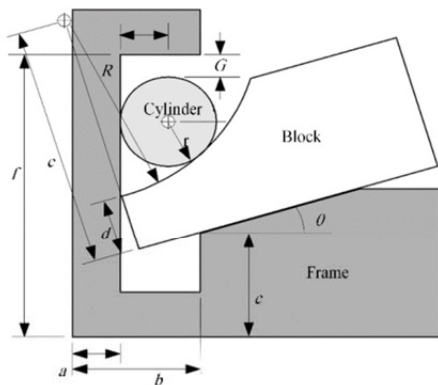


Fig. 6 Stacked blocks assembly [25]

شکل 6 مجموعه بلوک‌های انباشته [25]

جدول 1 ابعاد و تoleransi‌های مجموعه بلوک‌های انباشته

متغیر	مقدار نامی (mm)	تولرانس (mm)
a	10.00	±0.3
b	30.00	±0.3
c	31.90	±0.3
d	15.00	±0.3
e	55.00	±0.3
f	75.00	±0.5
g	10.00	±0
r	10.00	±0.1
R	40.00	±0.3
θ	17.0 deg	±1.0 deg

محاسبه شده و با استفاده از روش اِسام می‌توان گشتاورهای آماری را به دست آورد. در گام بعدی با استفاده از روابط (18-22) شاخصه‌های آماری مشخصه کلیدی محاسبه می‌شود.

$$(u) = \mu = m_1 \quad (18)$$

$$(u) = \sigma^2 = m_2 - \mu^2 \quad (19)$$

$$(u) = \gamma_1 = \frac{m_3 - \mu^3 - 3\mu\sigma^2}{\sigma^3} \quad (20)$$

$$(u) = \beta_2 = \frac{m_4 - \mu^4 - 6\mu^2\sigma^2 - 4\mu\sigma^3\gamma_1}{\sigma^4} \quad (21)$$

در نهایت به کمک سیستم پیروسون و با حل رابطه (22) تابع چگالی احتمالی مشخصه کلیدی محاسبه می‌گردد. ضرایب  $c_0, c_1, c_2$  و  $a$  در این معادله با در نظر گرفتن (25-23) از رابطه‌های (25-23) به دست می‌آید.

$$\frac{1}{p(u)} \frac{dp(u)}{du} = -\frac{a+u}{c_0 + c_1u + c_2u^2} \quad (22)$$

$$c_0 = (4\beta_2 - 3\beta_1)(10\beta_2 - 12\beta_1 - 18)^{-1} \sigma^2 \quad (23)$$

$$c_1 = a = \sqrt{\beta_1(\beta_2 + 3)(10\beta_2 - 12\beta_1 - 18)^{-1}} \sigma \quad (24)$$

$$c_2 = (2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(10\beta_2 - 12\beta_1 - 18)^{-1} \quad (25)$$

از مزایای این روش این است که می‌توان از ضرایب حساسیت به دست آمده برای بهینه‌سازی تoleransi‌ها استفاده کرد که گام بعدی تحلیل تoleransi است. برای به دست آوردن شاخصه‌های توزیع با توجه به روابط تفاضل محدود تنها لازم است تا  $6N + 1$  بار مقدار تابع مونتاژی محاسبه گردد که  $N$  بیانگر تعداد ابعاد اجزای تشکیل‌دهنده مجموعه مونتاژی است. از دیگر مزایای این روش می‌توان به انجام فرآیند تحلیل تoleransi هم‌زمان برای چند مشخصه کلیدی بدون افزایش چشمگیری در حجم محاسبات اشاره کرد به این صورت که پس از هر بار تغییر در ابعاد اجزا، مقدار تمامی مشخصه‌های کلیدی از نرم‌افزار سالیدورکس جهت محاسبه مشتق‌های مورد نیاز فراخوانی می‌شود. روش ارائه شده در این پژوهش با توجه به رشد روزافزون سیستم‌های رایانه‌ای و نرم‌افزارهای طراحی قطعات مکانیکی در عمل نیز بسیار کاربردی بوده و از آن می‌توان برای تحلیل انواع مجموعه‌های مکانیکی استفاده کرد. شمانیکی از این روش در شکل 5 آورده شده است. در بخش بعدی این مقاله با بیان چند مثال کاربردهای این روش بیان و نتایج آن با نتایج روش شبیه‌سازی مونت کارلو اعتبارسنجی خواهد شد.

#### 4-چند مثال کاربردی

در این بخش چند مثال کاربردی ارائه خواهد شد. نخستین مثالی که در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد بلوک‌های انباشته است که جهت صحت‌گذاری بر نتایج تحقیق آورده شده است. در دومین مثال از مکانیزم بازگشت سریع به دلیل وجود رابطه غیرخطی بین مشخصه کلیدی و ابعاد هر یک از اجزا برای بیان کارایی این روش در تحلیل مسائل غیرخطی استفاده شده و در پایان نیز دستگاه نقطه جوش<sup>1</sup> که دارای کاربرد صنعتی است را بررسی خواهیم کرد.

#### 4-1- بلوک‌های انباشته

مجموعه بلوک‌های انباشته که در شکل 6 نشان داده شده شامل یک بلوک که روی چهارچوب قرار گرفته و یک استوانه که به وسیله چهار قید متفاوت به یکدیگر متصل شده است. در این مثال فاصله بین استوانه و چهارچوب به عنوان مشخصه کلیدی معرفی شده است. ابعاد و تoleransi‌ها در جدول 1 آورده

<sup>1</sup>Spot Welding

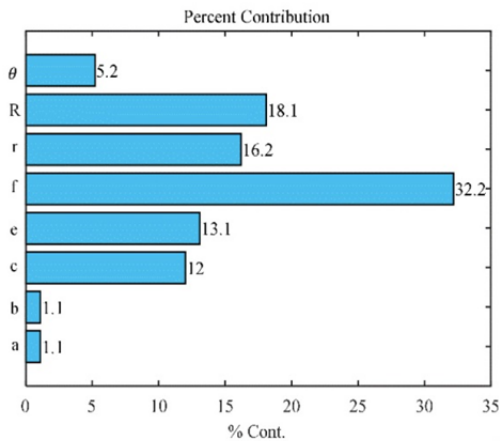
جدول 2 شاخصه‌های آماری توزیع مشخصه کلیدی مجموعه بلوک‌های انباشته

روش	مقدار میانگین (mm)	انحراف استاندارد	عدم تقارن	کشیدگی
شبیه‌سازی مونت کارلو (100000 نمونه)	5.9857	0.2752	0.0193	2.8785
خطی‌سازی مستقیم	5.9974	0.2892	—	—
مرتبه دوم بهبود یافته	5.9954	0.2892	0.0208	2.9996
درصد خطا روش بهبود یافته نسبت به روش مونت کارلو	0.1620 %	5.0872 %	7.7720 %	4.2070 %

جدول 3 حساسیت مشخصه کلیدی بلوک‌های انباشته

Table 3 Sensitivity of the KC in stacked blocks assembly

متغیر	حساسیت
a	-0.3057
b	0.3057
c	-1
e	-1.0456
f	1
r	-3.4950
R	1.2311
$\theta$	-0.1975



شکل 8 نمودار درصد مشارکت مجموعه بلوک‌های انباشته

با توجه به این‌که تعداد ابعاد این مکانیزم بسیار زیاد است از نام‌گذاری آن با حروف لاتین صرف نظر شده است و برای جامعیت بخشیدن به روش مطرح شده در این مقاله از نام‌گذاری‌های نرم‌افزار سالی‌دورکس استفاده شده است تا طراح هنگام پیچیده‌تر شدن طرح دچار خطا و اشتباه نشود.

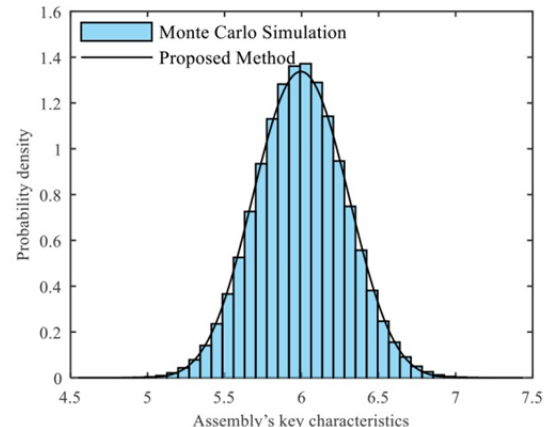
شاخصه‌های توزیع مشخصه کلیدی در این مثال با کمک روش مرتبه دوم بهبود یافته محاسبه و در جدول 4 آورده شده است. شکل 11 توزیع مشخصه کلیدی که به کمک سیستم پیرسون به دست آمده را نشان می‌دهد. در این مثال توزیع داده‌های ورودی با توجه به این‌که تلرانس آن‌ها متقارن در نظر گرفته شده به صورت نرمال است، اما منحنی توزیع مشخصه کلیدی نرمال نیست و این به دلیل وجود رابطه غیرخطی بین متغیرهای ورودی و مشخصه کلیدی است.

در یک توزیع نرمال مقدار عدم تقارن توزیع ( $\gamma_1$ ) برابر صفر است. اگر مقدار  $\gamma_1$  بزرگ‌تر از صفر باشد توزیع به سمت راست و اگر کوچک‌تر از صفر باشد به سمت چپ عدم تقارن پیدا خواهد کرد. شاخص کشیدگی ( $\beta_2$ ) در یک توزیع نرمال برابر 3 است. هر اندازه این شاخص بزرگ‌تر باشد، قله منحنی توزیع کشیدگی بیشتری به سمت بالا خواهد داشت [26].

شده است. مشخصه کلیدی برای این مثال به کمک روش گشتاورهای سیستم محاسبه شده و در جدول 2 آورده شده است. مقایسه نتایج با روش شبیه‌سازی مونت کارلو بیانگر بر خورداری از دقت بالای این روش است. با استفاده از این روش دیگر نیازی به تشکیل حلقه‌های برداری و در نظر گرفتن قیدها نیست، چرا که نرم‌افزار سالی‌دورکس مستقیماً این قیدها را به مجموعه اعمال کرده و نقش تابع مونت‌ژوی را ایفا می‌کند. منحنی توزیع مناسب با استفاده از سیستم پیرسون در شکل 7 ترسیم شده است که یک منحنی با توزیع نرمال را با توجه به رابطه خطی بین ابعاد و مشخصه کلیدی و همچنین توزیع نرمال ابعاد ورودی نشان می‌دهد. در جدول 3 حساسیت مشخصه کلیدی به هر یک از ابعاد مشخص شده است که با توجه به این حساسیت‌ها و درصد مشارکت‌های به دست آمده طراح می‌تواند تصمیم بگیرد کدام یک از تلرانس‌ها را تغییر دهد تا به خواسته‌های طراحی دست یابد. همان‌طور که در شکل 8 نشان داده شده است بعد f بیشترین مشارکت را در مقدار مشخصه کلیدی دارد.

#### 4-2- مکانیزم بازگشت سریع

یکی از مکانیزم‌های پر کاربرد در صنعت مکانیزم بازگشت سریع است که شماتیک آن در شکل 9 و ابعاد و تلرانس‌های هر بعد در شکل 10 نشان داده شده است. در این مکانیزم حرکت چرخشی به یک حرکت رفت و برگشتی متناوب تبدیل می‌شود. در این حرکت متناوب زمان رفت از زمان بازگشت بیشتر است و حرکت بازگشتی به سرعت صورت می‌گیرد. از این مکانیزم در صنعت برای ساخت ماشین‌های صفحه‌تراش استفاده شده که در آن لازم است سرعت حرکت تیغه در حالت بدون بار بیش از سرعت آن در حال باربرداری باشد. از جمله پارامترهای بسیار مهم در این مکانیزم کورس حرکت نوک ابزار آن است که در این مثال به عنوان مشخصه کلیدی در نظر گرفته شده است.



شکل 7 توزیع مشخصه کلیدی در مجموعه بلوک‌های انباشته

3-4- دستگاه نقطه جوش

از جمله ویژگی‌های یک روش تحلیل تفرانسی کارآمد جامعیت آن است به نحوی که بتوان آن را برای هر مجموعه مکانیکی به کاربرد که روش ارائه شده در این مقاله به خوبی این نکته را پوشش می‌دهد. در ادامه یک دستگاه نقطه جوش که در شکل 12 آورده شده است، مورد تحلیل تفرانسی قرار می‌گیرد تا تأثیر تفرانس‌ها در میزان هم‌راستایی (فلاش<sup>1</sup>) و فاصله بین دو فک (گپ<sup>2</sup>) دستگاه بررسی گردد. در جوش کاری با این روش گپ و فلاش همان‌طور که در شکل 13 مشخص شده است در کیفیت جوش کاری تأثیر بسزایی دارد که در این مثال به عنوان مشخصه کلیدی در نظر گرفته می‌شوند. به دلیل پیچیدگی‌های این مجموعه مکانیکی دیگر نمی‌توان از حلقه‌های برداری استفاده کرد. یکی دیگر از مزیت‌های تحلیل تفرانسی به روش مرتبه دوم بهبود یافته این است که می‌توان هم‌زمان تأثیر تفرانس‌ها را برای چند مشخصه کلیدی بدون افزایش چشمگیر در حجم محاسبات به دست آورد. مقادیر شاخصه‌های توزیع برای هر یک از مشخصه‌های کلیدی در جدول 6 آورده شده است. شکل 14 منحنی توزیع مشخصه‌های کلیدی را نشان می‌دهد. در این مثال از آوردن ضرایب حساسیت و درصدها مشارکت صرف نظر شده است.

5- بحث و بررسی نتایج

همان‌طور که در بخش 3 گفته شد برای محاسبه شاخصه‌های آماری در این روش تنها لازم است تا  $6N + 1$  مرتبه تابع مونتاژی محاسبه گردد، از این رو این روش در مقایسه با سایر روش‌های غیرخطی مانند روش سئو و دی آر سرعت حل مناسب‌تری دارد. برای نمونه مجموعه بلوک‌های انباشته با استفاده از روش‌های مختلف و در یک رایانه مرجع تحلیل شده و مدت زمان تحلیل در جدول 7 آورده شده است. البته باید توجه داشت که این جدول فقط زمان انجام محاسبات را نشان می‌دهد، حال آن‌که در روش خطی‌سازی مستقیم (دی‌ال‌ام) بیشتر زمان، صرف تشکیل حلقه‌های برداری و یافتن معادلات حاکم بین حلقه‌ها می‌شود که این بخش در روش ارائه شده حذف شده است.

بیشتر تفرانس‌های هندسی را می‌توان به وسیله تفرانس‌های ابعادی مدل‌سازی کرد. برای نمونه می‌توان به تعریف یک زاویه قائمه برای بیان تعامد

جدول 6 شاخصه‌های آماری مشخصه‌های کلیدی در دستگاه نقطه جوش

Table 5 Statistical specifications of the assembly's KC in spot welding machine

مشخصه کلیدی	مقدار میانگین (mm)	انحراف استاندارد	عدم تقارن	کشیدگی
Gap	10	1.287	-0.102	2.802
Flush1	0	1.865	0.253	2.643
Flush2	0	1.345	585.0	341.3

جدول 7 مقایسه زمان تحلیل با استفاده از روش‌های مختلف در مجموعه بلوک انباشته

Table 7 Comparison of the analysis time using different methods for the stacked blocks assembly

روش	MC 30K	SEO	DR	Improved SOTA	DLM
زمان (ثانیه)	1670.36	342.13	6.128	2.24	1.35

1 Flush  
2 Gap

همان‌طور که در بخش 3 گفته شد توزیع مشخصه کلیدی مجموعه مونتاژی به کمک سیستم پیرسون به دست می‌آید. شاخصه‌های توزیع به دست آمده از جدول 4 بیانگر این است که شکل تابع چگالی احتمال براساس تقسیم‌بندی سیستم پیرسون مربوط به یک سیستم پیرسون نوع یک یا توزیع بتا است. در نهایت نیز حساسیت کورس حرکتی نسبت به هر یک از ابعاد و همچنین درصد مشارکت ابعاد در مقدار مشخصه کلیدی به دست آمده و در جدول 5 آورده شده است. با استفاده از درصد مشارکت‌های به دست آمده از این جدول طراح می‌تواند در راستای کاهش هزینه و بهبود کیفیت در مورد تغییر تفرانس‌ها تصمیم‌گیری کند.

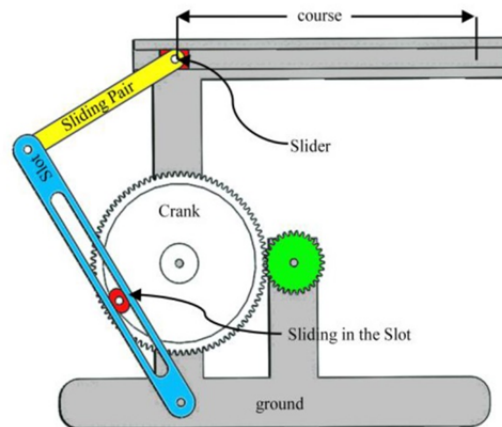


Fig. 9 Quick return mechanism

شکل 9 مکانیزم بازگشت سریع

جدول 4 شاخصه‌های آماری مشخصه کلیدی در مکانیزم بازگشت سریع

Table 4 Statistical specifications of the assembly's KC in quick return mechanism

مقدار میانگین (mm)	انحراف استاندارد	عدم تقارن	کشیدگی
175.4642	0.376	0.5071	2.7024

جدول 5 حساسیت و درصد مشارکت مشخصه کلیدی در مکانیزم بازگشت سریع  
Table 5 Sensitivity of the assembly's KC in in quick return mechanism

متغیر	حساسیت	درصد مشارکت %
D5@Sketch1@Crank	3.146	31.454
D4@Sketch1@ground	-1.562	1.939
D6@Sketch1@ground	0.657	4.195
D7@Sketch1@ground	1.000	9.730
D9@Sketch1@ground	0.657	0.771
D1@Sketch4@ground	-0.657	0.277
D5@Sketch5@ground	2.562	5.215
D3@Sketch5@ground	-1.826	16.555
D2@Sketch6@ground	-1.141	1.035
D3@Sketch6@ground	1.582	1.989
D1@Sketch1@pin	0.139	0.004
D2@Sketch1@Slider	-0.657	0.342
D3@Sketch1@Slider	-0.166	0.018
D2@Sketch1@Sliding in the Slot	3.146	7.859
D1@Sketch1@Sliding Pair	-1.196	13.925
D4@Sketch1@Sliding Pair	0.186	0.007
'D1@Sketch1@Slot.Part'	0.033	0.010
D2@Sketch1@Slot	1.579	1.981
D1@Sketch2@Slot	-3.159	1.981
D2@Sketch2@Slot	-3.159	0.713



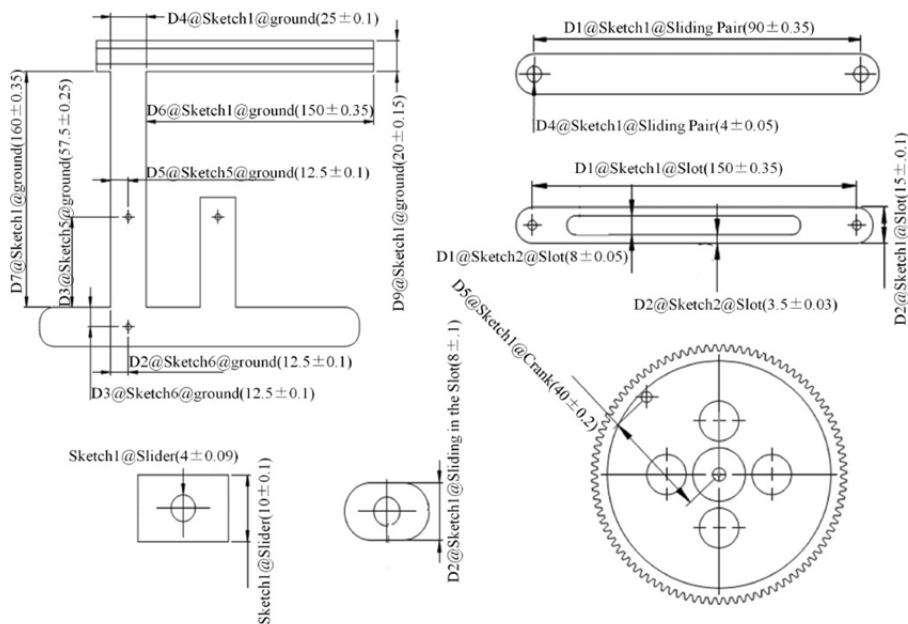


Fig. 10 Dimensions and tolerances quick return mechanism(dimensions and tolerances in mm)

شکل 10 ابعاد و تolerانس‌های مکانیزم بازگشت سریع (ابعاد و تolerانس‌ها به میلی‌متر است)

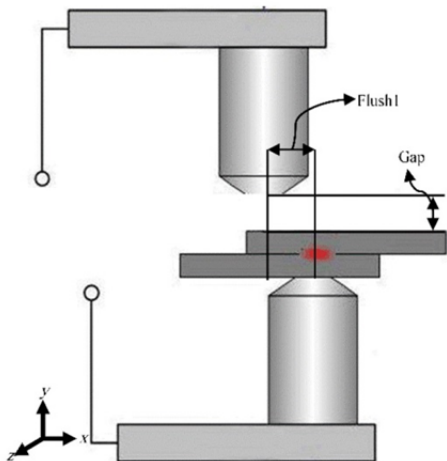


Fig. 13 Gap and flush in spot welding process

شکل 13 گپ و فلاش در فرآیند جوش کاری نقطه‌ای

و یا زاویه بین دو خط برای بیان توازی اشاره کرد؛ بنابراین می‌توان از این روش برای اعمال اثرات بسیاری از تolerانس‌های هندسی و ترکیب آن‌ها با تolerانس‌های ابعادی بهره برد.

6- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

تحلیل تoleransi یک ابزار ارزشمند جهت بررسی تأثیر تolerانس‌ها بر کیفیت، عملکرد و هزینه‌های تولید مجموعه‌های مکانیکی است. در این مقاله روش جدید و جامع جهت تحلیل تoleransi مجموعه‌های مکانیکی پیچیده بر پایه روش تحلیل تoleransi مرتبه دوم ارائه شده است. از مزایای این روش می‌توان به بررسی تأثیر تolerانس‌ها بر چند مشخصه کلیدی هم‌زمان بدون افزایش چشمگیر حجم محاسبات، مناسب بودن برای مجموعه‌های خطی و غیرخطی

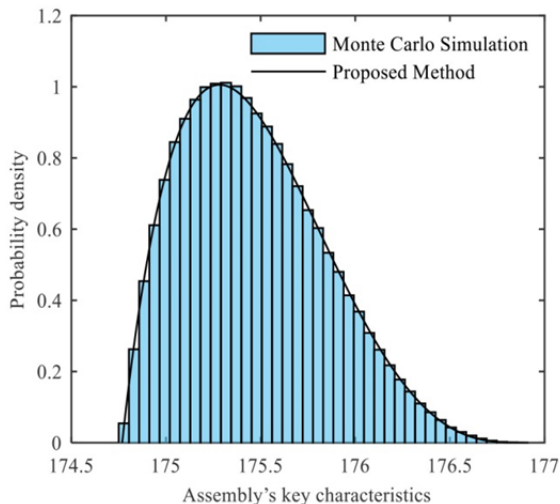


Fig. 11 KC distributions in quick return mechanism

شکل 11 توزیع مشخصه کلیدی در مکانیزم برگشت سریع

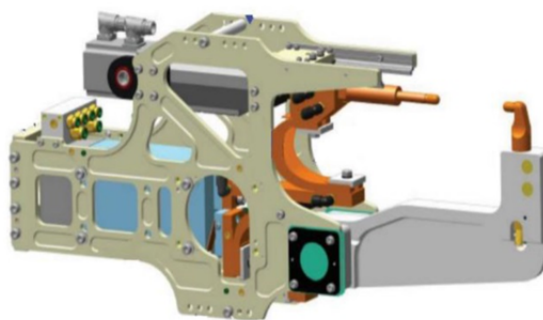


Fig. 12 Spot welding machine

شکل 12 دستگاه نقطه جوش

*Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, Vol. 7, No. 4, pp. 239-248, 2013.

[3] J.-Y. Dantan, N. Gayton, A. J. Qureshi, M. Lemaire, A. Etienne, Tolerance analysis approach based on the classification of uncertainty (aleatory/epistemic), *Procedia CIRP*, Vol. 10, No. 1, pp. 287-293, 2013.

[4] B. Schleich, S. Wartzack, Evaluation of geometric tolerances and generation of variational part representatives for tolerance analysis, *Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 79, No. 5-8, pp. 959-983, 2015.

[5] S. Khodaygan, M. Movahhedy, A comprehensive fuzzy feature-based method for worst case and statistical tolerance analysis, *Computer Integrated Manufacturing*, Vol. 29, No. 1, pp. 42-63, 2016.

[6] K. Chase, Basic tools for tolerance analysis of mechanical assemblies, H. Geng, *Manufacturing engineering handbook*, Eds., pp. 7.1-7.13, New York: McGraw-Hill Professional, 2004.

[7] C. Y. Lin, W. H. Huang, M. C. Jeng, J. L. Doong, Study of an assembly tolerance allocation model based on monte carlo simulation, *Materials Processing Technology*, Vol. 70, No. 1-3, pp. 9-16, 1997.

[8] P. Varghese, R. N. Braswell, B. Wang, C. Zhang, Statistical tolerance analysis using fipdf and numerical convolution, *Computer-Aided Design*, Vol. 28, No. 9, pp. 723-732, 1996.

[9] R. E. Caflisch, *Monte Carlo and quasi-Monte Carlo Methods*, First Edition ed., pp. 1-49, California: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1998.

[10] K. W. Chase, J. Gao, S. P. Magleby, General 2-d tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments, *Design and Manufacturing*, Vol. 5, No. 2, pp. 263-274, 1995.

[11] J. Gao, K. W. Chase, S. P. Magleby, Generalized 3-d tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments, *IIE Transactions*, Vol. 30, No. 4, pp. 367-377, 1998.

[12] H. S. Seo, B. M. Kwak, Efficient statistical tolerance analysis for general distributions using three-point information, *Production Research*, Vol. 40, No. 4, pp. 931-944, 2002.

[13] R. H. Myers, D. C. Montgomery, C. M. Anderson-Cook, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, 4th ed.: John Wiley & Sons, 2016.

[14] R. Cvetko, *Characterization of Assembly Variation Analysis Methods*, Thesis, Brigham Young University. Department of Mechanical Engineering, 1997.

[15] M. Nighikani, H. R. A. Mohammadi, Using response surface method (rsm) in the optimal allocation of tolerances, *Space Science & Technology*, Vol. 4, No. 2, 2011. (in Persian فارسی)

[16] J. Zhou, A. S. Nowak, Integration formulas to evaluate functions of random variables, *Structural safety*, Vol. 5, No. 4, pp. 267-284, 1988.

[17] H. Xu, S. Rahman, A generalized dimension-reduction method for multidimensional integration in stochastic mechanics, *Numerical Methods in Engineering*, Vol. 61, No. 12, pp. 1992-2019, 2004.

[18] S. Rahman, H. Xu, A univariate dimension-reduction method for multi-dimensional integration in stochastic mechanics, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 19, No. 4, pp. 393-408, 2004.

[19] B. D. Youn, Z. Xi, P. Wang, Eigenvector dimension reduction (edr) method for sensitivity-free probability analysis, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 37, No. 1, pp. 13-28, 2008.

[20] A. Hashemian, B. M. Imani, An improved sensitivity-free probability analysis in variation assessment of sheet metal assemblies, *Engineering Design*, Vol. 25, No. 10-12, pp. 346-366, 2014.

[21] S. A. Hashemian, B. Moetakef, Effect of flexible-body assembly errors on appearance quality of automotive bodies, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 375-386, 2016. (in Persian فارسی)

[22] C. G. Glancy, K. W. Chase, A second-order method for assembly tolerance analysis, *Proceedings of the ASME design engineering technical conferences*, Las Vegas, Nevada, 1999, pp. 21-44.

[23] N. Cox, Tolerance analysis by computer, *Quality Technology*, Vol. 11, No. 2, pp. 80-87, 1979.

[24] S. Khodaygan, M. Movahhedy, Tolerance analysis of assemblies with asymmetric tolerances by unified uncertainty-accumulation model based on fuzzy logic, *Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 53, No. 5-8, pp. 777-788, 2011.

[25] K. W. Chase, *Tolerance Analysis Of 2-D and 3-D Assemblies*, 99-4, Brigham Young University, Brigham, 1999.

[26] S. A. Hashemian, B. M. Imani, Tolerance analysis of flexible sheet metal structures including effects of contact interaction and surface continuity of components, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 199-208, 2014. (in Persian فارسی)

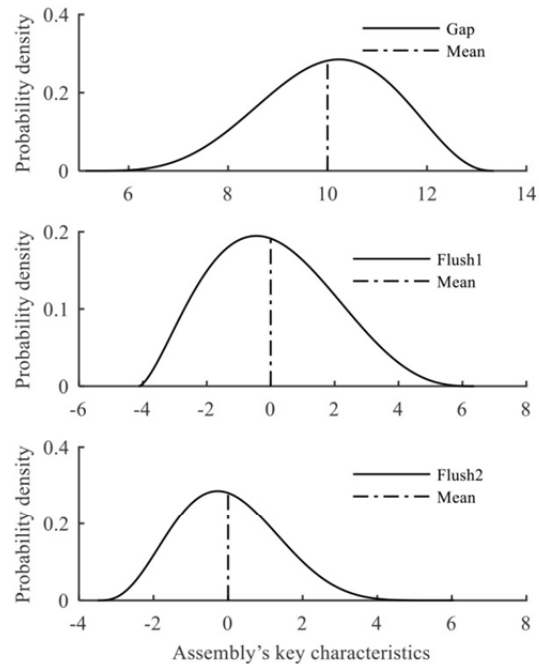


Fig. 14 KC distributions in in spot welding machine

شکل 14 توزیع مشخصه‌های کلیدی در دستگاه نقطه جوش

با هر توزیع ورودی اشاره کرد، همچنین در این روش از نرم‌افزار سالیدورکس به عنوان ابزاری برای بیان نحوه ارتباط متغیرها با مشخصه کلیدی به عنوان جایگزینی مناسب برای حلقه‌های برداری استفاده می‌شود. سپس با برقراری ارتباط بین نرم‌افزارهای متلب و سالیدورکس مشتق‌های مورد نیاز به راحتی محاسبه شده و گشتاورهای آماری با استفاده از روش گشتاورهای سیستم به دست می‌آید و در پایان نیز با استفاده از سیستم پیرسون توزیع مشخصه کلیدی به دست می‌آید. با توجه به درصد مشارکت و ضریب حساسیت هر یک از متغیرها نسبت به مشخصه کلیدی طراحی می‌تواند در راستای کاهش هزینه‌ها و افزایش عملکرد مجموعه تصمیم‌گیری نماید. قابلیت‌های روش پیشنهادی و دقت نتایج حاصل با ارائه چند مثال موردی بررسی و نتایج حاصل با نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو مقایسه شده است. روش پیشنهادی با رفع نقاط ضعف روش‌های پیشین توانایی بالایی در تحلیل تoleransi مجموعه‌های مکانیکی داشته و از آن می‌توان به عنوان روشی کاربردی در صنعت ساخت و تولید استفاده کرد.

#### 7- مراجع

[1] K. W. Chase, A. R. Parkinson, A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies, *Research in Engineering design*, Vol. 3, No. 1, pp. 23-37, 1991.

[2] P. Franciosa, S. Gerbino, A. Lanzotti, S. Patalano, Automatic evaluation of variational parameters for tolerance analysis of rigid parts based on graphs,