

یکنواخت سازی کاتالوگ ستاره به روش مثلث بندی جهت کاربرد در حس گر ستاره

فرشاد سمیه‌ئی¹، امیر علی نیکخواه^{2*} و جعفر روشنی‌یان³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

3- استاد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، کد پستی: 16569-83911، nikkhah@kntu.ac.ir

چکیده

حجم پایگاه داده و کمینه ستاره‌های قابل مشاهده در میدان دید حس گر ستاره دو پارامتر مهم، تأثیرگذار و در عین حال متناقض می‌باشند که می‌بایست در طراحی مورد توجه قرار گیرند. در این راستا هدف از این مقاله یکنواخت سازی پایگاه داده با استفاده از توزیع یکنواخت نقاط بر روی کره سماوی و به روش مثلث بندی است. برای این منظور انتخاب کاتالوگ ستاره مناسب، قدر کمینه مطلوب و حذف ستاره‌های دابل از جمله سایر مراحل فرآیند یکنواخت سازی می‌باشد که در این تحقیق انجام شده است. بدین ترتیب نتایج بررسی‌های انجام گرفته نشان داد که مثلث بندی دلونی به روش استریک سریع تر و دقیق تر از روش شبکه ژئودزیک است. همچنین با انجام شبیه سازی و اجرای تست‌های مونت کارلو جهت شمارش تعداد ستاره‌های مشاهده شده در میدان دیدهای مختلف یک حس گر ستاره نوعی، مشخص گردید یکنواخت سازی به روش مثلث بندی دلونی منجر به کاهش چشمگیر احتمال مشاهده تراکم زیاد ستاره‌های کاتالوگ در میدان دید حس گر می‌گردد به گونه‌ای که احتمال مشاهده بیش از 25 ستاره در تمامی میدان‌های دید ممکن به صفر رسیده است. از سویی دیگر برای مشاهده 4 یا بیشتر از 4 ستاره در سطح اطمینان بیشتر از 95%، در کاتالوگ غیریکنواخت نیاز به میدان دید حداقل 12.5 درجه می‌باشد. این در حالی است که در پایگاه داده یکنواخت شده این میدان دید به اندکی بیش از 13 درجه افزایش یافته است؛ به عبارت دیگر یکنواخت سازی تا حدودی کمینه میدان دید لازم جهت مشاهده حداقل تعداد ستاره مورد نیاز را افزایش داده است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 25 دی 1396
پذیرش: 26 اسفند 1396
ارائه در سایت: 07 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:

حس گر ستاره
کاتالوگ ستاره
آسمان یکنواخت
مثلث بندی دلونی
شبکه ژئودزیک

Uniform star catalog using triangulation for application in star sensor

Farshad Somayehee, Amir Ali Nikkhah*, Jafar Roshanian

Department of Aerospace Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16569-83911 Tehran, Iran, nikkhah@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 January 2018
Accepted 17 March 2018
Available Online 27 April 2018

Keywords:

Star Sensor
Star Catalog
Uniform Sky
Delaunay's Triangulation
Geodesic grid

ABSTRACT

The size of database and minimum number of visible stars in the field of view of star sensor are two important, influential and contradictory parameters that should be considered in design of star sensor. In this regard, the purpose of this paper is to unify the database using the uniform distribution of points on the celestial sphere with the triangulation method. For this purpose, the choice of the suitable star catalog, minimum suitable magnitude and elimination of double stars are the other steps of the uniformity process that is carried out in this study. Thus, the results of the investigations showed that Delaunay's triangulation method is faster and more accurate than the geodesic grid. Also, by simulating and performing Monte Carlo tests to count the number of stars observed in the different FOVs of a typical sensor, it was found that Delaunay's triangulation leads to a significant reduction of the probability of viewing the high density of the catalog stars in the field of view, so that the probability of observation more than 25 stars in all possible FOVs has reached to zero. On the other hand, for observing 4 or more than 4 stars at a confidence level more than 95% in non-uniform catalog, the field of view needs to be at least 12.5 degrees, while in uniform database; this field is slightly increased to more than 13 degrees. In other words, uniformity has increased the minimum field of view needed to see the minimum number of required stars.

1- مقدمه

حقیقت یکی از اولین ایده‌های ناوبری در لجه دریا¹ و سپس ناوبری وسایل پرنده در شب، بر اساس مشاهده ستارگان بر روی کره سماوی (و البته در ابتدا با چشم غیرمسلح) شکل گرفت.

امروزه با توجه به تحولات فناوری، روش‌ها و حس گرهای متعددی جهت تعیین وضعیت دورانی مورد استفاده قرار می‌گیرند. لیکن دقت بالای تعیین

آشنایی انسان کهن با آسمان و درک این نکته که برخی از اجرام سماوی موقعیت تقریباً ثابتی در آسمان داشته و یا امتداد ثابتی را نشان می‌دهند، منجر به استفاده از ستارگان برای ناوبری گردید و بدین ترتیب رویای انسان جهت مهاجرت از زادگاه خود و کشف دریاها و قاره‌های جدید تحقق یافت. در

¹ Off-shore

که در آن f فاصله کانونی، ps ابعاد پیکسل‌های تصویر و Δ میزان پخش هاله ستاره ناشی از ناکانونی صفحه آشکارساز است. بدین‌سان اگر زاویه فضایی بین دو ستاره از وضوح زاویه‌ای دوربین حس گر کوچک‌تر باشد هر دو ستاره از پایگاه داده حذف می‌گردند.

در مرحله آخر از آنجایی که چگالی ستاره‌ها در تمام کره سماوی یکسان نیست (شکل 1)؛ با توجه به کمینه ستاره‌های مورد نیاز برای الگوریتم شناسایی سعی می‌گردد ستاره‌های کم‌نورتر اضافی از پایگاه داده حذف گردند. این عمل یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره نامیده شده و منظور از آن کاهش حجم پایگاه داده و افزایش قابلیت اطمینان شناسایی ستاره‌ها می‌باشد.

بدیهی است برای یکنواخت‌سازی در مناطقی از آسمان که تراکم ستارگان کمتر باشد؛ عملاً کاری نمی‌توان انجام داد، لیکن در مناطق متراکم‌تر می‌توان با حذف برخی از ستاره‌های کم‌نورتر (معادل قدر بزرگ‌تر)، تراکم مناسب را تأمین نمود. بدین‌سان اجرای الگوریتم یکنواخت‌سازی باعث می‌گردد تا در یک میدان دید معین، فارغ از امتداد محور اپتیکی دوربین همواره احتمال مشاهده حداقل تعداد ستاره‌ها ثابت مانده و حداکثر تعداد ستاره‌های کاتالوگ (قابل مشاهده در میدان دید) نیز محدود گردد.

موضوع انتخاب بهینه ستاره‌های راهنما و یکنواخت‌سازی کاتالوگ اولین بار در سال 2002 میلادی در مرجع [4] مطرح گردیده است. این مرجع به معرفی الگوریتمی اکتشافی جهت انتخاب مجموعه‌ای از ستاره‌های راهنما به‌عنوان بخش مهمی از طراحی ردیاب ستاره پیشرفته می‌پردازد؛ چراکه مطابق ادعای نویسندگان مقاله عملکرد و قابلیت اطمینان الگوریتم‌های شناسایی ستاره و تعیین وضعیت بستگی به انتخاب صحیح ستاره‌های راهنما دارد. در این بین مشکل این است که به حداقل رساندن تعداد کل ستاره‌های راهنما می‌بایست به‌گونه‌ای صورت گیرد که احتمال مشاهده حداقل ستاره راهنمای مورد نیاز در داخل میدان دید و در تمامی جهات ممکن آسمان حفظ گردد.

سال 2003 ملک انیس سامان در مرجع [3] به موضوع یکنواخت‌سازی با هدف استفاده در حس گر ستاره و اجرای الگوریتم شناسایی هرم⁶ به روش جستجوی k -vector پرداخته است. این مرجع نیز جهت بهینه‌سازی و افزایش قابلیت اطمینان شناسایی ستارگان، یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره را پیشنهاد نموده است. برای این منظور سه تکنیک وصله‌های⁷ روی کره، ذرات باردار و اسپیرال با شیب ثابت پیشنهاد و مقایسه شده و در خاتمه معایب و مزایای این روش‌ها با ارزیابی آماری دقیق مورد مطالعه قرار گرفته است.

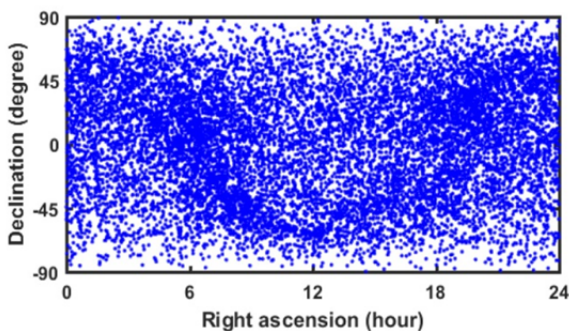


Fig. 1 Non-uniform distribution of stars of Hipparcos catalog (limited to magnitude 7)

شکل 1 توزیع غیریکنواخت ستاره‌های کاتالوگ هیپارکوس⁸ (محدود به قدر 7)

⁶ Pyramid
⁷ Patch
⁸ Hipparcos

وضعیت در حس گر ستاره (در حدود 0.001 درجه [1]) در مقایسه با سایر حس گرهای مورد استفاده (به‌عنوان مثال حس گر خورشیدی در حدود 0.1 درجه [2])، به‌کارگیری حس گرهای ستاره در مأموریت‌های دقیق، پرهزینه و طولانی مدت را الزامی تبدیل نموده است.

در این راستا اساس عملکرد حس گر ستاره همانند روش‌های قدیمی نجوم ژئودتیک² بر مبنای موقعیت معلوم ستارگان بر روی کره سماوی بوده و با تکیه بر این فرض، استفاده از پردازش تصاویر آسمان شب منجر به تعیین وضعیت و یا موقعیت می‌گردد. لذا طی چندین قرن گذشته دانشمندان، نهادها و مراجع مختلف جداول متعددی از اطلاعات ستارگان را تحت عنوان کاتالوگ ستاره، برای مقاصد مختلف تهیه و منتشر نموده‌اند.

از سویی دیگر محدودیت‌های موجود در سخت‌افزار حس گر ستاره نظیر محدودیت حجم حافظه‌های فلش، رم و یا پردازش، منجر به الزاماتی در طراحی و ساخت حس گرهای ستاره می‌گردد. علاوه بر این محدودیت‌ها، تراکم کم پایگاه داده در میدان دید حس گر نیز احتمال مشاهده حداقل تعداد ستاره‌های لازم برای الگوریتم شناسایی را کاهش می‌دهد.² لذا حجم پایگاه داده و کمینه‌سازی تعداد ستاره‌های مورد نیاز الگوریتم شناسایی دو پارامتر مهم، تأثیرگذار و در عین حال متناقض می‌باشند که می‌بایست مورد توجه قرار گیرند. در این راستا به‌کارگیری کاتالوگ‌های ستاره یکنواخت جهت توسعه حس گرهای ستاره بهینه و حصول الگوریتم شناسایی با عملکرد پیوسته و قابلیت اطمینان بالا روشی است که در مراجع مختلف (نظیر [3] و [4]) پیشنهاد شده است. این کاتالوگ‌ها تنها با محدود نمودن کاتالوگ ستاره مرجع به یک قدر مشخص حاصل نمی‌گردند؛ بلکه در کاتالوگ‌های ستاره یکنواخت انتظار می‌رود تعداد ستاره‌هایی که در یک میدان مشخص مشاهده می‌شوند، تقریباً ثابت (5 یا 6 ستاره)، با حداقل انحراف معیار و مستقل از سمت نشانه‌روی محور اپتیکی حسگر باشند [5].

برای این منظور در مرحله اول جهت کاهش حجم پایگاه داده یکی از مهم‌ترین فاکتورهای تأثیرگذار کمینه قدر قابل مشاهده توسط آشکارساز است. لذا در این مرحله با توجه به قابلیت‌های آشکارساز مورد استفاده، ابتدا کاتالوگ ستاره بر اساس قدر کمینه قابل مشاهده توسط آشکارساز محدود می‌گردد. این قدر کمینه به‌طور معمول در محدوده روشنایی ستاره‌های قابل مشاهده با چشم غیرمسلح ($Mv \leq 6$) است [6].

در مرحله بعد با توجه به مشکلات ناشی از ستاره‌های دابل در فاز شناسایی، سعی می‌گردد تا این ستاره‌ها نیز از پایگاه داده حذف گردند. در نجوم ستاره‌های دابل³ عبارت از دو ستاره نزدیک به هم هستند که به دور یکدیگر می‌چرخند [7]، لیکن در اینجا ستاره‌های دابل اصطلاحاً به دو ستاره‌ای اطلاق می‌گردد که شاید در واقعیت از یکدیگر نسبتاً دور باشند لیکن تصاویر آن‌ها بر روی صفحه آشکارساز از منظر الگوریتم مرکزی‌یابی مورد استفاده قابل تفکیک از یکدیگر نمی‌باشند. برای این منظور سائز هاله⁴ ستاره (ناشی از قدر و تابع توزیع نور ستاره و میزان ناکانونی⁵ سیستم اپتیکی) از اهمیت بسزایی برخوردار است. لذا جهت تشخیص ستاره‌های دابل از کمیت وضوح زاویه‌ای سیستم اپتیکی استفاده می‌گردد.

$$\theta_{\text{angular resolution}} = 2 \times \Delta \times \tan\left(\frac{ps}{2 \times f}\right) \quad (1)$$

² Geodetic Astronomy

² لازم به ذکر است تراکم بیش از اندازه پایگاه داده در میدان دید حس گر و زاویه فضایی کوچک بین ستارگان نیز احتمال بروز خطا در الگوریتم شناسایی را افزایش می‌دهد.

³ Double
⁴ Spot
⁵ Defocus

2- کاتالوگ ستاره

در اولین گام پژوهش در زمینه پایگاه داده حس گر ستاره، نیاز است تا یک کاتالوگ ستاره مناسب تهیه و داده‌های مورد نیاز استخراج گردد. بدین منظور پس از بررسی مراجع و مستندات موجود در خصوص حس گرهای ستاره و با توجه به کاتالوگ‌های مورد استفاده در منابع و برخی نمونه‌های عملیاتی موجود، مشخص گردید، کاتالوگ‌های اسکای 2000⁴، تیکو-2⁵ و هیپارکوس از بیشترین کاربرد برخوردار می‌باشند (جدول 1).

لذا با توجه به بررسی‌های صورت گرفته، کاتالوگ هیپارکوس [13] به‌عنوان کاتالوگ مبنا جهت بررسی و شبیه‌سازی‌های مورد نیاز در این پژوهش استفاده گردید.

لازم به ذکر است در مرجع [14] شش معیار مختلف (مشمول بر تعداد کاربرد در حوزه تحقیقاتی و عملیاتی، تعداد ستاره‌های با قدر 7 به پایین، دقت کاتالوگ، چگالی، امکان دسترسی و تعداد مراجعات) انتخاب و پس از وزن دهی به هرکدام از معیارها و استخراج وزن مجموع، درنهایت نتایج بررسی‌ها برای پنج کاتالوگ مورد بررسی به شرح جدول 2 اعلام گردید. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد در جدول 2 نیز کاتالوگ هیپارکوس از اولویت بالاتری جهت استفاده در حس گر ستاره برخوردار است.

3- مثلث‌بندی

همان‌گونه که در مقدمه اشاره گردید هدف از ارائه این مقاله یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره بوده و موضوع اصلی در یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره ایجاد نقاط با توزیع یکنواخت⁶ بر روی کره واحد می‌باشد. برای این منظور مراجع مختلف روش‌های متفاوتی را پیشنهاد و مورد بررسی قرار داده‌اند. یکی از این روش‌ها استفاده از وصله جهت پوشش سطح کره واحد است. بدیهی است در این حالت جهت پوشش بهینه سطح کره بهترین روش استفاده از سادک⁷ می‌باشد. لذا از آنجایی که در فضای سه‌بعدی ساده‌ترین شکل هندسی ممکن هرم است؛ استفاده از هرم و یا در حقیقت استفاده از مثلث‌های تشکیل دهنده هرم روشی مناسب به‌منظور پوشش بهینه کره واحد بوده و اصطلاحاً

جدول 1 ستاره‌های کاتالوگ مأموریت اسکای 2000، تیکو-2 و هیپارکوس

Table 1 Stars of SKY2000, Tycho-2 and Hipparcos missions catalog

کاتالوگ	تعداد ستاره‌ها	
	قدر روشن‌تر از 5	قدر روشن‌تر از 6
اسکای 2000	1631	5060
هیپارکوس	1626	5176
تیکو-2	1270	4598

جدول 2 نتایج محاسبه وزن مجموع [14]

Table 2 The results of calculation of total weight [14]

ردیف	کاتالوگ	وزن مجموع
1	هیپارکوس	4.04
2	تیکو-2	2.951
3	اسکای 2000	3.106
4	بی‌اس‌سی ⁸	2.59
5	اس‌ای‌او ¹	3.0422

⁴ SKY2000

⁵ Tycho-2

⁶ Equidistributed Point

⁷ در هندسه ساده‌ترین شکل ممکن در هر بُعد، مانند نقطه در بُعد صفر، پاره‌خط در بُعد یک، مثلث در بُعد دو، هرم در بُعد سه که نوان آن را در بُعد پایین‌تر گنجانند، سادک (simplex) نامیده می‌شود.

⁸ BSC

مرجع [8] به موضوع تولید کاتالوگ یکنواخت با استفاده از روش حداقل آنروپی بولتزمن به‌عنوان معیاری برای انتخاب یا رد یک ستاره از میان ستاره‌های نامزد درون میدان دید (FOV) پرداخته و نشان داده است که برای یک میدان دید 14 × 14 درجه، کاتالوگ بهینه تولید شده از ویژگی یکنواختی بهتری (به‌صورت محلی و سراسری) نسبت به کاتالوگ اولیه برخوردار است.

سال 2014 لی و همکاران به‌منظور بهبود الگوریتم شناسایی الگوی ستاره و عملکرد ردیابی ستاره در مرجع [9] روشی برای غربال‌گری کاتالوگ ستاره و تولید کاتالوگ با توزیع شبه یکنواخت¹ ارائه نمودند. این روش مبتنی بر وصله‌های با مساحت مساوی (بر مبنای زوایای فضایی 4 × 4 درجه) استوار بوده و تمام کره آسمانی را به 2664 زیرمجموعه تقسیم می‌نماید. بدین‌ترتیب با استفاده از این روش یک کاتالوگ مأموریت شبه یکنواخت با 2937 ستاره تولید گردیده که در میدان دید 12 درجه مربعی، احتمال حضور سه ستاره راهنما را با بیش از 99.9% تضمین می‌نماید.

سال 1394 شمسی نتایج تحقیقات دکتر روشنی‌بان و همکاران، جهت یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره در مجله مهندسی مکانیک مدرس منتشر گردید. در این پژوهش سه روش قطاع‌های کروی، منحنی شیب‌دار و ذرات باردار تامسون برای تولید کره یکنواخت پیاده‌سازی شده و از آن برای یکنواخت‌سازی کاتالوگ استفاده گردیده است. در ادامه برای ارزیابی کاتالوگ‌های تولید شده و انتخاب بهترین روش یکنواخت‌سازی، هفت معیار حداقل انرژی، اندازه کاتالوگ، احتمال حضور حداقل ستاره، میانگین و انحراف معیار حضور ستارگان در هر فریم، اندازه پایگاه داده و میزان شناسایی الگوریتم بازشناسی الگوی ستاره، تعریف شده و پس از ارزیابی معیارهای معرفی شده روش تامسون به‌عنوان روش مناسب، پیشنهاد گردید [10].

در ادامه با توجه به حجم بالای ستارگان در کاتالوگ‌های ستاره مادون‌قرمز (نسبت به کاتالوگ‌های ستاره مرئی) مرجع [11] به اهمیت استفاده از یکنواخت‌سازی جهت کاهش حجم کاتالوگ مأموریت در حس گرهای ستاره روزانه² پرداخته است. در همین راستا یکی از آخرین پژوهش‌ها در این زمینه در سال 1396 و توسط دکتر ابراهیمی و همکاران انجام شده است. در این تحقیق به‌منظور افزایش عملکرد حس گر در طول روز، نیازمندی‌های این سامانه در دو بخش کاتالوگ مأموریت و الگوریتم شناسایی مقاوم به غیر ستاره بررسی و تأمین شده‌اند. برای این منظور از کاتالوگ ستاره تومس³ استفاده گردیده است؛ لیکن به دلیل بالا بودن تعداد اجرام سماوی در این کاتالوگ، ابتدا کاتالوگ به 61 هزار جرم سماوی با بالاترین کیفیت موقعیت و فوتومتریک محدود شده و سپس با استفاده از یکنواخت‌سازی چیدمان ستارگان، 4000 ستاره به‌عنوان کاتالوگ مأموریت نهایی استخراج می‌گردند. درنهایت با توجه به تعداد زیاد اجرام قابل مشاهده در محدوده دید که در کاتالوگ مأموریت ذخیره نشده‌اند، الگوریتم شناسایی الگوی ستاره‌ی مقاوم به غیر ستاره‌ها تدوین و ارائه شده است [12].

بدین‌ترتیب در ادامه پژوهش‌های انجام شده، هدف از مقاله حاضر یکنواخت‌سازی کاتالوگ آسمان با استفاده از روش مثلث‌بندی و برای کاربرد حس گر ستاره است. در خاتمه با استفاده از شبیه‌سازی برای میدان دیدهای مختلف، دو کاتالوگ ستاره مرجع (محدود به قدر 6) و پایگاه داده یکنواخت شده با یکدیگر مقایسه گردیده‌اند.

¹ Quasi-uniform distribution

² Daytime star sensor

³ 2MASS

دسته‌های بهینه‌سازی محلی^۴، افزایشی^۵، تعبیه با ابعاد بالاتر^۶ و تقسیم و غلبه^۷ طبقه‌بندی می‌گردند. کاربرد این روش‌ها در ابتدا بیشتر محدود به فضای دو بُعدی بود لیکن در ادامه کاربردهایی برای فضای \mathbb{R}^3 و به‌خصوص بر روی کره واحد تعریف گردید.

در این بین روش افزایشی از محبوبیت، سادگی و دقت بیشتری در بین الگوریتم‌های حل مسئله مثلث‌بندی دلونی برخوردار است [20]. یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌ها در این زمینه الگوریتم استریک^۸ می‌باشد؛ که در این مقاله نیز از آن استفاده گردیده است. استریک الگوریتمی افزایشی جهت تولید مثلث‌های دلونی برای مجموعه‌ای از نقاط بر روی سطح کره واحد بوده و نشان داده شده که فارغ از نحوه توزیع نقاط، پیچیدگی زمانی الگوریتم برای n نقطه مجزا از مرتبه $O(n \log n)$ است [19].

در الگوریتم استریک ابتدا یک کره واحد با استفاده از نرم اقلیدسی در فضای \mathbb{R}^3 تعریف شده

$$U = \{p \in \mathbb{R}^3 : \|p\| = 1\} \quad (2)$$

و سپس بر روی آن یک متریک مبتنی بر زاویه بین دو نقطه و استفاده از ضرب داخلی در فضای \mathbb{R}^3 تعریف می‌گردد که در آن (\cdot, \cdot) نماد ضرب داخلی می‌باشد.

$$d(p, q) = \text{arccos}(p, q) \quad \forall p, q \in U, d(p, q) \in [0, \pi] \quad (3)$$

طبق تعریف، هر زیرمجموعه H از کره U را محدب گویند، اگر به ازای هر p و q متعلق به H ، ژئودزیک^۹ مابین آن‌ها نیز در H باشد. در هندسه دیفرانسیل، ژئودزیک تعمیم مفهوم خط مستقیم در فضای \mathbb{R}^2 به منحنی در فضای \mathbb{R}^3 می‌باشد. در حقیقت ژئودزیک کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه در روی سطح یک رویه^{۱۰} است [21].

بدین ترتیب مجموعه نقاط $S = \{p_i\}_{i=1}^N$ شامل $N \geq 3$ نقطه مجزای متعلق به U در نظر گرفته شده و فرض می‌گردد H پوش محدب^{۱۱} از S باشد.^{۱۲} در این حالت مثلث‌بندی T از S شامل مجموعه‌ای از مثلث‌ها است که شروط زیر را ارضا نماید [19].

- 1- نقاط S رؤس مثلث‌ها می‌باشند.
- 2- هر مثلث غیر از رؤس خود هیچ نقطه دیگری را شامل نمی‌گردد.
- 3- فضای داخلی مثلث‌ها دو به دو مستقل از یکدیگر (بدون هم‌پوشانی) می‌باشند.
- 4- مجموعه مثلث‌ها رویه H را پوشش می‌دهند.

حال اگر یک مثلث با استفاده از رؤس p_i, p_j و $p_k \in S$ و نماد (p_i, p_j, p_k) مشخص گردد که در آن رؤس به‌صورت ساعت‌گرد تعریف شده باشند؛ می‌توان نشان داد

$$\det(p_i, p_j, p_k) (p_i \times p_j, p_k) \geq 0 \quad (4)$$

که در آن $\det(p_i, p_j, p_k)$ دترمینان یک ماتریس با سطر و یا ستون p_i, p_j و p_k و $p_i \times p_j$ ضرب برداری می‌باشد. بدین ترتیب مرکز و شعاع دایره محیطی مثلث (p_i, p_j, p_k) با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌گردند.

⁴ Local Improvement
⁵ Incremental
⁶ Higher Dimensional Embedding
⁷ Divide and Conquer
⁸ STRIPACK
⁹ Geodesic
¹⁰ Surface
¹¹ Convex hull

¹² پوش محدب H از یک مجموعه متناهی نظیر S از نقاط U عبارت از کوچک‌ترین مجموعه محدبی است که تمام نقاط را در برگیرد. این پوش محدب در ساده‌ترین حالت ممکن شامل سه نقطه مجزای غیر هم‌خط بوده و اصطلاحاً مثلث (کروی) نامیده می‌شود که نقاط آن رؤس مثلث کروی می‌باشند.

مثلث‌بندی نامیده می‌شود. در هندسه اقلیدسی، مثلث‌بندی مجموعه نقاط H در فضای \mathbb{R}^n عبارت از مجتمع سادگی^۱ است که سطح رویه نقاط H را پوشش داده و رؤس متعلق به H باشد [15]. لذا همان‌گونه که اشاره شد بر روی سطح کره واحد (فضای \mathbb{R}^3) مثلث‌بندی متشکل از مجموعه‌ای از اهرام (و در واقع مثلث‌های تشکیل دهنده اهرام) است.

علاوه بر این برخی منابع الزام می‌دارند، تمامی نقاط مجموعه H می‌بایست رؤس مثلث‌های بدون هم‌پوشانی باشند [16]. در این حالت مثلث‌بندی را می‌توان به‌عنوان مجموعه‌ای حداکثری از پاره‌خط‌های غیر متقاطع بین نقاط تعریف نمود. درنهایت لازم به ذکر است مهم‌ترین مسئله در مثلث‌بندی، عدم وابستگی الگوریتم به نقطه شروع و یا توجیه نقاط بوده و نتایج می‌بایست تکرارپذیر و قابل پیش‌بینی باشند. بدین ترتیب در پژوهش پیش رو جهت یکنواخت‌سازی کاتالوگ آسمان از روش پوشش کره واحد با استفاده از وصله‌ها و یا کاشی‌های^۲ مثلثی شکل استفاده گردیده است. برای این منظور در ادامه دو روش مثلث‌بندی دلونی و شبکه ژئودزیک بررسی و پیاده‌سازی گردیده است.

3-1- مثلث‌بندی دلونی

در پاره‌ای از موارد مسئله مثلث‌بندی تحت شرایط و قیود خاصی انجام می‌پذیرد. یکی از مهم‌ترین این شروط برقراری شرط دایره محیطی است (شکل 2). بدین معنی که دایره محیطی هر مثلث، دیگر نقاط مجموعه را شامل نگردد. این روش مثلث‌بندی کمینه زوایای مثلث‌ها را به بیشترین مقدار ممکن رسانده و از به وجود آمدن مثلث‌های طولانی و باریک جلوگیری می‌نماید [16]. این روش توسط بوریس نیکولایویچ دلونی در سال 1934 میلادی ابداع [17] و به نام ایشان نام‌گذاری گردیده است.

مثلث‌بندی دلونی و یا دوگان آن دیگرام ورونوی کاربردهای متعددی در تولید شبکه‌های المان محدود، برازش داده‌های پراکنده و حل مسئله نزدیک‌ترین نقطه دارد [19]. این کاربردها در حال گسترش بوده و عموماً در تولید نقشه‌های ارتفاعی عوارض زمین، مدل‌سازی سه بُعدی اجسام، گرافیک کامپیوتری، رباتیک، بینایی ماشین و تشخیص الگو استفاده می‌گردند. امروزه روش‌های مختلف ارائه شده برای حل مسئله مثلث‌بندی دلونی در



Fig. 2 Delaunay's triangulation with environmental circles [18]

شکل 2 مثلث‌بندی دلونی با دایره محیطی [18]

¹ SAO
² Simplicial Complex
³ Tile

شکل مبتنی بر طول و عرض جغرافیایی می‌باشد (شکل 4). شبکه ژئودزیک اولین بار در سال 1968 میلادی به صورت هم‌زمان توسط ویلیامسون [23] و سادورنی [24] برای کاربردهای هواشناسی معرفی گردید [25]. لیکن امروزه در علوم مختلف زیست‌محیطی نظیر مدل‌سازی اقلیمی، جریانات اقیانوسی، آب‌وهوا و معادلات دیفرانسیل جزئی از شبکه‌های ژئودزیک برای نمونه‌گیری آماری داده‌ها، درک جامع از فیزیک محیط و انجام محاسبات پیچیده با استفاده از روش‌های حل عددی نظیر المان محدود استفاده می‌گردد.

روش معمول برای ساخت چنین شبکه‌ای استقرار یک بیست‌وجهی در داخل کره (شکل 5 الف) و سپس تقسیم وجه‌های آن برای تولید یک شبکه مناسب می‌باشد (شکل 5 ب و ج) [26]. این فرآیند با استفاده از تکرار عملیات تقسیم² مثلث‌ها به دو بخش مساوی و یا متجانس انجام پذیرفته [26] و تا حصول رزولوشن مورد نظر تکرار می‌گردد.⁴

4- یکنواخت‌سازی کاتالوگ

همان‌گونه که در بخش قبل اشاره گردید در ابتدا برای یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره دو روش مثلث‌بندی دلونی و شبکه ژئودزیک مدنظر بود. لیکن پس از پیاده‌سازی الگوریتم هر دو روش در محیط متلب R2016a بر روی پردازنده اینتل Corei7 با 8 گیگابایت رم و ویندوز 10 (64 بیتی)، مقایسه‌ای از منظر زمان اجرای الگوریتم و علی‌الخصوص کیفیت مثلث‌های تولید شده انجام گرفت که نتایج آن در جدول 3 مشاهده می‌گردد. برای مقایسه کیفیت مثلث‌های تولید شده، نسبت انحراف معیار به میانگین مساحت مثلث‌ها، تحت عنوان معیار کیفی در نظر گرفته شد.

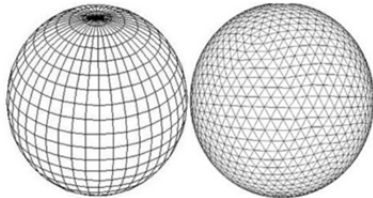


Fig. 4 Comparison geodesic grid (right) with geographic grid (left)
شکل 4 مقایسه شبکه ژئودزیک (راست) با شبکه جغرافیایی (چپ)

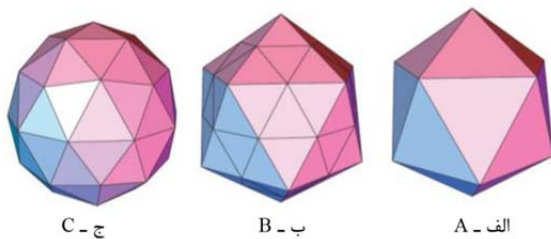


Fig. 5 The first bisection of the icosahedron [26] (A- The first icosahedron consists of 12 vertices, 30 sides and 20 corresponding spherical triangles B- The result of dividing each triangle of Section A into two equal or congruent parts C- Show the establishment of new vertices on sphere)

شکل 5 اولین تکرار تقسیم بیست‌وجهی [26] (الف) بیست‌وجهی اولیه شامل 12 رأس، 30 ضلع و 20 مثلث کروی متناظر ب- نتیجه تقسیم هر مثلث بخش الف به دو قسمت مساوی و یا متجانس ج- نمایش استقرار رئوس جدید بر روی کره)

³ Bisection

⁴ در هندسه، تقسیم عبارت از تقسیم یک المان هندسی به دو بخش مساوی یا متجانس است. در مثلث این عمل با اتصال یک رأس به ضلع مقابل صورت پذیرفته و مینای آن دو نیم‌سازی زاویه متناظر با رأس و یا ضلع مقابل آن می‌باشد.

$$v_{ijk} = \frac{(p_j - p_i) \times (p_k - p_i)}{\|(p_j - p_i) \times (p_k - p_i)\|} \quad (5)$$

$$r_{ijk} = d(v_{ijk}, p_l) \quad \langle v_{ijk}, p_l \rangle = \frac{\det(p_i, p_j, p_k)}{\|(p_j - p_i) \times (p_k - p_i)\|}, \forall l \in \{i, j, k\} \quad (6)$$

لذا دایره محیطی مثلث (p_i, p_j, p_k) به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$C_{ijk} = \{p \in U: d(v_{ijk}, p) = r_{ijk}\} \quad (7)$$

لازم به ذکر است با توجه به تعریف متریک، $0 < r_{ijk} \leq \frac{\pi}{2}$ شامل نقاط p_i, p_j, p_k می‌باشد. بدین ترتیب مثلث‌بندی دلونی T^* از S یک مثلث‌بندی T است؛ با این ویژگی که هیچ‌یک از دایره‌های محیطی هر یک از مثلث‌ها نقاط دیگری از S به جز رئوس خود مثلث را شامل نگردد. این شرط اصطلاحاً شرط دایره تهی نامیده می‌شود.

در عمل الگوریتم استریپک نظیر سایر الگوریتم‌های افزایشی، مثلث‌بندی دلونی را تنها با 3 نقطه اولیه (مثلث کروی) شروع کرده و با افزودن هر تعداد نقطه جدید شرط دایره تهی مجدد برآورده شده و مثلث‌بندی دلونی با نقاط جدید شکل می‌گیرد. شکل 3 نمونه‌ای از کره‌های ایجاد شده به این روش را نشان می‌دهد.

3-2- شبکه ژئودزیک

شبکه ژئودزیک روشی دیگر جهت مثلث‌بندی است که از کاشی‌های مثلث کروی بر مبنای تقسیم یک بیست‌وجهی¹ جهت پوشش سطح کره واحد استفاده می‌نماید. چنین شبکه‌ای ارتباط مستقیمی با مختصات کروی نظیر طول و عرض جغرافیایی بر روی زمین و یا بُعد و میل بر روی کره سماوی ندارد. لیکن از نظر آماری منطبق بر بسیاری از معیارهای اصلی یک شبکه جهانی گسسته است [22]. در این روش مساحت و شکل سلول‌ها مشابه هستند، به‌ویژه در نزدیکی قطب‌ها که بسیاری از شبکه‌های مکانی² دیگر دچار تکینگی و یا اعوجاج شدید می‌شوند. عدم هم‌پوشانی کاشی‌ها برخلاف شبکه‌های مربعی و افزایش آسان رزولوشن شبکه با تقسیم باینری از دیگر مزایای این روش است. در مقابل، این روش پیچیده‌تر از شبکه‌های مستطیل

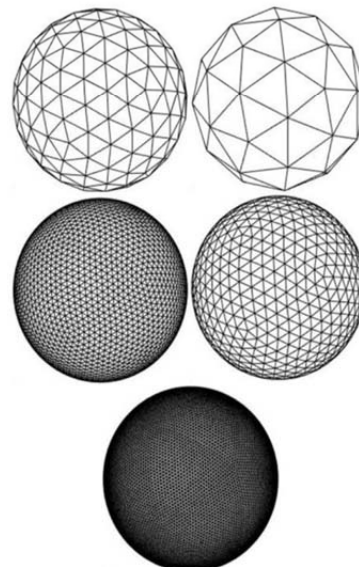


Fig. 3 The nodes generated by the STRIPACK algorithm and Table 3
شکل 3 کره‌های ایجاد شده با الگوریتم استریپک و تعداد جدول 3

¹ Icosahedron

² Spatial

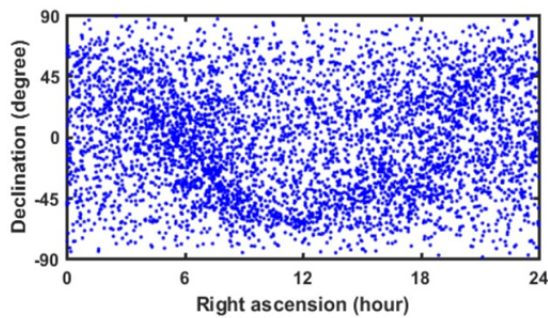


Fig. 8 Limited catalogs for brighter stars than magnitude 6

شکل 8 کاتالوگ محدود به ستاره‌های روشن‌تر از قدر 6

ستاره‌های دوپل شناسایی و از کاتالوگ محدود به قدر 6 حذف گردید (شکل 9).

در نهایت ابتدا سطح کره واحد با استفاده از 5120 مثلث دلونی با متوسط مساحت 0.0221 و انحراف معیار 1.01×10^{-6} کاشی گردیده و سپس مراکز ثقل مثلث‌ها محاسبه و مقرر گردید به ازای هر مثلث بر روی کره واحد سماوی حداکثر یک ستاره انتخاب گردد (شکل 10).

بدیهی است در این حالت در صورتی که مثلث انتخابی حاوی هیچ ستاره‌ای نباشد کاری نمی‌توان انجام داد، لیکن در صورتی که تنها یک ستاره در داخل مثلث قرار داشته باشد همان ستاره و در صورتی که بیش از یک ستاره در داخل مثلث قرار گیرد روشن‌ترین ستاره نزدیک‌تر به مرکز ثقل مثلث، به‌عنوان ستاره کاندید انتخاب می‌گردد. در این مرحله برای محاسبه کوتاه‌ترین فاصله هر ستاره تا مرکز ثقل مثلث از حل معکوس مسئله ژئودتیک¹ استفاده گردید [27]. بدین ترتیب پس از انجام مراحل فوق پایگاه داده یکنواخت شده (کاتالوگ مأموریت) در شکل 11 مشاهده می‌گردد.

5- شبیه‌سازی

جهت بررسی تأثیر فرآیند یکنواخت‌سازی پیشنهادی، بر کیفیت مشاهده

جدول 4 مشخصات سیستم اپتیک مورد استفاده در پژوهش

Table 4 Specifications of the optical system used in the research

ردیف	عنوان	مقدار
1	ابعاد آشکارساز	512 × 512
2	سایز پیکسل	6.56×10^{-6}
3	رزولوشن زاویه‌ای	0.0108
4	میزان ناکائونی	5 × 5

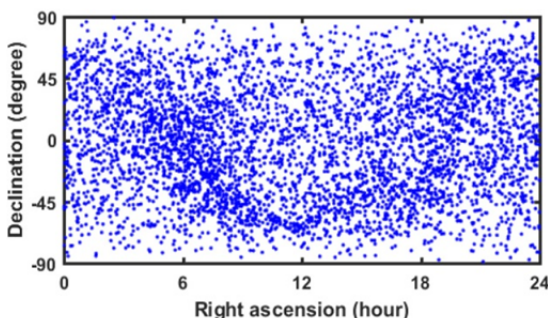


Fig. 9 Removing double stars

شکل 9 حذف ستاره‌های دوپل

جدول 3 مقایسه خروجی الگوریتم‌های استریک و شبکه ژئودتیک

Table 3 Comparison of output of STRIPACK and geodesic grids algorithms

تعداد گره	تعداد		زمان	
	دلونی	مثلث	ژئودتیک	دلونی
42	0.008342	80	0.02	0.02
162	0.002793	320	0.03	0.03
642	0.000724	1280	0.06	0.06
2562	0.000176	5120	0.19	0.08
10242	0.000040	20480	1.24	0.23

بدین ترتیب نتایج جدول 3 مبین آن است که کیفیت مثلث‌بندی به روش الگوریتم استریک تقریباً 3 برابر بهتر از روش شبکه ژئودتیک بوده و از نظر زمانی نیز روش استریک در تعداد گره‌های بالا به طرز محسوسی سریع‌تر می‌باشد. لذا در ادامه پژوهش، روش مثلث‌بندی دلونی برای یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره مورد استفاده قرار گرفت.

بدین‌سان همان‌گونه که در مقدمه نیز ذکر گردید، مطابق شکل 6، ابتدا پس از قرائت داده‌ها، کاتالوگ هیپارکوس به قدر 6 محدود گردید (شکل 8). این عمل منجر به کاهش تعداد ستاره‌ها به 5176 ستاره روشن‌تر از قدر 6 گردید.

سپس با توجه به جدول 4 و کمیت وضوح زاویه‌ای اپتیک مورد استفاده،

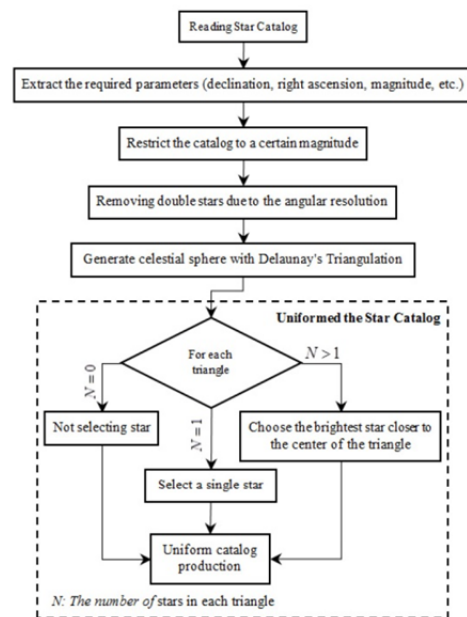


Fig. 6 Algorithm for generating the database from the reference catalog

شکل 6 الگوریتم تولید پایگاه داده از کاتالوگ مرجع

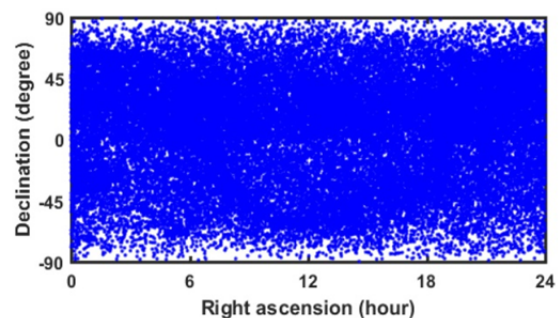


Fig. 7 Hipparcos Reference Catalog

شکل 7 کاتالوگ مرجع هیپارکوس

¹ Inverse Geodetic Problem

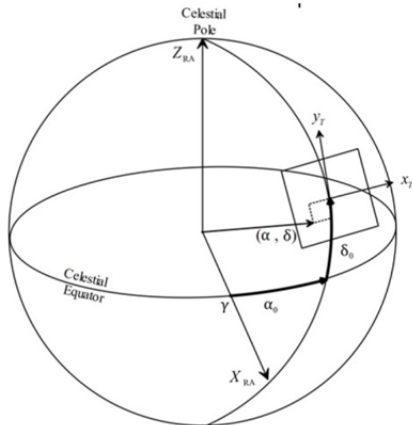


Fig. 12 Mapping spherical coordinate (α, δ) to tangential plane

شکل 12 نگاشت مختصات کروی (α, δ) به صفحه مماسی

تصویر (x_p, y_p) با توجه به فاصله کانونی (f) و ابعاد پیکسل تصویر (ps) و تبدیل پرسپکتیو امکان‌پذیر است. در این روش محل هر ستاره بر روی صفحه کانونی با استفاده از تقاطع پرتو اصلی² با صفحه کانونی تعیین می‌گردد [29].

$$x_p = f(x_T/ps), \quad y_p = f(y_T/ps) \quad (9)$$

در حالت کلی‌تر مطابق شکل 13 اگر دستگاه مختصات تصویر نسبت به سیستم اینرسی با زوایای غلت (Φ) ، فراز (θ) و سمت (ψ) دوران نموده باشد.

$$r' = R_\phi R_\theta R_\psi r, \quad r = [0 \ 0 \ 1]^T \quad (10)$$

ابتدا با استفاده از بردار r' نرمال شده، بُعد (α_0) و میل (δ_0) مرکز تصویر تعیین می‌گردد.

$$\alpha_0 = \tan^{-1} \frac{r'_2}{r'_1} \quad (11)$$

$$\delta_0 = \tan^{-1} \frac{r'_3}{R_H}, \quad R_H = \sqrt{r'_1{}^2 + r'_3{}^2} \quad (12)$$

سپس به منظور تبدیل وضعیت محور اپتیکی دوربین از شکل 13 به شکل 14، ابتدا کره سماوی را به همراه دوربین دوران داده تا محور اپتیکی دوربین با محور Z سیستم مختصات اینرسی هم‌راستا گردیده و سپس همانند حالت قبل عمل می‌گردد.

$$r'' = R^{-1}r' \quad (13)$$

بدین ترتیب می‌توان برای هر دو حالت کاتالوگ غیریکنواخت (محدود به

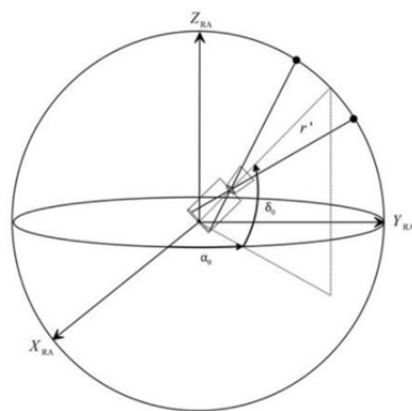


Fig. 13 The right ascension (α) and declination (δ) of the center of the image in the sky

شکل 13 بُعد (α_0) و میل (δ_0) مرکز تصویر در آسمان

² Chief Ray

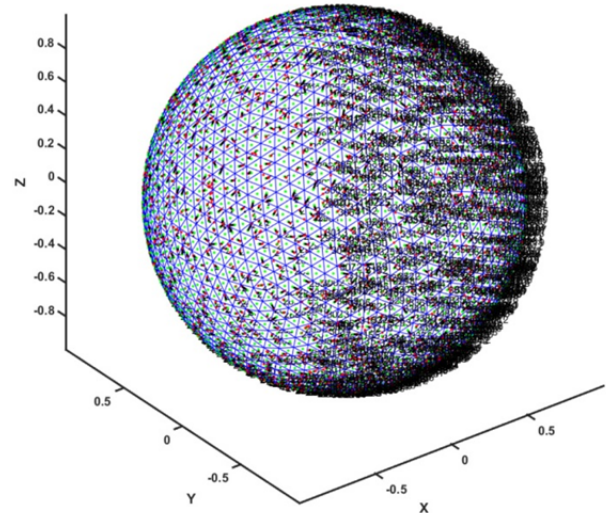


Fig. 10 Celestial sphere and the process of selection of stars in uniform catalog

شکل 10 کره سماوی و فرآیند انتخاب ستاره‌های کاتالوگ یکنواخت

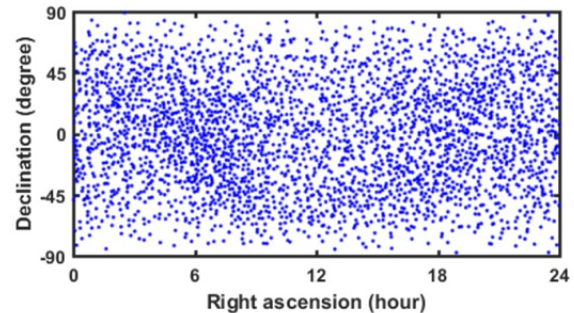


Fig. 11 Uniformed catalog

شکل 11 کاتالوگ یکنواخت شده

حداقل ستاره مورد نیاز برای الگوریتم شناسایی، از کاتالوگ غیریکنواخت محدود به قدر 6 و پایگاه داده یکنواخت تولید شده، جهت شبیه‌سازی کره سماوی و بررسی کمینه ستاره‌های مورد مشاهده در میدان دید استفاده گردید. برای این منظور از شبیه‌سازی حس‌گر ستاره به روش مدل روزنه¹ ایده‌آل استفاده گردید. این مدل توصیفی ریاضی از ارتباط پرسپکتیو بین مختصات سه بُعدی ستاره و تصویر دو بُعدی آن بر روی صفحه آشکارساز بوده و از روزنه ایده‌آل (فاقد عدسی) استفاده می‌نماید.

در این مدل، در ساده‌ترین حالت ممکن، با فرض انطباق محور اپتیکی دوربین بر محور Z_{RA} سیستم جهانی، انطباق مبدأ سیستم مختصات تصویر بر مرکز هندسی صفحه کانونی دوربین و در نهایت انطباق محورهای مختصات تصویر (x_p, y_p) به موازات محورهای X_{RA} و Y_{RA} سیستم مختصات جهانی می‌توان در هر لحظه موقعیت ستارگان را از کره سماوی به صفحه مماس در محل برخورد محور اصلی دوربین با کره سماوی (مرکز تصویر) منتقل کرد. این مسئله با توجه به شکل 12 و رابطه 8 قابل انجام است [28].

$$x_T = \frac{\cos\delta\sin(\alpha - \alpha_0)}{\cos\delta_0\cos\delta\cos(\alpha - \alpha_0) + \sin\delta\sin\delta_0}$$

$$y_T = \frac{\sin\delta\cos\delta\cos(\alpha - \alpha_0) - \cos\delta_0\sin\delta}{\cos\delta_0\cos\delta\cos(\alpha - \alpha_0) + \sin\delta\sin\delta_0} \quad (8)$$

سپس انتقال از مختصات حس‌گر ستاره $[x_T, y_T, f]^T$ به مختصات

¹ Pinhole model

50000 مرتبه برای کاتالوگ غیریکنواخت و به همین تعداد برای پایگاه داده یکنواخت شده، با استفاده از وضعیت‌های تصادفی و میدان‌های دید مختلف از 8 تا 16 درجه با سایز گام یک درجه انجام و در ادامه احتمال مشاهده تعداد ستاره‌های مختلف در میدان دیدهای متفاوت محاسبه و ترسیم گردید که نتایج در اشکال 16 و 17 مشاهده می‌گردد.

بدین ترتیب همان‌گونه که مشاهده می‌گردد استفاده از فرآیند یکنواخت‌سازی احتمال مشاهده بیش از بیست‌وپنج ستاره را در تمامی میدان‌های دید ممکن به صفر رسانده است. همچنین برای مشاهده 4 و بیشتر از 4 ستاره در سطح اطمینان بیشتر از 95% در کاتالوگ غیریکنواخت، نیاز به میدان دید حداقل 12.5 درجه می‌باشد؛ این در حالی است که در پایگاه داده یکنواخت شده این میدان دید به اندکی بیش از 13 درجه افزایش یافته است. لذا می‌توان نتیجه گرفت یکنواخت‌سازی کاتالوگ علیرغم مزایای قابل توجه در کم کردن حجم پایگاه داده و همچنین افزایش قابلیت اطمینان الگوریتم شناسایی ستاره منجر به نیاز به اندکی افزایش میدان دید و تغییر در پارامترهای طراحی اپتیک می‌گردد.

6- نتیجه‌گیری

با توجه به کاربردهای گسترده روش مثلث‌بندی، در مقاله حال حاضر از این روش برای یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره استفاده گردیده است. نتایج بررسی‌ها نشان داد که کیفیت مثلث‌های تولید شده به روش دلونی و با استفاده از تکنیک استریک، از منظر یکسانی مثلث‌ها، تقریباً سه برابر بهتر از روش شبکه ژئودزیک است. علاوه بر این مؤلفین مرجع [30] نشان داده‌اند که رویکرد همسایگی ستاره بسیار شبیه به روش مثلث‌بندی دلونی بوده و از قابلیت جستجوی نزدیک‌ترین نقطه مثلث‌بندی دلونی در الگوریتم شناسایی ND-K-Vector و ساخت کاتالوگ شناسایی ستاره بدون بُعد استفاده نمودند. لذا در این پژوهش برای یکنواخت‌سازی کاتالوگ ستاره از روش مثلث‌بندی دلونی بر روی کره واحد استفاده گردید.

در ادامه نتایج حاصل از پایگاه داده یکنواخت و مقایسه آن با کاتالوگ غیریکنواخت (محدود به قدر 6 و حذف ستاره‌های دابل) نشان داد که یکنواخت‌سازی منجر به کاهش چشمگیر احتمال مشاهده تعداد بسیار زیاد ستاره‌ها در یک میدان دید مشخص می‌گردد. هرچند که در سوی دیگر

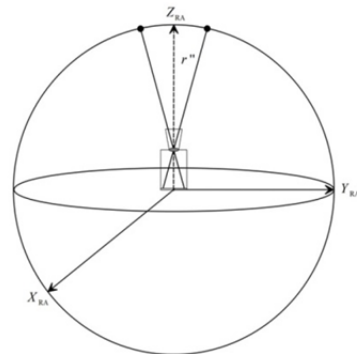


Fig. 14 How to transfer the optical axis of the camera from the initial attitude to the Z axis of the right ascension system

شکل 14 نحوه انتقال محور نوری دوربین از وضعیت اولیه به محور Z سیستم بُدی

قدر 6 و حذف ستاره‌های دابل - شکل 9) و پایگاه داده یکنواخت شده (شکل 11)، با انجام آزمون مونت کارلو احتمال مشاهده حداقل ستاره ممکن را در میدان‌های دید و وضعیت‌های مختلف محور اپتیکی بررسی نمود. برای این منظور مطابق فلوجارت (شکل 15) و با استفاده از روابط 6 تا 13 این آزمون

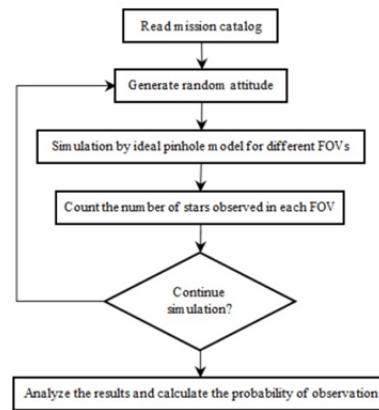


Fig. 15 An algorithm for determining the probability of a certain number of stars in different FOVs

شکل 15 الگوریتم تعیین احتمال حضور تعداد معینی از ستارگان در میدان‌های دید مختلف

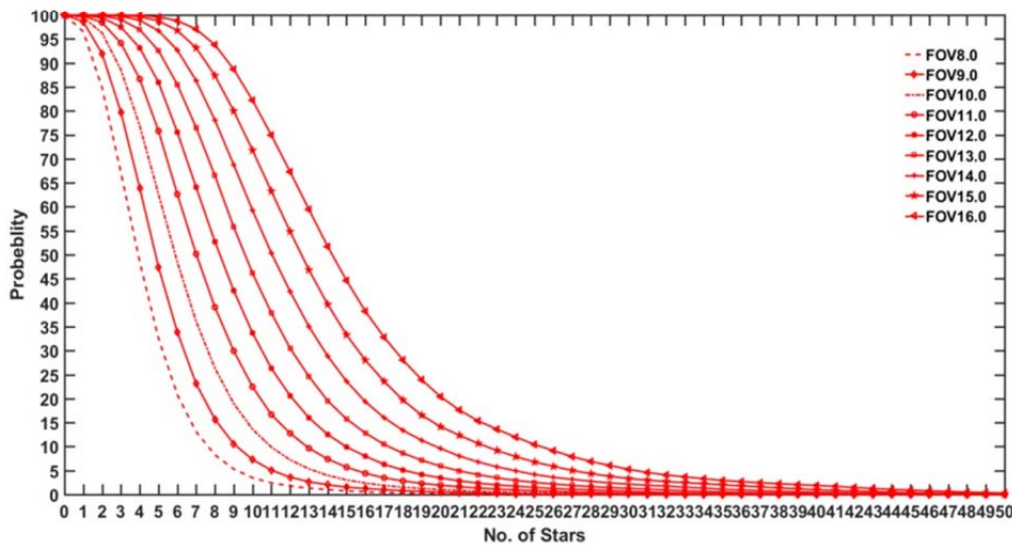


Fig. 16 The probability of observing a certain number of stars in different FOVs for a non-uniform catalog (Fig. 9)

شکل 16 احتمال مشاهده تعداد مشخصی از ستارگان در میدان دیدهای مختلف برای کاتالوگ غیریکنواخت (شکل 9)

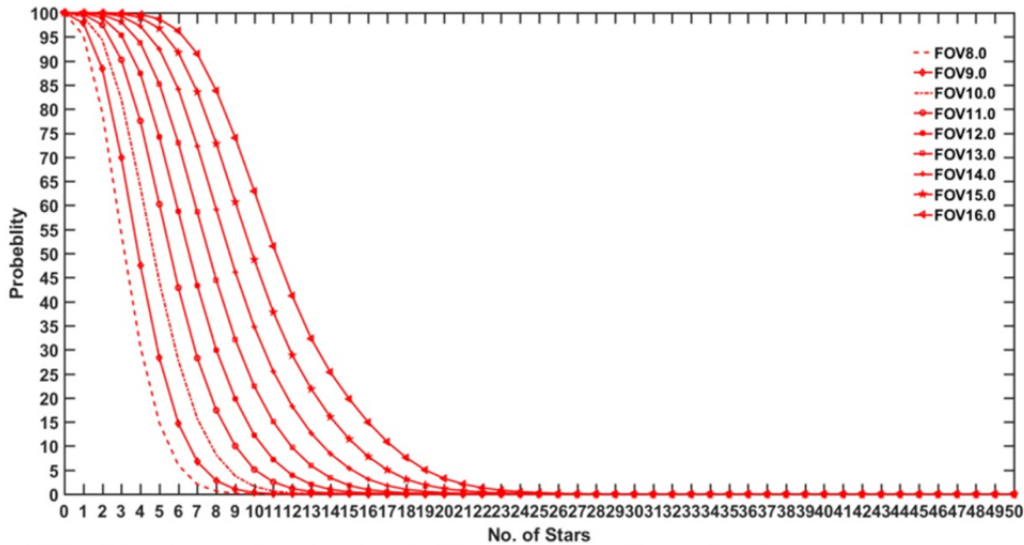


Fig. 17 The probability of observing a certain number of stars in different FOVs for a uniform catalog (Fig. 11)

شکل 17 احتمال مشاهده تعداد مشخصی از ستارگان در میدان دیدهای مختلف برای کاتالوگ یکنواخت شده (شکل 11)

R_ϕ دوران حول محور X_I به اندازه ϕ
 R_θ دوران حول محور Y_I به اندازه θ
 R_ψ دوران حول محور Z_I به اندازه ψ

مسئله تا حدودی کمیته میدان دید لازم جهت مشاهده حداقل تعداد ستاره مورد نیاز برای الگوریتم شناسایی ستاره را نیز افزایش می‌دهد. لذا می‌توان نتیجه گرفت در صورت استفاده از روش یکنواخت‌سازی کاتالوگ، نیاز به اندکی افزایش کمیته میدان دید و تغییر در پارامترهای طراحی اپتیک حس‌گر ستاره است.

8- مراجع

- [1] V. L. Pisacane, *Fundamentals of Space Systems*, Second Edition, pp. 267, New York: The Johns Hopkins University, Applied Physics Laboratory Series, Oxford University Press, 2005.
- [2] C. L. Cole, J. Crassidus, Fast star pattern recognition using spherical triangles. *ALAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Rhode Island*, pp. 5389, 2004.
- [3] M. A. Samaan, C. Bruccoleri, D. Mortari, J. L. Junkins, Novel techniques for creating nearly uniform star catalog. *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 116, pp. 1-13, 2004.
- [4] H.-Y. Kim, J. L. Junkins, Self-organizing guide star selection algorithm for star trackers: thinning method. *Proceeding of Aerospace Conference, IEEE*, Vol. 5, pp. 5-5, 2002.
- [5] B. B. Spratling, D. Mortari, A survey on star identification algorithms. *Algorithms*, Vol. 2, No. 1, pp. 93-107, 2009.
- [6] J. Martin-Fleitas, A. Mora, J. Sahlmann, R. Kohley, B. Massart, J. L'hermitte, M. L. Roy, P. Paulet, Enabling gaia observations of naked-eye stars, proceeding of space telescopes and instrumentation 2014: optical, infrared, and millimeter wave. *International Society for Optics and Photonics*, Vol. 9143, pp. 91430Y, 2014.
- [7] G. Zhang, *Star Identification: Methods, Techniques and Algorithms*, pp. 45, Beijing: National Defense Industry Press, Springer, 2016.
- [8] C. Zhang, C. Chen, X. Shen, A new guide star selection algorithm for star tracker. *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, pp. 5445-5449, 2004.
- [9] X. Li, J. Yang, L. Zhang, S. Li, G. Jin, A new simplified selection algorithm of the guide star catalogue for a star sensor. *The Journal of Navigation*, Vol. 67, No. 6, pp. 984-994, 2014.
- [10] J. Roshanian, S. Yazdani, M. Ebrahimi, M. J. Hasani Kabutarkhani, Uniform star catalog generation and comparison criterion introduction for a typical star tracker. *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 344-352, 2015. (in Persian)
- [11] J. Roshanian, S. Yazdani, S. BekranBehesht, M. Ebrahimi, 2MASS infrared star catalog data mining for use onboard a daytime star tracker. *7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, IEEE, pp. 75-79, 2015.
- [12] M. Ebrahimi, J. Roshanian, S. Yazdani, S. BekranBehesht, Develop mission catalog and robust pattern recognition algorithm to enhance the performance of the star tracker throughout the day. *Journal of Mechanical Engineering, University of Tabriz*, Vol. 47, No. 4, 2017. (in Persian)
- [13] M. Perryman, Astronomical applications of astrometry: ten years of exploitation of the Hipparcos satellite data. *Chapter 1 The HIPPARCOS and TYCHO catalogues*, Cambridge University Press, 2009
- [14] J. Roshanian, S. M. M. Hasani, S. Yazdani, M. Ebrahimi, Star catalog criteria selection and mission catalog update for a typical star tracker. *Journal of Space Science and Technology (JSST)*, Vol. 5, No. 4, pp. 8, 1391. (in Persian)

7- فهرست علائم

d(.,.)	متریک
det(.,.,.)	دترمینان
H	پوش محدب از S
f	فاصله کانونی
Mv	قدر ستاره
ps	سایز پیکسل‌های تصویر
\mathbb{R}^n	فضای n بعدی
S	مجموعه نقاط در فضای \mathbb{R}^n
T	مثلث‌بندی از S
T*	مثلث‌بندی دلونی از S
U	کره واحد
X_{RA}, Y_{RA}, Z_{RA}	دستگاه مختصات بعدی
X_I, Y_I, Z_I	دستگاه مختصات اینرسی
x_T, y_T	دستگاه مختصات مماسی
x_p, y_p	دستگاه مختصات تصویر
$\ \cdot \ $	نرم اقلیدسی
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	ضرب داخلی
علائم یونانی	
α, δ	بُعد و میل ستاره
α_0, δ_0	بُعد و میل مرکز تصویر
Δ	پخش هاله ستاره ناشی از ناکانونی صفحه آشکارساز
$\theta_{angular resolution}$	وضوح زاویه‌ای (فضایی)
ϕ, θ, ψ	زوایای غلت، فراز و سمت

- [23] D. L. Williamson, Integration of the barotropic vorticity equation on a spherical geodesic grid, *Tellus*, Vol. 20, No. 4, pp. 642-653, 1968.
- [24] R. Sadourny, A. Arakawa, Y. Mintz, Integration of the nondivergent barotropic vorticity equation with an icosahedral-hexagonal grid for the sphere, *Monthly Weather Review*, Vol. 96, No. 6, pp. 351-356, 1968.
- [25] J. Xie, H. Yu, K. L. Ma, Interactive ray casting of geodesic grids, *Computer Graphics Forum*, vol. 32, no. 3pt4, pp. 481-490, 2013.
- [26] D. A. Randall, T. D. Ringler, R. P. Heikes, P. Jones, J. Baumgardner, Climate modeling with spherical geodesic grids, *Computing in Science & Engineering*, Vol. 4, No. 5, pp. 32-41, 2002.
- [27] L. E. Sjöberg, M. Shirazian, Solving the direct and inverse geodetic problems on the ellipsoid by numerical integration, *Journal of Surveying Engineering*, Vol. 138, No. 1, pp. 9-16, 2012.
- [28] J. Kovalevsky, P. K. Seidelmann, *Fundamentals of astrometry*, Cambridge University Press, 2004.
- [29] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, *Digital image processing*, Second Edition, pp. , New Jersey, Prentice hall, 2002.
- [30] Spratling, B. and Mortari, D., Recursive Star Identification with the K-Vector ND, *Proceedings of the 2010 Space Flight Mechanics Meeting Conference*, San Diego, CA, Paper 10-206, 2010.
- [15] J. A. De Loera, J. Rambau, F. Santos, *Triangulations Structures for Algorithms and Applications*: Springer, 2010.
- [16] M. de Berg, M. van Kreveld, M. Overmars, O. C. Schwarzkopf, *Computational Geometry Algorithms and Applications*, pp. 193, Berlin, Heidelberg: Springer, 2000.
- [17] B. Delaunay, Sur la sphere vide, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskii i Estestvennyka Nauk*, Vol. 7, No. 793-800, pp. 1-2, 1934.
- [18] F. Mortari, Automatic Extraction of Improved Geometrical Network Model from CityGML for Indoor Navigation, Thesis, Master. TU Delft, 2013.
- [19] R. J. Renka, Algorithm 772: STRIPACK: Delaunay triangulation and Voronoi diagram on the surface of a sphere, *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, Vol. 23, No. 3, pp. 416-434, 1997.
- [20] J. Kohout, I. Kolingerová, J. Žára, Parallel Delaunay triangulation in E 2 and E 3 for computers with shared memory, *Parallel Computing*, Vol. 31, No. 5, pp. 491-522, 2005.
- [21] P. Vanicek, E. J. Krakiwsky, *Geodesy: the concepts*, Second Edition, pp. 267, Neatherland: Elsevier, 2015.
- [22] K. C. Clarke, Criteria and measures for the comparison of global geocoding systems, *Discrete global grids: A web book*. University of California, Santa Barbara. [http://www.ncgia.ucsb.edu/globalgrids-book], 2002.