

شبیه‌سازی عددی برخورد حباب بالارونده به مانع متخلخل با استفاده از روش شبکه بولتزمن پایستار جرمی

محسن قاسمی¹، محمدرضا انصاری^{2*}، محمدحسن رحیمیان³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

* صندوق پستی 14115-143، mra_1330@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 01 بهمن 1396
پذیرش: 02 فروردین 1397
ارائه در سایت: 07 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:

جریان دوفازی
حباب بالارونده
مانع متخلخل
برخورد حباب
روش شبکه بولتزمن

چکیده

یک مدل شبکه بولتزمن دوفازی قدرتمند با قابلیت مدل‌سازی نسبت چگالی بالا برای شبیه‌سازی برخورد حباب به مانع متخلخل به کار گرفته شده است که می‌تواند جریان دوفازی مخلوط نشدنی با نسبت چگالی 1000 را با بقای جرم بسیار مطلوب شبیه‌سازی کند. در این مقاله با مدل‌سازی مانع در دامنه حل جریان دوفازی، نحوه تغییرات توابع توزیع در دیواره‌ها و گوشه‌های مانع بیان شده، نحوه اعمال شرط مرزی ترشوندگی سطح بر روی مانع تشریح گردیده و نشان داده شده است که با وجود اعمال شرط مرزی مربوط به مانع نیز بقای جرم مدل به شکل مطلوبی حفظ می‌شود. پس از ارزیابی دقت و قابلیت مدل و صحت پیاده‌سازی آن ابتدا با چند مسأله پایه، برخورد یک حباب بالارونده با نسبت چگالی 1000 به یک مانع متخلخل مسطح شبیه‌سازی شده و تأثیر زاویه تماس، عدد اتوس و نسبت تخلخل و در تغییر شکل و نحوه عبور یا عدم عبور حباب از مانع به صورت سیستماتیک مورد بررسی قرار گرفته است. در برخورد حباب به مانع متخلخل با نسبت تخلخل پایین، در صورتی که زاویه تماس کم باشد، حباب در زیر مانع باقی مانده و به سکون می‌رسد. در زوایای تماس بالا، خاصیت آب‌گریزی سطح مانع، حباب را به داخل تخلخل‌ها می‌کشد و حباب به سطح بالای مانع منتقل می‌شود و بر روی سطح مانع به سکون می‌رسد. در سایر موارد حباب به طور کامل از مانع عبور می‌کند و از آن جدا می‌شود. خطای بقای جرم در عبور حباب از مانع متخلخل از مرتبه 10^{-11} است که بسیار مطلوب ارزیابی می‌شود.

Numerical simulation of rising bubble striking a porous obstacle using mass-conserving lattice Boltzmann method

Mohsen Ghasemi¹, Mohammad Reza Ansari^{1*}, Mohammad Hasan Rahimian²

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 14115-143 Tehran, Iran, mra_1330@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 21 January 2018
Accepted 22 March 2018
Available Online 27 April 2018

Keywords:

two-phase flow
rising bubble
porous obstacle
bubble striking
mass-conserving lattice Boltzmann method

ABSTRACT

A powerful two-phase lattice Boltzmann model with the ability of modeling high density ratio is applied to simulate a rising bubble striking a porous obstacle. This model is able to simulate immiscible two-phase flow with density ratio of 1000 and result in desirable mass conservation. In present research, a porous obstacle is posed in two-phase flow domain, bounce back and wetting boundary conditions at walls and corners is discussed and showed that after implementation of obstacle boundary conditions, mass conservation of the model is preserved. Accuracy and ability of the model firstly examined by some basic problems. Next, striking of a rising bubble with 1000 density ratio to a porous obstacle is simulated and the effect of contact angle, Eotvos number and porosity ratio in deformation and passing of the bubble from the obstacle is investigated systematically. Different porosity ratios and contact angles, result in different bubble behavior striking the porous obstacle; In low porosity ratios and low contact angles, the bubble remains below the obstacle. At high contact angles, the hydrophobicity of the obstacle surface draws the bubble into the porosities, and the bubble moves to the top of the obstacle and stays on the top surface of the obstacle. In other cases, the bubble completely passes through the obstacle and separates it. Mass conservation error of bubble passing the porous obstacle is of order of 10^{-11} which is completely desirable.

دینامیک جریان دوفازی در طراحی و تحلیل و نیز نگهداری این تجهیزات اهمیت ویژه‌ای دارد. در میان مسائل جریان دوفازی، حرکت حباب بالارونده در اثر نیروی گرانش یکی از مهم‌ترین پدیده‌های جریان دوفازی است که فهم

1- مقدمه

در بسیاری از تجهیزات صنعتی اعم از مولدهای بخار در نیروگاه‌های هسته‌ای، کندانسورها و بویلرها، دو فاز مایع و گاز هم‌زمان وجود دارند و مطالعه

شبیه‌سازی جریان دوفازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن ارائه شد که در معمولاً در چهار دسته شامل مدل‌های کرومودینامیک (گانتستینسن و همکاران [3]، گرونو و همکاران [4])، مدل‌های شبه‌پتانسیل (شان و چن [6,5]، شان و دولن [8,7])، مدل‌های انرژی آزاد (سوفیت و همکاران [10,9]، اورلاندینی و همکاران [11]) و مدل‌های براساس اندرکنش بین مولکولی (هی و همکاران [14-12] ژانگ و همکاران [16,15]، ژانگ [17]) دسته‌بندی می‌شوند. در سال‌های بعد تلاش‌ها برای توسعه مدل‌های شبکه بولتزمن دوفازی و به‌خصوص بالا بردن نسبت چگالی‌های قابل حصول در تحلیل‌ها ادامه یافت که به‌عنوان مدل‌های شاخص می‌توان به مدل اینامورو و همکاران [18]، لی و لین [19] و ژانگ و همکاران [20] اشاره کرد.

یکی از مدل‌های توانمند در شبیه‌سازی جریان دوفازی به روش شبکه بولتزمن، مدل لی است؛ لی و لین [19] برای اولین بار در سال 2005 مدل دوفازی خود را همراه با فرایند گسسته‌سازی و اعتبارسنجی به‌طور کامل ارائه کردند. در سال 2006 مقاله‌ای از لی و فیشر [21] درباره جریان‌های پارازیتی³ و نحوه از بین بردن آن در مدل دوفازی لی منتشر شد. در آن مقاله شرط مرزی دیواره وارد مسأله نشده بود. در سال 2008 لی و لیو [22] شرط مرزی دیواره را در مدل لی مورد بررسی قرار دادند. شبیه‌سازی خط تماس معمولاً با جریان‌های پارازیتی کوچک ولی شدیداً چرخان در مجاورت سطح جامد همراه است. آن‌ها دریافتند در صورتی که از فرم پتانسیلی نیروهای بین مولکولی استفاده شود و شرط مرزی دیواره نیز بر اساس روش انرژی دیواره و قانون جهش به عقب⁴ اتخاذ گردد، جریان‌های پارازیتی تا مرتبه خطای گرد کردن کاهش پیدا می‌کند.

در سال 2009 لی [23] اثر تراکم ناپذیری را در از بین بردن جریان‌های پارازیتی بررسی کرد. در سال 2010 لی و لیو [24] ضمن تبیین بهتری از مدل دوفازی لی، با استفاده از این مدل مسأله برخورد قطره به دیواره جامد را تحلیل و بررسی کردند.

طی سال‌های 2010 و 2011 آمایاباور و لی [26,25] در عمل برای اولین بار گرانش را در مدل لی وارد کردند. بعد از آن مدل لی توسط تعدادی از محققین توسعه داده شده و در مسائل دوفازی مختلف به‌کار گرفته شده است که به‌عنوان نمونه می‌توان به پژوهش‌های تقی‌لو و رحیمیان [27]، میرزایی و رحیمیان [28]، حقانی و رحیمیان [29]، بارودی و همکاران [30]، ژانگ و همکاران [31]، کانینگتن و همکاران [33,32]، فرخی‌راد و همکاران [34] و آشنا و همکاران [36,35] ریحانیان و همکاران [37] و امیرشاقی و همکاران [38] اشاره کرد.

فخاری، گی‌یر و لی [39] در سال 2016، بر پایه پژوهش جیو و لین [40] و گی‌یر و همکاران [41]، تبیین جدیدی از مدل لی را ارائه نمودند که از منظر بقای جرم نسبت به مدل اولیه بهبود چشمگیری داشت؛ آن‌ها مدل خود را تحت عنوان مدل پایستار جرمی معرفی کردند و چند مسأله شامل حباب بالارونده، سقوط قطره، ناپایداری کلون-هلمهولتز و جریان لایه برشی را به کمک آن شبیه‌سازی کردند. این مدل در مقاله حاضر تحت عنوان مدل فخاری شناخته می‌شود.

در پژوهش حاضر مدل فخاری برای اولین بار به‌منظور مطالعه دینامیک برخورد حباب بالارونده به مانع متخلخل به‌کار گرفته شده است. مانع متخلخل در این مطالعه به‌صورت یک مانع مسطح متشکل از المان‌های جامد مربعی یکسان در نظر گرفته شده و نحوه برچسب‌گذاری گره‌ها و چگونگی

دقیق دینامیک آن و شبیه‌سازی درست نیروهای فصل مشترکی در آن می‌تواند به طراحی مطلوب تجهیزات صنعتی مذکور کمک کند. لذا رفتار دینامیکی حباب بالارونده موضوع بسیاری از مطالعات عددی و تجربی بوده است. مطالعات تجربی و روابط هم‌بستگی استنتاج شده از آن‌ها توسط کلیفت و همکاران [1] و بعد از آن به‌طور کامل‌تر توسط باگا و وبر [2] مرور شده است. به‌طور کلی حرکت یک حباب بالارونده تحت اثر نیروی گرانش در یک سیال لزج در رژیم‌های مختلفی انجام می‌شود؛ دو عدد بی‌بعد در تعیین رژیم حرکت حباب بالارونده عدداتوس (Eo) یا بوند (Bo) و عدد مورتون (Mo) هستند که به‌صورت روابط (1) و (2) تعریف می‌شوند [1].

$$Eo = Bo = \frac{g\Delta\rho d_0^2}{\sigma} \quad (1)$$

$$Mo = \frac{g\Delta\rho\mu_l^2}{\sigma^3\rho_l^4} \quad (2)$$

در این روابط g شتاب گرانش، d_0 قطر اولیه حباب، σ کشش سطحی، ρ_l و μ_l به ترتیب لزجت مایع و چگالی مایع و $\Delta\rho$ اختلاف چگالی مایع و گاز است.

حرکت و جایجایی جریان دوفازی در محیط متخلخل نیز به دلیل کاربردهای آن در صنعت و فناوری، نظیر استخراج نفت و جداسازی گازهای زیرزمینی، از دیدگاه علمی و مهندسی مورد توجه قرار دارد. اما مسائل مرتبط با جریان دوفازی در محیط متخلخل به‌دلیل وقوع رفتارهای فیزیکی در مقیاس منافذ و پارامترهای متعدد تأثیرگذار در مسأله از جمله چگالی و لزجت سیال، کشش سطحی، خواص ترشوندگی سطح و هندسه منافذ، پیچیدگی‌های زیادی دارد. علاوه بر مطالعات تجربی انجام شده در این زمینه، روش‌های عددی متنوعی برای شبیه‌سازی این مسائل مورد استفاده قرار گرفته است که از آن جمله می‌توان مدل‌های شبکه منافذ (PN)، دینامیک ذرات پراکنده (DPD)، هیدروپدینامیک ذرات هموار (SPH) و روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) را نام برد. در روش‌های CFD نیز از تکنیک‌های مختلفی برای تعقیب (یا تسخیر) فصل مشترک فازها استفاده می‌شود که از بین آن‌ها تکنیک‌های حجم سیال (VOF)، سطوح هم‌تراز (LS) و میدان فاز (PF) متداول‌تر هستند. با این حال، تکنیک‌های VOF و LS وقتی نیروی کشش سطحی در ناحیه فصل مشترک غالب باشد، مستعد بروز جواب‌های غیرفیزیکی هستند و مشکلاتی در مدل‌سازی اندرکنش‌های میکروسکوپی دارند که در مسائل جریان دوفازی با وجود سطح جامد اهمیت ویژه‌ای دارد. اما تکنیک PF برپایه نظریه کان-هیلبارد و با کمینه کردن انرژی آزاد فصل مشترک¹، بدون نیاز به انجام مراحل نظیر مقداردهی اولیه مجدد² که در تکنیک LS وجود دارد و یا بازسازی فصل مشترک که در تکنیک VOF وجود دارد، قادر است دینامیک فصل مشترک را به‌خوبی شبیه‌سازی نماید.

در کنار روش‌های ذره-پایه و روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی، روش‌های شبکه بولتزمن نیز توانایی خوبی در شبیه‌سازی دینامیک سیالات دارند و طی دهه‌های اخیر به‌عنوان رهیافت عددی موازی در دینامیک سیالات محاسباتی رشد قابل توجهی پیدا کرده‌اند. رفتارهای متنوعی از سیالات اعم از جریان‌های ناپایا، جدایش فازها، تبخیر و میعان، کاویتاسیون، انتقال حرارت، شناوری و اندرکنش سیال با سطوح جامد با استفاده از این مدل‌ها شبیه‌سازی شده است.

برای مدل‌سازی جریان دوفازی به روش شبکه بولتزمن مدل‌های مختلفی وجود دارد؛ در طی دهه 1990 میلادی که دهه اول شکل‌گیری مدل‌های چندفازی به‌روش شبکه بولتزمن محسوب می‌شود، مدل‌های مختلفی برای

³ Parasitic currents⁴ Bounce back rule¹ Interfacial free energy² Re-initialization

3- پیاده‌سازی به روش شبکه بولتزنم

3-1- پیاده‌سازی معادله میدان فاز به روش شبکه بولتزنم

معادله (3) در روش شبکه بولتزنم به کمک رابطه (12) حل می‌شود [41].

$$\frac{\partial h_\alpha}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla h_\alpha = -\frac{h_\alpha - h_\alpha^{eq}}{\lambda_\phi} \quad (12)$$

که در آن h_α و λ_ϕ به ترتیب تابع توزیع و زمان آرامش مربوط به متغیر میدان فاز (ϕ) هستند. در این مقاله از ساختار شبکه D2Q9 استفاده شده که متداول ترین ساختار شبکه بولتزنم دو بعدی بوده و در آن هر نود شبکه با 9 نود اطراف خود مرتبط است. تابع توزیع تعادلی عبارت است از:

$$h_\alpha^{eq} = \phi \Gamma_\alpha + \theta w_\alpha e_\alpha \cdot n \quad (13)$$

$$\Gamma_\alpha = w_\alpha \left[1 + \frac{e_\alpha \cdot u}{c_s^2} + \frac{(e_\alpha \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{u \cdot u}{2c_s^2} \right] \quad (14)$$

و w_α ضرایب وزنی هستند که برای شبکه D2Q9 عبارتند از $w_0 = 4/9$ و $w_{1-4} = 1/9$ و $w_{5-8} = 1/36$. آخرین ترم در رابطه (13) ترم آنتی دیفیوژن است که از رابطه (15) به دست می‌آید.

$$\theta = \frac{M}{c_s^2} \left[\frac{1 - 4(\phi - \phi_{avg})^2}{W} \right] \quad (15)$$

رابطه (12) طی دو مرحله برخورد (رابطه (16)) و جابجایی (رابطه (17)) پیاده‌سازی می‌شود.

$$\hat{h}_\alpha = h_\alpha - \frac{h_\alpha - h_\alpha^{eq}}{\tau'_\phi + 0.5} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \hat{h}_\alpha}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla \hat{h}_\alpha = 0 \quad (17)$$

که در آن $\tau'_\phi = \lambda_\phi / \delta t$ زمان آرامش بی‌بعد برای متغیر میدان فاز است. موبیلیته به صورت رابطه (18) با زمان آرامش مرتبط است.

$$M = \tau'_\phi c_s^2 \delta t \quad (18)$$

پس از پیاده‌سازی مرحله جابجایی، متغیر میدان فاز به صورت رابطه (19) محاسبه می‌شود.

$$\phi = \sum_{\alpha=0}^8 h_\alpha \quad (19)$$

سیس چگالی از رابطه (20) محاسبه می‌گردد:

$$\rho = \rho_l + \frac{\phi - \phi_l}{\phi_h - \phi_l} (\rho_h - \rho_l) \quad (20)$$

که ρ_l و ρ_h به ترتیب چگالی فاز سبک و سنگین هستند.

3-2- پیاده‌سازی دینامیک سیال به روش شبکه بولتزنم

معادله بولتزنم گسسته برای سیالات غیرایده‌آل در حالت کلی به صورت رابطه (21) نوشته می‌شود.

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla f_\alpha = -\Lambda(f_\alpha - f_\alpha^{eq}) + \frac{(e_\alpha - u) \cdot F}{c_s^2} \Gamma_\alpha \quad (21)$$

که در آن f_α تابع توزیع ذره، Λ اپراتور برخورد و F ترم نیرو هستند. تابع توزیع تعادلی عبارت است از

$$f_\alpha^{eq} = \rho \Gamma_\alpha \quad (22)$$

ترم نیرو به صورت رابطه (23) نوشته می‌شود.

$$F = -\nabla(p - \rho c_s^2) + F_s + F_b \quad (23)$$

با تعریف تابع توزیع $g_\alpha = f_\alpha c_s^2 + w_\alpha(p - \rho c_s^2)$ و جایگزینی آن در رابطه (21) و در محدوده تراکم‌ناپذیر ($Ma \ll 1$) که ترم $u \cdot \nabla p \sim O(Ma^3)$ قابل صرف نظر است، رابطه (24) حاصل می‌شود

$$\frac{\partial g_\alpha}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla g_\alpha = -\Lambda(g_\alpha - g_\alpha^{eq}) + (e_\alpha - u) \cdot [\Gamma_\alpha - w_\alpha \nabla \rho c_s^2 + \Gamma_\alpha (\mu_\phi \nabla \phi + F_b)] \quad (24)$$

تغییرات توابع توزیع در دیواره‌ها و گوشه‌های مانع و نیز نحوه اعمال شرط مرزی ترشوندگی سطح بر روی مانع تشریح شده است. کد حل‌گر مسأله در نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی شده و پس از اعتبارسنجی آن با چند مسأله استاندارد شامل رهاسازی حباب، به هم پیوستن دو حباب، صعود تک‌حباب و شبیه‌سازی زاویه تماس، برخورد یک حباب بالارونده با نسبت چگالی 1000 به مانع متخلخل شبیه‌سازی شده و تأثیر زاویه تماس، عدد اتوس و نسبت تخلخل در تغییر شکل و نحوه عبور یا عدم عبور حباب از مانع مورد مطالعه قرار گرفته است.

2- معادلات حاکم

2-1- معادله میدان فاز برای تعقیب فصل مشترک

معادله میدان فاز پایسته به منظور تعقیب فصل مشترک به فرم رابطه (3) است [40]

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \phi u = \nabla \cdot \left[M \left(\nabla \phi - \frac{1 - 4(\phi - \phi_{avg})^2}{W} n \right) \right] \quad (3)$$

که در آن ϕ متغیر میدان فاز است، t نشان‌دهنده زمان، u بردار سرعت ماکروسکوپی، M موبیلیته، W ضخامت فصل مشترک و n بردار نرمال بر فصل مشترک است.

$$n = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (4)$$

مقدار میانگین متغیر میدان فاز، موقیعت فصل مشترک را نشان می‌دهد ($\phi_{avg} = (\phi_l + \phi_h)/2$). به‌طور معمول متغیر میدان فاز برای سیال با چگالی کم‌تر برابر صفر ($\phi_l = 0$) و برای سیال با چگالی بیش‌تر برابر واحد در نظر گرفته می‌شود ($\phi_h = 1$). همچنین معمولاً فرض می‌شود پروفایل متغیر میدان فاز در جهت نرمال بر فصل مشترک به صورت تانژانت هاپربولیک است.
$$\phi(\xi) = \phi_{avg} + \frac{\phi_h - \phi_l}{2} \tanh\left(\frac{2\xi}{W}\right) \quad (5)$$
 به نحوی که در موقیعت فصل مشترک ($\xi = 0$)، متغیر میدان فاز با مقدار میانگین آن برابر است.

2-2- معادلات دینامیک سیالات

معادلات حاکم بر مسأله مطابق روابط (6) و (7)، همان معادلات ناویر-استوکس برای جریان دوفازی و هم‌دما هستند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho u = 0 \quad (6)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu [\nabla u + (\nabla u)^T]) + F_s + F_b \quad (7)$$

که در آن ρ و μ به ترتیب چگالی و لزجت محلی هستند (و در هر فاز با دقت خوبی ثابت بوده و فقط در محدوده فصل مشترک تغییرات دارند)، p فشار و F_b نیروی حجمی بوده و F_s نیروی کشش سطحی است که به صورت رابطه (8) نوشته می‌شود.

$$F_s = \mu_\phi \nabla \phi \quad (8)$$

μ_ϕ پتانسیل شیمیایی است که به صورت مشتق انرژی آزاد نسبت به چگالی تعریف می‌شود و از رابطه (9) به دست می‌آید [39].

$$\mu_\phi = 4\beta(\phi - \phi_l)(\phi - \phi_h)(\phi - \phi_{avg}) - \kappa \nabla^2 \phi \quad (9)$$

پارامترهای β و κ بر اساس ضخامت لایه مرزی (W) و کشش سطحی (σ) به صورت روابط (10) و (11) محاسبه می‌شود [20]:

$$\beta = \frac{12\sigma}{W(\rho_h - \rho_l)^4} \quad (10)$$

$$\kappa = \frac{3W\sigma}{2(\rho_h - \rho_l)^2} \quad (11)$$

جامد تشکیل دهنده مانع متخلخل را با اندازه و موقعیت دلخواه در دامنه حل ایجاد کند. اما مانع متخلخل در این مطالعه به صورت یک مانع متشکل از المان‌های جامد مربعی یکسان انتخاب شده است که در یک ردیف افقی در کنار هم قرار دارند. شکل 1 پارامترهای هندسی مسأله را نشان می‌دهد.

2-4- برچسب‌گذاری

یکی از مراحل مهم پیاده‌سازی مانع در دامنه حل، برچسب‌گذاری است که یک بار در ابتدای الگوریتم حل انجام می‌شود. الگوی برچسب‌گذاری نودها و شماره‌گذاری سرعت‌های میکروسکوپی در هر نود، در شکل 2 نشان داده است. برچسب‌گذاری نودها در زیربرنامه ساده‌ای انجام می‌شود که ابتدا به نودهای سیال برچسب 1 و به نودهای جامد برچسب 2 تخصیص می‌دهد؛ سپس با توجه به موقعیت نودهای مرزی سیال، برچسب نودهای مرزی را از 1 به اعدادی بین 3 تا 10 تغییر می‌دهد.

3-4- اعمال شرط مرزی جهش به عقب در مرزهای جامد

بر روی توابع توزیع $(g_\alpha \text{ و } \bar{g}_\alpha)$ در مرزهای جامد، شرط مرزی جهش به عقب اعمال می‌شود. به این منظور پس از مرحله جابجایی، توابع توزیع مربوط به جهت‌های دور شونده از دیواره جامد با مقادیر متناظر نزدیک شونده به دیواره جامد در مرحله پیش از جابجایی جایگزین می‌گردد. جدول 1 نحوه پیاده‌سازی این شرط مرزی را به ازای برچسب‌های مختلف نودهای مرزی سیال نشان می‌دهد.

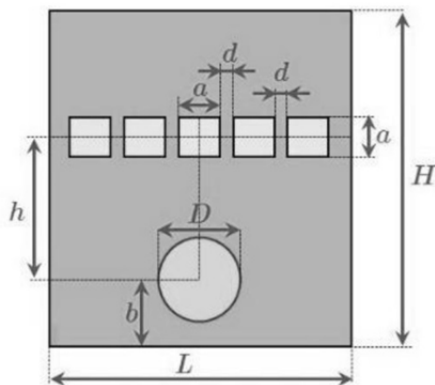


Fig. 1 Geometric parameters of domain and porous obstacle

شکل 1 پارامترهای هندسی دامنه حل و مانع متخلخل

که در آن $g_\alpha^{eq} = f_\alpha^{eq} c_s^2 + w_\alpha(p - \rho c_s^2)$ می‌باشد. چون در این مطالعه $\phi = 0$ و $\phi_h = 1$ هستند، برحسب رابطه (25) $\nabla\phi$ نوشته می‌شود.

$$\nabla\rho = \frac{\partial\rho}{\partial\phi}\nabla\phi = (\rho_h - \rho_l)\nabla\phi \quad (25)$$

بنابراین رابطه (24) به صورت رابطه (26) بازنویسی می‌شود.

$$\frac{\partial g_\alpha}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla g_\alpha = -\Lambda(g_\alpha - g_\alpha^{eq}) + [(\Gamma_\alpha - w_\alpha)(\rho_h - \rho_l)c_s^2 + \Gamma_\alpha\mu_\phi](e_\alpha - u) \cdot \nabla\phi + \Gamma_\alpha(e_\alpha - u) \cdot F_b \quad (26)$$

مشابه آن‌چه برای معادله شبکه بولتزمن مربوط به میدان فاز بیان شد، رابطه فوق نیز طی دو مرحله برخورد و جابجایی پیاده‌سازی می‌شود. فرم نهایی معادله شبکه بولتزمن فاز برخورد به صورت رابطه (27) نوشته می‌شود.

$$\hat{g}_\alpha(x, t) = \bar{g}_\alpha(x, t) - \Lambda(\bar{g}_\alpha - \bar{g}_\alpha^{eq})|_{(x,t)} + \delta t [(\Gamma_\alpha - w_\alpha)(\rho_h - \rho_l)c_s^2 + \Gamma_\alpha\mu_\phi](e_\alpha - u) \cdot \nabla\phi|_{(x,t)} + \delta t \Gamma_\alpha(e_\alpha - u) \cdot F_b|_{(x,t)} \quad (27)$$

\bar{g}_α در واقع یک تغییر متغیر به صورت رابطه (28) است.

$$\bar{g}_\alpha = g_\alpha + \frac{1}{2}\Lambda(g_\alpha - g_\alpha^{eq}) - \frac{\delta t}{2} [(\Gamma_\alpha - w_\alpha)(\rho_h - \rho_l)c_s^2 + \Gamma_\alpha\mu_\phi](e_\alpha - u) \cdot \nabla\phi - \frac{\delta t}{2}\Gamma_\alpha(e_\alpha - u) \cdot F_b \quad (28)$$

فرم تعادلی تابع توزیع اصلاح شده عبارت است:

$$\bar{g}_\alpha^{eq} = g_\alpha^{eq} - \frac{\delta t}{2} [(\Gamma_\alpha - w_\alpha)(\rho_h - \rho_l)c_s^2 + \Gamma_\alpha\mu_\phi](e_\alpha - u) \cdot \nabla\phi - \frac{\delta t}{2}\Gamma_\alpha(e_\alpha - u) \cdot F_b \quad (29)$$

معادلات شبکه بولتزمن فوق، معادله ناویر-استوکس حاکم (رابطه (7)) را بازیابی می‌کند.

شرایط مرزی مسأله در این تحقیق به طور کلی عبارت است از شرط مرزی تناوبی در مرزهای افقی و عمودی دامنه حل و شرط مرزی جهش به عقب در مرزهای جامد. جزئیات بیشتر مدل‌سازی و شرایط مرزی مانع متخلخل در بخش بعد ارائه شده است.

4- مدل‌سازی مانع متخلخل

1-4- پارامترهای هندسی

کد حل‌گر مسأله طوری تدوین شده است که می‌تواند هر یک از المان‌های

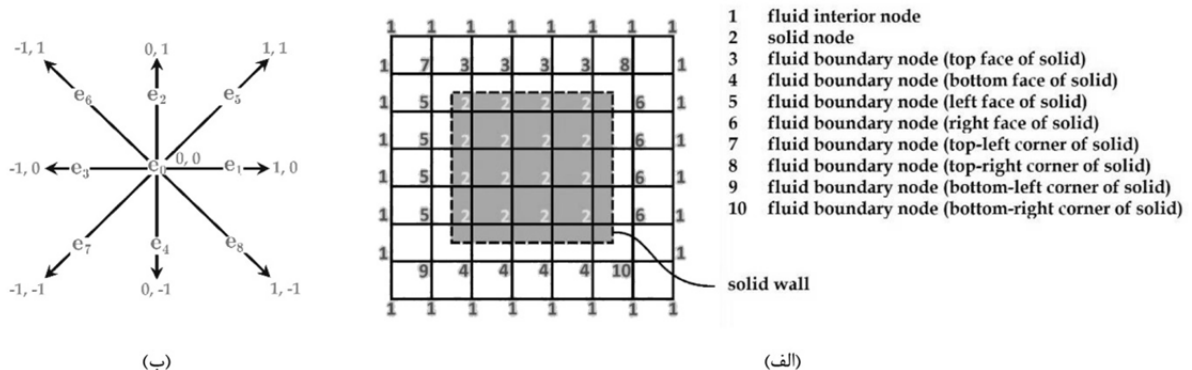


Fig. 2 (a) Node labeling rule at obstacle vicinity; (b) Microscopic velocity components in D2Q9 lattice

شکل 2 (الف) الگوی برچسب‌گذاری نودها در مجاورت مانع؛ (ب) مولفه‌های سرعت میکروسکوپی در شبکه D2Q9

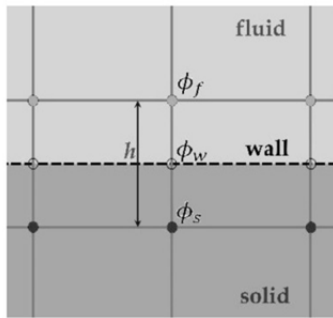


Fig. 3 Naming phase-field variables at solid wall vicinity

شکل 3 نامگذاری متغیرهای میدان فاز در مجاورت دیواره جامد

با گسسته‌سازی سمت چپ رابطه (34) به صورت $(\phi_f - \phi_s)/h$ و پس از انجام یک عملیات ریاضی می‌توان ϕ_s را بر حسب ϕ_f به صورت رابطه (36) بیان کرد.

$$\phi_s = \frac{1}{a} \left(1 + a - \sqrt{(1+a)^2 - 4a\phi_f} \right) - \phi_f \quad (36)$$

که در آن $a = h\Omega\sqrt{\beta/2\kappa}$ می‌باشد. به این ترتیب مقدار ϕ در نودهای مرزی واقع شده در داخل جامد، به منظور استفاده در محاسبه مشتقات مکانی ϕ در نودهای مرزی سیال به دست می‌آید و هم‌زمان اثر ترشوندگی سطح اعمال شده و زاویه تماس‌های مختلف را می‌توان شبیه‌سازی نمود.

5- نتایج و بحث

5-1- اعتبارسنجی نتایج برنامه

در این بخش با تحلیل چند مسأله استاندارد شامل مسأله رهاسازی حباب، به هم پیوستن دو حباب، صعود تک‌حباب و شبیه‌سازی زاویه تماس صحت نتایج کد نشان داده می‌شود.

5-1-1- رهاسازی حباب

یکی از معیارهای ارزیابی کد دوفازی نوشته شده، شبیه‌سازی مسأله رهاسازی حباب است؛ به این منظور یک حباب مربعی شکل به ضلع 40 واحد شبکه در وسط میدان محاسباتی با ابعاد 101 در 101 قرار داده شده و در لحظه صفر رها می‌شود. در این مسأله از شرط مرزی تناوبی استفاده شده و نسبت چگالی 1000 در نظر گرفته شده است.

شکل 4 تغییرات زمانی هندسه حباب را نشان می‌دهد. بعد از حدود 5000 سیکل حباب به شکل دایره در می‌آید و در ادامه نیز شکل دایروی خود را حفظ می‌کند.

5-1-2- به هم پیوستن دو حباب

از دیگر معیارهای ارزیابی صحت نتایج کد دوفازی، شبیه‌سازی مسأله به هم پیوستن چند حباب است. به این منظور دو حباب با قطر اولیه 38 واحد شبکه در مجاورت یکدیگر قرار داده شده است.

سایر شرایط مسأله، مشابه پژوهش جین و همکاران [42] در نظر گرفته شده است که عبارتند از دامنه حل 200 در 200، نسبت چگالی 40، نسبت لزجت سینماتیکی 6.5 و شرایط مرزی تناوبی. تغییرات زمانی هندسه حباب در شکل 5 به طور مقایسه‌ای با نتایج جین و همکاران [42] نشان داده شده است.

5-1-3- صعود حباب

در این بخش صعود حباب در اثر گرانش شبیه‌سازی شده است. همان‌طور که

جدول 1 نحوه پیاده‌سازی شرط مرزی جهش به عقب در مرزهای مانع

Table 1 Details of implementation of bounce back boundary condition in obstacle boundaries

نحوه پیاده‌سازی شرط مرزی			برچسب نود مرزی سیال
$X_6 \leftarrow \bar{X}_8$	$X_2 \leftarrow \bar{X}_4$	$X_5 \leftarrow \bar{X}_7$	3
$X_7 \leftarrow \bar{X}_5$	$X_4 \leftarrow \bar{X}_2$	$X_8 \leftarrow \bar{X}_6$	4
$X_6 \leftarrow \bar{X}_8$	$X_3 \leftarrow \bar{X}_1$	$X_7 \leftarrow \bar{X}_5$	5
$X_5 \leftarrow \bar{X}_7$	$X_1 \leftarrow \bar{X}_3$	$X_8 \leftarrow \bar{X}_6$	6
	$X_6 \leftarrow \bar{X}_8$		7
	$X_5 \leftarrow \bar{X}_7$		8
	$X_7 \leftarrow \bar{X}_5$		9
	$X_8 \leftarrow \bar{X}_6$		10

\bar{X}_α : تابع توزیع قبل از جابجایی (pre-stream)

X_α : تابع توزیع (یا h_α) بعد از اعمال شرط مرزی

4-4- اعمال زاویه تماس در مرزهای جامد

زاویه تماس برای فصل مشترک مایع-گاز با سطح جامد تعریف می‌شود؛ به طوری که هر چه زاویه تماس به صفر نزدیکتر باشد ترشوندگی سطح با مایع بیشتر است و هر چه زاویه تماس به 180 نزدیکتر باشد خاصیت آب‌گریزی سطح افزایش می‌یابد.

در پیاده‌سازی مدل حاضر، زاویه تماس یا اثر ترشوندگی سطح در حین محاسبه مشتقات مکانی ϕ در نودهای مرزی سیال اعمال می‌شود. مشتقات مکانی ϕ در نودهای غیرمرزی سیال از روابط (30) الی (33) محاسبه می‌شود. [24]

$$\delta t e_\alpha \cdot \nabla \phi|_x = \frac{1}{2} [\phi(x + e_\alpha \delta t) - \phi(x - e_\alpha \delta t)] \quad (30)$$

$$\nabla \phi|_x = \frac{1}{c_s^2 \delta t} \sum_{\alpha \neq 0} w_\alpha e_\alpha (\delta t e_\alpha \cdot \nabla) \phi|_x \quad (31)$$

$$(\delta t e_\alpha \cdot \nabla)^2 \phi|_x = \phi(x + e_\alpha \delta t) - 2\phi(x) + \phi(x - e_\alpha \delta t) \quad (32)$$

$$\nabla^2 \phi|_x = \frac{1}{c_s^2 \delta t^2} \sum_{\alpha \neq 0} w_\alpha (\delta t e_\alpha \cdot \nabla)^2 \phi|_x \quad (33)$$

بنابراین برای محاسبه مشتقات مکانی در هر نود، مقدار ϕ در کلیه نودهای همسایه مورد نیاز است؛ اما در نودهای مرزی سیال، یک یا چند نود همسایه در داخل جامد واقع می‌شود؛ بنابراین لازم است قبل از محاسبه مشتق در نودهای مرزی سیال، مقدار ϕ در نودهای همسایه واقع شده در داخل جامد با مقادیر مناسب جایگزین گردد.

به عنوان اولین گزینه می‌توان فرض کرد به صورت آینه‌ای، مقدار ϕ در نودهای مرزی واقع شده در داخل جامد با نودهای مرزی متناظر واقع شده در سیال مساوی است. این فرض معادل اعمال شرط مرزی $n \cdot \nabla \phi = 0$ بر روی دیواره جامد است که تنها برای زاویه تماس 90 درجه (ترشوندگی خنثی) درست است. در حالت کلی مشتق مکانی ϕ در جهت نرمال بر سطح جامد از رابطه (34) به دست می‌آید [24].

$$n \cdot \nabla \phi|_w = \Omega \sqrt{2\beta/\kappa} (\phi_w - \phi_w^2) \quad (34)$$

پارامترهای β و κ قبلاً معرفی شد (روابط (10) و (11))؛ پارامتر Ω مقدار بی‌بعد قابلیت ترشوندگی است که به صورت رابطه (35) به مقدار زاویه تماس تعادلی مربوط است.

$$\Omega = -\cos\theta^{eq} \quad (35)$$

مطابق شکل 3، مقدار متغیر میدان فاز روی مرز ϕ_w نامیده می‌شود. از آنجایی که نود مشخصی روی مرز وجود ندارد، مقدار ϕ_w به صورت $(\phi_f + \phi_s)/2$ تقریب زده می‌شود.

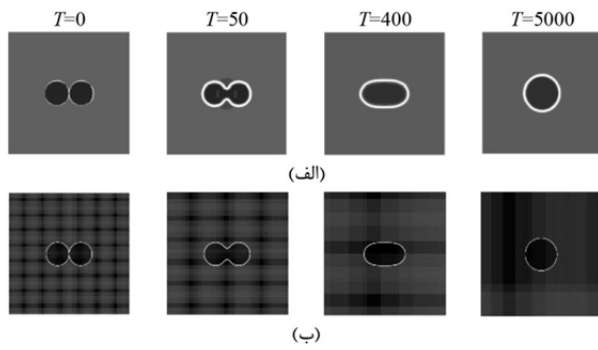


Fig. 5 Bubble geometry changes in two bubbles coalescence problem; (a) Jain et. al.[42]; (b) present model

شکل 5 تغییرات زمانی هندسه حباب در مسأله به هم پیوستن دو حباب؛ (الف) جین و همکاران [42]؛ (ب) پژوهش حاضر

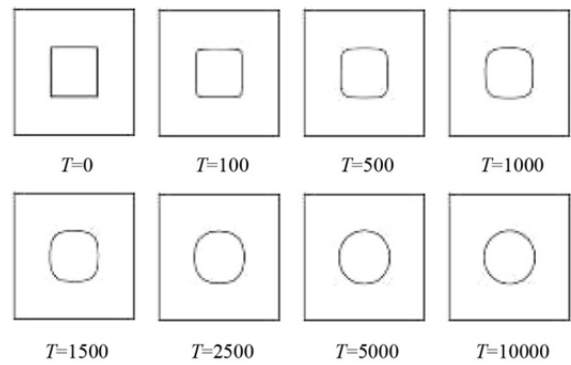


Fig. 4 Time history of bubble geometry in square bubble relaxation problem

شکل 4 تغییرات زمانی هندسه حباب در مسأله رهاسازی حباب مربعی

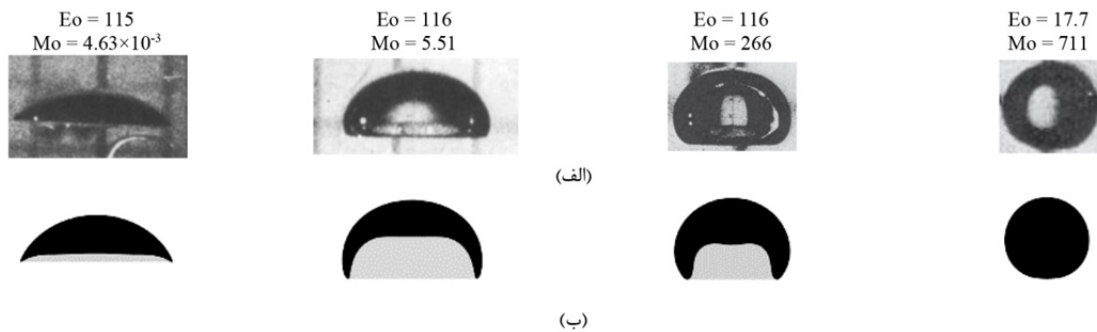


Fig. 6 Shapes of rising bubble at different Eotvos and Morton numbers: (a) Bubble shape in experiments of Bhaga and Weber [2]; (b) Final bubble shape in present study

شکل 6 مقایسه شکل حباب بالارونده در اعداد اتوس و مورتن مختلف؛ (الف) تصویر حباب در آزمایشات تجربی باگا و وبر [2]؛ (ب) شکل نهایی حباب در پژوهش حاضر

این خطا ممکن است به دقت اندازه‌گیری قطر حباب در دو پژوهش مربوط باشد.

5-1-4- شبیه‌سازی زاویه تماس

در این بخش صحت نتایج کد دوفازی حاضر در شبیه‌سازی زاویه تماس مورد ارزیابی قرار گرفته است. به این منظور یک قطره نیم‌دایره‌ای با نسبت چگالی 1000 و نسبت لزجت 100 در شرایط بدون گرانش و در حالت چسبیده به دیواره با زاویه تماس اولیه 90 درجه رها می‌شود. دامنه حل 400×80 و شعاع اولیه قطره نیم‌دایره‌ای، 50 واحد شبکه در نظر گرفته شده است. حل آن‌قدر ادامه پیدا می‌کند که حرکت قطره کاملاً متوقف شود. شکل نهایی قطره به ازای زاویه تماس‌های مختلف در شکل 7 نشان داده شده است. در تصاویر ستون سمت راست شکل 7 یک کادر کوچک به چشم می‌خورد که در شکل مجاور آن در ستون سمت چپ، آن قسمت از دامنه حل به صورت بزرگ‌نمایی شده قابل مشاهده است. زاویه تماس فصل مشترک مایع-گاز با سطح جامد از ستون سمت چپ قابل استنتاج است و دقت مطلوبی را نشان می‌دهد.

5-2- برخورد حباب بالارونده به مانع متخلخل

در زیربخش قبل، اعتبار نتایج کد پیاده‌سازی شده در تحلیل چند مسأله دوفازی و یک مسأله دوفازی شامل سطح جامد مورد بررسی قرار گرفت و این‌طور استنتاج شد که روش حل و پیاده‌سازی آن اعتبار لازم را برای تحلیل مسأله دوفازی شامل سطح تماس جامد را دارا بوده و می‌تواند جهت تحلیل مسأله برخورد حباب بالارونده به مانع متخلخل به کار گرفته شود. به این

جدول 2 مقایسه عدد رینولدز صعود حباب با نتایج تجربی

Table 2 Comparison of Reynolds number of rising bubble with experimental results

Eo	Mo	Re (تجربی [2])	Re (پژوهش حاضر)	درصد خطا
115	4.63×10 ⁻³	94	91.08	3.10%
116	5.51	13.3	12.73	4.27%
116	266	3.57	3.44	3.72%
17.7	711	0.232	0.225	3.16%

در بخش مقدمه اشاره شد، یکی از پژوهش‌های مرجع در این زمینه، پژوهش تجربی باگا و وبر [2] است که معمولاً به منظور اعتبارسنجی تحلیل‌های عددی مسأله صعود تک‌حباب به آن استناد می‌شود و در آن شرایط متعددی از اعداد بی بعد مورد آزمایش قرار گرفته است. در این قسمت چهار شرایط مختلف از آن‌ها به عنوان نمونه انتخاب شده و با استفاده از روش حاضر مورد تحلیل و مقایسه قرار گرفته و نتایج آن در شکل 6 نشان داده شده است.

عدد رینولدز در مسأله صعود حباب بر مبنای سرعت نهایی حباب به صورت $Re = \rho U d / \mu$ تعریف می‌شود که در آن ρ و μ به ترتیب چگالی و لزجت مایع بوده و U به ترتیب قطر اولیه و سرعت نهایی حباب هستند؛ با توجه به این که سرعت نهایی حباب یکی از خروجی‌های آزمایش‌های تجربی یا تحلیل‌های عددی به حساب می‌آید، عدد رینولدز نیز یکی از نتایج خروجی مسأله محسوب می‌گردد. به ازای شرایط مختلف ارائه شده در شکل 6، عدد رینولدز صعود حباب توسط باگا و وبر [2] به کمک آزمایشات تجربی گزارش شده است. در جدول 2 عدد رینولدز خروجی تحلیل حاضر با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است و خطای قابل قبولی را نشان می‌دهد؛ بخشی از

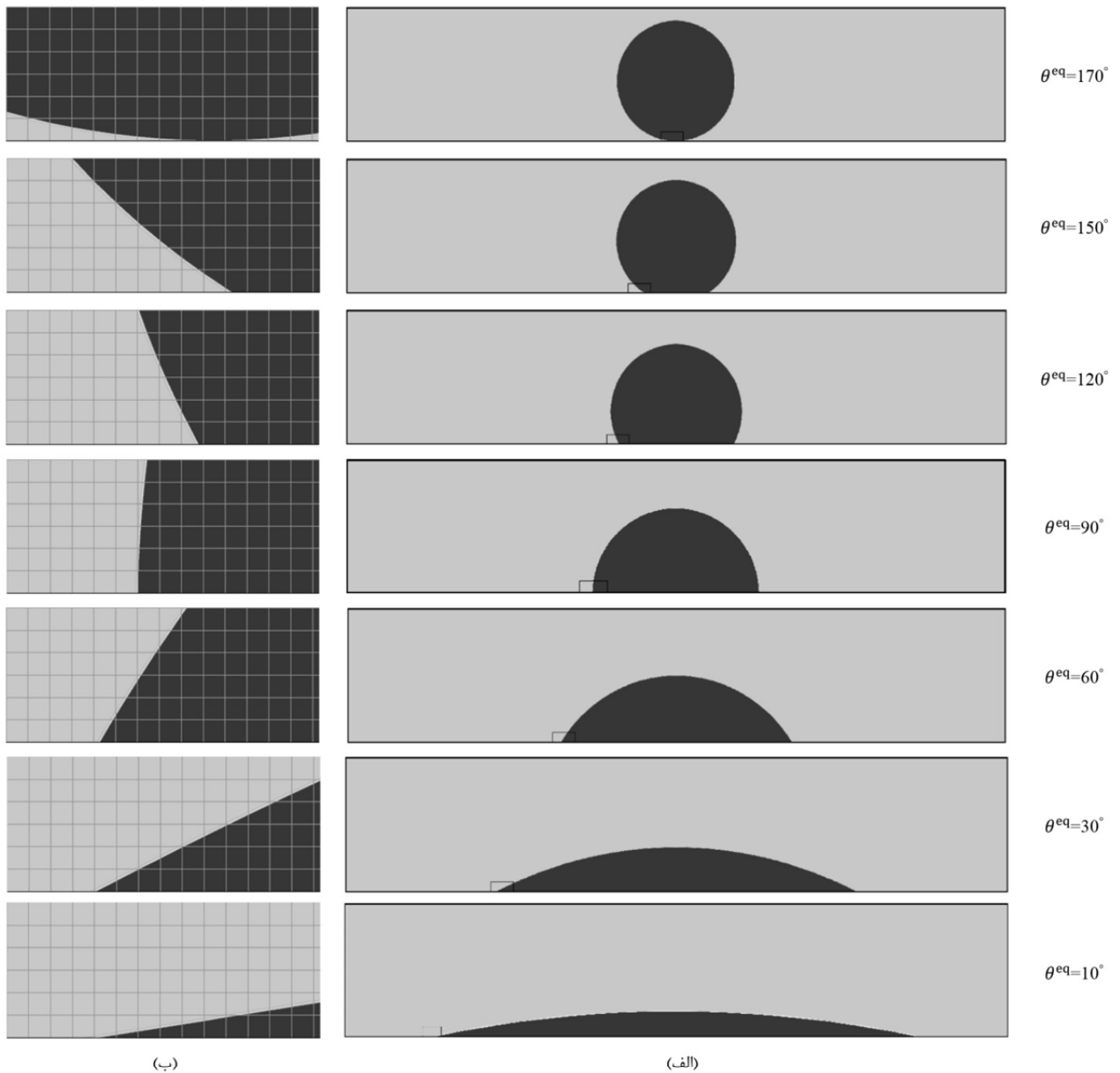


Fig. 7 (a) Final drop shape on solid surface with different contact angles; (b) Zoomed view of a part of liquid-gas-solid interface

شکل 7 (الف) شکل نهایی قطره روی سطح جامد با زاویه تماس‌های مختلف؛ (ب) بزرگ‌نمایی قسمتی از محل تماس فصل مشترک مایع-گاز با سطح جامد

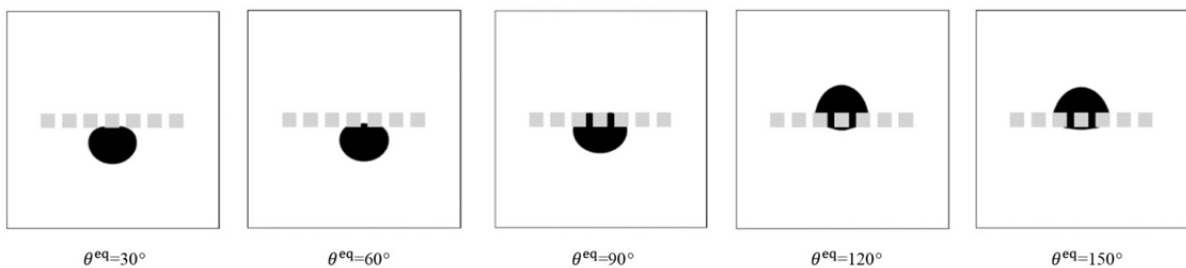


Fig. 8 Comparison of bubble residing form on porous obstacle in $Eo = 2$ and different contact angles

شکل 8 مقایسه نحوه استقرار حباب روی مانع متخلخل در عدد اتوس $Eo = 2$ و زاویه تماس‌های مختلف

نسبت لزجت 100 در نظر گرفته شده است. جدول 3 مقادیر پارامترهای مسأله در شبیه‌سازی‌های انجام شده را نشان می‌دهد.

منظور یک حباب دایره‌ای شکل در فاصله مشخصی پایین‌تر از مانع متخلخل از حالت سکون رها می‌شود. نامگذاری پارامترهای هندسی مسأله قبلاً در شکل 1 نشان داده شده است؛ در کلیه شبیه‌سازی‌ها نسبت چگالی 1000 و

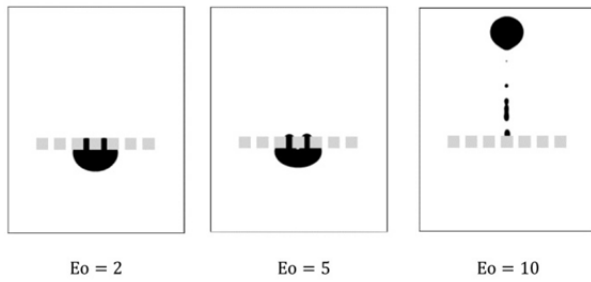


Fig. 9 Comparison of bubbles striking a porous obstacle in different Eotvos numbers

شکل 9 مقایسه نحوه برخورد حباب به مانع متخلخل در اعداد اتوس مختلف تصاویر مربوط به عدد اتوس 2 و 5 و در شکل 9، شکل نهایی حباب را نشان می‌دهد و در واقع حباب قابلیت عبور از مانع را ندارد. چون در اعداد اتوس پایین‌تر، تمایل حباب به تغییر شکل کم‌تر بوده و عبور آن از مانع مشکل است. اما در اعداد اتوس بالاتر، تأثیر نیروی کشش سطحی کاهش می‌یابد و حباب امکان تغییر شکل شدیدتر و عبور از مانع را پیدا می‌کند. تصویر سمت راست در شکل 9 حباب را در زمان بی‌بعد $T^* = 65$ نشان می‌دهد که در حال کنده شدن از سطح بالای مانع است. لازم به ذکر است زمان بی‌بعد به صورت رابطه (37) محاسبه می‌شود.

$$T^* = \frac{T}{\bar{T}} \quad (37)$$

که در آن T زمان مسأله در مقیاس شبکه بوده (که در هر سیکل، یک واحد جلو می‌رود) و \bar{T} شاخص زمان است که در این مسأله به صورت $\bar{T} = \sqrt{D/g}$ تعریف می‌شود و در آن D قطر حباب و g شتاب گرانش می‌باشد؛ نحوه عبور حباب از مانع در عدد اتوس 10 بر حسب زمان بی‌بعد در شکل 10 نشان داده شده است.

3-2-5- بررسی اثر نسبت تخلخل

نسبت تخلخل در چگونگی عبور حباب از مانع بسیار موثر است. این اثر در عدد اتوس $Eo = 5$ و برای زاویه تماس‌های مختلف مورد مطالعه قرار گرفته و نتیجه آن در شکل 11 نشان داده شده است. مطابق شکل 11، در نسبت تخلخل‌ها و زاویه تماس‌های مختلف سه نوع رفتار برای حباب مشاهده می‌شود که نمودار نسبت تخلخل-زاویه تماس را به سه ناحیه تقسیم می‌کند. یک رفتار، استقرار حباب در زیر مانع است که محدوده مربوط به آن در این تقسیم‌بندی ناحیه یک نامیده شده است. این رفتار در نسبت تخلخل‌های کم و زوایای تماس پایین رخ می‌دهد. مطابق شکل اگر در نسبت تخلخل‌های کم، زاویه تماس زیاد باشد، خاصیت آب‌گریزی سطح مانع، حباب را به داخل تخلخل‌ها می‌کشد و حباب به سطح بالای مانع منتقل می‌شود؛ اما همین خاصیت آب‌گریزی بودن سطح، اجازه کنده شدن حباب از مانع را نمی‌دهد. لذا

جدول 3 متغیرهای مهم شبیه‌سازی برخورد حباب به مانع متخلخل

Table 3 Important variables of the simulation of bubble striking to a porous obstacle

عنوان متغیر	نماد	واحد	مقدار
چگالی مایع	ρ_l	mu/lu ³	1
چگالی حباب	ρ_g	mu/lu ³	0.001
لزجت مایع	μ_l	mu/(lu tu)	0.85, 0.43, 0.25
لزجت حباب	μ_g	mu/(lu tu)	0.0085, 0.0043, 0.0025
گرانش	g	lu/tu ²	1×10^{-5}
کشش سطحی	σ	mu/tu ²	0.008, 0.0032, 0.0016
عدد اتوس	Eo	-	2, 5, 10
عدد مورتن	Mo	-	10
قطر حباب	D	lu	40
عرض دامنه حل	L	lu	5D
ارتفاع دامنه حل	H	lu	5D, 10D
ارتفاع اولیه مرکز حباب	b	lu	1D
فاصله اولیه حباب از مانع	h	lu	1.5D
طول ضلع المان‌های مانع	a	lu	0.3D
نسبت تخلخل	d/D	-	0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

مطالعات این مقاله عمدتاً بر روی بررسی اثر زاویه تماس، بررسی اثر نسبت تخلخل و بررسی اثر عدد اتوس بر چگونگی عبور حباب از مانع متخلخل متمرکز است که در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرد.

5-2-1- بررسی اثر زاویه تماس

شکل نهایی حباب در اثر برخورد به مانع با نسبت تخلخل $d/D = 0.2$ در عدد اتوس $Eo = 2$ ، به ازای چند زاویه تماس در شکل 8 نشان داده شده است. زاویه تماس کم (یا به‌طور معادل خاصیت آب‌دوست بودن سطح) از ورود حباب به داخل تخلخل‌های سطح جلوگیری می‌کند. با افزایش زاویه تماس نفوذ حباب به داخل تخلخل‌های مانع مشاهده می‌شود؛ اما از سوی دیگر، زاویه تماس زیاد (یا خاصیت آب‌گریزی بودن سطح) از کنده شدن حباب از سطح جلوگیری می‌کند. همچنین در این بررسی عبور کامل حباب از مانع در هیچ یک از زوایای تماس مشاهده نشد. زیرا عدد اتوس در این بررسی نسبتاً پایین است. در زیربخش 5-2-2، اثر عدد اتوس به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

5-2-2- بررسی اثر عدد اتوس

در این زیربخش، نحوه برخورد حباب با زاویه تماس $\theta^{eq} = 90^\circ$ با مانعی با نسبت تخلخل $d/D = 0.2$ در اعداد اتوس 2، 5 و 10 شبیه‌سازی شده و نتایج آن در شکل 9 نشان داده شده است.

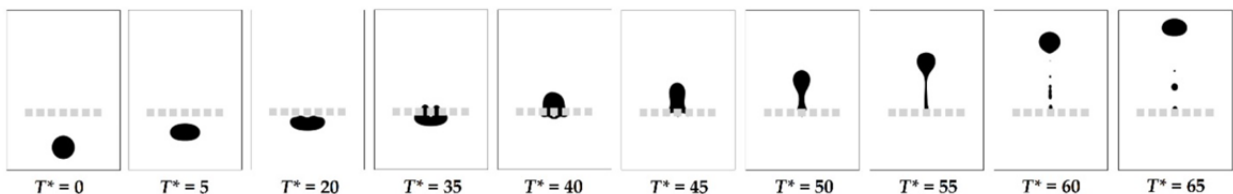


Fig. 10 Collision and passing of a bubble with $Eo=10$ from a porous obstacle with $d/D=0.2$

شکل 10 نحوه برخورد و عبور حباب با عدد اتوس $Eo = 10$ از مانع متخلخل با نسبت تخلخل 0.2 در زمان‌های مختلف

تخلخل‌ها و زاویه تماس‌های مختلف سه نوع رفتار برای حباب مشاهده می‌شود که نمودار نسبت تخلخل-زاویه تماس را به سه ناحیه تقسیم می‌کند. یک رفتار، استقرار حباب در زیر مانع است که محدوده مربوط به آن در این تقسیم‌بندی ناحیه یک نامیده شده است. این رفتار در نسبت تخلخل‌های کم و زوایای تماس پایین رخ می‌دهد. مطابق شکل اگر در نسبت تخلخل‌های کم، زاویه تماس زیاد باشد، خاصیت آب‌گریزی سطح مانع، حباب را به داخل تخلخل‌ها می‌کشد و حباب به سطح بالای مانع منتقل می‌شود؛ اما همین خاصیت آب‌گریزی بودن سطح، اجازه کنده شدن حباب از مانع را نمی‌دهد. لذا ناحیه دوم عبارت است از ناحیه استقرار حباب در سطح بالای مانع. نمونه‌هایی از شکل نهایی حباب مربوط به ناحیه‌های یک و دو، در اطراف نمودار نشان داده شده است. در ناحیه سوم که با دایره‌های توپر نشان داده شده است، حباب از مانع عبور می‌کند. مطابق شکل، در نسبت تخلخل‌های بالا ناحیه سوم گستردگی بیشتری پیدا می‌کند و به‌جز زاویه تماس‌های بالا، در اکثر نقاط مورد بررسی عبور کامل حباب از مانع مشاهده می‌شود.

5-2-4- بررسی بقای جرم

یکی از چالش‌های مدل‌سازی مانع در دامنه حل امکان نقض بقای جرم است؛ با توجه به رابطه (20)، در این مسأله مجموع مقدار متغیر میدان فاز در کل دامنه حل نماینده جرم کل سیستم است که با $\sum \phi$ نشان داده می‌شود. اگر مقدار $\sum \phi$ بر مقدار اولیه آن که با ϕ_0 نشان داده می‌شود تقسیم شود، عدد حاصل نسبت جرم لحظه‌ای به جرم اولیه را نشان می‌دهد که عددی نزدیک به واحد است. در شکل 12 جهت نمایش بهتر دقت بقای جرم، از عدد حاصل یک واحد کم شده و سپس ترسیم شده است. مطابق شکل 12، خطای بقای جرم با وجود گذشت 300000 سیکل از مرتبه 10^{-11} بوده و لذا مشاهده می‌شود که با وجود اعمال شرط مرزی مربوط به مانع، بقای جرم مدل به‌شکل بسیار مطلوبی حفظ می‌شود.

ناحیه دوم عبارت است از ناحیه استقرار حباب در سطح بالای مانع. نمونه‌هایی از شکل نهایی حباب مربوط به ناحیه‌های یک و دو، در اطراف نمودار نشان داده شده است. در ناحیه سوم که با دایره‌های توپر نشان داده شده است، حباب از مانع عبور می‌کند. مطابق شکل، در نسبت تخلخل‌های بالا ناحیه سوم گستردگی بیشتری پیدا می‌کند و به‌جز زاویه تماس‌های بالا، در اکثر نقاط مورد بررسی عبور کامل حباب از مانع مشاهده می‌شود.

تصاویر مربوط به عدد اتوس 2 و 5 در شکل 9، شکل نهایی حباب را نشان می‌دهد و در واقع حباب قابلیت عبور از مانع را ندارد. چون در اعداد اتوس پایین‌تر، تمایل حباب به تغییر شکل کم‌تر بوده و عبور آن از مانع مشکل است. اما در اعداد اتوس بالاتر، تأثیر نیروی کشش سطحی کاهش می‌یابد و حباب امکان تغییر شکل شدیدتر و عبور از مانع را پیدا می‌کند. تصویر سمت راست در شکل 9 حباب را در زمان بی‌بعد $T^* = 65$ نشان می‌دهد که در حال کنده شدن از سطح بالای مانع است. لازم به ذکر است زمان بی‌بعد به‌صورت رابطه (37) محاسبه می‌شود.

$$T^* = \frac{T}{\bar{T}} \tag{37}$$

که در آن T زمان مسأله در مقیاس شبکه بوده (که در هر سیکل، یک واحد جلو می‌رود) و \bar{T} شاخص زمان است که در این مسأله به‌صورت $\bar{T} = \sqrt{D/g}$ تعریف می‌شود و در آن D قطر حباب و g شتاب گرانش می‌باشد؛ نحوه عبور حباب از مانع در عدد اتوس 10 بر حسب زمان بی‌بعد در شکل 10 نشان داده شده است.

5-2-3- بررسی اثر نسبت تخلخل

نسبت تخلخل در چگونگی عبور حباب از مانع بسیار موثر است. این اثر در عدد اتوس $Eo = 5$ و برای زاویه تماس‌های مختلف مورد مطالعه قرار گرفته و نتیجه آن در شکل 11 نشان داده شده است. مطابق شکل 11، در نسبت

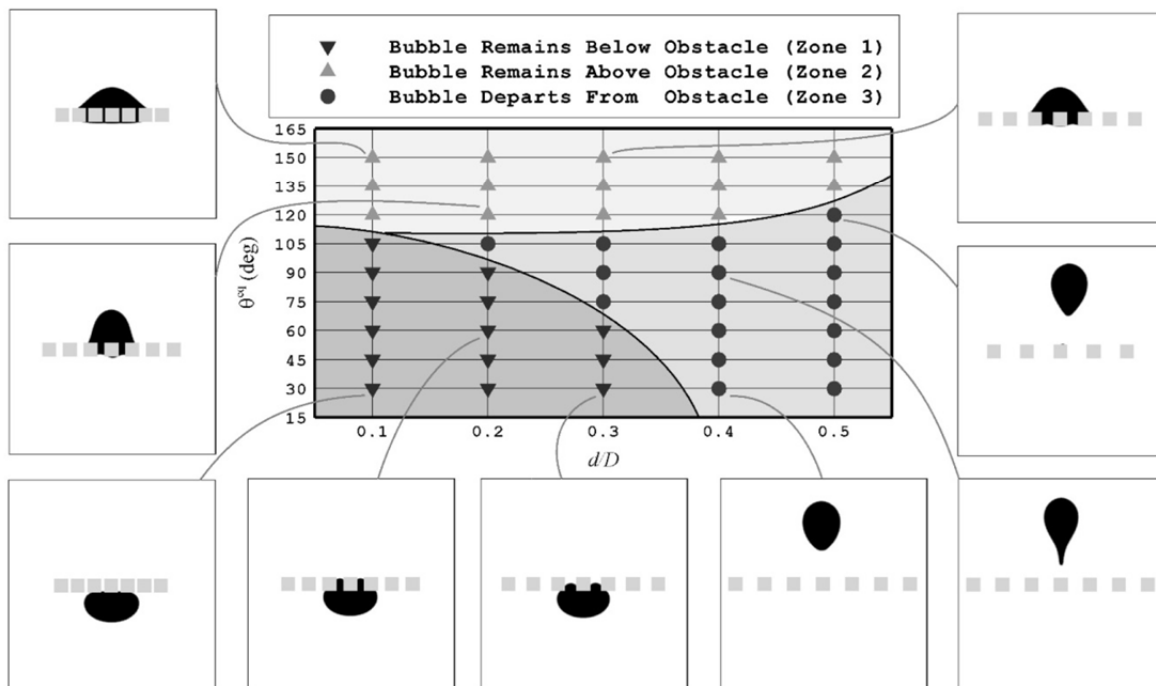


Fig. 11 The effect of porosity ratio and contact angle on how the bubble passes from the porous obstacle

شکل 11 نمودار اثر نسبت تخلخل و زاویه تماس در چگونگی عبور حباب از مانع متخلخل

equation model, *Physical Review E*, Vol. 54, No. 4, pp. 3614-3620, 1996.

[9] M. R. Swift, W. R. Osborn, J. M. Yeomans, Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids, *Physical Review Letters*, Vol. 75, No. 5, pp. 830-833, 1995.

[10] M. R. Swift, E. Orlandini, W. R. Osborn, J. M. Yeomans, Lattice Boltzmann simulation of liquid-gas and binary-fluid system, *Physical Review E*, Vol. 54, No. 5, pp. 5041-5052, 1996.

[11] E. Orlandini, M. R. Swift, J. R. Yeomans, A Lattice Boltzmann Model of Binary-Fluid Mixtures, *Europhysics Letters*, Vol. 32, No. 6, pp. 463-468, 1995.

[12] X. He, X. Shan, G. D. Doolen, A discrete Boltzmann equation model for non-ideal gases, *Physical Review E*, Vol. 57, No. 1, pp. R13-R16, 1998.

[13] X. He, S. Chen, R. Zhang, A lattice Boltzmann scheme for incompressible multiphase flow and its application in simulation of Rayleigh-Taylor instability, *Journal of Computational Physics*, Vol. 152, No. 2, pp. 642-663, 1999.

[14] X. He, R. Zhang, S. Chen, G. D. Doolen, On three-dimensional Rayleigh-Taylor instability, *Physics of Fluids*, Vol. 11, No. 5, pp. 1143-1152, 1999.

[15] R. Zhang, X. He, S. Chen, Interface and surface tension in incompressible lattice Boltzmann multiphase model, *Computer Physics Communications*, Vol. 129, pp. 121-130, 2000.

[16] R. Zhang, X. He, G. Doolen, S. Chen, Surface tension effects on two-dimensional two-phase Kelvin-Helmholtz instabilities, *Advances in Water Resources*, Vol. 24, pp. 461-478, 2001.

[17] R. Zhang, *Lattice Boltzmann approach for immiscible multiphase flow*, PhD Thesis, University of Delaware, Delaware, 2000.

[18] T. Inamura, T. Ogata, S. Tajima, N. Konishi, lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences, *Journal of Computational Physics*, Vol. 198, pp. 628-644, 2004.

[19] T. Lee, C. L. Lin, A stable discretization of the lattice Boltzmann equation for simulation of incompressible two-phase flows at high density ratio, *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, pp. 16-47, 2005.

[20] H. W. Zheng, C. Shu, Y. T. Chew, A lattice Boltzmann for multiphase flows with large density ratio, *Journal of Computational Physics*, Vol. 218, pp. 353-371, 2006.

[21] T. Lee, P. F. Fischer, Eliminating parasitic currents in the lattice Boltzmann equation method for nonideal gases, *Physical Review E*, Vol. 74, No. 046709, pp. 1-7, 2006.

[22] T. Lee, L. Liu, Wall boundary conditions in the lattice Boltzmann equation method for non-ideal gases, *Physical Review E*, Vol. 78, No. 017702, pp. 1-4, 2008.

[23] T. Lee, Effects of incompressibility on the elimination of parasitic currents in the lattice Boltzmann equation method for binary fluids, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 58, No. 5, pp. 987-994, 2009.

[24] T. Lee, L. Liu, Lattice Boltzmann simulation of micron-scale drop impact on dry surfaces, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, pp. 8045-8063, 2010.

[25] L. Amaya-Bower, T. Lee, Single bubble rising dynamics for moderate Reynolds number using Lattice Boltzmann Method, *Computers & Fluids*, Vol. 39, pp. 1191-1207, 2010.

[26] L. Amaya-Bower, T. Lee, Numerical simulation of single bubble rising in vertical and inclined square channel using lattice Boltzmann method, *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, pp. 935-952, 2011.

[27] M. Taghilou, M. H. Rahimian, Investigation of two-phase flow in porous media using lattice Boltzmann method, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 67, pp. 424-436, 2014.

[28] H. M. Mirzaie Daryan, M. H. Rahimian, Numerical Simulation of Single Bubble Deformation in Straight Duct and 90° Bend Using Lattice Boltzmann Method, *Journal of Electronics Cooling and Thermal Control*, Vol. 5, pp. 89-118, 2015.

[29] R. Haghan, M. H. Rahimian, Four different types of a single drop dripping down a hole undergravity by lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 1, pp. 89-98, 2016.

[30] L. Baroudi, M. Kawaji, T. Lee, Effects of initial conditions on the simulation of inertial coalescence of two drops, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 67, No. 2, pp. 282-289, 2014.

[31] R. Zhang, Multiscale liquid drop impact on wettable and textured surfaces, *Physics of Fluids*, Vol. 26, No. 8, 2014.

[32] K. W. Connington, T. Lee, J. F. Morris, Interaction of fluid interfaces with immersed solid particles using the lattice Boltzmann method for liquid-gas-particle systems, *Journal of Computational Physics*, Vol. 283, pp. 453-477, 2015.

[33] K. W. Connington, Lattice Boltzmann simulations of particle-laden liquid bridges: effects of volume fraction and wettability, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 76, pp. 32-46, 2015.

[34] S. Farokhirad, J. F. Morris, T. Lee, Coalescence-induced jumping of droplet: Inertia and viscosity effects, *Physics of Fluids*, Vol. 27, No. 10, 2015.

[35] M. Ashna, M. H. Rahimian, A. Fakhari, Extended lattice Boltzmann scheme for droplet combustion, *Physical Review E*, Vol. 95, No. 5, 2017.

[36] M. Ashna, M. H. Rahimian, LMB simulation of head-on collision of evaporating and burning droplets in coalescence regime, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 109, pp. 520-536, 2017.

[37] E. Reyhanian, M. H. Rahimian, S. F. Chini, Investigation of 2D drop

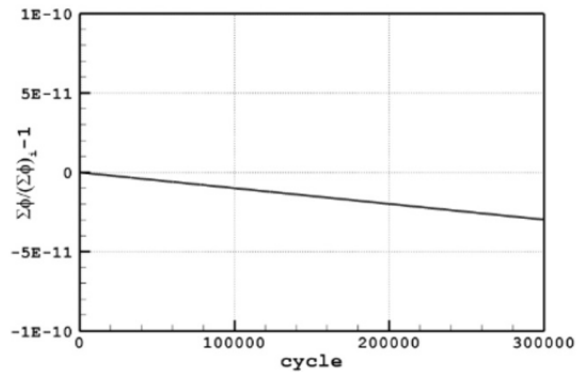


Fig.12 Display the model accuracy in mass conservation despite the porous obstacle

شکل 12 نمایش دقت مدل در حفظ بقای جرم با وجود مانع متخلخل

6- نتیجه گیری

مدل فخاری [39] یکی از مدل‌های توانمند در شبیه‌سازی جریان دوفازی به روش شبکه بولتزمن است که در این تحقیق برای اولین بار به منظور مطالعه دینامیک برخورد حباب بالارونده به مانع متخلخل مورد استفاده قرار گرفت. مانع متخلخل در این مطالعه به صورت یک مانع متشکل از المان‌های جامد مربعی یکسان در نظر گرفته شد. نحوه تغییرات توابع توزیع در دیواره‌ها و گوشه‌های مانع و نیز نحوه اعمال شرط مرزی ترشوندگی سطح بر روی مانع تشریح گردید. کد حل‌گر مسأله در نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی گردید و با شبیه‌سازی چند مسأله استاندارد شامل رهاسازی حباب، به هم پیوستن دو حباب، صعود تک‌حباب و شبیه‌سازی زاویه تماس صحت نتایج کد نشان داده شد. سپس نحوه برخورد حباب بالارونده به مانع متخلخل مورد بررسی قرار گرفت. به این منظور اثر زاویه تماس، نسبت تخلخل و عدد اتوس در چگونگی عبور حباب از مانع مورد مطالعه قرار گرفت. در نسبت تخلخل‌ها و زاویه تماس‌های مختلف سه نوع رفتار برای حباب در برخورد با مانع متخلخل مشاهده شد که در نتیجه آن، نمودار نسبت تخلخل-زاویه تماس به سه ناحیه تقسیم گردید؛ به طوری که در نسبت تخلخل‌های کم و زوایای تماس پایین، حباب در زیر مانع باقی مانده و به سکون می‌رسد. در زوایای تماس بالا، خاصیت آب‌گریزی سطح مانع، حباب را به داخل تخلخل‌های سطح کشیده و حباب به سطح بالای مانع منتقل می‌شود و بر روی سطح مانع به سکون می‌رسد. در مابقی شرایط اکثراً حباب به‌طور کامل از مانع عبور می‌کند و از آن جدا می‌شود.

7- مراجع

[1] R. Clift, J. R. Grace, M. E. Weber, *Bubbles, Drops, and Particles*, pp. 23-28, New York: Academic Press, 1978.

[2] D. Bhaga, M. E. Weber, Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 105, pp. 61-85, 1981.

[3] K. Gunstensen, D. H. Rothman, S. Zaleski, G. Zanetti, Lattice Boltzmann model of immiscible fluids, *Physical Review A*, Vol. 43, No. 8, pp. 4320-4327, 1991.

[4] D. Grunau, S. Chen, K. Eggert, A lattice Boltzmann model for multiphase fluid flows, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 5, No. 10, pp. 2557-2562, 1993.

[5] X. Shan, H. Chen, Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components, *Physical Review E*, Vol. 47, No. 3, pp. 1815-1819, 1993.

[6] X. Shan, H. Chen, Simulation of non-ideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation, *Physical Review E*, Vol. 49, pp. 2941-2948, 1994.

[7] X. Shan, G. D. Doolen, Multicomponent lattice-Boltzmann model with interparticle interaction, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 81, pp. 379-393, 1995.

[8] X. Shan, G. Doolen, Diffusion in a multicomponent lattice Boltzmann

- [40] P. H. Chiu, Y. T. Lin, A conservative phase field method for solving incompressible two-phase flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 230, pp 185-204, 2011.
- [41] M. Geier, A. Fakhari, T. Lee, Conservative phase-field lattice Boltzmann model for interface tracking equation, *Physical Review E*, Vol. 91, No. 063309, pp. 1-11, 2015.
- [42] P. K. Jain, A. Tentner, A lattice Boltzmann framework to simulate boiling water reactor core hydrodynamics, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 58, pp. 975-986, 2009.
- evaporation on a smooth and homogeneous surface using Lattice Boltzmann method, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 89, pp. 64-72, 2017.
- [38] H. Amirshaghghi, M. H. Rahimian, H. Safari, M. Krafczyk, Large Eddy Simulation of liquid sheet breakup using a two-phase lattice Boltzmann method, *Computers & Fluids*, Vol. 160, pp. 93-107, 2018.
- [39] A. Fakhari, M. Geier, T. Lee, A mass-conserving lattice Boltzmann method with dynamic grid refinement for immiscible two-phase flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 315, pp. 434-457, 2016.