

## بررسی عددی تأثیر گسترش عمودی هندسه غشاء بر جداسازی ذرات غیر کلئوئیدی از جریان

 احسان داورپناه<sup>1</sup>، علیرضا تیمورتاش<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، teymourtash@um.ac.ir

### چکیده

استفاده از هندسه‌های مختلف غشاء برای جداسازی ذرات در فرایندهای تصفیه یا تغلیظ، مورد توجه گروهی از محققین قرار گرفته است. هر تغییری در هندسه غشاء که باعث تغییر در شانس ذرات برای برخورد و چسبیدن به سطوح سوراخ‌ها شود، می‌تواند نتیجه فرایند جداسازی را به شکل قابل توجهی دستخوش تغییر نماید. در این تحقیق با استفاده از روش شبکه بولتزمن در ترکیب با یک مدل جامع برخورد، مشخصه‌های رسوب بر هندسه توسعه یافته غشاء بررسی شده است. توسعه غشاء به صورت دو سطح عمودی سوراخ‌دار گسترش یافته در طرف جریان در نظر گرفته شده است. در این حالت غشاء در دو بازه زمانی متفاوت "رسوب پیش‌رونده" و "توسعه کیک جرمی" عمل می‌کند. در بازه اول، پیکره‌بندی غشاء در بعد طول به سه محدوده بسته، فعال، و غیر فعال تقسیم شده و رسوب ذرات در محدوده فعال سبب جابجایی مرز رسوب شده و در نتیجه محدوده‌های فعال به بسته و غیر فعال به فعال تبدیل می‌گردد؛ همچنین در بازه زمانی دوم و پس از بسته شدن عمده مسیرهای جریان، اسناد غشاء با رشد کیک جرمی در سراسر طول المان جداساز تقویت می‌شود. نمایه‌های به دست آمده برای منحنی شار جرمی نشان‌دهنده یک آهنگ اولیه کاهش شار جرمی با تقعر منفیست که بیش از نیمی از دوره عملکرد غشاء را در بر می‌گیرد و در مقایسه با هندسه‌های توسعه نیافته، می‌تواند به شکل قابل توجهی، عبور حجم بیشتری از جریان را مقذور سازد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 19 دی 1396  
 پذیرش: 18 اسفند 1396  
 ارائه در سایت: 24 فروردین 1397  
 کلید واژگان:  
 غشاء  
 رسوب پیش‌رونده  
 کیک جرمی  
 شبکه بولتزمن  
 ذرات غیر کلئوئیدی

## Numerical Study on the Impact of Pore Geometry Extension on Dead-Ended Fouling Characteristics of Non-Colloidal Particles

Ehsan Davarpanah, Ali Reza Teymourtash\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi university of Mashhad, Mashhad, Iran

\* P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran, teymourtash@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 09 January 2018  
 Accepted 09 March 2018  
 Available Online 13 April 2018

Keywords:  
 Membrane  
 progressive fouling  
 cake formation  
 lattice Boltzmann  
 non-colloidal

### ABSTRACT

Applying membranes with especial geometries and fouling characteristics has been an area of research and a subject of interest in membrane science community. While a considerable part of fouling happenings are originated from chaotic roots such as Brownian motions, the remainders can be scheduled to approach on desired filtration features. Here in this study the somehow invisible features of progressive fouling which is the case for novel micro-engineered membranes was realized in some details. The problem of progressive fouling was considered as a result of dead-ended filtration of non-colloidal particles over a vertically extended pore geometry. It was shown that, in this filtration apparatus, due to a serialized activation and deactivation of flow passages, progressive fouling can change its seat with other more flow resistive classical types of surface and pore blockings and control filtration path more apparently. Results was considered for different amounts of pore extension and porosities. It was found that employing an especial set of pore extension length and porosity make it feasible to derive manageable filtration processes with high levels of purification and permeation performances.

[1]. آنچه همواره استفاده صنعتی از غشاء در فرایندهای جداسازی را دچار چالش جدی می‌نماید، رسوب ذرات بر سطح<sup>5</sup> و فضای درون سوراخ‌هاست<sup>6</sup> که در نتیجه شار عبوری به صورت نمایی کاهش یافته و در نتیجه کیفیت عملکردی فرایند جداسازی به سرعت کاهش می‌یابد [2]. پدیده تشکیل و رشد رسوب بر نقاط سطح غشاء، پدیده‌ای پیچیده است که گستره‌ای از

### 1- مقدمه

استفاده از غشاء<sup>1</sup> برای تصفیه<sup>2</sup>، جداسازی<sup>3</sup>، و یا تغلیظ<sup>4</sup> جریان‌های حاوی ذرات در حوزه‌های متنوعی از تکنولوژی اعم از فرایندهای شیمیایی، بیوتکنولوژی، داروسازی، و فرایندهای زیست محیطی رواج عام یافته است

<sup>3</sup> Membrane fouling

<sup>6</sup> Pore narrowing

<sup>1</sup> Membrane

<sup>2</sup> Purification

<sup>3</sup> Filtration

<sup>4</sup> Flow concentration

به جزء که در آن‌ها پارامترهای مدل براساس چند آزمایش قابل اعتماد تنظیم شده و کلیت مدل در راستای حصول به درکی کلی از جزئیات رسوب مورد استفاده قرار می‌گیرد، جزئیات بیشتری از شکل و زمان‌بندی تشکیل رسوبات مختلف قابل محاسبه است. با این حال در این سبک شبیه‌سازی هم در ابتدا لازم است پارامترهای مدل به‌صورت تابعی از منحنی شار جریان به‌دست آمده از آزمایش تنظیم شوند.

روش دیگر برای تعیین شکل و زمان‌بندی رسوبات، بر استفاده از الگوریتم‌های متعارف در دینامیک سیالات محاسباتی مانند روش‌های حجم کنترل<sup>7</sup> و المان محدود<sup>8</sup> بنا شده است. با این حال، پیچیدگی‌های حاصل از تعامل با ذرات جامد متحرک در یک حل دو طرفه که دینامیک سیال و ذره یکدیگر را اصلاح می‌کنند، استفاده از روش‌های شبیه‌سازی متعارف در دینامیک سیالات محاسباتی، جداسازی را دچار محدودیت‌های عملی جدی نموده است. فرایندهای عددی توزیع و باز توزیع نقاط محاسباتی<sup>9</sup> در فضای خالی بین ذرات متحرک، معمولاً نیازمند استفاده از الگوریتم‌های محاسباتی سنگینی هستند که عمدتاً در طی محاسبات موفق عمل نمی‌کنند [14]. علاوه بر این، وجود مقیاس‌های طولی متنوع در فرایند میکروسیمالی [15]، لزوم توزیع نقاطی به اندازه کافی ریز در نزدیکی مرزهای جامد را ایجاب می‌کند و در عمل منجر به تشکیل حجم گسترده‌ای از نقاط و کاهش شدید سرعت محاسبات می‌گردد.

با استفاده از روش‌های محاسباتی مزوسکوپیک<sup>10</sup> می‌توان پلی بین مقیاس‌های مختلف طولی در مسأله ایجاد کرد [16]. در این بین متداول‌ترین روش توسعه یافته در سال‌های اخیر، روش شبکه بولتزمن<sup>11</sup> است که در آن می‌توان بدون نیاز به باز توزیع نقاط محاسباتی، اثر مرزهای جامد متحرک بر جریان را در محاسبات لحاظ نمود [17]؛ این مشخصات علاوه بر سادگی معرفی اثرات متنوع فیزیکی، در قالب معادله برخورد-پخش شبکه بولتزمن، امکان راه اندازی فرایندهای حل موازی را سبب شده است. برخی از محققین از روش شبکه بولتزمن در جهت تعیین فیزیک نشست یا رسوب ذرات و کیفیت جداسازی همت گمارده‌اند. ونگ و همکارانش [18]، در تلاش برای شبیه سازی نشست ذرات معلق در جریان هوا بر سطح فیلترهای فیبرین از شبکه بولتزمن و یک روش آماری به ترتیب برای محاسبه جریان، و محاسبه انتقال ذرات جامد بهره گرفته‌اند. در کاری دیگر به بررسی اثر پیکره بندی و شکل چیدمان موانع فیبرین استوانه ای تصفیه کننده بر کیفیت جداسازی ذرات و افت فشار در طول محیط جداسازی همت گمارده شده است [19]. همچنین فو و همکارانش [20]، اثر نفوذ و انعکاس فشار آکوستیکی بر نشست ذرات جامد معلق را با استفاده از یک الگوریتم شبکه بولتزمن دو مرحله‌ای و حل لاگرانژی مسیر ذرات بررسی کرده‌اند. در کار دیگری و با استفاده از یک مدل سازی یک طرفه که در آن تنها اثر جریان بر مسیر ذرات لحاظ شده است تانگ و همکارانش [21]، توانسته اند چگونگی رشد مرز جامد در اثر چسبیدن ذرات به سطح و در نتیجه تغییر خطوط جریان را ترسیم کنند؛ در این تحقیق دینامیک جریان و ذرات با استفاده از شبکه بولتزمن در ترکیب با یک روش حجم محدود محاسبه شده‌اند. کای و زنگ [22]، با استفاده از یک الگوریتم حل دو طرفه اثر پارامترهای چسبندگی و اندازه ذرات بر میزان نشست ذرات و افت فشار در طول المان استوانه‌ای تصفیه هوا را بررسی کرده

نیروهای هیدرودینامیکی، حرکت‌های براونی، و اثرات ناشی از آب دوستی یا آب‌گریزی المان‌های غشاء و ذرات جامد در زمان‌بندی تغییرات هندسی-زمانی آن نقش تعیین کننده‌ای دارند [3].

هیدرودینامیک فرایند جداسازی به جز در مواردی خاص که فرایند جداسازی از یک ساز و کار اجرایی پویا بر خوردار است [4]، همواره تابعی از پارامترهای عملکردی، مانند اختلاف فشار، حالت جریان، اعم از جریان عمودبر و یا موازی با سطح، و هندسه غشاء می‌باشد. همچنین میزان اهمیت اثرات ناشی از آب دوستی یا آب‌گریزی المان‌های جامد و حرکت‌های براونی در فرایند جداسازی ذرات، تابعی از اندازه ذره هستند که در تعیین دینامیک ذرات کلوئیدی (با اندازه‌ای کوچکتر از یک میکرومتر) باید در نظر گرفته شوند [5].

هندسه غشاء (شکل، ساختار، و چگونگی توزیع سوراخ‌ها)، الگوی تغییرات میدان جریان در ابتدا و حین فرایند جداسازی را تعیین می‌کند. بنابراین با توجه به نقش عمده هندسه غشاء در تعیین مشخصه‌های فرایند جداسازی، تعداد قابل توجهی از تحقیقات پژوهشگران در این حوزه از دانش مهندسی به بررسی اثر هندسه بر مشخصه‌ها و کیفیت فرایند جداسازی تعلق گرفته است. هو و زیدنی اثر هندسه سطح بر مشخصه‌های رسوب ذرات پروتئینی را بررسی کرده‌اند [6]. آن‌ها در تحقیق خود از سه نوع هندسه سطح دارای سوراخ‌های موازی غیرمربط، سطح متخلخل همگن<sup>1</sup>، و انواعی از غشاءهای ناهمگن از جهت توزیع تخلخل و مسیر عبور جریان<sup>2</sup>، استفاده کرده‌اند. هوانگ و لین [7]، با استفاده از سه نوع غشاء با ساختارهای سلولی<sup>3</sup>، شانه‌دار<sup>4</sup>، و غشاء دارای سوراخ‌های موازی هم فاصله<sup>5</sup>، اثر محیط عبور جریان بر کیفیت رسوب در جریان موازی با سطح را بررسی نموده‌اند. در دیگر تلاش برای درک اثر سطح جداساز بر کیفیت جداسازی و به منظور نیل به هندسه‌ای ترکیبی با بیشترین راندمان تصفیه، زیدنی و هو [8]، عملکرد غشاء متخلخل همگن، و غشاء دارای سوراخ‌های موازی هم فاصله را با یک طرح ترکیبی از این دو نوع غشاء مقایسه نموده اند. مطالعه اثر شکل هندسه در ترکیب با نوع ذرات معلق، محققین را بر آن داشته تا ضمن رشد دانش جداسازی و تکنیک‌های ساخت سطوح جداساز همچنان به پژوهش‌هایی در این زمینه بپردازند؛ به طور مثال اثر اندازه سوراخ و شکل آن بر رسوب ذرات زیست گونه و انسداد غشاء، در یک جداسازی موازی سطح، مورد توجه دیزجه و همکارانش قرار گرفته است [9].

پژوهش‌های صورت گرفته چه در زمینه بررسی اثر هندسه، و چه دیگر پارامترهای مؤثر بر کیفیت رسوب و کاهش عملکرد جداسازی، عمدتاً به‌صورت تجربی و به ندرت در قالب شبیه‌سازی‌های عددی پیگیری شده‌اند. روش‌های شبیه‌سازی جداسازی را می‌توان در دو گروه عمده مدل‌های شبکه‌ای گسسته<sup>6</sup> [10، 11]، و مدل‌های متعارف در دینامیک سیالات محاسباتی [12، 13]، دسته‌بندی کرد. اولین کار ارائه شده در زمینه مدل‌های شبکه‌ای به وسیله لی [10] ارائه شده است. در این روش، هندسه غشاء به‌صورت یک شبکه سلولی تجزیه شده و به هر سلول یک سوراخ اختصاص داده می‌شود. پس از آن در هر گام محاسباتی، رشد رسوب بر سطح، براساس یک مدل آماری تعیین و بسته به شکل و اندازه رسوب، شار عبوری از غشاء تعیین گردیده است. به این ترتیب در این رویکرد محاسباتی، نسبت به روش‌های مدل‌سازی ریاضی کل

<sup>7</sup> Control volume based methods (CVM)

<sup>8</sup> Finite element models (FEM)

<sup>9</sup> Meshing and remeshing schemes

<sup>10</sup> Mesoscopic methods

<sup>11</sup> Lattice Boltzmann method (LBM)

<sup>1</sup> Isotropic membrane

<sup>2</sup> Asymmetric membrane

<sup>3</sup> Durapore membrane

<sup>4</sup> MF-Millipore membrane

<sup>5</sup> Isopore membrane

<sup>6</sup> Discrete network models

کرده یا سطح غشاء باشد. این برخوردها زمانی که منجر به ساکن شدن ذره و رشد رسوب شود، مرز جریان را تغییر داده و در نتیجه میزان شار جریان عبوری از غشاء را دچار تغییر خواهد کرد. از این رو، لازم است تا اثرات متقابل ذرات متحرک و جریان لحاظ شود؛ بنابراین شبیه‌سازی فرایند جداسازی معادل با اجرای یک حل دوطرفه خواهد بود؛ در این تحقیق الزام محاسبه اثرات دوطرفه هیدرومکانیکی جریان-ذرات، با استفاده از روش شبکه بولتزمن در فضای دو بعدی و با توزیع مربعی نقاط محاسباتی محقق شده است.

در روش شبکه بولتزمن پارامترهای جریان براساس تغییرات زمانی ممان‌های ذرات مجازی که محدود به جابجایی در جهات معینی هستند (جهت شبکه، در ادامه مشخص شده با زیرنویس  $k$ ) تعیین می‌شود. در "شکل 1a" نمونه‌ای از یک شبکه دو بعدی با 9 جهت حرکت ذرات مجازی (D2Q9)، به نمایش در آمده است. معادله تغییرات زمانی تابع توزیع ذرات مجازی تابع  $f = f(\vec{r}, t)$  با زمان به شکل رابطه (1) می‌باشد [27].

$$f_k(\vec{r} + \vec{e}_k \delta t, t + \delta t) = f_k^*(\vec{r}, t) = f_k(\vec{r}, t) - \frac{\delta t}{\tau} (f_k(\vec{r}, t) - f_k^{eq}(\vec{r}, t)) + w_k \frac{\vec{F} \cdot \vec{e}_k}{c_s^2} \quad (1)$$

در رابطه (1)، تابع  $f_k$ ، مبین مقدار تابع توزیع در جهت  $k$  ام شبکه است؛ به علاوه،

$$w_k = \begin{cases} \frac{4}{9}; & k = 0 \\ \frac{1}{9}; & k = 1 - 4 \\ \frac{1}{36}; & k = 5 - 8 \end{cases} \quad (2)$$

تابع وزن در جهات شبکه است که به هر جهت شبکه یک سرعت مشخص،  $e_k$ ، به‌صورت رابطه (3) اختصاص داده شده است.

$$\vec{e}_k = \begin{cases} (0, 0) & ; k = 0 \\ (\pm c, 0) & ; k = 1, 3 \\ (0, \pm c) & ; k = 2, 4 \\ (\pm c, \pm c) & ; k = 5 - 8 \end{cases} \quad (3)$$

در رابطه (1)،  $\tau$ ، یک ضریب تخفیف زمانی<sup>5</sup> و از طریق اعداد بی‌بعد به فیزیک مسئله حقیقی ارتباط پیدا می‌کند. همچنین  $c_s$ ، سرعت شبکه بولتزمن و برابر با  $\sqrt{1/3}$ ، پارامتر  $\vec{F}$ ، بردار چگالی نیروی خارجی، و  $c = \delta x / \delta t$ ، سرعت انتقال ذرات مجازی می‌باشد، که  $\delta x$ ، و  $\delta t$ ، به ترتیب گام مکانی و گام زمانی بی‌بعد در فضای محاسباتی شبکه بولتزمن هستند.

دو پارامتر اصلی جریان تراکم‌ناپذیر، یعنی فشار و سرعت به ترتیب برابر با ممان‌های صفرم و یکم تابع توزیع می‌باشند که در رابطه (4) آمده است.

$$p = c_s^2 \sum f_k \quad (4-الف)$$

$$\vec{u} = \frac{c_s^2}{p} \sum \vec{e}_k f_k \quad (4-ب)$$

ارتباط بین پارامترهای جریان در شبکه بولتزمن یعنی  $\tau$  (برابر با  $(6\theta_{lb} + 1)/2$ )،  $\delta x$ ،  $\delta t$ ، و  $\vec{F}$  و معادل آن‌ها در فضای حقیقی از طریق برابری اعداد بی‌بعد فرود (Fr)، اویلر (Eu)، و رینولدز (Re)، (روابط (5-الف) تا (5-ج))، و رابطه بین اختلاف فشار و اختلاف چگالی در آحاد شبکه بولتزمن یعنی رابطه (5-د) تعیین می‌شود.

$$\left( \frac{u}{\sqrt{gD}} \right)_{\text{real}} = \left( \frac{u}{\sqrt{gD}} \right)_{\text{lb}} \quad (5-الف)$$

$$\left( \frac{\Delta p}{\rho u^2} \right)_{\text{real}} = \left( \frac{\Delta p}{\rho u^2} \right)_{\text{lb}} \quad (5-ب)$$

$$\left( \frac{uD}{\vartheta} \right)_{\text{real}} = \left( \frac{uD}{\vartheta} \right)_{\text{lb}} \quad (5-ج)$$

<sup>5</sup> Relaxation time

اند. کرومکمپ و همکارانش [23]، به جهت تعیین نمایه های غلظت رسوب، در مقابل ارتفاع از سطح، و ضخامت کیک جرمی، در برابر طول، از روش شبکه بولتزمن بهره گرفته‌اند. با این حال در این شبیه‌سازی دو بعدی، اثرات متقابل ذرات و جریان به‌طور غیرمستقیم و در قالب معادله پخش-انتقال جرم، اعمال شده است. برنس و همکارانش [24] در جستجوی هندسه بهینه سوراخ و با اجرای یک شبیه‌سازی یک طرفه سه بعدی، چگونگی نشست تک ذره کروی بر کوریدورهای سوراخ را بررسی کرده‌اند. به‌منظور بررسی اثر برخورد ذرات بر مشخصه‌های ریولوژی سیال حامل، اعم از ضریب نفوذ و لزجت سیال، کرومکمپ و همکارانش [25]، دینامیک برخورد را به‌عنوان تابعی از اثر نیروی فیلم جریان لزوج بین دو ذره و نیروی مکانیکی برخورد که اثر آن در قالب یک نیروی هوک لحاظ شده است در نظر گرفته‌اند. نتایج این تحلیل، یعنی تعیین ضریب نفوذ و لزجت جریان ذره دار، همچنان در جهت بررسی ضمنی اثر ذرات بر جریان قابل استفاده است؛ در این روش مدل‌سازی برخورد، اثرات مؤلفه مماسی برخورد بر دینامیک ذرات برخورد کننده قابل احصاء نیست و این در حالیهست که برای محاسبه دقیق برخوردهای مورب که عمده برخوردهای دوتایی در جداسازی را شامل می‌شوند، لازم است تا فیزیک برخورد با درک همه شرایط ممکن و اعمال اثرات فیزیکی وابسته به هر کدام به شکل جامعی مدل‌سازی شود [26].

در این تحقیق اثر توسعه هندسه غشاء در محیط جریان بر مشخصه‌های کیفی فرایند جداسازی بررسی می‌شود. هندسه سطح توسعه یافته به‌صورت دو صفحه موازی سوراخ‌دار عمود بر سطح غشاء در نظر گرفته شده است. نشان داده شد که کیفیت عملکرد غشاء توسعه یافته، با امکان ایجاد مکانیزم رسوب پیشرونده، تابعی از تعداد سوراخ‌های صفحات عمودی و نسبت اندازه ذره به سوراخ می‌باشد. در این‌جا، به‌منظور انجام شبیه‌سازی از یک مدل شبکه بولتزمن در ترکیب با یک مدل برخورد استفاده شده است. همچنین به جهت تبدیل نتایج بی‌بعد حاصل از محاسبات به فضای حقیقی متناظر، یک روش نگاشت معرفی شده است. در بخش بررسی اعتبار نشان داده شده است که نگاشت نتایج عددی به خوبی با نتایج آزمایشگاهی شار جریان-زمان متناظر مطابقت دارد و حل ارائه شده برای یک هندسه خاص می‌تواند مستقل از تنظیم پارامتر و بی‌نیاز از نتایج آزمایشگاهی در جهت تخمین دقیق فرایند جداسازی مورد استفاده قرار بگیرد. از روش عددی برای شبیه‌سازی مسئله موردنظر در این مقاله در شرایطی استفاده شده که جریان حامل ذرات غیرکلئیدی می‌باشد؛ بنابراین از اثرات نیروهای الکترواستاتیکی سطح و نیروهای براونی صرف‌نظر شده است.

## 2- روش عددی: شبکه بولتزمن-مدل برخورد

### 2-1- روش شبکه بولتزمن در محاسبه جریان غیر کلئیدی

در جداسازی عمود بر سطح، با اعمال اختلاف فشار در طرفین غشاء، جریان پوازی آرام در مجاری غشاء شکل می‌گیرد. در این حالت، فیزیک فرایند جداسازی را می‌توان حاصل از جابجایی ذرات به طرف غشاء و نشست بر سطح<sup>1</sup>، بستن کامل ورودی<sup>2</sup>، انسداد تراوای ورودی (انسداد میانه)<sup>3</sup>، و تنگ نمودن مسیر جریان در مجاری (انسداد استاندارد)<sup>4</sup> دانست.

برخلاف حرکت آژانده ذرات در جهت جریان، انتقال ذره در نزدیکی سطح جداساز، ممکن است همراه با برخورد با دیگر ذرات از پیش رسوب

<sup>1</sup> Surface fouling

<sup>2</sup> Complete blocking

<sup>3</sup> Intermediate blocking

<sup>4</sup> Standard filtration



و ضخامت غشاء، به ترتیب برابر با  $6.25 \times 10^{-4}$  مترمربع، 0.3 و 8 میکرومتر، می‌باشند. همچنین شکل سوراخ‌ها، و چیدمان آن‌ها به ترتیب دایره‌ای، و مربعی می‌باشند (شکل 2a).

برای انجام شبیه‌سازی اختلاف فشار در محیط حل دو بعدی به اندازه ای در نظر گرفته شده که سرعت متوسط عبوری از مجاری غشاء، در نمونه اصلی و حل دو بعدی یکسان باشند. با توجه به روابط اختلاف فشار،  $TMP^2$  و سرعت متوسط،  $\bar{u}$ ، در دو جریان پواری کانال و سوراخ استوانه‌ای، (رابطه (11))،

$$\bar{u}^{2D} = \frac{TMP^{2D} D_{po}^2}{CL \ 12\mu} \quad (11)$$

$$\bar{u}^{3D} = \frac{TMP^{3D} D_{po}^2}{CL \ 32\mu}$$

در رابطه (11)،  $CL$ ، طول سوراخ،  $D_{po}$  قطر سوراخ، و  $\mu$  لزجت دینامیکی سیال می‌باشند.

به ازای اختلاف فشار 44 پاسکال در عرض ضخامت 8 میکرومتری، که یک دبی جریان معادل با 17.4 میلی‌لیتر بر دقیقه در نمونه اصلی را ایجاد می‌کند، اختلاف فشار در محیط حل برابر با 16.5 پاسکال، در نظر گرفته شده است. همچنین، هندسه مسأله مطابق با "شکل 2b" در نظر گرفته شده است که مرزهای AB، و CD، مرزهای فشار ثابت و مرزهای BC، و AD، مرزهای تکرار شونده، می‌باشند. به علاوه، نسبت و مقدار اندازه‌های ذره ( $D_{pa}$ ) و سوراخ‌ها ( $D_{po}$ )، معادل با شرایط آزمایشگاهی لحاظ شده‌اند؛ جزئیات بیشتر در رابطه با شرایط لحاظ شده در شبیه‌سازی‌های انجام شده، در جدول 1 آورده شده‌اند.

### 3-2- هندسه و پارامترهای مسائل رسوب پیش‌رونده (p30، p31، و p32)

هندسه غشاء موردنظر به همراه مرزهای جریان در "شکل 3" به نمایش در آمده است. مرزهای AB، و CD، مرزهای فشار ثابت و مرزهای AD، و BC، مرزهای تکرار شونده در نظر گرفته شده‌اند. در همه محاسبات اختلاف فشار دو مرز AB، و BC، 100 پاسکال در نظر گرفته شده و سیال از طریق مرز AB، به طرف غشاء جریان یافته و پس از عبور از سطوح عمودی سوراخ‌دار، از مرز CD خارج می‌شود. اندازه ذرات در واحدهای متریک و عد شبکه به ترتیب برابر با 2 میکرومتر، و 14، در نظر گرفته شده‌اند؛ همچنین پارامترهای ورودی

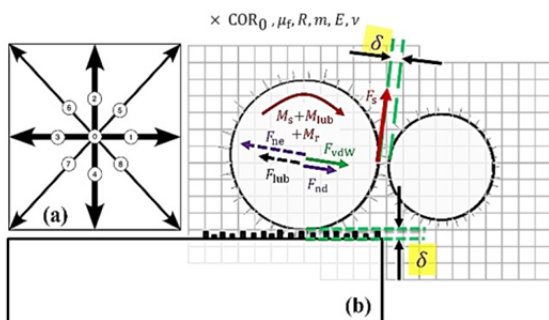


Fig. 1 (a) D2Q9 lattice used in this study (b) graphical representation of collision forces diagram and together with the corresponding geometric and material model parameters

شکل 1 (a) نمایه گرافیکی شبکه متقارن دوبعدی با 9 سرعت، مورد استفاده در کار حاضر (b) دیاگرام آزاد نیروهای مشارکت کننده در برخورد به همراه پارامترهای هندسی و مادی مورد استفاده در مدل‌سازی برخورد.

در دیاگرام نیرویی "شکل 1b"، نیروهای عامل در برخورد ذره غیرکلوئیدی نشان داده شده‌اند. در کنار نیروی،  $\vec{F}_{tub}$ ، و گشتاور  $\vec{M}_{tub}$ ، نیروهای ناشی از برخورد مکانیکی سطوح جامد یعنی نیروی میراکننده هرتزی،  $\vec{F}_{nd}$ ، و نیروی الاستیک،  $\vec{F}_{ne}$  که در راستای برخورد و بر مرکز ذره وارد می‌شوند، به همراه نیروی اصطکاک حاصل از لغزش سطوح جامد،  $\vec{F}_s$ ، و گشتاورهای حاصل از لغزش،  $\vec{M}_r$ ، و غلتش،  $\vec{M}_s$ ، به تصویر کشیده شده‌اند.

به منظور محاسبه نیروها و گشتاورهای مکانیکی در برخورد سطوح جامد، مدل‌های متنوعی به وسیله محققین ارائه شده است. در این تحقیق شبیه‌سازی برخورد سطوح جامد ذرات غیرکلوئیدی با استفاده از مدل برخورد چسبیده ارائه شده به وسیله مارشال [26]، انجام پذیرفته است. در این مدل انرژی سطح در تعامل با نیروی میراکننده هرتزی و در تقابل با نیروی الاستیک برخورد، امکان چسبیدن یا بازگشت ذره را تعیین می‌کند. در این مدل، پارامترهای زاویه برخورد، ویسکوالاستیسیته مواد و اندازه ذرات، نقش تعیین کننده‌ای در تعیین نتیجه ایفا می‌کنند. با استفاده از این مدل می‌توان میزان فشردگی در راستای برخورد (خط اتصال مرکزهای ذرات برخورد کننده)، لغزش در جهت مماسی (عمود بر خط اتصال مرکزهای ذرات برخورد کننده)، غلتش نسبی دو سطح نسبت به هم، و پیچش حول خط اتصال مرکزها (در تحلیل برخورد سه‌بعدی)، را محاسبه کرد. ورودی‌های این مدل محاسباتی اندازه شعاع ذرات برخورد کننده،  $R$ ، مدول یانگ سطوح،  $E$ ، ضریب پواسون ماده ذرات،  $\nu$ ، و جرم ذرات،  $m$ ، می‌باشند. همچنین به منظور تعیین دینامیک برخورد لازم است دو ضریب اصطکاک لغزشی بین سطوح،  $\mu_f$ ، و ضریب انعکاس در یک برخورد کاملاً الاستیک،  $COR_0$ ، به عنوان ورودی در اختیار مدل قرار داده شوند.

### 3-3- مسائل بررسی اعتبار و رسوب پیش‌رونده

اعتبار برنامه عددی با مقایسه نتایج عددی و تجربی موجود و در قالب دو مسأله p1، و p2 که به ترتیب از نوع تصفیه با شکل‌گیری انسداد استاندارد، و تصفیه با شکل‌گیری انسداد میانه می‌باشند، بررسی می‌شود. پس از آن در مسائل p30، p31، و p32، به ترتیب مشخصه‌های کلی رسوب در یک پیکره‌بندی غشاء عمودی، اثر ارتفاع غشاء بر کیفیت تصفیه، و اثر نسبت اندازه ذره به سوراخ بر عملکرد غشاء عمودی، مورد توجه قرار خواهد گرفت. تنظیم پارامترهای مسائل مورد بحث مطابق با گفتارهای بخش‌های 3-1، و 3-2 انجام خواهد پذیرفت

### 3-1- هندسه و پارامترهای مرتبط با مسائل بررسی اعتبار (p1 و p2)

پیش از ارائه نتایج حاصل از شبیه‌سازی جداسازی جریان با استفاده از سطح توسعه یافته عمودی، لازم است تا اعتبار برنامه محاسباتی مورد تأیید قرار گیرد. به این منظور و در این قسمت دو آزمایش کلاسیک جداسازی ذرات از سیال حامل شبیه‌سازی شده و با نتایج آزمایشگاهی موجود ارائه شده به وسیله ورکیانی و همکارانش [32]، مقایسه شده‌اند.

آزمایش‌های انجام شده در [32]، فرایندهای تصفیه‌ای هستند که در آن‌ها نسبت اندازه ذرات لاتکس به اندازه سوراخ به ترتیب برابر با 0.33، (ذرات قادر به عبور از غشاء هستند؛ معادل با فرایند انسداد استاندارد)، و 1، (معادل با فرایند کلاسیک انسداد میانه)، انتخاب شده‌اند. اندازه سوراخ در همه آزمایشات 3 میکرومتر بوده و بنابراین ذرات، جزء ذرات غیرکلوئیدی محسوب می‌شوند. نتایج آزمایشگاهی، در شرایطی به دست آمده‌اند، که مساحت، تخلخل،

<sup>2</sup> Trans-membrane pressure

<sup>1</sup> Coefficient of restitution

جدول 1 شرایط مورد استفاده در شبیه‌سازی جداسازی جریان عمود بر سطح، برای سه حالت انسداد استاندارد (P1)، انسداد میانه (P2)، و رسوب پیشرونده (P3)

**Table 1** Simulation conditions of dead-ended filtration where membrane blocking proceeds either in standard (P1), intermediate (P2), or progressive fouling (P3;  $i=0-2$ ) modes

مقدار در فضای شبکه	مقدار در فضای حقیقی (P3i, P2, P1)	پارامتر، علامت، یکا در ابعاد متریک؛ یکا در ابعاد شبکه بولتزمن
(14, 14, 14)	(2, 3, 1)	ذره قطر، $D_{pa}$ [μm]; [lu]
(0.1, 0.05, 0.15)	(10, 10, 10)	جامد اندازه زبری، $\delta$ [nm]; [lu]
(1, 1, 1)	(1000, 1000, 1000)	چگالی، $\rho_{pa}$ [kg/m <sup>3</sup> ]; [-]
-	( $2 \times 10^9$ , $2 \times 10^9$ , $2 \times 10^9$ )	مدول یانگ، $E_{pa}$ [P]
-	(0.34, 0.34, 0.34)	ثابت پواسون، $\nu_{pa}$ [-]
(0.01, 0.01, 0.01)	(1, 1, 1&0.1)	غلظت جامد در محلول، $S$ [g/lit]; [A / A]
مقدار در فضای شبکه	مقدار در فضای حقیقی	سیال حامل
1	1000	چگالی، $\rho_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]; [-]
0.1667	$1 \times 10^{-6}$	لزجت سینماتیکی، $\eta$ [m <sup>2</sup> /s]; [lu <sup>2</sup> /It]
مقدار در فضای شبکه	مقدار در فضای حقیقی (P3i, P2, P1)	غشاء ضخامت، $\epsilon$ [μm]; [lu]
(P3i, P2, P1) $i = 0, 1, 2$	$i = 0, 1, 2$	
(20, 50, 90)	(3, 8, 8)	اندازه سوراخ، $D_{po}$ [μm]; [lu]
(14, 16, 43)	(2, 3, 3)	تخلخل، $\epsilon$ [A / A]; [lu/lu]
(0.52, 0.52, 0.52)	(0.3, 0.3, 0.3)	گام غشاء، $l$ [μm]; [lu]
(30, 34, 90)	(6.47, 7.85, 7.85)	مدول یانگ، $E_m$ [P]
-	( $3 \times 10^9$ , $3 \times 10^9$ , $3 \times 10^9$ )	ثابت پواسون، $\nu_m$ [-]
-	(0.33, 0.33, 0.33)	

از حل دوبعدی به فضای سه‌بعدی نگاهشده شده سپس با نتایج مشابه اندازگیری شده در آزمایشات مقایسه شوند. این مهم با فرض برابر دانستن میزان اثر انسدادی ذرات در دو فضای دو و سه‌بعدی حاصل شده است. در این‌جا برای نگاهش منحنی تغییرات زمانی شار جریان محاسبه شده به معادل آن در فضای سه‌بعدی و مقایسه با منحنی تغییرات زمانی شار جریان آزمایشگاهی مربوطه، مسأله اجتماع ذرات به‌طور دقیق‌تری بازبینی می‌شود. هر ذره ضمن نزدیک شدن به، و/یا عبور از غشاء می‌تواند تأثیری معادل 0 تا 100 درصد یک انسداد کامل را ایجاد کند. از این‌رو فرض می‌شود که نسبت تعداد ذرات فعال در جهت جریان به تعداد کل ذرات افزوده شده به جریان به ازای مقدار معینی از شار جریان بی‌بعد، در مدل عددی و حقیقی برابر است. بیان ریاضی معادل این فرض را می‌توان به‌صورت رابطه (12) نوشت.

$$\left(\frac{N_{AC}}{N_{tot}}\right)_{I}^{Num} = \left(\frac{N_{AC}}{N_{tot}}\right)_{I}^{Real} \quad (12)$$

<sup>1</sup> pitch

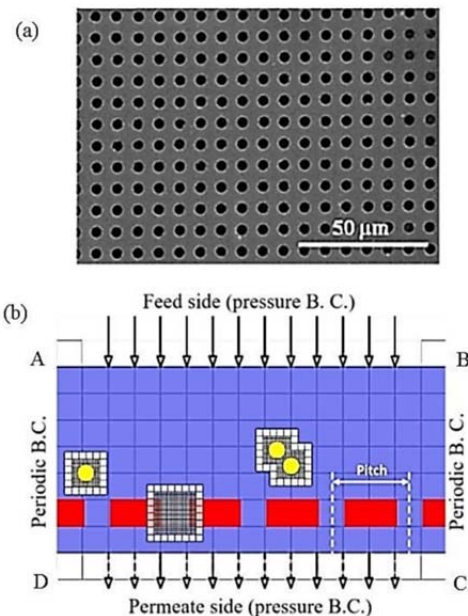
به مدل برخورد، برابر با مقادیر ارائه شده در جدول 1، و اندازه زبری، و غلظت سطح جامد به سطح محلول، به ترتیب برابر با، 10، 0.01، در نظر گرفته شده‌اند. بیش از این، تخلخل در محیط دوبعدی و ضخامت سطوح برابر با 0.52، و 3 میکرومتر می‌باشند.

در "شکل 3"، کلیت مکانیزم رسوب پیش‌رونده نشان داده شده است؛ در این‌جا نشان داده شده است که سطوح عمود سوراخ‌دار، در اثر تشکیل رسوبات در بخش جریان‌پذیر غشاء، به سه ناحیه بسته، فعال، و غیرفعال تقسیم می‌شوند.

#### 4- بررسی اعتبار

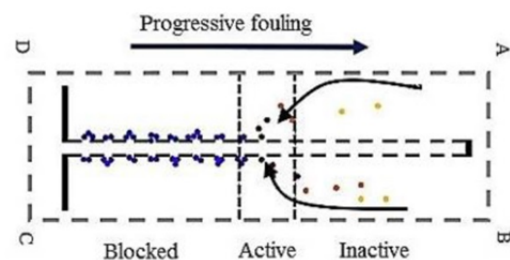
#### 4-1 فرایند نگاهش: تبدیل نتایج محاسبات از فضای حل به فضای حقیقی

برای انجام مقایسه بین نتایج عددی و حقیقی، لازم است نتایج به‌دست آمده



**Fig. 2** (a) High resolution SEM image of circular isopore membrane which had already been used in the experiments of Warkiani et. al [32] (b) 2D numerical simulation domain applied in the study of dead-ended filtration, together with flow boundaries states

شکل 2 (a) تصویر SEM از سطح غشاء مورد استفاده در آزمایشات ورکیانی و همکارانش [32] (b) فضای شبیه‌سازی دوبعدی جداسازی جریان عمود بر سطح به همراه شرایط مرزی



**Fig. 3** schematic representation of progressive fouling over an extended pore geometry together with flow boundaries

شکل 3 توصیف گرافیکی فرایند رسوب پیش‌رونده بر هندسه توسعه یافته سوراخ

با نداشت شار-زمان حاصل از محاسبات ارائه شده است. "اشکال 4c و 4d" به ترتیب، مقایسه نتایج برای دو غلظت ذره جامد 0.1 و 1 گرم بر لیتر را نمایش می‌دهند.

علاوه بر مقایسه منحنی‌های تغییرات زمانی شار جریان، در تصاویر 4c و 4d، مقدار  $N_{tot}^{3D}$  (محاسبه شده از نتایج آزمایشگاهی)، با مقدار محاسبه شده از شبیه‌سازی ( $\psi N_{tot}^{2D}$ ) مقایسه شده‌اند. مقدار تابع  $\psi$  برای دو مسأله با غلظت ذره جامد 1، و 0.1 گرم بر لیتر به ترتیب برابر با 21.75 و 10.22 می‌باشد.

با توجه به "اشکال 4c و 4d"، مشاهده می‌شود که برنامه محاسباتی با دقت قابل ملاحظه‌ای توانسته است منحنی شار جریان-زمان را در فرایندی که بخشی از ذرات امکان عبور از غشاء را به دست می‌آورند، تخمین بزند. این در حالیست که شبیه‌سازی بی نیاز از هرگونه پارامتر مدلی است که در ارتباط با نتایج آزمایشگاهی تنظیم شده باشد، و در فرایند مستقیم توانسته به این مهم دست یابد.

**4-2-2-2- مسأله P2: جداسازی با نسبت  $D_{pa}/D_{po}$  برابر با 1**

مختصات سطح غشاء در این حالت مشابه شرایط بخش 4-2-1 بوده و محلولی از آب و ذرات به قطر 3 میکرومتر بر سطح غشاء رسوب نموده است. مقدار تابع  $\psi$  در این حالت، برابر با 1.667 می‌باشد.

در "شکل 5a" تصویری از شبیه‌سازی نشست ذرات و انسداد غشاء در انتهای شبیه‌سازی به نمایش در آمده است. برای انجام مقایسه، در "شکل 5b"، منحنی‌های زمانی شار جریان، و  $N_{tot}^{3D}$ -زمان، حاصل از محاسبات، با نتایج آزمایشگاهی موجود، [32]، برای غلظت جزء جامد 1 گرم بر لیتر مقایسه شده‌اند؛ مقایسه نتایج، دقت روش عددی در تخمین مناسب منحنی شار جریان-زمان، در فرایندی که اندازه ذرات در حد و اندازه سوراخ است را تأیید می‌کند.

که در این رابطه،  $N_{AC}$  و  $N_{tot}$  به ترتیب تعداد ذرات فعال در محیط جذب هر سوراخ غشاء، و تعداد کل ذرات تغذیه شده به هر سوراخ غشاء هستند. همچنین I شار جریان بی‌بعد، و بالانویس‌های Num و Real، به ترتیب به محیط‌های شبیه‌سازی عددی و حقیقی، اشاره می‌کنند.

با تجزیه و تحلیل این رابطه براساس رابطه هندسی بین فضای دو بعدی و سه بعدی، در نهایت رابطه بین تعداد ذرات کل فضای حل و حقیقی، در هر مرحله از جداسازی به شکل رابطه (13)، خلاصه می‌شود.

$$N_{tot}^{3D}(I) = \psi N_{tot}^{2D}(I) \quad (13)$$

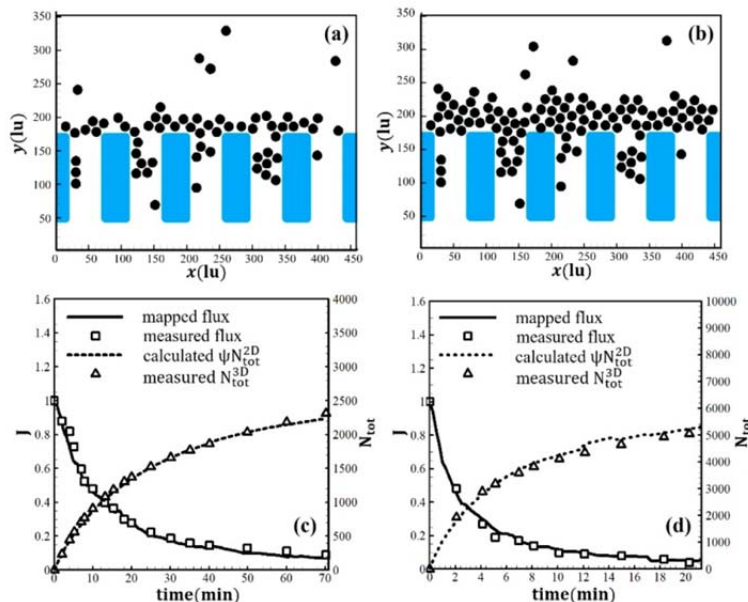
در این جا برای تابع  $\psi$ ، عنوان "تابع غشاء" انتخاب شده است. بنابراین با در اختیار داشتن مقادیر معلوم  $N_{tot}^{2D}$  از محاسبات و  $\psi$  از ارتباط هندسی بین محیط‌های حقیقی و مجازی، می‌توان تعداد ذراتی که در محیط حقیقی جداسازی حضور داشته‌اند، را محاسبه کرد.

پس از تعیین  $N_{tot}^{3D}$ ، از  $N_{tot}^{2D}$  و  $\psi$  می‌توان زمان مرتبط با هر مقدار I (تعیین شده از محاسبات) را تعیین کرده و منحنی I بر حسب زمان را تشکیل داد. پس از آن منحنی تغییرات زمانی I قابل مقایسه با منحنی آزمایشگاهی مشابه خواهد بود. جزئیات روش محاسبه و تعیین  $\psi$  و تشکیل منحنی شار جریان-زمان در بخش پیوست این مقاله آمده است.

**4-2-4- مقایسه نتایج**

**4-2-1- مسأله P1: جداسازی با نسبت  $D_{pa}/D_{po}$  برابر با 0.33**

در "شکل‌های 4a، 4b و 4c"، تصاویر دو لحظه از فرایند جداسازی یعنی نقطه‌ای در میانه فرایند و لحظه پایان شبیه‌سازی به نمایش در آمده‌اند. برای انجام شبیه‌سازی‌ها به جز نیروهای براونی، الکترواستاتیکی و نیروی حاصل از درجه اسیدی مایع حامل ذرات، سایر عوامل مؤثر در برخورد لحاظ شده‌اند. در ادامه در "اشکال 4c و 4d" نتایج آزمایشگاهی تغییرات زمانی شار جریان در مقایسه



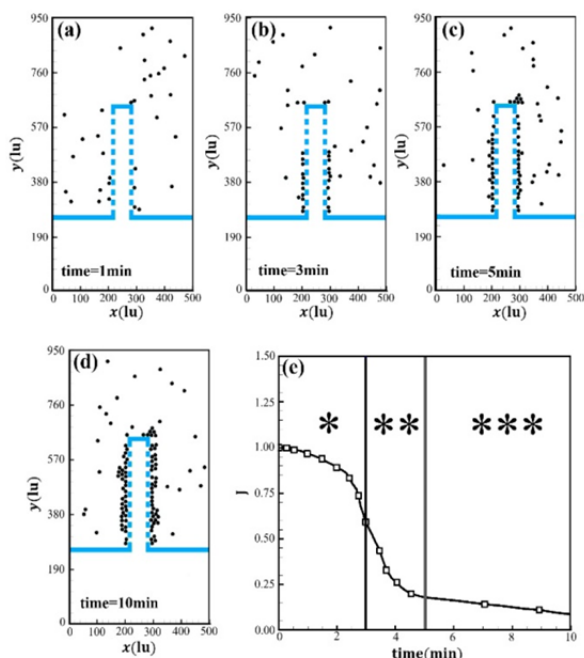
**Fig. 4** (a&b) two snapshots of membrane fouling corresponding to pore narrowing at an intermediate and a final step of normal filtration, when  $D_{po}/D_{pa}$  is 3 (c&d) mapped results calculated for dimensionless flux (J) vs. time and number of seeded particles vs. time which are compared with their relative data derived from experiments [32], when solid concentration in dummy space is 0.01 A/A, and its real value is equal to (c) 0.1 g/lit, and (d) 1 g/lit.

شکل 4 (a&b) تصاویر دوبعدی رسوب ذرات بر سطح غشاء مربوط به دو گام زمانی میانی و انتهایی شبیه‌سازی؛ در این حالت با نسبت  $D_{po}/D_{pa}$  برابر با 3 مکانیسم رشد رسوب از نوع انسداد استاندارد می‌باشد (c&d) مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج تجربی [32] برای منحنی تغییرات زمانی شار بی‌بعد و تغییرات زمانی تعداد ذرات وارد شده به محدوده جذب هر سوراخ غشاء، و قتی که غلظت در محیط محاسباتی برابر با 0.01 A/A و غلظت ماده جامد در محیط حقیقی (c) 0.1 g/lit، و (d) 1 g/lit می‌باشند.

سطح توسعه یافته ترسیم شده است. با توجه به این تصویر در مطابقت با "اشکال 6a تا 6d"، منحنی شار جریان-زمان، دارای سه ناحیه متمایز است. در ناحیه اول و پیش از توسعه رسوب به تمام سطح غشاء (محدوده \*)، که از این پس رسوب پیش رونده نوع اول نامیده می‌شود، منحنی مورد نظر دارای یک تفرع منفیست و تقریباً بیشتر حجم سیال تصفیه شده، یعنی بیش از 66 درصد از کل، در این بازه زمانی از غشاء عبور می‌کند. این بخش از منحنی در دیگر فرایندهای متعارف تصفیه وجود ندارد و حاصل راهیابی جریان از مسیری با کمترین مقاومت ممکن، یعنی سوراخ‌های رسوب نشده فعال غشاء می‌باشد. پس از این مرحله، و در مرحله دوم (محدوده \*\*)، نامیده شده به عنوان رسوب پیش‌رونده نوع دوم، نفوذ مشخصه‌های جریانی مرز جامد تاج غشاء در تقابل با جبهه میدان فشار در حال توسعه، یک مقاومت در مقابل جریان به سمت سوراخ‌های فعال در تاج غشاء ایجاد می‌کند؛ در این شرایط برخلاف حالت رسوب پیش‌رونده نوع دوم، سوراخ‌های فعال در نزدیکی تاج غشاء معادل با یک غشاء معمولی با مکانیزم انسداد میانه، عمل کرده و جهت تفرع منحنی جریان عوض می‌شود. با این حال، همچنان که گفته شد، رشد رسوب تا فراگیر شدن آن بر تمام سطوح عمودی موازی ادامه می‌یابد. در نهایت در محدوده رشد کیک، محدوده \*\*\*، کمتر از 20 درصد از حجم تصفیه شده، از غشاء عبور خواهد کرد.

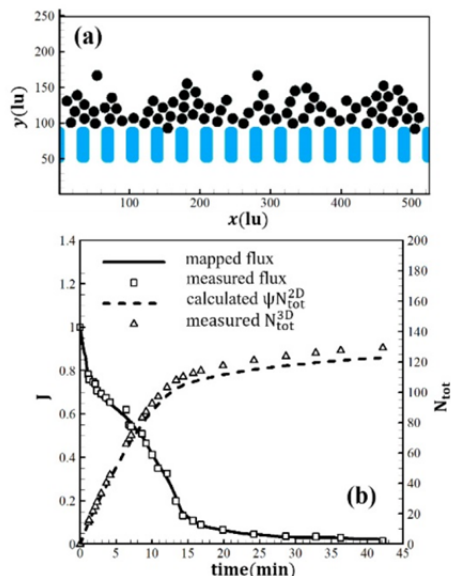
**5-2- مسأله P31، اثر ارتفاع غشاء بر تغییرات زمانی شار جریان در تصفیه با رسوب پیش‌رونده**

آن گونه که پیش از این توضیح داده شد، مهمترین بخش عبور جریان در غشاء عمودی، محدوده \*، در "شکل 6e"، می‌باشد که در آن رسوب پیش‌رونده نوع اول بدون داشتن هیچ‌گونه درکی از یک اثر کاهنده بالادستی و تقریباً با



**Fig. 6** (a-d) detailed history description of progressive fouling at pore scale (e) flux attenuation curve corresponding to progressive fouling with three distinct attenuation modes remarked by one, two, and three asterisks

شکل 6 (a-d) تصاویر رشد رسوب پیش‌رونده در چند گام زمانی (e) منحنی کاهش زمانی شار جریان با سه رژیم کاهشی متمایز



**Fig. 5** (a) detailed representation of an intermediate fouling at final step of filtration when  $D_{po}/D_{pa}$  is 1 (b) mapped results calculated for dimensionless flux ( $J$ ) vs. time and number of seeded particles vs. time which are compared with their relative data derived from experiments [32], when solid concentration in dummy and read spaces are 0.01 A/A, and 0.1 g/lit, respectively.

شکل 5 (a) تصاویر دوبعدی رسوب ذرات بر سطح غشاء مربوط به گام زمانی در انتهای شبیه‌سازی؛ در این حالت با نسبت  $D_{po}/D_{pa}$  برابر با 1 مکانیزم رشد رسوب از نوع انسداد میانی می‌باشد (c) مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج تجربی [32] برای منحنی تغییرات زمانی شار بی‌بعد و تغییرات زمانی تعداد ذرات وارد شده به

**5-نتایج و بحث**

**5-1- مسأله P30: فرایند رسوب پیش‌رونده؛ مشخصه های کلی**

در "اشکال 6a تا 6d"، روند تغییرات زمانی رسوب ذرات بر غشاء‌ای با ارتفاع 10 سوراخ، نشان داده شده است. در این مسأله نسبت اندازه ذره به سوراخ 1، می‌باشد. در ابتدای جداسازی اختلاف فشار در جهت عرضی، سبب فعال‌سازی جریان در نزدیکترین سوراخ‌ها به ریشه غشاء می‌شود؛ به این ترتیب ذرات به سمت سوراخ‌های پایه هدایت شده و مسیر جریان در این سوراخ‌ها را می‌بندند؛ (شکل 6a)؛ پس از بسته شدن سوراخ‌های فعال در این ناحیه، جبهه میدان فشار در فضای بین دو سطح به سمت بالاتر جابجا شده و گروهی دیگر از سوراخ‌های باز که پیش از این غیرفعال بودند را دچار تغییر وضعیت نموده، غالب جریان از گروه جدید سوراخ‌های فعال عبور خواهد کرد. مجدداً، نشست ذرات بر سوراخ‌های فعال موجب بسته شدن مسیر و انتقال مرز فعالیت غشاء به سمت سوراخ‌های غیرفعال می‌شود (شکل 6b)؛ در نهایت آخرین گروه سوراخ‌های غشاء فعال و پس از آن بسته می‌شوند (شکل 6c). پس از آن رسوب ذرات بر تمام سطح غشاء و به صورت تقریباً یکنواخت ادامه پیدا می‌کند. مرحله اول، یعنی بسته و فعال شدن پیاپی نواحی سطح غشاء (تصاویر 6a تا 6c) مرحله رسوب پیش‌رونده و مبین مشخصه های متفاوت اثر توسعه هندسه نسبت به یک هندسه ساده می‌باشد؛ همچنین مرحله دوم (شکل 6d) مرحله رشد کیک جرمیست که کیفیت و سرعت رشد آن وابسته به میزان مسیر جریان باقی مانده از مرحله اول می‌باشد.

محدوده جذب هر سوراخ غشاء، زمانی که غلظت در محیط محاسباتی و حقیقی به ترتیب 0.01 g/lit و 0.01 A/A، می‌باشند.

در "شکل 6e" منحنی تغییرات زمانی شار جریان، حاصل از رسوب بر



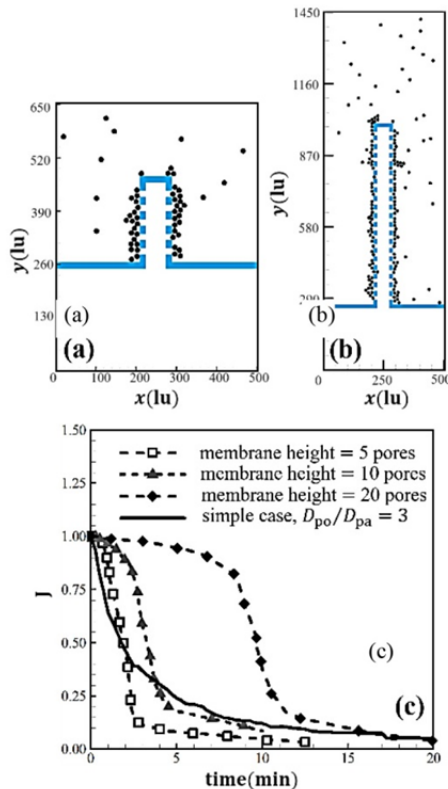


Fig. 7 (a&b) clogged surfaces for vertical membranes of two different heights of 5 and 50 pores, when porosity is fixed (d) changes in flux attenuation curve as a function of membrane height when they are compared with the one of an unguarded membrane surface.

شکل 7 (a&b) تصاویر سطوح بسته شده دو غشاء عمودی با ارتفاع‌های 5 و 20 سوراخ، و میزان تخلخل یکسان (c) تغییرات منحنی شار جریان در مقابل ارتفاع غشاء و در مقایسه با غشاء ساده

بخشی از جریان در این ناحیه، شدت جریان در مسیرهای جدیداً فعال شده رفته رفته کاهش یافته و شدت جریان در سوراخ‌های تازه فعال شده ثابت نخواهد ماند. بنابراین در صورتی که میزان حجم مایع خروجی اولویت اول فرایند جداسازی باشد این طرح، نسبت به طرح پایه ارجحیت خواهد داشت.

با افزایش اندازه سوراخ و برای نسبت اندازه ذره به سوراخ 0.43 (شکل 8c) مکانیزم رسوب پیش‌رونده از بین رفته و تنها بخشی از جان غشاء عمودی، پوشیده خواهد شد. همچنین امکان نفوذ رسوبات به فضای بین دو سطح سوراخ‌دار و خروج ذرات به وجود خواهد آمد، که از میزان خلوص جریان خروجی خواهد کاست (خلوص جریان خروجی 85 درصد است)؛ با این حال غشاء امکان عبور حجم بیشتری نسبت به حالت پایه فراهم خواهد کرد ( $V/V_0 = 1.55$ ). بنابراین حتی با صرف‌نظر کردن از اهمیت میزان خلوص مایع خروجی، کاهش بیش از حد نسبت اندازه ذره به سوراخ، به از بین بردن امکان استفاده از همه سطح غشاء در فرایند جداسازی می‌انجامد و با افزایش بیشتر تعداد سوراخ‌ها (مشابه با حالت تعداد سوراخ 20، نسبت اندازه ذره به سوراخ 1) امکان تصفیه حجم بیشتری به وجود نخواهد آمد.

بنابراین در حالت کلی یک مقدار بهینه برای نسبت اندازه ذره به سوراخ وجود دارد (در این جا برابر با 0.65) که به ازای آن بیشترین حجم عبوری ممکن در ازای ابقای شرایط رسوب پیش‌رونده، ممکن خواهد بود.

یک سرعت ثابت پیش می‌رود. با توجه به این که بازه عمل رسوب پیش‌رونده نوع دوم به محدوده سوراخ‌های فعال در نزدیکی تاج غشاء می‌باشد، بایستی با افزایش ارتفاع غشاء بازه عمل رسوب پیش‌رونده نیز افزایش یابد. بنابراین در این بخش شبیه‌سازی جریان برای دو ارتفاع متفاوت 5، و 20 سوراخ انجام شده و با منحنی شار جریان-زمان غشاء 10 سوراخه مقایسه شده است.

در "اشکال 7a و 7b"، حالت نهایی غشاء-رسوب برای دو ارتفاع متفاوت 5، و 20 سوراخ به نمایش در آمده است؛ همچنین در "شکل 7c" سه منحنی شار جریان-زمان به‌عنوان تابعی از ارتفاع غشاء (تعداد سوراخ‌ها در هر طرف)، نمایش داده شده اند؛ به‌علاوه در این تصویر، منحنی شار جریان-زمان برای حالت بدون سطح توسعه یافته و حالت های دارای سطح توسعه یافته با هم مقایسه شده‌اند. با توجه به "شکل 7c"، اگر چه شیب منحنی شار-زمان، پس از نقطه عطف و با افزایش ارتفاع اندکی کاهش یافته و در نتیجه فرض ثابت بودن اندازه محدوده رسوب پیش‌رونده نوع دوم را اندکی دچار خدشه کرده است، با این حال همچنان که انتظار می‌رفت افزایش ارتفاع غشاء باعث افزایش محدوده مهم رسوب پیش‌رونده نوع اول شده است. همچنین با توجه به این تصویر اگر چه با توسعه غشاء به ارتفاع 5 سوراخ، از نفوذ ذرات به و نشست ذرات بر سوراخ اصلی خروجی ممانعت به عمل آمده است، با این حال منحنی شار-زمان در این حالت در مقایسه با حالت ساده، حجم تصفیه شده کمتری از خود عبور خواهد داد. افزایش بیشتر ارتفاع غشاء تا 10 سوراخ سبب شده است تا عملکرد تصفیه‌ای غشاء در مرتبه ای برابر با حالت ساده قرار بگیرد؛ این در حالیست که غشای توسعه یافته 10 سوراخه در مقایسه با حالت ساده از مزیت خلوص صد درصدی مایع خروجی برخوردار است. در نهایت، با توجه به "شکل 7c"، افزایش بیشتر ارتفاع (تا 20 سوراخ) موجب برتری غشاء توسعه یافته نسبت به غشاء ساده هم از جهت میزان حجم تصفیه شده و هم از جهت درجه خلوص سیال خروجی شده است. در حقیقت مطابق با آنچه گفته شد، ارتفاع 10 سوراخ، حد پایینی لازم برای استفاده از غشاء عمودی در قیاس با غشاء ساده می‌باشد تا بتوان علاوه بر جلوگیری از انسداد مسیر اصلی جریان، با کنترل جهت انسداد، از طریق رسوب پیش‌رونده، به حجم تصفیه و خلوص خروجی بیشتری نایل آمد.

### 3-5- مسأله p32، اثر نسبت اندازه ذره به سوراخ بر رسوب پیش‌رونده

در بخش 1-5 اندازه ذره به سوراخ به نحوی تنظیم شد (برابر با 1) که غشاء عمودی مانع از عبور ذرات از سوراخ اصلی گردد و بدین ترتیب خلوص مایع خروجی 100 در صد بود. در این قسمت اندازه ذره به سوراخ به ترتیب 0.65 و 0.43 انتخاب شده و مشخصه‌های جداسازی با حالت اندازه ذره به سوراخ برابر با 1 (حالت پایه، از این پس در نظر گرفته شده با پانویس 0) مقایسه شده‌اند. با توجه به تصاویر غشاء-رسوب (شکل‌های 8a-c) در انتهای شبیه‌سازی، و منحنی‌های تغییرات شار-زمان متناظر، در ابتدا علی‌رغم افزایش اندازه سوراخ (شکل 8b؛ نسبت اندازه ذره به سوراخ برابر با 0.65)، تمام سطح غشاء در اثر مکانیزم رسوب پیش‌رونده، با ذرات پوشیده شده و به جز تعداد کمی از ذرات (5 درصد)، اکثر ذرات در ورودی‌های سوراخ‌ها به دام خواهند افتاد؛ اما با توجه به "شکل 8d"، افزایش اندازه سوراخ در این حالت تقعر منفی اولیه در منحنی شار-زمان را از بین برده و نسبت حجم عبوری در این حالت به حالت پایه افزایش خواهد یافت ( $V/V_0 = 1.35$ ). علت از بین رفتن تقعر منفی در منحنی شار را می‌توان وجود مسیرهای نیمه بسته در کنار مسیرهای جدیداً فعال شده دانست. در این صورت با افزایش مسیرهای نیمه بسته و جذب

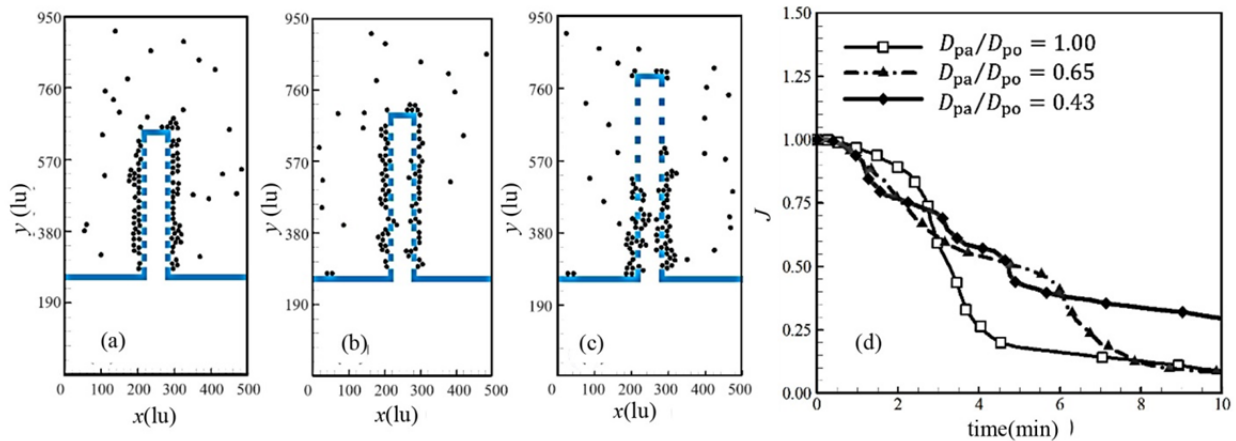


Fig. 8 (a-c) clogged surfaces for vertical membranes of different porosities (d) changes in flux attenuation curve as a function of membrane porosity  
 شکل 8 (a-c) اثر تخلخل بر چگونگی رشد رسوب بر سطح توسعه یافته غشاء (d) تغییرات زمانی منحنی شار جریان در مقابل تخلخل سطح

قابل ارائه است.

$$S^{2D} = \frac{N_{AC}^{Num} A_{pa}}{A_{AC}} \quad (14\text{-الف})$$

$$S^{3D} = \frac{N_{AC}^{Real} V_{pa}}{V_{AC}} \quad (14\text{-ب})$$

که در این رابطه، با توجه به "شکل 9a"،  $N_{AC}^{Num}$  و  $N_{AC}^{Real}$  به ترتیب تعداد ذرات مؤثر بر کاهش جریان در فضای مدل و فضای حقیقی می‌باشند. همچنین  $A_{AC} = L_1^{3D} H^{2D}$  و  $V_{AC} = L_1^{3D} L_2^{3D} H^{3D}$  به ترتیب سطح و حجم حامل ذرات مؤثر بر کاهش جریان هستند. بیش از این  $A_{pa}$  و  $V_{pa}$ ، به ترتیب سطح، و حجم ذره جامد هستند که برای یک ذره کروی به ترتیب برابر با،  $\pi D_{pa}^2/4$  و  $\pi D_{pa}^3/6$  می‌باشند.

با تعریف پارامتر نسبت غلظت (CR) به صورت رابطه (15)،

$$CR = \frac{S^{3D}}{S^{2D}} \quad (15)$$

رابطه بین  $N_{AC}^{Real}$  و  $N_{AC}^{Num}$  عبارتست از:

$$N_{AC}^{Real} = \frac{3}{2} CR \left( \frac{L_1^{3D} L_2^{3D}}{D_{pa} L_1^{2D}} \right) \left( \frac{H^{3D}}{H^{2D}} \right) N_{AC}^{Num} \quad (16)$$

برای تعیین نسبت CR، باید ارتباط معنایی بین صورت و مخرج کسر ( $S^{3D}$  و  $S^{2D}$ ) به شکل قابل قبولی ایجاد شده و این پارامترها، به یک نوع یکسان تغییر یابند. این مهم با درک مفهوم آماری غلظت، امکان‌پذیر خواهد بود؛ به این ترتیب که غلظت ماده جامد در یک فضای دو یا سه‌بعدی به معنی احتمال پیدا کردن جزء جامد، در هر جهت مختصاتی می‌باشد. یعنی به‌طور مثال برای  $S^{3D}$ ، می‌توان نوشت:

$$S^{3D} = \beta^x \beta^y \beta^z \quad (17)$$

که در رابطه (17)،  $\beta^x$ ،  $\beta^y$  و  $\beta^z$  به ترتیب احتمال پیدا کردن جزء جامد در جهت های x، y و z می‌باشند. بدیهیست که در یک فضای همگن، احتمال پیدا کردن ذرات در همه جهات با هم برابرند ( $\beta^x = \beta^y = \beta^z = \beta$ ) و از این رو برای  $S^{2D}$  و  $S^{3D}$  داریم:

$$S^{3D} = \beta^3; \quad S^{2D} = \beta^2 \quad (18)$$

در رابطه (18)،  $\beta$  و  $\beta'$ ، هر دو از یک نوع و معادل‌های آماری  $S^{3D}$  و  $S^{2D}$  می‌باشند. بنابراین بیان ریاضی-آماري رابطه (15)، را می‌توان به صورت رابطه (19)، در نظر گرفت.

$$CR = \frac{S^{3D}}{S^{2D}} = \frac{\beta}{\beta'} \quad (19)$$

### 6- نتیجه گیری

در این تحقیق با استفاده از روش شبکه بولتزمن استاندارد دو بعدی در ترکیب با یک مدل محاسبه برخورد، به مسأله جداسازی از هندسه سوراخ توسعه یافته در جهت جریان پرداخته شد. در این جا، هندسه توسعه یافته به صورت دو سطح عمودی سوراخ‌دار موازی که در جهت جریان و بر ورودی سوراخ اصلی نصب شده‌اند در نظر گرفته شد. نشان داده شد که ساختار رسوب در دو بازه زمانی متمایز رسوب پیش‌رونده و تشکیل کیک جرمی بر سطوح عمودی، گسترش می‌یابد. در بازه زمانی اول، رسوب پیش‌رونده با جابجایی جبهه میدان فشار در فاصله دو سطح عمودی سوراخ‌دار و تبدیل پیوسته نواحی فعال و غیرفعال غشاء به نواحی بسته، و فعال، باعث گسترش انسداد در سطح غشاء از ریشه تا تاج غشاء می‌شود. پس از آن در بازه زمانی دوم نشست ذرات به شکل یکنواخت و در قالب رشد کیک جرمی باعث کاهش آرام جریان خواهد شد. همچنین نشان داده شد که منحنی جریان-زمان متناظر با مرحله رسوب پیش‌رونده شامل دو بازه زمانی متمایز، رسوب پیش‌رونده نوع اول و رسوب پیش‌رونده نوع دوم است، که در بازه زمانی اول ساختار رسوب بدون هیچ‌گونه درکی نسبت به اثر منفی تاج غشاء، با سرعت ثابت پیش‌رفته و تقعر منحنی جریان در این حالت منفیست که در نتیجه بیشترین حجم تصفیه در این مرحله از غشاء عبور خواهد کرد. در بازه زمانی رسوب پیش‌رونده نوع دوم تقعر منحنی جریان عوض شده و عملکرد غشاء مشابه عملکرد متعارف در یک فرایند جداسازی عمود بر سطح خواهد بود. همچنین در این تحقیق اثر نسبت اندازه ذره به سوراخ، و ارتفاع سطح توسعه یافته غشاء بر مرحله رسوب پیش‌رونده بررسی شد. نشان داده شد که بقای رسوب پیش‌رونده متناظر با رعایت یک حدی پایینی برای نسبت اندازه ذره به سوراخ می‌باشد. همچنین با افزایش ارتفاع هندسه غشاء می‌توان گستره زمانی رسوب پیش‌رونده نوع اول و در نتیجه دوره عملکردی مفید غشاء را به شکل قابل توجهی افزایش داد.

### 7- پیوست

#### 7-1- روش نگاشت در تعیین منحنی شار جریان-زمان

برای تعیین تابع غشاء ( $\psi$ ) از ارتباط هندسی بین فضای مدل‌سازی و فضای حقیقی استفاده شده است. براساس "شکل 9a" رابطه ریاضی غلظت ماده جامد در فضاهای مدل‌سازی ( $S^{2D}$ ) و حقیقی ( $S^{3D}$ ) به صورت روابط (14)

که

$$\psi = \frac{3}{2} CR \left( \frac{\chi}{N_{\text{Pore}}} \right) \left( \frac{L_1^3 L_2^3}{D_{\text{pa}} L_1^2} \right) \left( \frac{H^3}{H^2} \right) \quad (23)$$

با تعیین تابع غشاء از رابطه (23) و با در اختیار داشتن  $N_{\text{tot}}^{2D}$ ، از محاسبات، مقدار  $N_{\text{tot}}^{3D}$ ، از رابطه (22) تعیین می‌شود. همچنین با در اختیار داشتن  $\lambda$ ، از محاسبات و  $N_{\text{tot}}^{3D}$  می‌توان زمان متناظر با هر نقطه از منحنی شار جریان را محاسبه کرد.

برای تعیین زمان متناظر با هر نقطه شار بی‌بعد مراحل زیر اجرا می‌شود.

1- مقدار دبی حجمی در دو گام  $i-1$ ،  $i$ ، و  $i$  یعنی  $q_i$  و  $q_{i-1}$ ، در یک تناسب خطی از مقدار دبی حجمی در آغاز تصفیه،  $q_0$ ، که متناظر با شار بی‌بعد 1، می‌باشد، و شار بی‌بعد حاصل از محاسبات در این دو لحظه،  $(i)$  و  $(i-1)$ ، تعیین می‌شود.

2- مقدار  $N_{\text{tot}}^{3D}$ ، در لحظه  $i$  ام، از مقدار معلوم تابع غشاء،  $\lambda$ ، و مقدار محاسبه شده  $N_{\text{tot}}^{2D}$ ، در این لحظه، مطابق با رابطه (22)، تعیین می‌شود.

3- با معلوم بودن  $N_{\text{tot}}^{3D}$ ، حجم مایع عبوری از غشاء در لحظه  $i$  ام،  $V_i$ ، را می‌توان از رابطه (24)، تعیین کرد.

$$V_i = \frac{N_{\text{tot}}^{3D} V_{\text{pa}}}{S^3} \quad (24)$$

همچنین با معلوم بودن  $V_{i-1}$ ، از گام قبلی محاسبات در این حلقه داریم:

$$dV = V_i - V_{i-1} \quad (25)$$

4- با در اختیار داشتن مقادیر  $q_i$ ،  $q_{i-1}$ ،  $dV$ ،  $t_{i-1}$  (زمان در لحظه  $i-1$ )، زمان متناظر با لحظه  $i$  ام، از رابطه (26)، تعیین می‌شود.

$$t_i = \frac{2dV}{q_{i-1} + q_i} + t_{i-1} \quad (26)$$

8- مراجع

[1] L. J. Zeman, Microfiltration and ultrafiltration, *Principles and Application*, 1996.  
 [2] J. Hermia, Constant pressure blocking filtration law application to powder-law non-Newtonian fluid, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol. 60, pp. 183-187, 1982.  
 [3] M. S. Doodeji, M. Zerafat, M. Yousefi, S. Sabbaghi, Effect of OH-treatment of PDMS on rejection in hybrid nanofiltration membranes for desalination, *Desalination*, Vol. 426, pp. 60-68, 2018.  
 [4] A. Kola, Y. Ye, P. Le-Clech, V. Chen, Transverse vibration as novel membrane fouling mitigation strategy in anaerobic membrane bioreactor applications, *Journal of Membrane Science*, Vol. 455, pp. 320-329, 2014.  
 [5] M. M. Kim, A. L. Zydney, Effect of electrostatic, hydrodynamic, and Brownian forces on particle trajectories and sieving in normal flow filtration, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 269, pp. 425-431, 2004.  
 [6] C. C. Ho, A. L. Zydney, Effect of membrane morphology on the initial rate of protein fouling during microfiltration, *Journal of Membrane Science*, Vol. 155, pp. 261-275, 1999.  
 [7] K. J. Hwang, T. T. Lin, Effect of morphology of polymeric membrane on the performance of cross-flow microfiltration, *Journal of Membrane Science*, Vol. 199, pp. 41-52, 2002.  
 [8] A. L. Zydney, C. C. Ho, Effect of membrane morphology on system capacity during normal flow microfiltration, *Biotechnology and bioengineering*, Vol. 83, pp. 537-543, 2003.  
 [9] N. Dizge, G. Soydemir, A. Karagunduz, B. Keskinler, Influence of type and pore size of membranes on cross flow microfiltration of biological suspension, *Journal of Membrane Science*, Vol. 366, pp. 278-285, 2011.  
 [10] W. Li, *Fouling Models for Optimizing Asymmetry of Microfiltration Membranes*: University of Cincinnati, 2009.  
 [11] Q. Han, W. Li, T. A. Trinh, X. Liu, J. W. Chew, A network-based approach to interpreting pore blockage and cake filtration during membrane fouling, *Journal of Membrane Science*, Vol. 528, pp. 112-125, 2017.  
 [12] T. Deuschle, U. Janoske, M. Piesche, A CFD-model describing filtration, regeneration and deposit rearrangement effects in gas filter systems, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 135, pp. 49-55, 2008.  
 [13] F. Qian, N. Huang, J. Lu, Y. Han, CFD-DEM simulation of the filtration performance for fibrous media based on the mimic structure, *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 71, pp. 478-488, 2014.  
 [14] D. Wan, S. Turek, Fictitious boundary (and) moving mesh methods for the

به‌طور مثال برای غلظت های 0.001، و 0.01، در فضاهای سه و دو بعدی،  $\beta$  و  $\beta'$ ، هر دو برابر با 0.1، خواهند بود؛ و در نتیجه CR، برابر با 1، می‌باشد.

با معلوم بودن مقادیر،  $CR, H^3/D, L_1^3, L_2^3, L_1^2$ ، برای تعیین رابطه بین  $N_{\text{AC}}^{\text{Real}}$  و  $N_{\text{AC}}^{\text{Num}}$ ، لازم است تا ارتباط هندسی بین یک سوراخ در فضای سه بعدی و سوراخ های فضای سه بعدی به درستی درک شود. در این قسمت با در نظر گرفتن هندسه سوراخ سه‌بعدی به شکل کانال استوانه‌ای این مسأله تشریح می‌شود. به این منظور در مثال ارائه شده در این بخش اندازه سوراخ به اندازه ذره 3، در نظر گرفته می‌شود.

هندسه یک سوراخ سه بعدی دایره‌ای را می‌توان با یک چند ضلعی زوج محاط بر آن به "شکل 9b" تقریب زد. در این تصویر سوراخ دایره‌ای به وسیله یک شش ضلعی، یک هشت ضلعی، و یک ده ضلعی محاط شده است. طول هر ضلع شش، هشت، و ده ضلعی به ترتیب برابر با 1.73، 1.24، و 0.97 برابر قطر یک ذره کروی می‌باشند؛ بنابراین ورودی هر سوراخ می‌تواند میزبان تقریباً 10 ذره باشد. همچنین هر دو ضلع رو در رو در یک چند ضلعی زوج معادل یک کانال در فضای دو بعدی عمل خواهند کرد. بنابراین سوراخ سه بعدی موردنظر معادل با 5 سوراخ در فضای دوبعدی خواهد بود؛ یعنی می‌توان نوشت:

$$N_{\text{AC}}^{\text{Num}} = \chi N_{\text{AC},1}^{2D} \quad (20)$$

که  $N_{\text{AC},1}^{2D}$ ، مبین تعداد ذرات فعال در فضای تغذیه "یک سوراخ دو بعدی" و  $\chi$  برای این مسأله برابر با 5 خواهد بود. با استفاده از رابطه (20) در رابطه (16) و از آنجایی که  $N_{\text{AC}}^{3D} = N_{\text{AC}}^{\text{Real}}$  داریم:

$$N_{\text{AC}}^{3D} = \frac{3}{2} CR \left( \frac{\chi}{N_{\text{Pore}}} \right) \left( \frac{L_1^3 L_2^3}{D_{\text{pa}} L_1^2} \right) \left( \frac{H^3}{H^2} \right) N_{\text{AC}}^{2D} \quad (21)$$

در رابطه (21)،  $N_{\text{Pore}}$  تعداد سوراخ‌های غشاء است؛ بنابراین در این رابطه  $N_{\text{AC}}^{2D}/N_{\text{Pore}}$  به جای،  $N_{\text{AC},1}^{2D}$  جایگذاری شده است.

با اعمال رابطه (21) در رابطه هندسی انسداد (رابطه (12)) خواهیم داشت:

$$N_{\text{tot}}^{3D} = \psi N_{\text{tot}}^{2D} \quad (22)$$

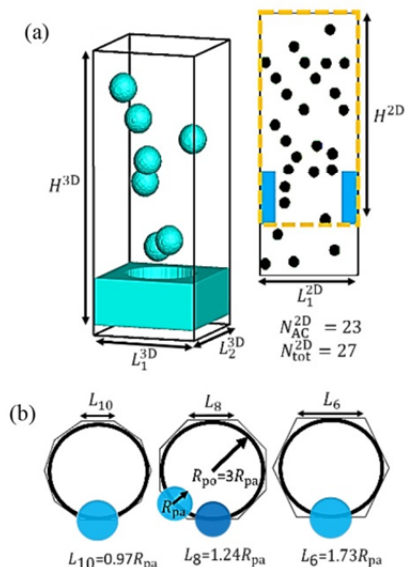


Fig. 9 (a) graphical description of real and computational pore geometries together with geometric parameters (b) illustration of a 3D pore as a host of certain amount of particles

شکل 9 (a) توصیف هندسی سوراخ در فضاهای محاسباتی و حقیقی و پارامترهای وابسته (b) نمایه ای از هندسه سوراخ به عنوان میزبان تعداد معینی از ذرات جامد

- polarisation in crossflow microfiltration, *Journal of Membrane Science*, Vol. 253, pp. 67-79, 2005.
- [24] G. Brans, J. Kromkamp, N. Pek, J. Gielen, J. Heck, C. Van Rijn, et al., "Evaluation of microsieve membrane design, *Journal of Membrane Science*, Vol. 278, pp. 344-348, 2006.
- [25] J. Kromkamp, D. van den Ende, D. Kandhai, R. van der Sman, R. Boom, Lattice Boltzmann simulation of 2D and 3D non-Brownian suspensions in Couette flow, *Chemical Engineering Science*, Vol. 61, pp. 858-873, 2006.
- [26] J. Marshall, Discrete-element modeling of particulate aerosol flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, pp. 1541-1561, 2009.
- [27] A. J. Ladd, Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 2. Numerical results, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 271, pp. 311-339, 1994.
- [28] J. Cao, *Advanced Parallel Processing Technologies: 6th International Workshop, APPT 2005, Hong Kong, China, October 27-28, Proceedings* Vol. 3756: Springer Science & Business Media, 2005.
- [29] X. M. Wang, X. y. Li, Modeling of the initial deposition of individual particles during the cross-flow membrane filtration, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 440, pp. 91-100, 2014.
- [30] M. Cooley, M. O'Neill, On the slow motion generated in a viscous fluid by the approach of a sphere to a plane wall or stationary sphere, *Mathematika*, Vol. 16, pp. 37-49, 1969.
- [31] J. A. Simeonov, J. Calantoni, Modeling mechanical contact and lubrication in direct numerical simulations of colliding particles, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 46, pp. 38-53, 2012.
- [32] M. E. Warkiani, F. Wicaksana, A. G. Fane, H. Q. Gong, Investigation of membrane fouling at the microscale using isopore filters, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 19, pp. 307-315, 2015.
- numerical simulation of rigid particulate flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 222, pp. 28-56, 2007.
- [15] S. K. Saha, G. P. Celata, Advances in modelling of biomimetic fluid flow at different scales, *Nanoscale Research Letters*, Vol. 6, pp. 344, 2011.
- [16] E. Moendarbary, T. Ng, M. Zangeneh, Dissipative particle dynamics: introduction, methodology and complex fluid applications—a review, *International Journal of Applied Mechanics*, Vol. 1, pp. 737-763, 2009.
- [17] S. Chen, Z. Wang, X. Shan, G. D. Doolen, Lattice Boltzmann computational fluid dynamics in three dimensions, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 68, pp. 379-400, 1992.
- [18] H. Wang, H. Zhao, Z. Guo, C. Zheng, Numerical simulation of particle capture process of fibrous filters using Lattice Boltzmann two-phase flow model, *Powder Technology*, Vol. 227, pp. 111-122, 2012.
- [19] H. Wang, H. Zhao, K. Wang, Y. He, C. Zheng, Simulation of filtration process for multi-fiber filter using the Lattice-Boltzmann two-phase flow model, *Journal of Aerosol Science*, Vol. 66, pp. 164-178, 2013.
- [20] S. C. Fu, W. T. Yuen, C. Wu, C. Y. H. Chao, Finite-difference lattice Boltzmann simulation on acoustics-induced particle deposition, *Comptes Rendus Mécanique*, Vol. 343, pp. 589-598, 2015.
- [21] Z. X. Tong, M. J. Li, Y. L. He, Y. S. Li, Numerical simulation of the particle deposition on a tube with coupled lattice Boltzmann method and finite volume method, *Energy Procedia*, Vol. 75, pp. 3207-3212, 2015.
- [22] R. R. Cai, L. Z. Zhang, Modeling of dynamic deposition and filtration processes of airborne particles by a single fiber with a coupled lattice Boltzmann and discrete element method, *Building and Environment*, Vol. 106, pp. 274-285, 2016.
- [23] J. Kromkamp, A. Bastiaanse, J. Swarts, G. Brans, R. Van Der Sman, R. Boom, A suspension flow model for hydrodynamics and concentration