

## شبیه‌سازی عددی و بهینه‌سازی چند هدفی ایندیوسر پمپ گریز از مرکز

محمدحسن شجاعی فرد<sup>1\*</sup>، جواد زارع<sup>2</sup>، سید احسان حسینی<sup>3</sup>

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه جهرم، جهرم

3- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 16846-13114، mhshf@iust.ac.ir

### چکیده

ایندیوسرها قطعات مهمی هستند که برای دستیابی به عملکرد مکش بالاتر در بالادست پروانه اصلی پمپ گریز از مرکز نصب می‌گردند و با سرعت دورانی پروانه می‌چرخند. ایندیوسر با افزایش فشار ورودی به پمپ باعث بهبود عملکرد هیدرولیکی و طول عمر پمپ می‌شود، اما میزان بهبود به شدت وابسته به پارامترهای هندسی ایندیوسر بوده و بنابراین بهینه‌سازی پارامترهای هندسی آن اجتناب ناپذیر است. در پژوهش حاضر با در نظر گرفتن زاویه ورودی نوک پره، زاویه خروجی نوک پره و نسبت قطر خروجی به ورودی تویی به عنوان پارامترهای طراحی و ضریب هد، بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص مورد نیاز به عنوان توابع هدف، به تعیین مقادیر بهینه جهت دستیابی به ماکزیمم عملکرد ایندیوسر پرداخته شده است. عملکرد ایندیوسر به صورت سه‌بعدی شبیه‌سازی و با نتایج تجربی مقایسه شده که تطابق مناسب نتایج نشان‌دهنده صحت روش و فرضیات مورد استفاده است. شبکه عصبی مصنوعی برای استخراج رابطه بین متغیرهای طراحی و توابع هدف مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه با استفاده از الگوریتم اصلاح شده ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیر برتر II نمودار پارتو در صفحه توابع هدف مختلف ترسیم شده و مقادیر بهینه پیشنهادی برای متغیرهای طراحی با استفاده از روش نزدیک‌ترین نقطه به نقطه ایده‌آل به دست آمده است. با توجه به بهینه‌سازی چند هدفی مقدار ضریب هد 14.3٪، بازدهی هیدرولیکی 0.3٪ و هد مکش مثبت خالص مورد نیاز 30.2٪ بهبود پیدا کرده است. نقاط طراحی پیشنهادی حاوی نکات قابل توجهی هستند که بدون استفاده از بهینه‌سازی چند هدفی قابل محاسبه نیست.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 بهمن 1396

پذیرش: 15 فروردین 1397

ارائه در سایت: 14 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:

ایندیوسر

پمپ گریز از مرکز

شبکه عصبی مصنوعی

بهینه‌سازی چند هدفی

## Numerical simulation and multi-objective optimization of the centrifugal pump inducer

Mohammad Hassan Shojaeefard<sup>1\*</sup>, Javad Zare<sup>2</sup>, Seyed Ehsan Hosseini<sup>1</sup>

1- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

2- School of Mechanical Engineering, Jahrom University, Jahrom, Iran.

\* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, mhshf@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 11 February 2018  
Accepted 04 April 2018  
Available Online 04 May 2018

#### Keywords:

Inducer  
Centrifugal pump  
Artificial neural network  
Multi-objective optimization

### ABSTRACT

Inducers are important devices which are mounted upstream of the inlet to the main impeller of the centrifugal pump to achieve higher suction performance and rotate with the same speed as the impeller. Inducers improve the hydraulic performance and lifespan of the pump through increasing the inlet pressure, but the quantity of the improvement is dependent on the geometrical parameters of the inducer. Therefore, the optimization of these parameters is crucial. In the present study, the performance of an inducer is optimized by considering the inlet tip blade angle, the outlet tip blade angle and the ratio of the outlet hub radius to inlet hub radius as design variables and the head coefficient, the hydraulic efficiency and the required net positive suction head as objective functions. The inducer performance is simulated using 3-D computational fluid dynamics and compared with experimental data which shows the validity of the used method and assumptions. The artificial neural network is used to relate between design variables and objective functions. Then, the Pareto fronts are plotted using the modified non-dominated sorting genetic algorithm II and the proposed optimum points are presented using nearest point to the ideal point method. Using multi objective optimization, the head coefficient, the hydraulic efficiency and the net positive suction head are improved 14.3%, 0.3% and 30.2%, respectively. Recommended design points unveil important optimal design principles that would not have been obtained without the use of a multi objective optimization approach.

بالادست ورودی به پمپ نصب می‌گردند. ایندیوسرها در سایر کاربردها از جمله سیستم تغذیه پمپ راکت‌ها، کشتی‌های پرسرعت، واحدهای توان هواپیماها و دستگاه‌های پیش‌رانش جت آب استفاده می‌شوند. بررسی عملکرد

ایندیوسرها در صنعت برای دستیابی به عملکرد مکش بالاتر در پمپ‌های گریز از مرکز از طریق افزایش فشار ورودی مورد استفاده قرار می‌گیرند و در

### 1- مقدمه

برای مدل کردن یک سیستم لازم است تا ارتباط ریاضی بین داده‌های ورودی- خروجی دقیق و ساده فهمیده شود. استدلال فازی، شبکه‌های عصبی مصنوعی و الگوریتم ژنتیک توانایی زیادی در حل سیستم‌های غیرخطی بسیار پیچیده و مسائل کنترلی دارند [16]. روش جی‌ام‌دی‌اچ اولین بار توسط ایواخنکو [17] برای مدل کردن سیستم‌های پیچیده‌ای که شامل یک سری داده‌ها با چندین ورودی و یک خروجی بودند مورد استفاده قرار گرفت. در حقیقت هدف اصلی این نوع شبکه ساختن تابعی در یک شبکه براساس تابع انتقال درجه دوم است.

در مسائل بهینه‌سازی چند هدفی مجموعه‌ای از بردارهای طراحی بهینه به عنوان پاسخ مسأله معرفی می‌گردند که پارتو خوانده می‌شوند [18]. طراح با توجه به نیاز خود و درجه اهمیتی که برای توابع هدف در نظر می‌گیرد یکی از این بردارها را انتخاب می‌کند. الگوریتم ژنتیک از جمله الگوریتم‌های تکاملی است که در حل مسائل بهینه‌سازی کاربرد وسیعی دارد. الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفی ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیربرتر II که براساس الگوریتم ژنتیک پایه‌گذاری شده توسط دب برای حل مسائل چندهدفی در سال‌های اخیر پیشنهاد شده است [19]. الگوریتم یادشده در مسائل بیش از دو هدفی به دلیل مشکل در زیربرنامه تنوع‌گرایی آن با مشکل مواجه بوده و برای رفع این مشکل علاوه بر برطرف کردن مشکلات ساختاری الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیربرتر II، از زیربرنامه جایگزین حذف بر مبنای  $\epsilon$  استفاده شده است. این الگوریتم اصلاح شده تاکنون در مسائل بهینه‌سازی چندهدفی متعددی استفاده شده است [20-23].

در این پژوهش براساس بررسی‌های انجام گرفته در منابع در دسترس و عدم مشاهده نتایج مربوط به بهینه‌سازی هندسه ایندیوسر و همچنین عدم استفاده از الگوریتم اصلاح شده ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیربرتر II، برای اولین بار و با استفاده از نتایج مربوط به شبیه‌سازی عددی سه بعدی، مقادیر زاویه ورودی نوک پره، زاویه خروجی نوک پره و نسبت قطر خروجی به ورودی توپی به عنوان پارامترهای طراحی، جهت دستیابی به مقادیر بهینه ضریب هد، بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص مورد نیاز به عنوان توابع هدف، مد نظر قرار داده شده است. عملکرد ایندیوسر با روش دینامیک سیالات محاسباتی شبیه‌سازی شده و نتایج با استفاده از داده‌های تجربی صحت‌سنجی شده است، سپس شبکه عصبی مصنوعی برای مدل‌سازی داده‌ها و استخراج رابطه بین ورودی‌ها و خروجی‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. در نهایت بهینه‌سازی چندهدفی با استفاده از الگوریتم اصلاح شده ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیربرتر II انجام شده و با ترسیم نمودارهای بهینه‌سازی، نقاط بهینه پیشنهادی نیز برای متغیرهای طراحی با استفاده از روش نزدیک‌ترین نقطه به نقطه ایده‌آل به دست آمده است.

## 2- مدل‌سازی ایندیوسر

جهت پیش‌بینی میدان جریان و عملکرد ایندیوسر قابلیت استفاده از مدل تحلیلی و همچنین شبیه‌سازی عددی وجود دارد. روش تحلیلی به دلیل وجود فرضیات بیشتر ساده‌تر بوده و به همان نسبت نیز دارای نتایج ضعیف‌تری نسبت به شبیه‌سازی عددی است. در ادامه ابتدا روش تحلیلی و معادلات متناظر تشریح شده و سپس روش شبیه‌سازی عددی و معادلات حاکم که دارای مزایایی چون در نظر گرفتن جریان برگشتی و همچنین افت در ضریب جریان‌های جزئی است، و به دلیل نتایج مطلوب‌تر در کار حاضر مورد استفاده قرار خواهد گرفت، بیان شده است.

آن‌ها به دلیل اهمیت ایندیوسرها مورد توجه محققان گوناگونی قرار گرفته است. با توجه به معرفی اولیه برنامه‌های کاربردی پیش‌رانش‌های فضایی، بررسی هندسه معمولی ایندیوسرهای تکامل یافته توسط جاکوبسن [1] انجام گرفت. متخصصین با تکیه بر تجربه کاربردی و صنعتی در این زمینه به این نتیجه رسیدند که ایندیوسر با سه پره مشکلات ناپایداری دینامیکی کمتری در مقایسه با دو یا چهار پره به همراه خواهد داشت [2,3]؛ بنابراین در مقایسه با پروانه گریز از مرکز یک ایندیوسر معمولی دارای ضریب جریان پایین‌تر، زاویه ورودی کوچک‌تر، لبه حمله تیزتر، پره‌های کمتر و سالیدیتی<sup>1</sup> بالاتر پره‌هاست. با استفاده از ایندیوسر می‌توان به سرعت‌های دورانی بالاتری دست یافت که موجب کوچک‌تر شدن پمپ و صرفه اقتصادی می‌شود. افزایش هد ایندیوسر باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا علاوه بر بهبود عملکرد پمپ احتمال وقوع کلویتاسیون را در پروانه اصلی پمپ به شدت کاهش دهد [4]. اکیتا و همکاران [5] اثر جریان‌ات مربوط به لقی شعاعی در ایندیوسر بر جریان ناپایا را مورد تحلیل قرار داد. جعفرزاده و همکاران [6] پمپ گریز از مرکز مجهز به ایندیوسر را شبیه‌سازی کردند و اثر تعداد تیغه‌های پروانه پمپ را مطالعه نمودند و مشخص شد که پروانه با هفت تیغه بالاترین ضریب هد را خواهد داشت. بررسی تجربی و مدل‌سازی عملکرد کلویتاسیونی و غیرکلویتاسیونی ایندیوسر نیز توسط کوتیر- دلگشا و همکاران انجام شد و توزیع ساختارهای بخار درون ایندیوسر تشریح گردید [7].

مطالعات انجام شده در مورد بهینه‌سازی مجموعه پمپ و ایندیوسر نیز بیشتر بر پروانه پمپ معطوف گشته و مطالعه‌ای در مورد ایندیوسر انجام نشده است. برای نمونه ژانگ و همکاران [8] بهینه‌سازی پروانه یک پمپ گریز از مرکز را با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیربرتر II<sup>2</sup> و الگوریتم تکاملی چندهدفی مبتنی بر تجزیه<sup>3</sup> انجام و این دو الگوریتم را مورد مقایسه قرار دادند که الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیربرتر II نتایج مناسب‌تری در قیاس با داده‌های تجربی ارائه کرد. هائو و همکاران [9] بهینه‌سازی پروانه پمپ چند فازی مارپیچی- محوری را براساس دینامیک سیالات محاسباتی و الگوریتم ژنتیک انجام دادند و بازدهی هیدرولیکی 1.91% افزایش یافت. درخشان و همکاران [10] بهینه‌سازی پروانه پمپ گریز از مرکز با استفاده از الگوریتم زنبوری را جهت بهبود بازدهی در دستور کار خود قرار دادند. صفی‌خانی و همکاران و نوربخش و همکاران نیز [11,12] با توجه به دینامیک سیالات محاسباتی و استفاده از شبکه عصبی مصنوعی جی‌ام‌دی‌اچ<sup>4</sup> یک چندجمله‌ای برای متغیرهای طراحی و توابع هدف ایجاد و با استفاده از بهینه‌سازی چند هدفی هندسه پروانه را بهینه کردند. دموناره و همکاران [13] برای بهبود عملکرد پمپ شکل پره گریز از مرکز را مورد بهینه‌سازی قرار دادند. با ترکیب شبکه عصبی مصنوعی و الگوریتم ژنتیک، هد و بازدهی افزایش و هد مکش مثبت خالص موردنیاز کاهش یافت و یک پره جدید با پیش بیشتر در خط کمبر طراحی گردید. ژانگ و همکاران [14] روش بهینه‌سازی چند هدفی را برای پروانه پمپ برای بهبود عملکرد پمپ چند فازی توسعه داد. آن‌ها نشان دادند که پس از بهینه‌سازی، گرادیان فشار روی سطح پره هموارتر شده و نوسان فشار را از دست داده است و جریان‌های ثانویه مانند جریان پیچشی و شعاعی کاهش یافته است. صفی‌خانی و همکاران [15] با بهینه‌سازی چند هدفی پروانه پمپ گریز از مرکز توانستند بازدهی را 5.72% و سرعت مکش مخصوص مثبت مورد نیاز را 12.5% بهبود بخشند.

<sup>1</sup> Solidity

<sup>2</sup> Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)

<sup>3</sup> Multi-Objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition

<sup>4</sup> Group Method of Data Handling (GMDH)

<sup>5</sup>  $\epsilon$ -elimination

در فرض‌های یادشده معادله مومنوم شعاعی در مختصات استوانه‌ای برای جریان خروجی و بیان اختلاف آنتالپی استاتیک  $dh = Tds + vdP$  رابطه (4) را نتیجه خواهد داد.

$$\frac{v_2^2}{r_2} = \frac{1}{\rho} \frac{dP_2}{dr_2} = \frac{dh_2}{dr_2} \quad (4)$$

در حالی که با توجه به مثلث‌های سرعت در شکل 2 به صورت رابطه (5) خواهیم داشت.

$$v_2 = \omega r_2 - w_2 \tan \alpha'_2 \quad (5)$$

با حذف  $h_2$  و  $v_2$  معادله دیفرانسیل معمولی رابطه (6) برای سرعت محوری به دست خواهد آمد.

$$\frac{dw_2}{dr_2} + \left[ \frac{\sin^2 \alpha'_2}{r_2} - \frac{d}{dr_2} \ln(\cos \alpha'_2) \right] w_2 - 2\omega \sin \alpha'_2 \cos \alpha'_2 = 0 \quad (6)$$

پاسخ عمومی این معادله برای جریان کاملاً هدایت‌شونده در ایندیوسرهای مارپیچ جایی که زاویه جریان نسبی مطابق با رابطه (7) بیان می‌گردد.

$$\tan \alpha'_2 \cong \tan \beta_2 = \frac{r_2}{r_T} \tan \beta_{out} \quad (7)$$

که به عنوان تابعی از زاویه نوک پره  $\beta_{out}$  مطابق رابطه (8) خواهد بود.

$$w_2(r_2) = \omega r_T \frac{(r_2^2/r_T^2) \cot \beta_{out} + C}{r_2^2/r_T^2 + \cot^2 \beta_{out}} \quad (8)$$

ثابت  $C$  نیز به عنوان تابعی از ضریب جریان ایندیوسر  $\phi = \dot{m}/\pi\rho\Omega r_T^3$  با استفاده از معادله پیوستگی به صورت رابطه (9) بیان می‌شود.

$$\dot{m} = 2\pi\rho \int_{r_{h_{out}}}^{r_T} w_2 r_2 dr_2 = \rho\phi\omega r_T \pi r_T^2 \quad (9)$$

با این رویه رابطه (10) را به صورت زیر خواهیم داشت.

$$\frac{w_2}{\omega r_T} = \frac{\omega r_2 - v_2}{\omega r_T \tan \alpha'_2} = \cot \beta_{out} + \frac{(r_2^2/r_T^2) \cot \beta_{out} - \cot \beta_{out} + \phi}{(r_2^2/r_T^2 + \cot^2 \beta_{out}) \ln K} \quad (10)$$

که در آن رابطه (11) به صورت زیر است.

$$K = \frac{1 + \cot^2 \beta_{out}}{r_{h_{out}}^2/r_T^2 + \cot^2 \beta_{out}} \quad (11)$$

هنگامی که سرعت‌های جریان محاسبه شد، تغییرات فشار کل و استاتیک به راحتی طبق معادله اوپلر، رابطه (12)، به دست خواهد آمد:

$$P_{t2} - P_{t1} = \rho\omega r_2 v_2 \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho\omega r_2 v_2 + \frac{1}{2}\rho(\omega_1^2 - v_2^2 - w_2^2) \quad (12)$$

در نهایت مقدار میانگین مقطع عرضی ضریب هد ایندیوسر به عنوان تابعی از ضریب جریان به صورت رابطه (13) به دست خواهد آمد.

$$\psi_t = \frac{1}{r_T^2 - r_{h_{out}}^2} \int_{r_{h_2}}^{r_T} \frac{P_{t2} - P_{t1}}{\rho\omega^2 r_T^2} 2\pi r dr = \frac{1 - r_{h_{out}}^2/r_T^2 + \phi \tan \beta_{out}}{1 - r_{h_{out}}^2/r_T^2} \frac{1 - \cot \beta_{out} \ln K}{\ln K} \quad (13)$$

مدل بیان شده مربوط به شرایط جریان ایده‌آل است. جهت بهبود دقت این معادلات باید اثرات انحراف جریان خروجی و افت‌های هیدرولیک درون ایندیوسر با استفاده از معادلات تحلیلی یا تجربی در نظر گرفته شود که مدل‌های مختلف و نحوه اعمال در [25] قابل دسترسی است. همان‌طور که از معادلات ارائه شده روشن است عملکرد ایندیوسر وابستگی قابل توجهی به پارامترهای هندسی زاویه ورودی نوک پره، زاویه خروجی نوک پره و نسبت

نمایی از ایندیوسر مورد استفاده جهت شبیه‌سازی در شکل 1 نمایش داده شده است [24]. این ایندیوسر از سه پره تشکیل شده و دارای یک توپی مخروطی شکلی است که مشخصات هندسی و عملکردی آن در جدول 1 ارائه شده است.

### 1-2- معادلات حاکم در روش تحلیلی

با در نظر گرفتن سیال تراکم‌ناپذیر، غیرلزج و آیزنتروپیک و جریان پایا و متقارن در ورودی و خروجی ایندیوسر و همچنین چشم‌پوشی از سرعت شعاعی ( $u=0$ ) با توجه به موازنه جرم، مومنوم زاویه‌ای و انرژی در طول لوله جریان بین مقاطع دلخواه ورودی (مقطع 1) و خروجی (مقطع 2) [25]، تغییرات آنتالپی کل بیان شده توسط معادله اوپلر طبق رابطه (1) بیان خواهد شد.

$$h_{t2} - h_{t1} = \omega(r_2 v_2 - r_1 v_1) \quad (1)$$

به طوری که  $w$  سرعت زاویه‌ای و  $v$  سرعت جریان مماسی است. با مشتق‌گیری در جهت شعاعی و با در نظر گرفتن رابطه (2) است.

$$h_t = h + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad (2)$$

و جریان ورودی یکنواخت را به صورت رابطه (3) خواهیم داشت.

$$\frac{dh_2}{dr_2} + \left( \frac{v_2}{r_2} - \omega \right) \frac{d}{dr_2} (r_2 v_2) - \frac{v_2^2}{r_2} + \frac{1}{2} \frac{dw_2^2}{dr_2} = 0 \quad (3)$$



Fig. 1 Three-dimensional model of the inducer

شکل 1 مدل سه بعدی ایندیوسر

جدول 1 مشخصات هندسی و عملکردی ایندیوسر

Table 1 Geometrical and operational characteristics of the inducer		
0.059	--	ضریب جریان طراحی
3	--	تعداد پرها
83.1	درجه	زاویه ورودی نوک پره
44.5	میلی‌متر	شعاع ورودی توپی (پره کاملاً توسعه‌یافته)
58.5	میلی‌متر	شعاع خروجی توپی
29.5	میلی‌متر	ارتفاع پره میانگین
63.5	میلی‌متر	طول محوری (پره کاملاً توسعه‌یافته)
2500	دور بر دقیقه	سرعت دورانی
35	میلی‌متر	شعاع ورودی توپی
0.39	--	ضریب پخش
0.3	--	نسبت بین زاویه برخورد و زاویه حمله پره
2.07	درجه	زاویه برخورد نوک طراحی
2.03	--	استحکام پره
74.58	درجه	زاویه خروجی نوک پره



ثابت  $C_\mu$  نیز برابر 0.0845 در نظر گرفته شده، همچنین ترم تولید انرژی جنبشی توربولانسی مطابق رابطه (19) است.

$$G_k = -\rho \bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \quad (19)$$

رابطه (20)  $\sigma_\epsilon$  و  $\sigma_k$  به ترتیب اعداد پراتل مؤثر برای  $k$  و  $\epsilon$ ،  $C_{\epsilon 3}$  نیز مطابق با

$$C_{\epsilon 3} = C_{\epsilon 2} + \frac{C_\mu \eta^3 (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad (20)$$

ثوابت  $C_{\epsilon 1}$  و  $C_{\epsilon 2}$  به ترتیب برابر 1.42 و 1.68 در نظر گرفته شده‌اند.  $\eta (= Sk/\epsilon)$  نسبت مقیاس زمانی توربولانس ( $k/\epsilon$ ) به مقیاس زمانی کرنش متوسط ( $S$ ) است.  $S$  اندازه تانسور تغییر شکل که توسط رابطه (21) قابل بیان است.

$$S = \sqrt{2w_{ij}w_{ij}} \quad (21)$$

$$w_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)$$

ثابت‌های  $\eta_0$  و  $\beta$  نیز به ترتیب 4.38 و 0.012 در نظر گرفته شده‌اند. توابع دیواره استاندارد نیز برای ایجاد ارتباط مابین متغیرهای حل در سلول‌های نزدیک دیواره و کمیت‌های متناظر روی دیواره استفاده گردیده است.

**3-2- شرایط مرزی**

ایندیوسر درون یک داکت جهت مدل‌سازی قرار داده شده که در شکل 3 قابل مشاهده است. شرایط مرزی به صورت فشار کل در ورودی، نرخ جرمی جریان در خروجی و سطح جانبی چرخان با سرعت دورانی ایندیوسر در نظر گرفته شده است. معادلات به دست آمده با استفاده از روش حجم محدود مبتنی بر المان گسسته‌سازی شده و الگوریتم کوپل برای ایجاد ارتباط مابین سرعت و فشار در نظر گرفته شده است.

**4-2- شبکه‌بندی و اعتبارسنجی**

شبکه استفاده شده از نوع بدون سازمان و چهار وجهی است. معادلات به دست آمده برای تعداد مختلف شبکه برای مطالعه استقلال از شبکه حل شد و نتایج شبیه‌سازی برای ضریب هد در جدول 2 نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که با در نظر گرفتن تعداد شبکه بیشتر از 612530، شبکه تغییر ایجاد شده در ضریب هد بسیار اندک بوده و بنابراین این تعداد شبکه برای محاسبات در نظر گرفته شده است.

برای اعتبارسنجی شبیه‌سازی مورد استفاده و نتایج حاصل، مقایسه نتایج با داده‌های آزمایشگاهی [27,24] انجام گرفته است. اطلاعات آزمایشگاهی

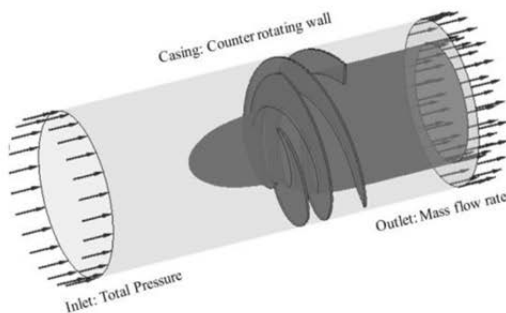


Fig. 3 Computational domain of the studied inducer  
شکل 3 دامنه محاسباتی ایندیوسر مورد مطالعه

قطر خروجی به ورودی تویی دارد که در ادامه کار مدل‌سازی و بهینه خواهند شد.

**2-2- معادلات حاکم در شبیه‌سازی عددی**

برای شبیه‌سازی جریان سیال معادلات بقا جرم و مومنوم باید حل گردند، همچنین از آن‌جا که جریان سه بعدی و توربولانس است، نیاز به حل معادلات اضافی انتقال برای مدل توربولانسی است. فرضیات مورد استفاده در استخراج معادلات جریان پایا و تراکم‌ناپذیر بوده و معادلات میانگین‌گیری شده زمانی برای جرم و مومنوم مطابق روابط (14,15) است.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho \bar{u}_i \bar{u}_j} \right) \quad (15)$$

به طوری که  $\bar{P}$  فشار میانگین،  $\mu$  ویسکوزیته سیال و  $\overline{\rho \bar{u}_i \bar{u}_j}$  تانسور تنش است که باید به نحوی مناسب مدل گردد. متداول‌ترین راه استفاده از فرضیه بوزینسک است که تنش‌های رینولدز را به گرادیان سرعت متوسط با استفاده از ویسکوزیته ادی به عنوان ضریب تناسب مربوط می‌سازد (رابطه (16)).

$$-\overline{\rho \bar{u}_i \bar{u}_j} = \left[ \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (16)$$

که  $\mu_t$  ویسکوزیته توربولانسی و  $k$  انرژی جنبشی توربولانس است. برای انتخاب یک مدل توربولانسی مناسب مدل‌های توربولانسی مختلف اعمال و نتایج حاصل با نتایج تجربی مقایسه شد. در نهایت بر مبنای مقایسه نتایج و نتایج موجود در ادبیات موضوع و همچنین توانایی مدل توربولانسی RNG k- $\epsilon$  [26] در مدل‌سازی جریان‌های جداشونده، چرخشی و جریان‌های ثانویه این مدل مورد استفاده قرار گرفت. معادلات حاکم بر مدل توربولانسی با استفاده از روابط (17,18) بیان می‌شوند.

$$\frac{\partial (\rho k \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - \rho \epsilon \quad (17)$$

$$\frac{\partial (\rho \epsilon \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_{\epsilon 1} G_k \frac{\epsilon}{k} - \rho C_{\epsilon 3} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (18)$$

$k$  انرژی جنبشی توربولانس،  $\epsilon$  نرخ پخش،  $\mu_{eff} = (\mu_t + \mu)$  ویسکوزیته مؤثر و  $\mu_t = \rho C_\mu (k^2/\epsilon)$  ویسکوزیته توربولانسی بوده که مقدار

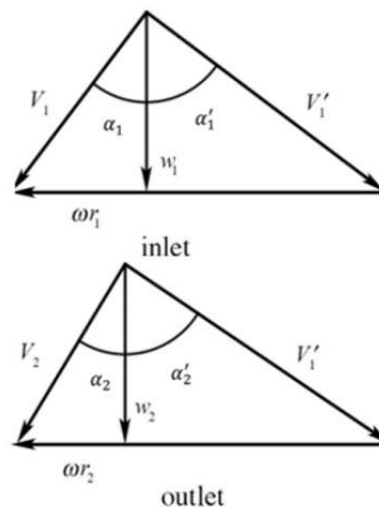


Fig. 2 Velocity triangle in the inlet (1) and outlet (2) section.  
شکل 2 مثلث سرعت در مقاطع ورودی و خروجی

به طوری که  $\Delta P_t$ ، اختلاف فشار کل ورودی و خروجی است.

3- مدل‌سازی با استفاده از شبکه عصبی

شبکه‌های عصبی مصنوعی یا به زبان ساده‌تر شبکه‌های عصبی سیستم‌ها و



Fig. 4 Experimental test facilities [24,27]

شکل 4 تجهیزات تست آزمایشگاهی [27,24]

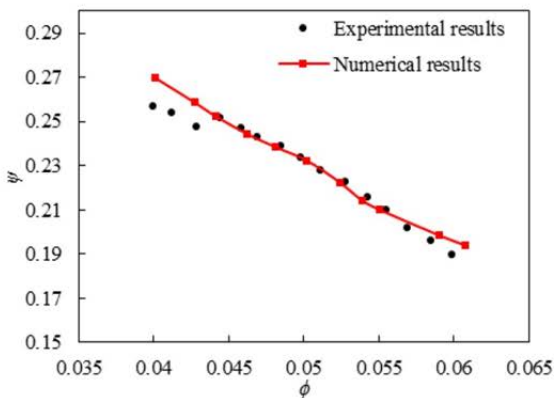


Fig. 5 Comparison of head coefficient with experimental data for tip clearance of 0.8 mm

شکل 5 مقایسه ضریب هد با نتایج آزمایشگاهی برای لقی شعاعی نوک 0.8 میلی‌متر

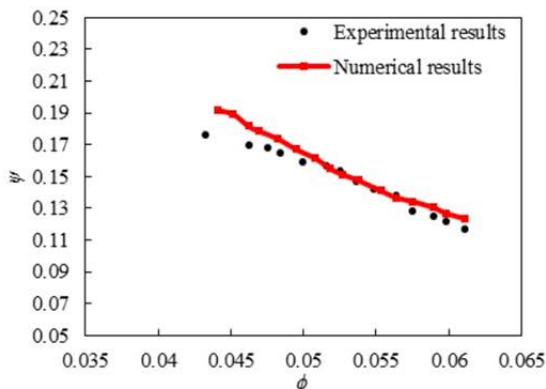


Fig. 6 Comparison of head coefficient with experimental data for tip clearance of 2.01 mm

شکل 6 مقایسه ضریب هد با نتایج آزمایشگاهی برای لقی شعاعی نوک 2.01 میلی‌متر

جدول 2 مطالعه استقلال از شبکه

Table 2 Grid independency study

ضریب هد	تعداد شبکه
0.16893	186235
0.19478	194260
0.20006	259456
0.20273	612530
0.20271	787880

ارائه شده با استفاده از تجهیزات نمایش داده شده در شکل 4 به دست آمده است.

این تجهیز به طور ویژه برای بررسی عملکرد کاپیتاسیونی/ غیرکاپیتاسیونی توربوپمپ‌ها با چیدمان‌های مختلف مانند جریان محوری، جریان شعاعی یا جریان مختلط (با و بدون ایندیوسر) طراحی شده است. دستگاه می‌تواند با یک دینامومتر چرخان برای اندازه‌گیری نیروها و گشتاورهای وارده بر پره و همچنین مکانیزمی برای تنظیم و چرخش خروج از مرکز محور پره تجهیز گردد که برای تست حاضر از دینامومتر چرخان استفاده نشده است. قسمت ورودی جهت ایجاد قابلیت مشاهده و تصویربرداری از شیشه پلکسی ساخته شده است، همچنین با تعویض ایندیوسر قابلیت بررسی ایندیوسرها با قطرهای نوک و لقی‌های مختلف وجود دارد. فشار ورودی و افزایش فشار مورد نیاز در تعیین مشخصات پمپ به ترتیب با استفاده از ترانسیدیوسر فشار مطلق با دقت 0.25% و ترانسیدیوسر فشار تفاضلی با دقت 0.1% اندازه‌گیری شده است. دو فلومتر مغناطیسی با دقت 0.5% نیز به ترتیب در خط مکش و خط تخلیه برای اندازه‌گیری دبی ورودی و خروجی و یک ترمومتر مقاومتی با دقت 0.5 کلون برای اندازه‌گیری دمای سیال عامل استفاده شده است.

در شکل‌های 5 و 6 به ترتیب به اعتبارسنجی عملکرد ایندیوسر تحت دو لقی شعاعی نوک 0.8 و 2.01 میلی‌متر پرداخته شده است. تغییرات ضریب هد ( $\psi$ ) برحسب ضریب جریان ( $\phi$ ) که به ترتیب با استفاده از روابط (23,22) به دست می‌آیند و برای شرایط دمای آب 20 درجه سانتی‌گراد و سرعت دورانی 2500 دور بر دقیقه گزارش شده است.

$$\psi = \frac{\Delta P}{\rho \Omega^2 r_T^2} \quad (22)$$

$$\phi = \frac{Q}{\pi \Omega r_T^3} \quad (23)$$

$\Delta P$  اختلاف فشار استاتیک ورودی و خروجی،  $\rho$  چگالی سیال،  $r_T$  شعاع نوک پره ایندیوسر و  $\Omega$  سرعت دورانی ایندیوسر است.

مشاهده می‌گردد که ضریب هد با افزایش ضریب جریان کاهش پیدا خواهد کرد. این نکته حائز اهمیت است که با کاهش ضریب لقی شعاعی نوک عملکرد ایندیوسر بهبود پیدا کرده و مقادیر ضریب هد بالاتر خواهد بود. میانگین انحراف مابین نتایج حاصل از شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی برای حالت لقی شعاعی نوک 0.8 میلی‌متر کمتر از 2% و برای حالت لقی شعاعی نوک 2.01 میلی‌متر کمتر از 3% خواهد بود که نشان از دقت بالای نتایج حاصل از شبیه‌سازی دارد.

شکل 7 نیز نشان‌دهند مقایسه توان هیدرولیکی بی بعد ایندیوسر ( $\phi\psi_t$ ) بر مبنای ضریب جریان است که ضریب هد کل مطابق رابطه (24) است. میانگین انحراف مابین نتایج کمتر از 9% خواهد بود که دوباره بیان‌کننده صحت شبیه‌سازی مورد استفاده است.

$$\psi_t = \frac{\Delta P_t}{\rho \Omega^2 r_T^2} \quad (24)$$

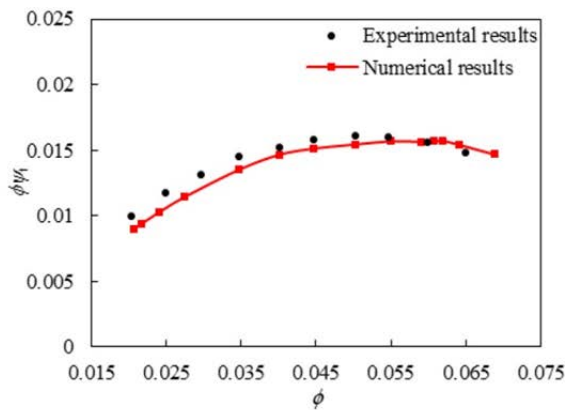


Fig. 7 Comparison of the non-dimensional hydraulic power with experimental data for tip clearance of 0.8 mm

شکل 7 مقایسه توان هیدرولیکی بی بعد با نتایج آزمایشگاهی برای لقی شعاعی نوک 0.8 میلی‌متر

$$E = \frac{\sum_{i=1}^M (y_i - G_i(O))^2}{M} \quad (30)$$

تمامی ترکیبات دوتایی (نرون‌ها) از  $n$  متغیر ورودی ساخته می‌شوند و ضرایب مجهول کلیه نرون‌ها با استفاده از روش مربعات کمینه به دست می‌آیند؛ بنابراین تعداد نرون‌های موجود در لایه دوم برابر ترکیب 2 از  $n$  خواهد بود  $\binom{n}{2} = (n(n-1))/2$  که آن را می‌توان به شکل مجموعه زیر (رابطه (31)) نمایش داد.

$$\{(y_i, x_{ip}, x_{iq}) | (i = 1, 2, \dots, M)\} \quad (31)$$

از شکل درجه دوم تابع بیان شده در رابطه (29) برای هر  $M$  ردیف سه‌تایی استفاده می‌شود. این معادلات را می‌توان به شکل ماتریسی رابطه (32) بیان کرد.

$$Aa = Y$$

$$a = \{a_0, a_1, \dots, a_5\}$$

$$Y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_M\}^T \quad (32)$$

در این رابطه،  $A$  بردار ضرایب مجهول معادله درجه دوم است و مطابق رابطه (33) خواهد بود:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_{1p} & x_{1q} & x_{1p}^2 & x_{1q}^2 & x_{1p}x_{1q} \\ 1 & x_{2p} & x_{2q} & x_{2p}^2 & x_{2q}^2 & x_{2p}x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{Mp} & x_{Mq} & x_{Mp}^2 & x_{Mq}^2 & x_{Mp}x_{Mq} \end{bmatrix} \quad (33)$$

روش کمترین مربعات از آنالیز رگرسیون چندگانه، حل معادلات را به صورت رابطه (34) به دست می‌دهد.

$$a = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (34)$$

این معادله بردار ضرایب رابطه (29) را برای تمام  $M$  مجموعه سه‌تایی می‌دهد.

### 3-1- مدل‌سازی ضریب هد، بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص موردنیاز

داده‌های ورودی برای استفاده از شبکه عصبی مصنوعی به سه دسته تقسیم می‌شوند. در دسته اول زاویه ورودی نوک پره، زاویه خروجی نوک پره و نسبت قطر خروجی به ورودی تویی به عنوان پارامترهای ورودی و معکوس ضریب هد به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده است. در دسته دوم و سوم نیز داده‌های ورودی مشابه بالا و معکوس بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص به ترتیب به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده‌اند که بازده

روش‌های محاسباتی نوین برای یادگیری ماشینی، نمایش دانش و در انتها اعمال دانش به دست آمده در جهت پیش‌بینی پاسخ‌های خروجی از سامانه‌های پیچیده هستند. ایده اصلی این گونه شبکه‌ها تا حدودی الهام گرفته از شیوه کارکرد سیستم عصبی زیستی برای پردازش داده‌ها و اطلاعات به منظور یادگیری و ایجاد دانش قرار دارد. ایجاد ساختارهایی جدید برای سامانه پردازش اطلاعات عنصر کلیدی این ایده است. این سیستم از شمار زیادی عناصر پردازشی فوق‌العاده به هم پیوسته با نام نرون تشکیل شده که برای حل یک مسأله با هم هماهنگ عمل می‌کنند و توسط ارتباطات الکترومغناطیسی اطلاعات را منتقل می‌کنند.

از جمله شبکه‌های عصبی مورد استفاده برای مدل‌سازی داده‌ها و ایجاد ارتباط مابین ورودی‌ها و خروجی‌ها، شبکه عصبی جی‌ام‌دی‌اچ است که اولین بار توسط ایواخنکو [17] برای مدل کردن سیستم‌های پیچیده مورد استقبال قرار گرفت که شامل یک سری داده‌ها با چندین ورودی و یک خروجی بودند. شبکه‌های عصبی جی‌ام‌دی‌اچ حاوی مجموعه‌ای از نرون‌هاست. نرون‌های شبکه عصبی از پیوند جفت‌های مختلف از طریق یک چند جمله‌ای درجه دوم به وجود می‌آیند. شبکه با ترکیب چند جمله‌ای‌های درجه دوم حاصل از تمامی نرون‌ها، تابع تقریبی  $\hat{f}$  را با خروجی  $\hat{y}$  برای یک مجموعه از ورودی‌ها  $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  با کمترین خطا در مقایسه با خروجی واقعی  $y$  توصیف می‌کند؛ بنابراین برای  $M$  داده آزمایشگاهی شامل  $n$  ورودی و یک خروجی، نتایج واقعی به شکل رابطه (25) نمایش داده می‌شود.

$$y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (25)$$

شبکه عصبی جی‌ام‌دی‌اچ باید مقدار خروجی  $\hat{y}$  برای هر بردار ورودی  $x$  را به صورت رابطه (26) پیش‌بینی کند.

$$\hat{y}_i = \hat{f}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (26)$$

در واقع این شبکه باید مربع خطای بین مقادیر حقیقی و مقادیر پیش‌بینی شده را به صورت رابطه (27) کمینه کند.

$$\sum_{i=1}^M (\hat{y}_i - y_i)^2 \rightarrow \min \quad (27)$$

شکل عمومی اتصال بین متغیرهای ورودی و خروجی را می‌توان با استفاده از چندجمله‌ای ایواخنکو به شکل رابطه (28) بیان کرد.

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (28)$$

شکل درجه دوم و دو متغیره این چند جمله‌ای به شکل رابطه (29) خواهد بود.

$$\hat{y} = G(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i^2 + a_4 x_j^2 + a_5 x_i x_j \quad (29)$$

ضرایب مجهول  $a_i$  در رابطه (29) با تکنیک‌های رگرسیون چنان به دست می‌آیند که اختلاف بین خروجی واقعی و مقادیر محاسبه شده برای هر جفت متغیر ورودی کمینه شود. مجموعه‌ای از چند جمله‌ای‌ها با استفاده از رابطه (29) ساخته می‌شوند که ضرایب مجهول کلیه آن‌ها با استفاده از روش مربعات کمینه به دست می‌آیند. برای هر تابع  $G_i$  (هر نرون ساخته شده)، ضرایب برای کمینه کردن خطای کل نرون به منظور انطباق بهینه ورودی‌ها بر تمام جفت مجموعه‌های ورودی-خروجی له صورت رابطه (30) به دست می‌آیند.



علاوه بر داده‌های آموزش شبکه، تعدادی از نقاط نیز جهت تست توابع پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی در نظر گرفته شده است. شکل‌های 9-11 به ترتیب مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی مصنوعی با مجموعه داده‌های تست را به ترتیب برای معکوس ضریب هد، معکوس بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص مورد نیاز نشان می‌دهند. مقایسه مقادیر حاصل از شبکه عصبی مصنوعی با داده‌های تست نشان می‌دهد که شبکه عصبی به خوبی با استفاده از معادلات چند جمله‌ای ساده قادر به مدل‌سازی و پیش‌بینی نتایج است. جهت بررسی صحت نتایج حاصل از پیش‌بینی، مقیاس‌های آماری بر مبنای  $R^2$ ،  $RMSE^2$  و  $MRE^3$  که طبق رابطه (40) تعریف می‌شوند، در جدول 5 آورده شده است.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_j (t_j - o_j)^2}{\sum_j o_j^2}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_j (t_j - o_j)^2}{P}}$$

$$MRE(\%) = \frac{1}{P} \sum_j \left| \frac{t_j - o_j}{o_j} \right| \times 100 \quad (40)$$

در این رابطه  $t$  مقادیر هدف،  $o$  مقادیر خروجی و  $P$  تعداد داده‌هاست.

#### 4- بهینه‌سازی چندهدفی

صورت استاندارد مسائل بهینه‌سازی چند هدفی را می‌توان به صورت یافتن بردار طراحی  $(X = [x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_n]^T)$  به گونه‌ای بیان کرد که بردار

جدول 3 پارامترهای طراحی و محدوده تغییرات آنها

پارامتر طراحی	حد پایین	حد بالا
زاویه ورودی نوک پره	79	85
زاویه خروجی نوک پره	66	78
نسبت قطر خروجی به ورودی توپی	1.47	1.87

جدول 4 نمونه‌ای از نتایج عددی با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی

داده‌های ورودی			داده‌های خروجی			
$\beta_{in}$	$\beta_{out}$	$dh_{out}/dh_{in}$	$\psi$	$\eta$	$NPSHR$	
1	79	66	1.47	0.04041	0.173	7.473
2	79	70	1.47	0.10702	0.463	7.669
3	79	74	1.47	0.2144	0.653	11.161
4	79	78	1.47	0.20437	0.635	14.218
5	81	66	1.47	0.03863	0.171	7.703
6	81	70	1.47	0.10568	0.459	5.964
7	81	74	1.47	0.22064	0.659	10.834
8	81	78	1.47	0.21039	0.636	13.821
9	83	66	1.47	0.05801	0.208	7.675
10	83	70	1.47	0.10813	0.467	4.352
...	...	...	...	...	...	...
47	85	74	1.87	0.16338	0.645	10.757
48	85	78	1.87	0.12351	0.55	11.449

جدول 5 مقادیر  $R^2$ ،  $RMSE$  و  $MRE$  جهت ارزیابی عملکرد شبکه عصبی

Table 5 The values of the  $R^2$ ,  $RMSE$  and  $MRE$  for evaluating the artificial neural network performance

$MRE$	$RMSE$	$R^2$	خروجی
12.2264	1.1367	0.9802	$1/\psi$
5.4019	0.1696	0.9945	$1/\eta$
9.7400	1.0993	0.9862	$NPSHR$

<sup>1</sup> Absolute Fraction of Variance

<sup>2</sup> Root Mean Squared Error

<sup>3</sup> Mean Relative Error

هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص مطابق روابط (35,36) است.

$$\eta = \frac{QAP_t}{\tau\Omega} \quad (35)$$

$$NPSHR = \frac{P_{in} - P_{min}}{\gamma} + \frac{V_{in}^2}{2g} \quad (36)$$

$\tau$  گشتاور ایندیوسر،  $P_{min}$  کمترین فشار روی پره ایندیوسر و  $V_{in}$  سرعت ورودی به ایندیوسر است.

محدوده تغییر پارامترهای ورودی و همچنین نمونه‌ای از نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی عددی که در جهت آموزش و تست شبکه عصبی مورد استفاده قرار می‌گیرند، به ترتیب در جدول‌های 3 و 4 نمایش داده شده است. همان‌طور که بیان شد روش جی‌ام‌دی‌اچ برای یافتن مدل چند جمله‌ای معکوس ضریب هد، معکوس بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص مورد نیاز بر مبنای پارامترهای ورودی مورد نظر استفاده شده است. شکل 8 ساختار شبکه عصبی مصنوعی برای معکوس ضریب هد، معکوس بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص مورد نیاز را نشان می‌دهد که این ساختار برای هر سه حالت مشابه است. جهت سهولت در انجام محاسبات و همگرایی و جستجوی بهتر کد بهینه‌سازی مورد استفاده، معکوس ضریب هد و معکوس بازدهی هیدرولیکی در کنار هد مکش مثبت خالص مورد نیاز به عنوان توابع هدف در نظر گرفته شده‌اند و در مرحله بهینه‌سازی نیز این دو تابع هدف کمینه می‌گردند که متناظر با افزایش ضریب هد و بازدهی هیدرولیکی است.

چند جمله‌ای‌های معکوس ضریب هد، معکوس بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص مورد نیاز به ترتیب مطابق روابط (37-39) خواهد بود.

$$\frac{1}{\psi} = 6.652 - 1.294Y_{12} + 0.628Y_{23} + 0.008Y_{12}^2 - 0.060Y_{23}^2 + 0.145Y_{12}Y_{23}$$

$$Y_{12} = 1426.509 - 8.268\beta_{in} - 28.864\beta_{out} + 0.013\beta_{in}^2 + 0.152\beta_{out}^2 + 0.077\beta_{in}\beta_{out}$$

$$Y_{23} = 1271.242 - 25.592\beta_{out} - 383.468 \frac{dh_{out}}{dh_{in}} + 0.132\beta_{out}^2 + 36.514 \left(\frac{dh_{out}}{dh_{in}}\right)^2 + 3.560\beta_{out} \frac{dh_{out}}{dh_{in}} \quad (37)$$

$$\frac{1}{\eta} = 1.259 + 0.749Y_{12} - 0.780Y_{23} - 0.010Y_{12}^2 + 0.437Y_{23}^2 - 0.290Y_{12}Y_{23}$$

$$Y_{12} = -26.22 + 3.738\beta_{in} - 3.382\beta_{out} - 0.018\beta_{in}^2 + 0.027\beta_{out}^2 + 0.008\beta_{in}\beta_{out}$$

$$Y_{23} = 288.635 - 5.743\beta_{out} - 89.536 \frac{dh_{out}}{dh_{in}} + 0.029\beta_{out}^2 + 8.767 \left(\frac{dh_{out}}{dh_{in}}\right)^2 + 0.811\beta_{out} \frac{dh_{out}}{dh_{in}} \quad (38)$$

$$NPSHR = -14.205 + 0.782Y_{12} + 3.030Y_{23} - 0.076Y_{12}^2 - 0.175Y_{23}^2 + 0.124Y_{12}Y_{23}$$

$$Y_{12} = 1618.375 - 21.513\beta_{in} - 20.461\beta_{out} + 0.112\beta_{in}^2 + 0.121\beta_{out}^2 + 0.041\beta_{in}\beta_{out}$$

$$Y_{23} = 454.191 - 15.728\beta_{out} + 125.031 \frac{dh_{out}}{dh_{in}} + 0.123\beta_{out}^2 - 16.125 \left(\frac{dh_{out}}{dh_{in}}\right)^2 - 0.974 \frac{dh_{out}}{dh_{in}} \beta_{out} \quad (39)$$

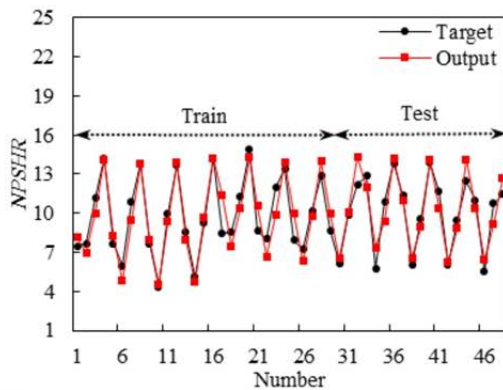


Fig. 11 Comparison of the predicted results by artificial neural network with train and test data sets for *NPSHR*

شکل 11 مقایسه نتایج پیش بینی شده توسط شبکه عصبی با مجموعه داده های آموزش و تست برای *NPSHR*

بهرتر برای یک تابع هدف در جبهه پارتو، مقدار تابع هدف دیگر را بدتر خواهد کرد؛ بنابراین تغییر پارامترهای طراحی وابسته به این توابع هدف به هیچ وجه نمی تواند مقادیر تمامی توابع هدف را به صورت هم زمان بهبود بخشد. می توان نتیجه گیری کرد که در هر پاسخ از جبهه پارتو یک پارامتر هدف دارای مقدار بهتری از تابع هدف دیگر است. الگوریتم های تکاملی به دلیل رویکرد جستجو بر مبنای جمعیت برای مسائل بهینه سازی چند هدفی بسیار مناسب هستند؛ بنابراین استفاده از این الگوریتم ها می تواند مشکلات و محدودیت های مربوط به مسائل کلاسیک را مرتفع نماید. در کار حاضر الگوریتم اصلاح شده ژنتیک بر مبنای مرتب سازی نقاط غیر برتر II برای بهینه سازی ایندیوسر استفاده شده که تفاوت مابین این الگوریتم با الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب سازی نقاط غیر برتر II استفاده از زیر برنامه جایگزین حذف بر مبنای  $\epsilon$  برای اصلاح الگوریتم ژنتیک است. از این الگوریتم در حل مسائل بهینه سازی چند هدفی گوناگونی تا کنون استفاده شده است [20-23].

4-1- انتخاب نقاط پیشنهادی از بین نقاط پارتو

انتخاب نقطه بهینه پیشنهادی به روش نزدیک ترین فاصله به نقطه ایده آل انجام گرفته است. در این روش ابتدا مقادیر مربوط به توابع هدف در بازه صفر تا یک نگاشت می شود تا مقادیر این دو تابع از لحاظ مرتبه ای یکسان شوند. توابع هدف جدید با  $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_n$  نشان داده می شوند. نقطه ایده آل نقطه ای است که در آن  $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_n$  هر کدام بهترین مقدار خود را دارند. فاصله هر کدام از نقاط بهینه با مختصات  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  نسبت به نقطه ایده آل مطابق رابطه (41) به دست می آید. در مرحله آخر مختصات نقطه ای که کوتاه ترین فاصله را تا نقطه ایده آل دارد، به عنوان نقطه بهینه پیشنهادی انتخاب می شود.

$$d = \left( (a_1 - \bar{f}_1 \text{ مقدار})^2 + (a_2 - \bar{f}_2 \text{ مقدار})^2 + \dots + (a_n - \bar{f}_n \text{ مقدار})^2 \right)^{0.5} \quad (41)$$

4-2- بهینه سازی چند هدفی عملکرد ایندیوسر

همان طور که از نتایج شبیه سازی عددی و معادلات تحلیلی روشن شد، عملکرد ایندیوسر وابسته به پارامترهای هندسی زاویه ورودی نوک پره، زاویه خروجی نوک پره و نسبت قطر خروجی به ورودی توپی است. ضریب هد، بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص مورد نیاز از پارامترهای اساسی

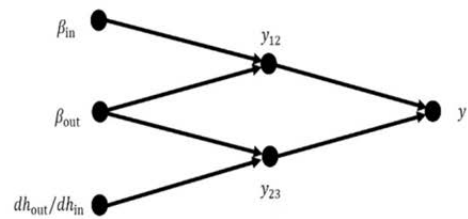


Fig. 8 The artificial neural network structure for objective functions  
شکل 8 ساختار شبکه عصبی مصنوعی برای توابع هدف

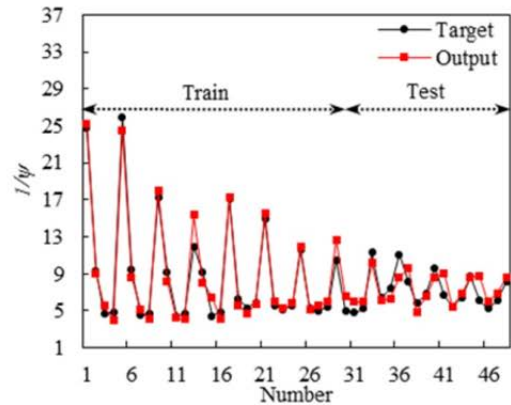


Fig. 9 Comparison of the predicted results by artificial neural network with train and test data sets for *I/ψ*

شکل 9 مقایسه نتایج پیش بینی شده توسط شبکه عصبی با مجموعه داده های آموزش و تست برای *I/ψ*

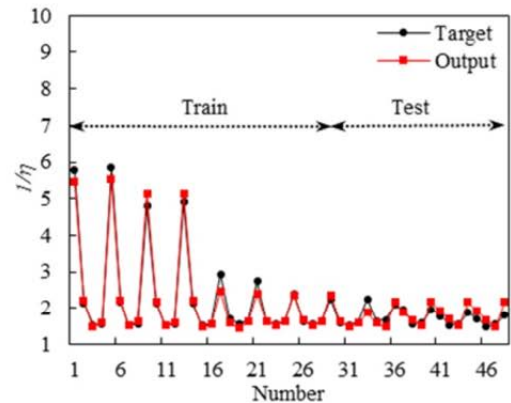


Fig. 10 Comparison of the predicted results by artificial neural network with train and test data sets for *I/η*

شکل 10 مقایسه نتایج پیش بینی شده توسط شبکه عصبی با مجموعه داده های آموزش و تست برای *I/η*

هدف  $(f(X) = [f_1(X), f_2(X), \dots, f_m(X)]^T)$  را با توجه به  $k$  قید مساوی  $(h_i(X) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, k)$  و قید نامساوی  $(g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, l)$  بهینه کند. به بیان دیگر تمامی توابع هدف در یک مسئله باید به صورت هم زمان بهینه گردند. از آن جا که این توابع هدف اغلب با یکدیگر دارای تضاد هستند، بهبود یکی از آن ها دیگری را بدتر خواهد کرد؛ بنابراین به جای یک نقطه بهینه، دسته ای از پاسخ های بهینه وجود دارد که جبهه پارتو نامیده می شود [18].

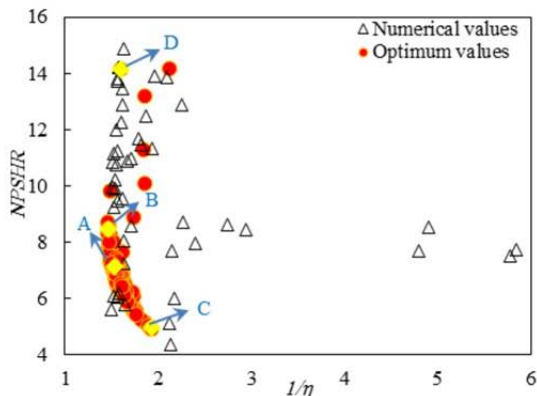
این پاسخ های بهینه نسبت به یکدیگر غیر برتر بوده، اما نسبت به سایر پاسخ ها در فضای توابع هدف بهتر هستند. بدین معنی که انتخاب یک مقدار



جدول 6 مقادیر متغیرهای طراحی و توابع هدف برای نقاط بهینه

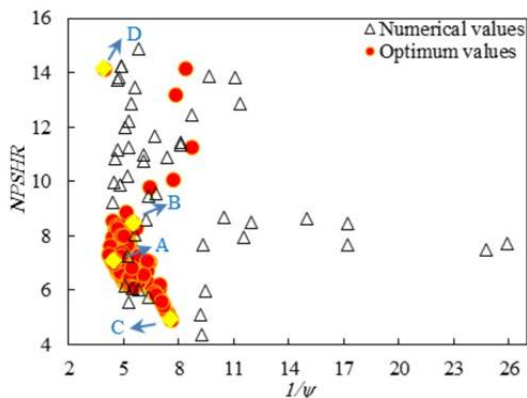
**Table 6** The values of the design variables and objective functions of the optimum points

توابع هدف		متغیرهای طراحی				نقاط
$1/\psi$	NPSHR	$1/\eta$	$dh_{out}/dh_{in}$	$\beta_{out}$	$\beta_{in}$	
4.46	7.107	1.539	1.87	71	79.01	A
5.493	8.471	1.462	1.85	73.37	79.05	B
7.569	4.924	1.925	1.47	70.95	83.1	C
3.907	14.148	1.6	1.47	77.89	79.01	D



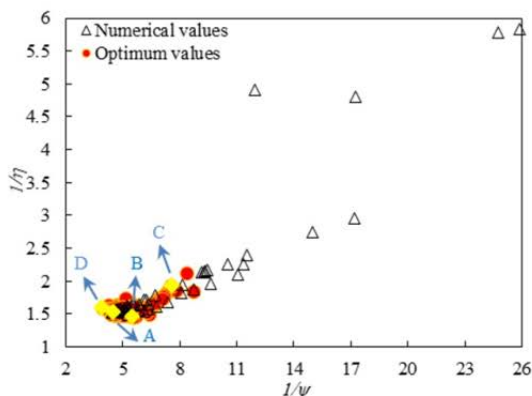
**Fig. 12** The non-dominated optimum design points in the plane of NPSHR and  $1/\eta$

شکل 12 نقاط بهینه غیربرتر در صفحه NPSHR و  $1/\eta$



**Fig. 13** The non-dominated optimum design points in the plane of NPSHR and  $1/\psi$

شکل 13 نقاط بهینه غیربرتر در صفحه NPSHR و  $1/\psi$



**Fig. 14** The non-dominated optimum design points in the plane of  $1/\eta$  and  $1/\psi$

شکل 14 نقاط بهینه غیربرتر در صفحه  $1/\eta$  و  $1/\psi$

در ارزیابی عملکرد ایندیوسر است. در این قسمت با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی یادشده به عنوان متغیرهای طراحی و پارامترهای ارزیابی به عنوان توابع هدف، با استفاده از الگوریتم اصلاح شده ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیربرتر II، بهینه‌سازی چند هدفی عملکرد ایندیوسر انجام شده است. معکوس ضریب هد و معکوس بازدهی هیدرولیکی در کنار هد مکش مثبت خالص مورد نیاز به عنوان تابع هدف کمینه شده که متناظر با افزایش ضریب هد و بازدهی هیدرولیکی و کاهش هد مکش مثبت خالص مورد نیاز است. تعداد جمعیت اولیه 100، احتمال جهش 0.07، احتمال پیوند 0.7 و تعداد نسل 1000 جهت بهینه‌سازی سه هدفه در نظر گرفته شده است. خروجی بهینه‌سازی یک مجموعه از مقادیر منحصر به فرد است که باید در صفحه توابع هدف مختلف ترسیم گردند.

نقاط بهینه غیربرتر همراه با مقادیر حاصل از شبیه‌سازی عددی در صفحه توابع هدف مختلف در شکل‌های 12-14 نشان داده شده است. تمام نقاط پارتو در هر صفحه نسبت به یکدیگر غیربرتر بوده، اما نسبت به سایر نقاط بهتر هستند. از آنجا که نقاط پارتو بهترین نقاط هستند، پارامترهای طراحی متناظر با آنها نیز بهترین نقاط طراحی ممکن بوده و اگر مجموعه دیگری از متغیرهای طراحی انتخاب گردند، مقادیر توابع هدف در نقطه‌ای نامطلوب‌تر نسبت به این جبهه پارتو قرار خواهند گرفت. هیچ یک از نقاط منحنی پارتو برهم برتری ندارند. برای درک بهتر این مطلب چنانچه دو نقطه از منحنی پارتو در نظر گرفته شوند، اگرچه نقطه اول از دیدگاه تعدادی از توابع هدف ممکن است بسیار مطلوب‌تر از نقطه دوم باشد، اما نقطه دوم قطعاً از نقطه نظر توابع هدف دیگری مطلوب‌تر از نقطه اول خواهد بود؛ بنابراین هیچ یک از این نقاط برهم برتری نداشته و تمام این نقاط، نقاط بهینه محسوب می‌شوند و انتخاب نقاط به گونه‌ای که نقطه انتخاب شده روی جبهه پارتو باشد، منجر به بهترین ترکیب احتمالی پارامترهای خروجی خواهد شد. علاوه بر این نقاط بهینه در مرز نقاط حاصل از شبیه‌سازی عددی قرار گرفته‌اند که به روشی نشان‌دهنده صحت روش مورد استفاده برای بهینه‌سازی و نتایج حاصل است.

نقاط مهم پارتویی یعنی نقاط A، B، C و D نیز در هر صفحه مشخص گردیده‌اند. نقاط B، C و D به ترتیب از بهینه‌سازی تک هدفی معکوس بازدهی هیدرولیکی، هد مکش مثبت خالص مورد نیاز و معکوس ضریب هد به دست می‌آیند. به عبارت دیگر، چنانچه هر یک از این پارامترها به تنهایی به عنوان تابع هدف مد نظر قرار گیرند نقاط یادشده حاصل می‌گردند. در صورتی که هر سه تابع هدف به صورت هم‌زمان مد نظر قرار داده شوند نقطه حاصل می‌گردد. در واقع با ایجاد نوعی توازن بین توابع هدف می‌توان به نقطه بهینه A رسید که این کار با ایجاد نداشت صورت پذیرفته است. مقادیر توابع هدف برای نقاط بهینه بین صفر و یک نگاشت شده است و سپس نقطه با کمترین فاصله نسبت به نقطه ایده‌آل که مبدأ است، به دست آمده و روی نمودار پارتو نمایش داده شده است.

جدول 6 نشان‌دهنده مقادیر متغیرهای طراحی و توابع هدف برای نقاط مهم پارتویی است.

در ادامه نحوه تغییرات توابع هدف بر مبنای پارامترهای طراحی در شکل‌های 15-20 ترسیم شده است. مشاهده می‌گردد که در تمامی شکل‌ها، نقاط پارتو در تمامی حوزه مجاز پارامترهای طراحی پراکنده‌اند و این بدین معناست که پارامترهای طراحی مورد نظر باعث ایجاد تضاد مابین توابع هدف مختلف می‌گردد؛ بنابراین با مشاهده توزیع نقاط پارتو به خوبی ضرورت انجام بهینه‌سازی براساس پارامترهای یادشده مشخص می‌گردد. طراح در نهایت با

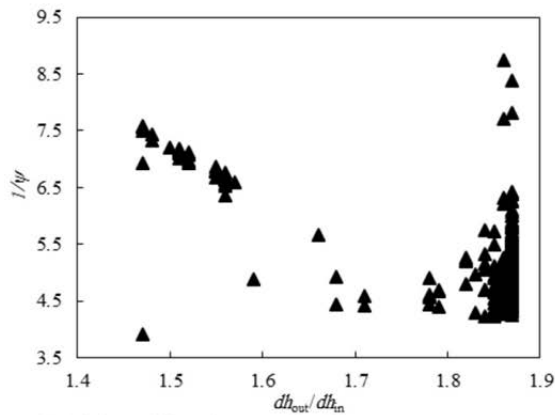


Fig. 18 Variations of the  $1/\psi$  versus  $dh_{out}/dh_{in}$

شکل 18 تغییرات  $1/\psi$  بر مبنای  $dh_{out}/dh_{in}$

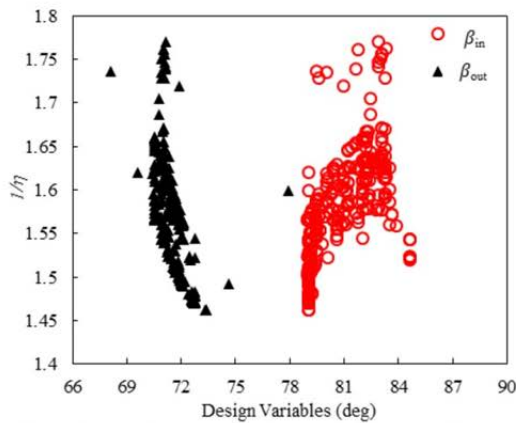


Fig. 19 Variations of the  $1/\eta$  versus the inlet and outlet tip blade angles

شکل 19 تغییرات  $1/\eta$  بر مبنای زوایای ورودی و خروجی نوک پره

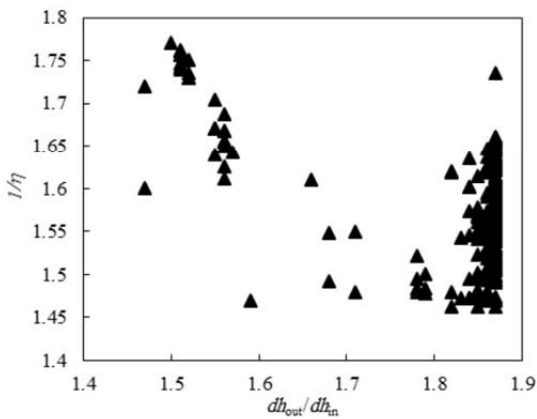


Fig. 20 Variations of the  $1/\eta$  versus  $dh_{out}/dh_{in}$

شکل 20 تغییرات  $1/\eta$  بر مبنای  $dh_{out}/dh_{in}$

افزایش فشار ورودی و لزوم دستیابی به هندسه بهینه ایندیوسر، مدل‌سازی و بهینه‌سازی آن اجتناب‌ناپذیر است. در پژوهش حاضر در ابتدا عملکرد ایندیوسر با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی شبیه‌سازی شده و با استفاده از نتایج تجربی صحت‌سنجی شده است. میزان انحراف میانگین کمتر از 2% و 3% نسبت به نتایج تجربی ضریب هد و به ترتیب برای لقی شعاعی نوک پره 0.8 میلی‌متر و 2.01 میلی‌متر نشان‌دهنده صحت روش عددی و

توجه به نتایج ارائه شده در مورد نحوه تغییرات توابع هدف بر مبنای پارامترهای طراحی می‌تواند با مد نظر قرار دادن بازه مطلوب برای تغییرات پارامترهای طراحی، مقدار بهینه خویش را انتخاب نماید که به خوبی مزیت و انعطاف‌پذیری روش بهینه‌سازی مورد استفاده را نشان می‌دهد.

### 5- نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت ایندیوسرها در افزایش عملکرد مکشی پمپها در قالب

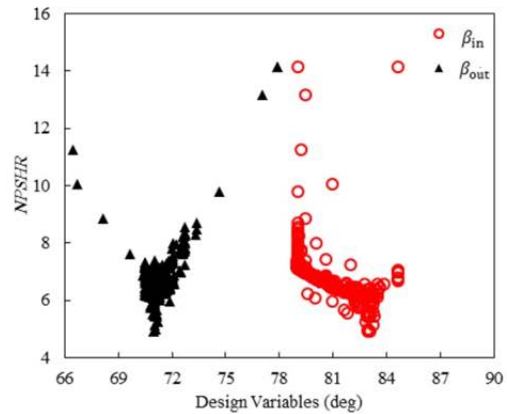


Fig. 15 Variations of the  $NPSHR$  versus the inlet and outlet tip blade angles

شکل 15 تغییرات  $NPSHR$  بر مبنای زوایای ورودی و خروجی نوک پره

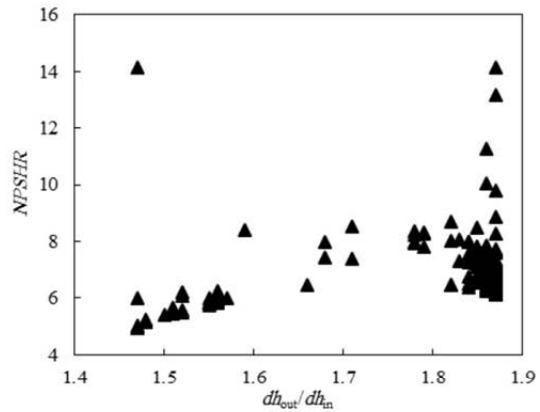


Fig. 16 Variations of the  $NPSHR$  versus  $dh_{out}/dh_{in}$

شکل 16 تغییرات  $NPSHR$  بر مبنای  $dh_{out}/dh_{in}$

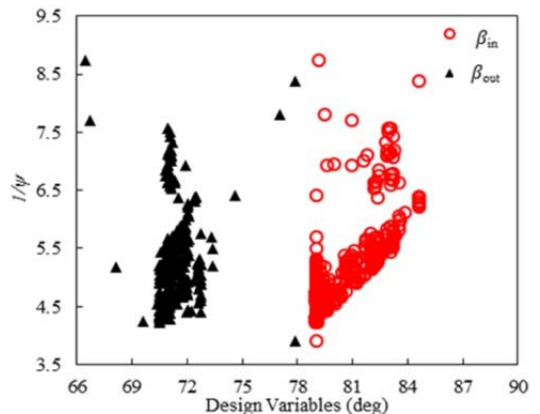


Fig. 17 Variations of the  $1/\psi$  versus the inlet and outlet tip blade angles

شکل 17 تغییرات  $1/\psi$  بر مبنای زوایای ورودی و خروجی نوک پره

سرعت دورانی (RPM)	$\Omega$
زیر نویس‌ها	
مؤثر	eff
ورودی- داخلی	in
کمترین مقدار	min
خارجی	out
کل	T

7- مراجع

[1] J. K. Jakobsen, *Liquid Rocket Engine Turbopump Inducers*, NASA SP-8052, Cleveland, pp. 49-85, 1971.

[2] X. M. Guo, Z. C. Zhu, B. L. Cui, G. P. Shi, Effects of the number of inducer blades on the anti-cavitation characteristics and external performance of a centrifugal pump, *Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, No. 7, pp. 3173-3181, 2016.

[3] B. Y. Kang, S. H. Kang, Effect of the number of blades on the performance and cavitation instabilities of a turbopump inducer with an identical solidity, *Mechanical Science and Technology*, Vol. 29, No. 12, pp. 5251-5256, 2015.

[4] S. S. Hong, D. J. Kim, J. S. Kim, C. H. Choi et al., Study on inducer and impeller of a centrifugal pump for a rocket engine turbopump, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 227, No. 2, pp. 311-319, 2012.

[5] K. Okita, H. Ugajin, Y. Matsumoto, Numerical analysis of the influence of the tip clearance flows on the unsteady cavitating flows in a three dimensional inducer, *Hydrodynamics*, Vol. 21, No. 1, pp. 34-40, 2009.

[6] B. Jafarzadeh, A. Hajari, M. M. Alishahi, M. H. Akbari, The flow simulation of a low-specific speed high-speed centrifugal pump, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35, No. 1, pp. 242-249, 2011.

[7] O. Coutier-Delgosh, P. Morel, R. Fortes-Patella, J. L. Reboud, Numerical simulation of turbopump inducer cavitating behavior, *Rotating Machinery*, Vol. 2, No. 2, pp. 135-142, 2005.

[8] Y. Zhang, S. Hu, J. Wu, Y. Zhang et al., Modeling and multi-objective optimization of double suction centrifugal pump based on Kriging meta-models, *Advances in Global Optimization. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*, Vol. 95, No. 1, pp. 251-261, 2015.

[9] H. Hao, L. Xinkai, G. Bo, Hydraulic optimization of multiphase pump based on CFD and genetic algorithm, *Grid Distribution Computing*, Vol. 8, No. 6, pp. 161-170, 2015.

[10] S. Derakhshan, M. Pourmahdavi, E. Abdollahnejad, A. Reihani et al., Numerical shape optimization of a centrifugal pump impeller using artificial bee colony algorithm, *Computers and Fluids*, Vol. 81, No. 1, pp. 145-151, 2013.

[11] H. Safikhani, A. Nourbakhsh, A. Khalkhali, N. Narimanzadeh, Modeling and multi-Objective optimization of centrifugal pumps using CFD and neural networks, *2nd International Conference on Engineering Optimization*, Lisbon, Portugal, September 6-9, 2010.

[12] A. Nourbakhsh, H. Safikhani, S. Derakhshan, The comparison of multi-objective particle swarm optimization and NSGA II algorithm: applications in centrifugal pumps, *Engineering Optimization*, Vol. 43, No. 10, pp. 1095-1113, 2011.

[13] A. Demeulenaere, A. Purwanto, A. Ligout, C. Hirsch et al., Design and optimization of an industrial pump: Application of genetic algorithms and neural network, *ASME Proceedings of the 5th International Symposium on Pumping Machinery*, Houston, United States of America, June 19-23, 2005.

[14] J. Zhang, H. Zhu, C. Yang, Y. Li, et al., Multi-objective shape optimization of helico-axial multiphase pump impeller based on NSGA-II and ANN, *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, No. 1, pp. 538-546, 2011.

[15] H. Safikhani, A. Khalkhali, M. Farajpoor, Pareto based multi-objective optimization of centrifugal pumps using CFD, neural networks and genetic algorithms, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 5, No. 1, pp. 37-48, 2011.

[16] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, First Edition, pp. 185-215, New York: Addison-Wesley, 1989.

[17] A. Ivakhnenko, Polynomial theory of complex systems, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 1, No. 4, pp. 364-378, 1971.

[18] C. A. Coello, A comprehensive survey of evolutionary based multi-objective optimization techniques, *Knowledge and Information Systems*, Vol. 1, No. 3, pp. 269-308, 1999.

[19] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap, T. Meyarivan, A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions On Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182-197, 2002.

[20] M. H. Shojaeefard, J. Zare, An investigation of the potential of improving an R1234yf parallel flow condenser performance using modeling and hybrid procedure of the modified NSGA-II and TOPSIS, *Heat Transfer Engineering*, DOI: 10.1080/01457632.2017.1366239, 2017.

[21] M. H. Shojaeefard, J. Zare, Modeling and combined application of the modified NSGA-II and TOPSIS to optimize a refrigerant-to-air multi-pass louvered fin-and-flat tube condenser, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 103, No. 1, pp. 212-225, 2016.

نتایج حاصل است. در ادامه رابطه مابین پارامترهای زاویه ورودی نوک پره، زاویه خروجی نوک پره و همچنین نسبت قطر خروجی به ورودی تویی به عنوان پارامترهای طراحی و پارامترهای معکوس ضریب هد، معکوس بازدهی هیدرولیکی و هد مکش مثبت خالص موردنیاز به عنوان پارامترهای هدف با استفاده از روش شبکه عصبی جی‌ام‌دی‌جی استخراج شده است. از روابط به دست آمده در الگوریتم بهینه‌سازی اصلاح شده ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نقاط غیربرتر II جهت بهینه‌سازی سه هدفی ایندیوسر استفاده شد. نمودارهای پارتو در صفحه توابع هدف مختلف ترسیم و نقاط بهینه پیشنهادی با استفاده از روش نزدیک‌ترین نقطه به نقطه ایده‌آل ارائه گردید. با استفاده از مقادیر متناظر با نقطه بهینه A، ضریب هد حدود 14.3%، بازدهی هیدرولیکی 0.3% و سرعت مکش مخصوص مثبت موردنیاز 30.2% بهبود پیدا کرد. با استفاده از نتایج به دست آمده می‌توان بیان نمود که نکات به دست آمده تنها از طریق بهینه‌سازی چند هدفی قابل دستیابی است که دوباره بیانگر اهمیت بهینه‌سازی هندسه ایندیوسر است.

6- فهرست علائم

$C_{\varepsilon 1}$	ثابت
$C_{\varepsilon 2}$	ثابت
$C_{\mu}$	ثابت
$dh$	قطر تویی (m)
$G_k$	تولید انرژی جنبشی توربولانسی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-3}$ )
$h$	آنتالپی ( $\text{kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$k$	انرژی جنبشی توربولانسی ( $\text{m}^2\text{s}^{-2}$ )
$NPSHR$	هد مکش مثبت خالص مورد نیاز
$P$	فشار (Pa)
$Q$	دبی جریان ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ )
$rh$	شعاع تویی (m)
$r_T$	شعاع نوک پره ایندیوسر (m)
$\dot{u}$	سرعت نوسانی ( $\text{ms}^{-1}$ )
$\bar{u}$	سرعت متوسط ( $\text{ms}^{-1}$ )
$V_{in}$	سرعت ورودی به ایندیوسر ( $\text{ms}^{-1}$ )
$x$	مجموعه بردارهای ورودی
$x_j$	مختصات (m)
$y$	مقادیر خروجی
$\beta$	علائم یونانی
$\beta_{in}$	ثابت
$\beta_{out}$	زاویه ورودی نوک پره (deg)
$\delta$	زاویه خروجی نوک پره (deg)
$\varepsilon$	دلتهای کرونگر
$\eta$	نرخ پخش انرژی جنبشی توربولانسی ( $\text{m}^2\text{s}^{-3}$ )
$\eta_o$	بازدهی هیدرولیکی
$\mu$	ثابت
$\rho$	ویسکوزیته دینامیکی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
$\sigma$	چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )
$\phi$	عدد پراتنل مؤثر
$\psi$	ضریب جریان
	ضریب هد



- ALAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Hatford, United States of America, July 21-23, 2008.
- [25] C. Bramanti, A. Cervone, L. D'Agostino, A simplified analytical model for evaluating the noncavitating performance of axial inducers, *43rd ALAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Cincinnati, United States of America, July 8-11, 2007.
- [26] V. Yakhot, S. A. Orszag, Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory, *Scientific Computing*, Vol. 1, No. 1, pp. 3-51, 1986.
- [27] L. Torre, A. Pasini, A. Cervone, L. D'Agostino, Experimental performance of a tapered axial inducer: comparison with analytical predictions, *45th ALAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Denver, United States of America, August 2-5, 2009.
- [22] M. H. Shojaeefard, A. khalkhali, J. Zare, M. Tahani, Multi objective optimization of heat pipe thermal performance while using aluminium oxide nanofluid, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 158-167, 2014. (in Persian فارسی)
- [23] M. H. Shojaeefard, A. Khalkhali, M. Tahani, B. Salimian, Multi objective optimization of the centrifugal oil Pump impeller, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 11, pp. 13-149, 2014. (in Persian فارسی)
- [24] L. D'Agostino, L. Torre, A. Pasini, D. Baccarella, et al., A reduced order model for preliminary design and performance prediction of tapered inducers: comparison with numerical simulations, *44th*