



## کاربرد روش نوآورانه شبکه بولتزمن آنتروپیک برای شبیه‌سازی جریان چند فازی در بستر متخلخل

سیدامیر حسینی مقدم<sup>۱</sup>، مسعود ایرانمنش<sup>۲\*</sup>، ابراهیم جهانشاهی جواران<sup>۲</sup>، عابد زاده‌گل<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان

\* کرمان، صندوق پستی 76315117 m.iranmanesh@kgut.ac.ir

### چکیده

در این تحقیق، با استفاده از مدل جنبشی سرعت ثابت آنتروپیک (CSKM) که برایه تابع آنتروپی غیر متعارف برگ و تسالیس می‌باشد و با بکارگیری مدل شبیه-پتانسیل شان-چن، جریان دوفازی سیال‌های تراکم ناپذیر و مخلوط نشدنی در بستر متخلخل مورد مطالعه قرار می‌گیرد. عدم وجود یک تابع آنتروپی در مدل‌های متعارف شبکه بولتزمن (که در آن‌ها تابع توزیع تعادلی به صورت چند جمله‌ای است) قبلاً به اثبات رسیده است و نشان داده است که در مدل‌های مذکور تضمینی برای برقراری قانون دوم ترمودینامیک وجود ندارد. از این‌رو، در برخی از شرایط جریان (به طور مثال در جریان‌های چند فازی با اختلاف دانسیتی بالا) مدل‌های متعارف شبکه بولتزمن ممکن است دچار ناپایداری‌های عددی شوند. در کار حاضر، دقت و پایداری مدل آنتروپیک سرعت ثابت جدید در مقایسه با مدل‌های شبکه بولتزمن متعارف با انجام شبیه‌سازی‌های جداسازی فازها، قانون لاپلاس و محاسبه‌ی زاویه تماس موردن ارزیابی قرار گرفته است و سیس شبیه‌سازی جریان دو فازی در کanal دو بعدی، به منظور مقایسه ضریب تراویح نسبی با حل تحلیلی انجام شده است. همچنین جریان دو فازی در یک بستر متخلخل شبیه‌سازی شده و اثر تخلخل و ترشوندگی بر روی ضریب نفوذپذیری نسبی بررسی شده است. نتایج بدست آمده با دقت بسیار خوبی متنطبق بر نتایج ارائه شده توسط سایر محققین می‌باشد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 23 بهمن 1396  
پذیرش: 12 فوریه 1397  
ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:  
جریان چند فازی  
مدل جنبشی آنتروپیک  
روش شان-چن  
بستر متخلخل  
ضریب نفوذپذیری نسبی

## Application of innovative entropic lattice Boltzmann method for multiphase fluid flow through porous media

Seyed Amir Hosseini Moghaddam, Masoud Iranmanesh\*, Ebrahim Jahanshahi Javaran, Abed Zadehgol

Department of Energy, Institute of Science and High Technology and Environmental Sciences, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran  
\* P.O.B. 76315117, Kerman, Iran, m.iranmanesh@kgut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 February 2018  
Accepted 01 April 2018  
Available Online 11 May 2018

**Keywords:**  
Multiphase flow  
Entropic kinetic model  
Shan-Chen method  
Porous media  
Relative permeability coefficient

### ABSTRACT

In this work, using the recently introduced constant speed kinetic model (CSKM) with the unconventional entropies of Burg and Tsallis and employing the Pseudo-Potential model of Shan and Chen (SC), two phase flow of the incompressible and immiscible fluids through porous media is studied. It is known that for the conventional lattice Boltzmann model (LBM) with polynomial equilibrium distribution function (EDF) an H-theorem does not exist. Hence, the thermodynamic consistency of the conventional LBM, under all flow conditions (e.g. for the multi-phase flows with high density ratio) cannot be guaranteed and numerical instabilities can occur. In this work, the accuracy and stability of the CSKM and conventional LBM are compared, by simulating the phase separation, Laplace law, and contact angles. Next, two phase flow in simple channel and through porous media are simulated and the relative permeability versus wettability are reported. The present results are in excellent agreement with previous works of others.

به منظور ارزیابد برداشت، جریان موجود چند فازی می‌باشد [1].

همه‌ترین علامت مشخصه جریان‌های دوفازی سطح مشترک بین فازهای گاز و مایع بوده که اشاره اشکال مختلفی می‌باشد. تقریباً امکان پیدایش یک دامنه نامحدود از فصل‌های مشترک مختلف بین دو فاز وجود دارد. اما عموماً تاثیر کشش سطحی<sup>۱</sup> بین دو فاز منجر به پیدایش فصل‌های مشترک مختلف منحنی شکل شده که نهایتاً تمامی آن‌ها تبدیل به اشکال کروی (نظیر

### -1- مقدمه

جریان‌های چند فازی نقش مهمی در بسیاری از فرایندهای طبیعی، کاربردهای مهندسی در صنایع، محیط‌های پیچیده از جمله محیط‌های متخلخل و پیل‌های سوختی، جریان‌های با وجه متغیر مثل جریان جت مایع، جریان سطح آزاد و دینامیک حباب‌ها، ایفا می‌کنند. در صنایع نفت و گاز احتمال چند فازی شدن سیال در عملیات برداشت از مخزن و عملیات انتقال فراورده‌های نفتی وجود دارد و همچنین در تزریق آب و گاز به مخازن نفتی

<sup>1</sup> Surface tension

انتشار انجام می‌شود و تابع توزیع تعادلی دارای یک فرم غیرخطی می‌باشد. در روش مذکور برای تغییرات محدود ولی بزرگ تابع توزیع ذرات نسبت به وضعیت تعادلی آن، یک تابع آنتروپیک  $H$  وجود دارد به گونه‌ای که مشتق مادی  $H$  نسبت به زمان همواره کوچکتر و یا مساوی صفر می‌گردد. وجود یک تابع آنتروپیک برای یک مدل جنبشی به معنی وجود یک وضعیت تعادلی مشخص در هر حالت ممکن از جریان می‌باشد و لذا پایداری مدل را در تمام شرایط جریان تضمین می‌نماید. لازم به ذکر است که در مدل شبکه بولتزمن آنتروپیک متعارف ارائه شده توسط کارلین و همکاران [6]، از یک تعریف جدید برای تابع آنتروپی بصورت  $H = -\sum f_i \log(f_i/w_i)$  استفاده می‌شود. علاوه‌بر آن در مدل ELBM نیاز به محاسبه‌ی یک پارامتر جدید  $\alpha$  در هر گام زمانی است که با استفاده از آن زمان آرامش مدل بهصورت موضوعی و در هر گام زمانی تصحیح می‌شود. برای تعیین پارامتر مذکور، در مدل ELBM، لازم است که جواب غیربیدهی معادله‌ی کمکی  $[f - \alpha(f - f^{eq})]$  با استفاده از روش آزمایش و خطای هزینه‌ی محاسبات را افزایش می‌دهد. علاوه بر آن نشان داده شده است که معادله‌ی کمکی مذکور در برخی از شرایط خاص جریان دارای یک حل غیربیدهی  $\alpha \neq 0$  نمی‌باشد که در این صورت از یک معادله‌ی کمکی برای تعیین استفاده می‌شود. در مدل CSKM برای حالت دو بعدی تابع آنتروپی غیر متعارف برگ بهصورت  $H = \sum w_i \log f_i$  مورد استفاده قرار می‌گیرد و برای ابعاد بالاتر تابع آنتروپی غیرمتعارف تسالیس بهصورت  $H = \sum w_i f_i^{-\frac{1}{n}}$  به کار بسته می‌شود. با توجه به این که در مدل آنتروپیک جدید CSKM، نیازی به تصحیح زمان آرامش نیست، لذا انتظار می‌رود در صورت حل جریان دو فازی با استفاده از مدل آنتروپیک جدید، ضمن بازیابی نتایج ارایه شده توسط مظلومی و همکارانش بتوان بر پایداری مدل افزود و در عین حال هزینه‌های محاسباتی مربوطه را نیز کاهش داد.

در مدل CSKM ذرات مجازی برخورد بهصورت پیوسته در سطح یک کره با تعداد نامحدود توزیع می‌شوند. افرون بر آن در مرجع [10] گسته‌سازی میدان سرعت برای CSKM، منجر به شکل‌های گسته‌آنتروپی‌های برگ<sup>4</sup> و تسالیس<sup>5</sup> می‌شوند.

مدل شبکه بولتزمن برمنای برخورد و انتشار ذرات در مسیرهای گسته و از پیش تعیین شده‌ی یک شبکه نظم ایجاد شده است، در حالی که در MDEM ذرات به صورت پیوسته بر روی یک کره<sup>6</sup> بعدی توزیع شده‌اند و گسته‌سازی میدان سرعت فقط به منظور انتقال اطلاعات توزیع ذرات از یک کره<sup>7</sup> به کره‌های مجاور می‌باشد. به عبارت دیگر گسته‌سازی میدان سرعت در CSKM صرفاً یک روش محاسباتی بهمنظور پیاده‌سازی مرحله انتشار می‌باشد. در صورت موجود بودن توان محاسباتی کافی، در روش CSKM محدودیتی در تعداد جهات انتشار وجود ندارد و می‌توان حتی از روش‌هایی نظریه گالرکین گسته<sup>8</sup> برای مرحله انتشار ذرات استفاده نمود [11]. شکل گسته توابع آنتروپی برگ و تسالیس توسط بوقاسیان [12] ارائه شده است. در کار مذکور نشان داده شده است که به کارگیری آنتروپی گسته به طریق فوق، منجر به تابع توزیع تعادلی به شکل یک سری نامحدود می‌شود که با توجه به پیچیدگی این تابع توزیع تعادلی، عملأ استفاده از آن بسیار محدود می‌باشد. در مرجع [13] دقت روش جنبشی

قطره‌ها و حباب‌ها) می‌شوند. در طول فرآیندهای جریان چند فازی، ممکن است فازهای مختلف جریان با یکدیگر ترکیب، جدا و حتی شاید از یک فاز به فاز دیگر تبدیل شوند. به عبارت دیگر امکان تشکیل قطرات آب در محیط بخار و یا حباب‌های بخار در یک محیط مایع وجود دارد. در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن<sup>1</sup> به دفعات و با موفقیت برای تحلیل بسیاری از مسائل و پدیده‌های مرتبط با مکانیک سیالات محاسباتی قرار گرفته است. برخلاف دیگر روش‌های متعارف دینامیک سیالات محاسباتی که روش‌هایی با دیدگاه ماکروسکوپی می‌باشند، روش شبکه بولتزمن برمنای مدل‌های مzoskopy و معادله جنبشی (دیدگاه مzoskopy) استوار است، که در آن رفتار جمعی ذرات تشکیل دهنده محیط پیوسته سیال برای شبیه‌سازی رفتار سیستم به عنوان یک محیط پیوسته مورد توجه و بررسی قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر، خصوصیات و پارامترهای ماکروسکوپی سیال به عنوان یک محیط پیوسته، برمنای خصوصیات و پارامترهای مربوط به حرکت ذرات تشکیل‌دهنده آن (خصوصیات مzoskopy) به دست می‌آیند. به علت وجود این طبیعت جنبشی - ذره‌ای و نیز سادگی اعمال شرایط مرزی، این روش‌ها به خوبی در حل مسائل متعدد مکانیک سیالات به خصوص جریان با مرزهای پیچیده مانند جریان در محیط‌های متخلخل [2]، جریان‌های چند فازی [3] و جریان‌های چند جزئی مورد استفاده قرار می‌گیرد و در بعضی موارد می‌توان آن را بهترین راه حل برای تحلیل مسئله دانست.

شبکه بولتزمن براساس گسته‌سازی در میدان سرعت در جهت‌های خاصی بنا نهاده شده است. در مرجع [4] نشان می‌دهد که راه حل‌ها و نتایج حاصل از شبکه بولتزمن و معادله بولتزمن می‌توانند متفاوت باشند و تنها در محدوده خاصی از هیدرودینامیک همگرا می‌باشند. علاوه بر این در استخراج روش شبکه بولتزمن از معادله بولتزمن، ویژگی‌های آنتروپی پیوسته معادله اصلی حفظ نمی‌شوند. در مرجع [5] عدم وجود تابع آنتروپی  $H$  برای شبکه بولتزمن متعارف با استفاده از چند جمله‌ای‌های معادلات پارامتر نشان داده شده است.

کارلین و همکاران [6] روش شبکه بولتزمن آنتروپیک<sup>2</sup> را برای شبیه‌سازی جریان دو فازی مورد استفاده قرار دادند. نوآوری اصلی در کار کارلین در آن است که آن‌ها برای نخستین بار از یک مدل آنتروپیک برای شبیه‌سازی جریان دو فازی و بررسی پدیده‌های دینامیک در مرز مایع-گاز استفاده نمودند و جزئیات برخورد دو قطره و تشکیل یک قطره جدید را با دقت بسیار زیاد شبیه‌سازی نمودند. مظلومی و همکاران [7] این مطالعه را توسعه دادند به گونه‌ای که بررسی سیال دو فاز (یعنی سیال واقع در مرز مایع-گاز) با مرز جامد انجام پذیر می‌گرد. آن‌ها با استفاده از مدل آنتروپیک ELBM پدیده‌های ترکدن سطح جامد، پخش شدن بر سطح و تشکیل زاویه‌ی تماش بین سطح مشترک سیال دو فاز و سطح جامد را شبیه‌سازی می‌کنند. شبیه‌سازی‌های مذکور با استفاده از مدل‌های پیشین شبکه بولتزمن امکان‌پذیر نبود چرا که مدل‌های قبلی قادر تابع آنتروپی بودند و همچنین سازگاری ترمودینامیکی نداشتند.

زاده‌گل و اشرفی‌زاده [8] و زاده‌گل [9] مدل جنبشی آنتروپیک جدید سرعت ثابت<sup>3</sup> را ارائه نمودند. در مدل‌های شبکه بولتزمن، گسته‌سازی میدان سرعت در هر دو مرحله برخورد و انتشار صورت می‌گیرد در حالی که در مدل جنبشی سرعت ثابت، گسته سازی میدان سرعت فقط در مرحله

<sup>4</sup>burg<sup>5</sup>Tsallis<sup>6</sup>discontinuous Galerkin<sup>1</sup>Lattice Boltzmann Method (LBM)<sup>2</sup>Entropic Lattice Boltzmann Method (ELBM)<sup>3</sup>Constant Speed Kinetic Model (CSKM)

بردارهای هادی در جهات 18 گانه در این فضا به صورت  $V_{1-2} = (\pm 1, 0, 0)$ ,  $V_{3-4} = (0, \pm 1, 0)$ ,  $V_{5-6} = (0, 0, \pm 1)$ , با ضرایب وزنی برابر  $w_{1-6} = 2/24$ ,  $V_{15-18} = V_{11-14} = (\pm 1, 0, \pm 1)$ ,  $V_{7-10} = (0, \pm 1, \pm 1)$ ,  $V_{1-2} = (\pm 1, \pm 1, 0)$  (با ضرایب وزنی برابر  $w_{7-18} = 1/24$ ) در می‌آیند. در مرجع [9] نشان داده است که این روش تصویر کردن از فضای 4-بعدی به فضای 3-بعدی باعث می‌شود تاتابع توزیع تعادلی در شبکه d3z18 به صورت معادله (3) درآید:

$$[f_i]_{3D}^{eq} = w_i \left[ \frac{\rho v^2 (V^2 - U^2)}{(V^2 + U^2 - 2u_\alpha v_\alpha)^2} \right] \quad (3)$$

در ادامه با تصویر کردن مجدد فضای اصلی، در فضای 2-بعدی بردارهای هادی برای جهات مختلف برابر  $V_{1-2} = (\pm 1, 0, 0)$ ,  $V_{3-4} = (\pm 1, \pm 1, 0)$ ,  $V_{5-8} = (\pm 1, \pm 1, \pm 1)$  و  $V_{1-4} = 4/24$  با ضرایب وزنی برابر  $w_{1-4} = 1/24$  و  $w_{5-8} = 1/24$  و بودار  $V_9 = (0, 0)$ , با ضریب وزنی  $w_9 = 4/24$  حاصل می‌شوند که یک واحد شبکه برای جهات مختلف در "شکل 1" رسم شده است. تابع توزیع تعادلی برابر معادله (4) خواهد شد [13]:

$$[f_i]_{2D}^{eq} = w_i \left[ \frac{\rho v^2 (V^2 - U^2)}{(V^2 + U^2 - 2u_\alpha v_\alpha)^2} \right] \quad (4)$$

در روش CSKM، فشار به سرعت ماکروسکوپیک سیال بستگی دارد. اگر چه خطای به وجود آمده در مدل از مرتبه دوم می‌باشد اما با افزودن ذره‌ی مقیم در مرکز می‌توان وابستگی مذکور را به طور کامل حذف نمود. بدین منظور، برای تنظیم معادله حالت، در تعریف تابع توزیع تعادلی، بخشی از جرم به مرکز برخورد انتقال داده می‌شود و سپس به همان میزان و به طور یکنواخت از جرم ذرات متحرک که بر دایره‌ی برخورد قرار دارند کاسته می‌شود. در نتیجه انجام مراحل فوق تابع توزیع تعادلی برای جهات 1 تا 8 به صورت معادله (5-الف) و برای نقطه مرکزی به صورت معادله (5-ب) تصحیح می‌گردد [7]:

$$f_i^{eq} = w_i \left[ \frac{\rho v^2 (V^2 - U^2)}{(V^2 + U^2 - 2u_\alpha v_\alpha)^2} - \lambda \right] \quad (5\text{-الف})$$

$$f_0^{eq} = w_0 \left[ \frac{\rho v^2 (V^2 - U^2)}{(V^2 + U^2)^2} \right] + \rho \lambda \quad (5\text{-ب})$$

### 3- مدل چند فازی شان-چن

مدل‌های چند فازی بسیاری با استفاده از روش شبکه بولتزمن ارایه شده‌اند که چهار روش اصلی برای مدل سازی جریان دو فازی به قرار زیر می‌باشند:

- [1] - مدل گرادیان رنگ<sup>2</sup> ارائه شده توسط گانستنسن و همکاران [15]
- [2] - مدل شبکه پتانسیل کنشی<sup>3</sup> ارائه شده توسط شان و چن [16]
- [3] - مدل انرژی آزاد<sup>4</sup> ارائه شده توسط سووفت و همکاران [17]
- [4] - مدل تئوری میدان<sup>5</sup> ارائه شده توسط هی و همکاران [18]

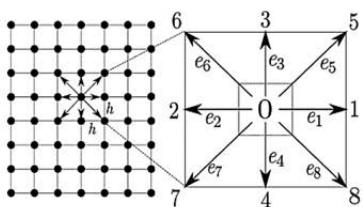


Fig. 1 lattice unit cell in CSKM

شکل 1 یک واحد شبکه در روش CSKM

<sup>2</sup> color-gradient model

<sup>3</sup> inter-particle potential model

<sup>4</sup> Free Energy model

<sup>5</sup> field theory model

CSKM در دو بعد و سه بعد مورد بررسی قرار گرفته و سپس جریان تک جزئی در بستر متخلخل شبیه‌سازی و نتایج مربوط به ضریب نفوذپذیری مطلق مورد بحث قرار گرفته شده است. تطابق کانتورهای آنتروپی ثابت و فشار ثابت برای اثبات آنتروپیک بودن روش CSKM از دیگر نتایج مهم، در مرجع مذکور بوده است.

در این پژوهش، در ابتدا به تشریح مدل جنبشی CSKM پرداخته و در ادامه روش شبه پتانسیل شان-چن برای پیاده‌سازی بر روی این مدل بررسی می‌شود. با انجام سه آزمون جداگانه ( جداگانه از جهات فازی، آزمون حباب و آزمون زاویه تماس) و استفاده از معادله حالت، مدل از لحظه تطبیق با قانون لاپلاس اعتبارسنجی شده است. کاهش سرعت‌های پارازیتی و همچنین دقت روش در شبیه‌سازی جریان در کanal دو بعدی در جریان دوفازی در مدل مذکور و مدل‌های متعارف شبکه بولتزمن مقایسه می‌شود. در انتهای جریان دو فازی مخلوط نشدنی در یک بستر متخلخل شامل دایره‌هایی با چیدمان مثلثی، شبیه‌سازی و تأثیرات ترشوندگی بر روی ضریب نفوذپذیری نسبی بررسی می‌گردد.

### 2- مدل جنبشی سرعت ثابت (CSKM)

در حالت حدی، هنگامی که تعداد جهات انتشار به بینهایت می‌کند می‌توان شکل پیوسته تابع آنتروپی برگ و تسانسیز برای ایجاد یک مدل جنبشی آنتروپیک جدید مورد استفاده قرار داد [9]. در این صورت تابع توزیع تعادلی مدل پیوسته را می‌توان با استفاده از کرنل پواسون  $n$ -بعدی و به صورت دقیق با معادله (1) بیان کرد:

$$f_{nD}^{eq} = \frac{\rho v^{n-2}}{\sigma_n} \left[ \frac{V^2 - U^2}{(V^2 + U^2 - 2u_\alpha v_\alpha)^{n/2}} \right] \quad (1)$$

که در آن  $\sigma_n$  مساحت سطح رویه  $n$ -بعدی،  $v \equiv |U|$  و  $u \equiv |V|$  سرعت‌های میکرو و ماکروسکوپیک می‌باشند.

علاوه بر آن در مرجع [11] نشان داده شده است که در مرحله انتشار ذرات نیز می‌توان از مدل‌های شبکه و یا گالرخین گسسته استفاده نمود، بنابراین CSKM از یک سو سادگی مدل‌های شبکه بولتزمن متعارف را دارا می‌باشد و از سوی دیگر به دلیل آنتروپیک بودن روش از پایداری سیار بالاتری برخوردار است.

در صورت استفاده از آنتروپی برگ و مدل‌های دو بعدی، تنها شبکه منظم دو بعدی که در آن فاصله نقاط همسایه از هر نقطه مشخصی یکسان باشد شبکه شش ضلعی است. با توجه به پیچیدگی استفاده از شبکه شش ضلعی برای انجام محاسبات عددی و همچنین به منظور افزایش جهات انتشار می‌توان از مدل 4-بعدی CSKM و شبکه مکعبی<sup>1</sup> FCHC<sup>1</sup> که دارای 24 جهت انتشار می‌باشد استفاده کرد [14]. بردارهای هادی این شبکه 4-بعدی به صورت  $V_{9-12} = (\pm 1, 0, 0, \pm 1)$ ,  $V_{5-8} = (\pm 1, 0, \pm 1, 0)$ ,  $V_{1-4} = (\pm 1, 0, \pm 1, 0)$ ,  $V_{17-20} = (\pm 1, 0, \pm 1, 0)$ ,  $V_{13-16} = (0, \pm 1, 0, \pm 1)$ ,  $V_{21-24} = (\pm 1, \pm 1, 0, 0)$  می‌باشند. با توجه به تقارن، در شبکه FCHC، ضرایب وزنی برای همه جهات انتشار یکسان و برابر  $w_i = 1/24$  می‌باشند و تابع توزیع تعادلی در فضای 4-بعدی به صورت معادله (2) می‌باشد.

$$f_{4D}^{eq} = \frac{\rho v^2}{\sigma_4} \left[ \frac{V^2 - U^2}{(V^2 + U^2 - 2u_\alpha v_\alpha)^2} \right] \quad (2)$$

چنانچه بردارهای فضای 4-بعدی به فضای 3-بعدی تصویر شوند [13].

<sup>1</sup> Face-Centred Hyper-Cube

تعریف شده باشد می‌توان تابع پتانسیل را از رابطه (12) به دست آورد:

$$\psi = \sqrt{\frac{2(P - c_s^2 \rho)}{c_s^2 G}} \quad (12)$$

بدین صورت می‌توان معادله حالت‌های مختلف را برای روش شان-چن در جریان چند فازی مورد استفاده قرار داد. معادلات حالتی که معمولاً در این روش مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از وان در والس<sup>1</sup>، ریدلیش-کوانگ<sup>2</sup>، پنگ-رابینسون<sup>3</sup> و کارناهان-استرلینگ<sup>4</sup> که در مرجع [24] به صورت کامل بیان شده است. به منظور استفاده از زوایای تماس<sup>5</sup> مختلف در این روش می‌توان به راحتی از تغییر  $\rho_w$  استفاده نمود [25]. نیروی چسبندگی بین فاز گاز-مایع و دیوار به وسیله رابطه (13) محاسبه شده است.

$$F_{\text{ads}}(x, t) = -G_{\text{ads}}\psi(\rho) \sum_{a=1}^8 w_a \psi(\rho_w) S(x + e_a \Delta t, t) e_a \quad (13)$$

که در این معادله  $S(x + e_a \Delta t, t)$  یک تابع شاخص دو مقداری ۰ و ۱ به ترتیب برای گره‌های مایع و جامد می‌باشد. در اینجا  $\rho_w$  چگالی دیوار در واقعیت نیست بلکه تنها یک پارامتر آزاد برای تنظیم خواص دیوارهای مختلف می‌باشد.

#### 4- نتایج

در این قسمت در ابتدا مدل سازی دینامیکی سطح مشترک بین دو فاز و سپس آزمون لاپلاس<sup>6</sup> و زاویه تماس مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه نتایج جریان دوفازی لایه‌ای مخلوط نشدنی در کانال دو بعدی و در انتهای جریان دوفازی در بستر متخلخل ارائه می‌شود.

#### 4-1- شبیه‌سازی فرآیند جداسازی فازها

به منظور مطالعه جریان تک جزئی چند فازی به بررسی فرآیند جداسازی فازهای گاز و مایع در یک اختلال تصادفی پرداخته شده است. در ابتدا دانسیته همه نقاط حل را عددی معین ( $\rho_0 = 200$ ) در نظر گرفته شده است و یک مقدار تصادفی کمتر از یک به همه نقاط اضافه می‌شود و فرآیند جداسازی فازها شروع خواهد شد. وجود نیروی چسبندگی بین فازها باعث خواهد شد تا فاز مایع در فضای بخار به صورت قطره‌ای دایروی شکل ایجاد شود. با توجه به مقدار  $G$  در نیروی چسبندگی، اختلاف دو فاز مایع و بخار متفاوت خواهد بود. در "شکل 2" تغییرات اختلاف دو فاز مایع و بخار بر حسب افزایش  $G$  به نمایش گذاشته شده است.

همان‌طور که بیان شد  $G$  بیانی از قدرت چسبندگی دو فاز می‌باشد که افزایش آن منجر به اختلاف دانسیته‌های بالاتری برای هر فاز خواهد شد. این آزمایش برای دو روش شبکه بولتزمن متعارف و CSKM انجام شد و برای شرایط کاملاً یکسان همان‌طور که ملاحظه می‌شود حداقل اختلاف دانسیته برای شبکه بولتزمن حدود ۲۲ برابر و برای روش CSKM تا حدود ۷۵ برابر شده است. یکی از مهمترین دلایلی که در روش CSKM می‌توان به اختلاف دانسیته بالاتری نسبت به شبکه بولتزمن معمولی رسید کاهش سرعت‌های غیرفیزیکی می‌باشد که در بخش بعدی مفصلأً در مورد آن بحث شده است.

از میان این مدل‌ها، مدل شبکه پتانسیل شان-چن به دلیل کارایی محاسباتی و قابلیت استفاده آن در نسبت چگالی بالا، توجه بیشتری را به خود جلب کرده است [19]. در مدل شان-چن، یک مولفه نیرو در معادله بولتزمن قرار داده شده که از طریق آن فعل و انفعالات غیرمحلى بین ذراتی اعمال شده بین شبکه‌های همسایه بدوسیله یکتابع شبکه پتانسیلی (جرم مؤثر) وارد معادلات می‌شود [20]. این تابع فرم معادله حالت سیال و تغییر فاز را کنترل می‌کند و جدایش فازها به صورت خودکار در حالت دوفازی به کمک این تابع اتفاق می‌افتد.

در اینجا به پیاده‌سازی مدل شان-چن در دو بعد برای جریان تک فازی چند جزئی پرداخته می‌شود. سرعت ماکروسکوپیک تعادلی در تابع توزیع دانسیته تعادلی به صورت معادله (6) تعریف می‌شود:

$$u^{\text{eq}} = u + \frac{\tau F}{\rho} \quad (6)$$

که در اینجا  $u$  در جریان چند جزئی به صورت معادله (7) تعریف می‌شود:

$$u = \frac{\sum_a f_a e_a}{\rho} \quad (7)$$

$F$  نیروی اعمال شده بر سیال مورد نظر می‌باشد که مجموع نیروهای داخلی  $F_{\text{int}}$  نیروی چسبندگی بین فازهای مایع-گاز و جامد و نیروهای خارجی  $F_{\text{ext}}$  می‌باشد. نیروی بین ذرات که باعث جداسازی فازها می‌شود به صورت معادله (8) تعریف می‌شود [16]:

$$F_{\text{int}}(x, t) = -G \psi(x, t) \sum_{a=1}^8 w_a \psi(x + e_a \Delta t, t) e_a \quad (8)$$

که در این معادله  $G$  پارامتر قدرت نیروی چسبندگی میان ذرات دو فاز (عامل کشش سطحی) می‌باشد. هر چه میزان  $G$  زیادتر شود ضخامت مرز میان فازها کوچکتر شده و در نتیجه شبکه تغییرات چگالی هر جزو در راستای عمود بر آن تندتر می‌شود. اگر مقدار  $G$  کم در نظر گرفته شود به دلیل مبهم بودن مرز میان فازها محاسبات عددی دارای خطای زیادی خواهد بود و کلاً جداسازی انجام نخواهد شد. لازم به ذکر است که اگر مقدار این پارامتر بیش از اندازه زیاد باشد، شبیه‌سازی عددی ناپایدار خواهد شد.

تابع  $\psi$  که با نام تابع شبکه پتانسیل مشهور است، یکتابع صعودی از چگالی هر نقطه و ملاکی از تاثیر مستقیم آن در نیروی میان فازها است. برای این تابع بسته به معادله حالت غیرایده‌آل رابطه‌های مختلفی ارائه شده است که در اینجا از رابطه (9) استفاده می‌شود:

$$\psi(\rho) = \psi_0 e^{(-\rho_0/\rho)} \quad (9)$$

که در این رابطه  $\psi_0$  و  $\rho_0$  مقداری ثابت اختیاری می‌باشند. توابع حالت مختلف پتانسیل برای روش شان-چن در نظر گرفته شده است که همه این توابع به صورت یکنواخت تا مقدار مشخصی در حال افزایش می‌باشند [21]. یکی دیگر از این فرم‌ها برای تابع پتانسیل به صورت رابطه (10) می‌باشد:

$$\psi(\rho) = \rho_0 \left[ 1 - e^{(-\rho_0/\rho)} \right] \quad (10)$$

با استفاده از بسط تیلور، همان‌گونه که در مرجع [22] مشاهده می‌شود  $(-\partial_j p + \partial_i(c_s^2 \rho)) = F_i$  می‌توان فشار را از رابطه (11) به دست آورد:

$$P = c_s^2 \rho + \frac{c_s^2 G}{2} [\psi(\rho)]^2 \quad (11)$$

با توجه به نتایج بوان و همکاران [23] اگر در معادله حالت،  $P(\rho)$

<sup>1</sup> van der Waals

<sup>2</sup> Redlich-Kwong

<sup>3</sup> Peng-Robinson

<sup>4</sup> Carnahan-Starling

<sup>5</sup> Contact Angle

<sup>6</sup> Laplace law

چشمگیری داشته است. این اختلاف به دلیل بیشتر بودن جهات انتشار در شبکه FCHC و همچنین آنتروپیک بودن روش افتاده است.

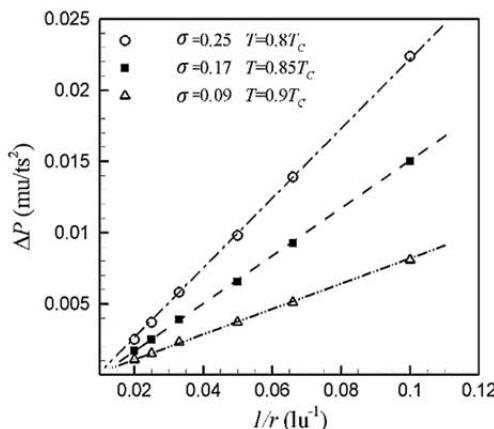


Fig. 3 Variation of pressure difference versus curvature ( $1/r$ ) at different temperatures

شکل 3 تغییرات اختلاف فشار بر حسب انحنای ( $1/r$ ) در دماهای مختلف

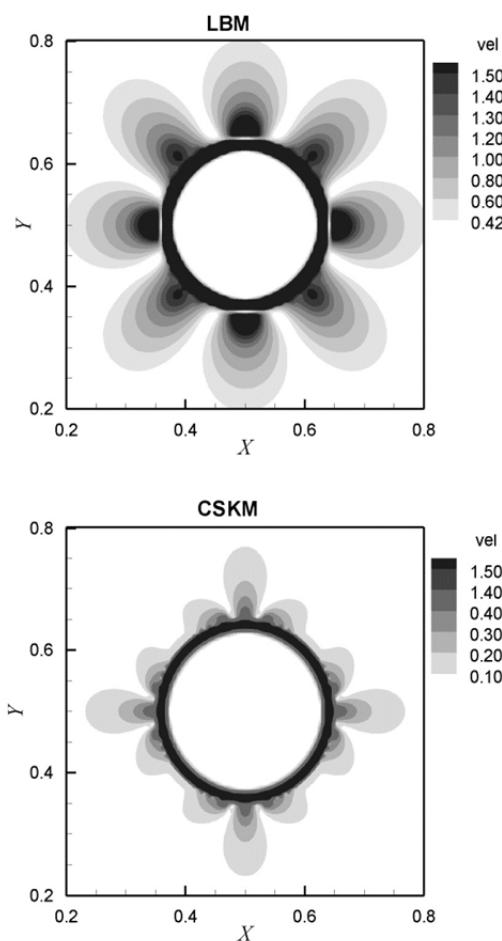


Fig. 4 Velocity contours for static droplet and comparison of spurious velocities in two methods of conventional Lattice Boltzmann method and CSKM

شکل 4 کانتورهای سرعت برای قطره ساکن و مقایسه سرعتهای پارازیتی در دو روش شبکه بولتزمن متعارف و CSKM

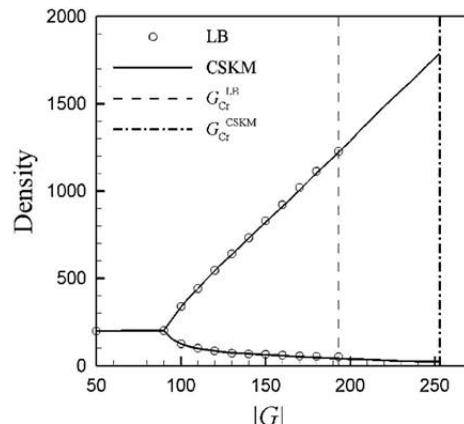


Fig. 2 Maximum and minimum density values as a function of  $|G|$

شکل 2 حداقل و حداقل مقدار چگالی بر حسب تابعی از  $|G|$

#### 4-2 آزمون لابلس

آزمون لابلس از جمله مهمترین آزمون‌ها در صحبت‌سنگی کد و روش در شبیه‌سازی دینامیکی سطح مشترک دو سیال می‌باشد. از معایب روش شبکه پتانسیل عدم وجود روش مستقیمی برای محاسبه کشش سطحی می‌باشد. به طوری که برای محاسبه کشش سطحی، انجام آزمون لابلس لازم می‌باشد. مطابق قانون لابلس اختلاف فشار میان داخل و خارج در یک قطره دایره‌ای

شکل با رابطه (14) محاسبه می‌شود [26]:

$$\Delta P = \frac{\sigma}{r} \quad (14)$$

که در این رابطه  $\Delta P$ ,  $\sigma$ ,  $r$  و  $r$  به ترتیب اختلاف فشار داخل و خارج قطره، کشش سطحی و شعاع قطره می‌باشد.

برای انجام آزمون لابلس، قطره‌ای به ازای مقادیر معین دما و چگالی‌های دو فاز، در مرکز یک میدان محاسباتی به ابعاد  $150 \times 150$  با شرط مرزی تناوبی در هر چهار طرف میدان، قرار داده شده است. بعد از آن که قطره به حالت تعادل رسید، اختلاف فشار میان داخل و خارج آن را محاسبه کرده و اختلاف فشار متناظر با عکس شعاع رسم می‌شود (شکل 3). این آزمایش برای قطره با همان شرایط اولیه و فقط با تغییر در شعاع تکرار می‌شود. با وصل کردن نقاط حاصل خط راستی بدست می‌آید که شبیه آن بیانگر کشش سطحی قطره می‌باشد. همان طور که در "شکل 3" ملاحظه می‌شود با کاهش دما، که بیانگر کاهش اختلاف چگالی دو فاز می‌باشد کشش سطحی کاهش می‌یابد که این امر به علت کاهش نیروهای بین مولکولی رخ داده است.

در مثال حاضر توجه به این نکته ضروری می‌باشد که برای محاسبه مقادیر فشار داخل و خارج، باید به اندازه کافی از فصل مشترک میان دو فاز فاصله گرفت. چرا که به علت حضور سرعتهای موضعی غیرفیزیکی در فصل مشترک، مقادیر فشار در این ناحیه دچار تغییراتی می‌شود. البته قوت روش CSKM نسبت به شبکه بولتزمن معمولی به وضوح قابل نشان دادن می‌باشد. اگر میدان سرعت بی‌بعد، در دو روش برای این مثال با شرایط کاملاً یکسان مقایسه شود، کاهش چند برابری این سرعتهای غیرفیزیکی در روش CSKM ملاحظه خواهد شد. "شکل 4" این میدان‌های سرعت را برای دو چگالی فاز مایع  $\rho_1 = 6.0$ ، و فاز گاز  $\rho_2 = 0.4$  را نشان می‌باشد. مدل CSKM در واقع از یک مدل 24 جهتی 4-بعدی منشاً گرفته است که با دو مرحله تصویر نمودن در ابعاد پایین‌تر، مدل 2-بعدی 8 جهتی حاصل شده است. لذا علی‌رغم یکسان بودن بیشینه سرعتهای پارازیتی در دو روش، میانگین این سرعتهای موضعی غیرفیزیکی در روش جدید کاهش

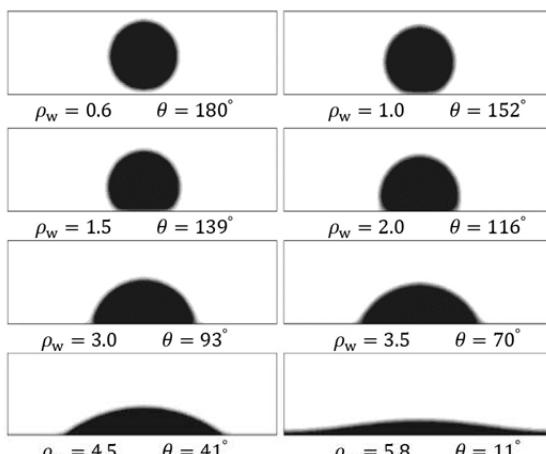
باشد، فاز موردنظر ترکننده خواهد بود. در کار حاضر برای انجام این شبیه‌سازی‌ها از معادله حالت ریدلیش-کوانگ مطابق رابطه (17) استفاده شده است [30]:

$$P = \frac{\rho RT}{1 - b\rho} - \frac{a\rho^2}{\sqrt{T}(1 + b\rho)} \quad (17)$$

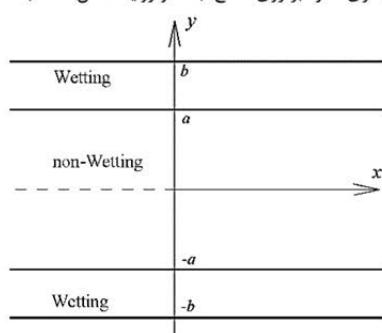
که در این رابطه  $T_c = 0.1961$ ،  $a = 2/49$ ،  $b = 2/21$  و  $T = 0.85T_c$  به عنوان مقادیر ثابت در نظر گرفته شده‌اند. چگالی فاز مایع  $\rho_l = 6.0$ ، چگالی فار گاز  $\rho_g = 0.4$  می‌باشد. در ادامه به بررسی تغییرات بر روی زاویه تماس پرداخته می‌شود که نتایج را می‌توان در "شکل 6" مشاهده نمود.

**4-4- جریان دوفازی لایه‌ای مخلوط نشدنی در کanal دو بعدی**  
جریان دوفازی لایه‌ای مخلوط نشدنی را بین دو صفحه موازی مطابق "شکل 7" در نظر گرفته می‌شود. ابتدا به حل تحلیلی این جریان بین دو صفحه موازی پرداخته و سپس با شرایط مرزی مناسب به صحت‌سنجی روش پرداخته شده است. عامل حرکت در این کanal اعمال نیروی خارجی روی کل میدان محاسباتی می‌باشد.

در این مثال، همان‌گونه که در "شکل 7" مشاهده می‌شود فاز ترکننده در ناحیه  $y < a$  و فاز ترنسونده در مرکز کanal یعنی  $y > a$  قرار دارند. مطابق "شکل 5" بدیهی است مقدار اشباع فاز ترکننده برابر  $S_{nw} = 1 - a/b$  و مقدار اشباع برای فاز ترنسونده  $S_w = a/b$  می‌باشد.



شکل 6 مدل‌سازی قطره بر روی سطح جامد و زاویه تماس محاسبه شده



شکل 7 جریان دوفازی مخلوط نشدنی بین دو صفحه موازی

<sup>6</sup> wetting phase saturation

### 3-4- محاسبه زاویه تماس

با قرار گرفتن یک قطره انحلال‌ناپذیر در تماس با یک مرز جامد، میان سیال ترنسونده<sup>1</sup>، سیال ترنسونده<sup>2</sup> و سطح جامد خط تماسی ایجاد می‌شود که زاویه تماس را همان‌گونه که در "شکل 5" ملاحظه می‌شود، تشکیل می‌دهد [27].  
ترشوندگی یک سطح نسبت به سیال، بستگی به زاویه تماس  $\theta$  دارد.  
برای  $\theta < 90^\circ$ ، سیال تمایل به خیس کردن سطح دارد، بنابراین سطح ترنسونده می‌باشد و برای  $\theta > 90^\circ$  سیال به صورت فشرده در می‌آید، بنابراین سطح ترنسونده خواهد بود. برای پیش‌بینی میزان زاویه تماس می‌توان از معادله یانگ<sup>3</sup> مطابق رابطه (15) استفاده کرد [28]:

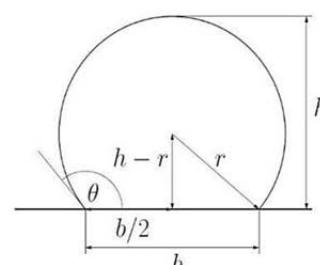
$$\cos(\theta) = \frac{\sigma_{sg} - \sigma_{sl}}{\sigma_{gl}} \quad (15)$$

که در این رابطه  $\sigma_{sg}$  و  $\sigma_{sl}$  به ترتیب میزان کشش سطحی میان فاز گاز و فاز مایع با سطح جامد می‌باشند و همچنین  $\sigma_{gl}$  نیز مقدار کشش سطحی بین دوفاز گاز و مایع را تعیین می‌کند. زاویه تماس میان قطره و سطح جامد را می‌توان به کمک پارامترهای هندسی مساله و رابطه (16) محاسبه نمود [29]:

$$\theta = \pi - \tan^{-1} \left( \frac{b/2}{r-h} \right) , \quad r = \frac{4h^2 + b^2}{8h} \quad (16)$$

لازم به ذکر است در محاسبه عددی پارامترهای هندسی فوق، تعیین موقعیت فصل مشترک دو فاز مسأله‌ای قابل توجه می‌باشد، زیرا موقعیت این فصل مشترک دارای ضخامتی در حد چند واحد می‌باشد که مقادیر چگالی در این قسمت از چگالی مایع تا چگالی گاز در حال کاهش است. در مطالعه حاضر موقعیت فصل مشترک در محلی قرار دارد که چگالی برابر میانگین چگالی‌های دوفاز مایع و گاز است.

برای انجام شبیه‌سازی‌های مذکور از یک شبکه  $150 \times 150$  استفاده شده است. فاز مایع در یک شبکه  $25 \times 40$  به صورت مماس بر دیواره پایینی قرار داده و فاز گازی اطراف آن مقدار دهی اولیه شده است. با در نظر گرفتن مقادیر معینی برای  $\rho_w$  و بعد از حدود 20000 مرحله که میدان به حالت پایا در آمد، مقدار زاویه تماس با توجه به مقادیر هندسی محاسبه خواهد شد. بر روی دیواره پایینی و بالایی شرط مرزی کمانه کردن<sup>4</sup> در روی نقاط، و در دیواره‌های جانبی از شرط مرزی تناوبی<sup>5</sup> استفاده شده است. برای ایجاد زوایای تماس مختلف از مقادیر معینی برای  $\rho_w$  که عددی بین دو مایع و گاز است استفاده می‌شود. اگر این مقادیر به هر یک از فازها نزدیک‌تر



شکل 5 طرح‌واره زاویه تماس بین قطره و سطح جامد

<sup>1</sup> Wetting

<sup>2</sup> Non Wetting

<sup>3</sup> young equation

<sup>4</sup> bounce back boundary condition

<sup>5</sup> Periodic boundary condition

$$k_{r,nw} = \frac{\int_{|x|=0}^a U_{nw} dx}{\int_{|x|=0}^L U_{nw} dx} \quad (21-\text{ب})$$

در ادامه ضریب نفوذپذیری نسبی فاز ترشونده و ترنشنونده را برحسب اشباع فار ترشونده در "شکل 9" رسم نموده و نتایج عددی روش CSKM با حل تحلیلی مقایسه شده است.

**4-5- جریان دوفازی در بستر متخلخل**

در این قسمت جریان دوفازی در یک بستر متخلخل دو بعدی شامل دوایری با چیدمان مثلثی به عنوان مرز جامد شبیه‌سازی شده است. ابعاد شبکه محاسباتی  $150 \times 200$  واحد مربع و شعاع دایره‌های جامد 20 واحد و تخلخل شبکه برابر  $\epsilon = 0.69$  می‌باشد. در ابتدا دو فاز ترشونده و ترنشنونده به صورت تصادفی با نسبت‌های اشباع مشخص مقداردهی می‌شوند. در این قسمت شرط مرزی تناوبی برای تمام جهات در نظر گرفته شده است. نیروی جرمی  $F$  در راستای مثبت محور  $x$  بر هر دو فاز سیال اعمال می‌شود. لازم به ذکر است در جریان دو فازی در بستر متخلخل سه عدد بی بعد نسبت ویسکوزیته دو فاز جریان  $M$ , عدد رینولدز  $Re = ud/v$ . و عدد مویینگی  $Ca = u\mu/\sigma$ . دارای اهمیت می‌باشند. عدد مویینگی را می‌توان نسبت نیروهای جرمی به نیروهای سطحی بین دو فاز در نظر گرفت. در مقاله حاضر  $M = 15$ , و نیروی جرمی اعمالی بر میدان محاسباتی  $5 \times 10^{-4}$  در نظر گرفته شده است. بنابراین عدد مویینگی با توجه به تعریف بالا برابر  $Ca = F/\sigma = 5 \times 10^{-4}/0.16625 = 0.003$  می‌باشد. بود. مقادیر بالای عدد مویینگی بیانگر آن است که حرکت فازها بیشتر توسط نیروهای لزجی کنترل می‌شود.

در "شکل 10" توزیع چگالی جریان دو فازی در بستر متخلخل در حالت پایا برای شرایط شبکه بولتزمن دارد که این بهدلیل پایداری و قوت روش CSKM نسبت به روش شبکه بولتزمن دارد. ضریب نفوذپذیری نسبی هر آبی، و زاویه تماس  $\theta = 180^\circ$  می‌باشد.

در "شکل 10-(a)" با توجه به آن که اشباع فاز ترشونده بسیار پایین است و

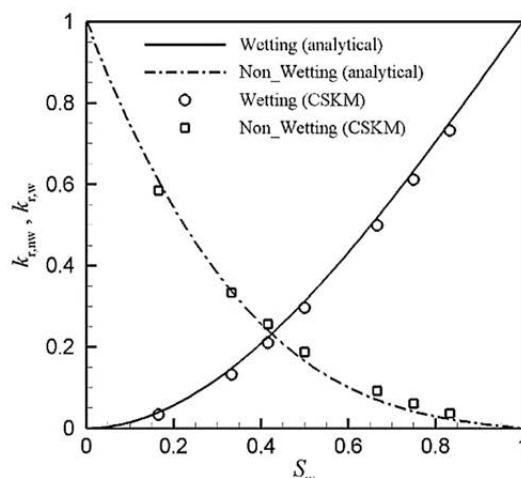


Fig. 9 The relative permeability of wetting and non wetting phases in terms of saturated wetting phase in the two-dimensional channel

شکل 9 منحنی ضریب نفوذپذیری نسبی فازهای ترشونده و ترنشنونده بر حسب اشباع فاز ترشونده در کanal دو بعدی

برای جریان پوازیه<sup>1</sup> در کanal، راه حل تحلیلی برای پروفایل سرعت بین صفحات موازی برای فاز ترشونده در ناحیه  $b < |y| < a$  مطابق رابطه (18) برابر خواهد بود با [31]:

$$u(y) = \frac{\Delta P}{2l\mu_w} (b^2 - y^2) = \frac{\Delta F}{2\mu_w} (b^2 - y^2) \quad (18)$$

برای فاز ترنشنونده در ناحیه  $a < |y| < 0$  پروفایل سرعت طبق رابطه (19) برابر خواهد بود:

$$u(y) = \frac{\Delta F}{2\mu_w} (b^2 - a^2) + \frac{\Delta F}{2\mu_{nw}} (a^2 - y^2) \quad (19)$$

که در معادلات فوق  $\Delta F$  گرادیان فشار در جهت جریان می‌باشد که به طور مستقیم در معادله‌های بالا وارد شده است. با استفاده از معادله‌های (20-الف) و (20-ب)، نفوذپذیری نسبی<sup>2</sup> هر فاز بر حسب اشباع فاز ترکننده مطابق حل تحلیلی برابر است با [31]:

$$k_{r,w} = \frac{1}{2} S_w^2 (3 - S_w) \quad (20-\text{الف})$$

$$k_{r,nw} = S_{nw} \left[ \frac{3}{2} M + S_{nw}^2 \left( 1 - \frac{3}{2} M \right) \right] \quad (20-\text{ب})$$

که در این روابط،  $M = \rho_{nw}/\rho_w$  می‌باشد. با توجه به معادله‌های (20-الف) و (20-ب) شایان ذکر است با توجه به آن که  $S_w \in [0,1]$  می‌باشد،

$K_r \in [0,1]$  خواهد بود و این در حالی است که ممکن است  $K_{rw}$  بیشتر از یک باشد، زیرا ضریب نفوذپذیری فاز ترنشنونده علاوه بر  $S_{nw}$ ، تابعی از  $M$  نیز می‌باشد. در مطالعه حاظر به مقایسه پروفیل سرعت در یک مقطع عرضی کanal برای دو روش شبکه بولتزمن متعارف و روش CSKM با حل تحلیلی پرداخته شده است. در این مثال  $S_w = 0.333$  و  $M = 0.0667$  در نظر گرفته شده و نتایج حاصل از این مقایسه در "شکل 8" ارائه شده است.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایج روش CSKM انطباق خوبی بهتری نسبت به روش شبکه بولتزمن دارد که این بهدلیل پایداری و قوت روش CSKM نسبت به روش شبکه بولتزمن می‌باشد. ضریب نفوذپذیری نسبی هر فاز از لحاظ سرعت سطحی ذرات مایع در یک سطح مقطع عمود بر جریان مطابق معادلات (21) تعریف می‌شوند [31].

$$k_{r,w} = \frac{\int_{|x|=a}^L U_w dx}{\int_{|x|=0}^L U_w dx} \quad (21-\text{الف})$$

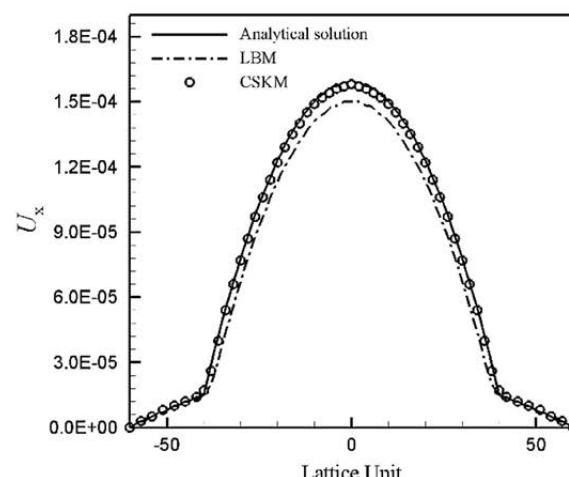


Fig. 8 The velocity profile for the flow between two parallel plates

شکل 8 پروفیل سرعت برای جریان بین دو صفحه موازی

<sup>1</sup> Poiseuille Flow  
<sup>2</sup> relative permeability

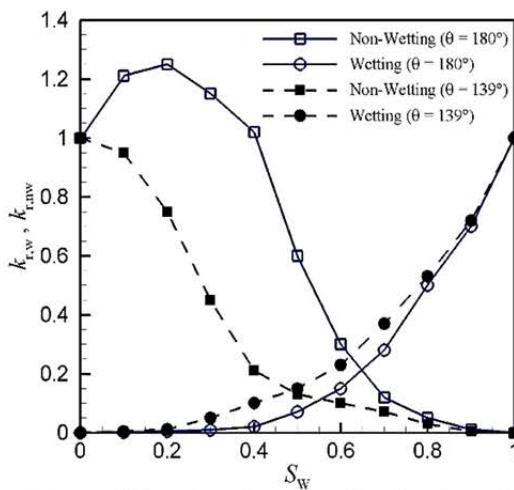


Fig. 11 The coefficient of relative permeability of wetting and non-wetting phases in terms of the saturated phase of wetting for two angles of contact  $\theta = 180^\circ$  and  $\theta = 139^\circ$

شکل 11 ضریب نفوذپذیری نسبی دو فاز ترشونده و ترنشونده در بستر متخلخل بر حسب اشباع فاز ترشونده برای دو زاویه تماس  $\theta = 180^\circ$  و  $\theta = 139^\circ$

در ادامه به بررسی تاثیرات ترشوندگی بر روی ضریب نفوذپذیری پرداخته شده است. بدین منظور شبیه‌سازی جریان دو فازی در بستر متخلخل را با زاویه‌های تماس مختلف انجام شده است. اگر  $\rho_w = 1.5$  و  $\rho_n = 1.0$  باشد و  $\theta = 139^\circ$  باشد و با همان عدد موبینگی شبیه‌سازی‌ها تکرار شود نمودار ضریب نفوذپذیری بر بر حسب اشباع فاز ترشونده به صورت "شکل 12" با شبیه‌سازی قبلي قابل مقایسه می‌باشد.

با توجه به "شکل 11" و مقایسه میان دو شبیه‌سازی می‌توان گفت که ضریب نفوذپذیری نسبی فاز ترشونده نسبت به حالت قبل بیشتر شده و این پذیده با توجه به کاهش ترشوندگی و زاویه تماس قابل پیش‌بینی هم بود. اما در مورد فاز ترنشونده، با کاهش قابل توجه ضریب نفوذپذیری نسبی مواجه شده و این به علت کاهش ترشوندگی فاز ترشونده قابل توجیه است. با کاهش

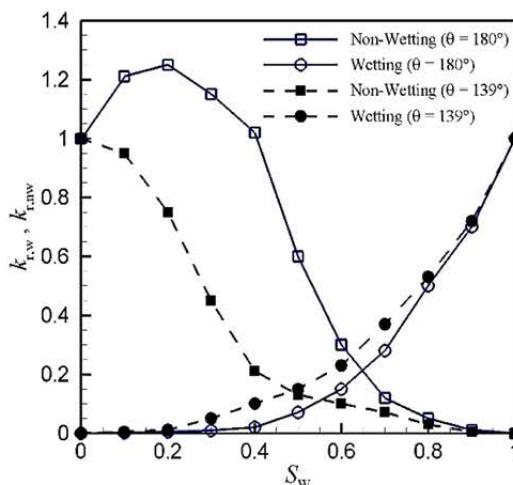


Fig. 11 The coefficient of relative permeability of wetting and non wetting phases in terms of the saturated phase of wetting for two angles of contact  $\theta = 180^\circ$  and  $\theta = 139^\circ$

شکل 11 ضریب نفوذپذیری نسبی دو فاز ترشونده و ترنشونده در بستر متخلخل بر حسب اشباع فاز ترشونده برای دو زاویه تماس  $\theta = 180^\circ$  و  $\theta = 139^\circ$

عملأً فاز ترنشونده جریان کلی در میدان محاسباتی را انجام می‌دهد در نتیجه  $k_{r,nw} < 1$  و  $k_{r,w} > 1$  می‌باشد و بدین صورت قابل توجیه می‌باشد که فاز ترنشونده بیشتر دیوارهای جامد را پوشش داده و نقش روان کننده برای فاز ترنشونده را دارد در نتیجه حرکت فاز ترنشونده به خوبی در میدان متخلخل انجام می‌شود.

در "شکل 10-(b)" کانتور چگالی برای  $S_w = 0.5$  را نشان می‌دهد. همان گونه که قابل مشاهده می‌باشد فاز ترنشونده پیوسته و فاز ترشونده ناپیوسته را در بر گرفته در نتیجه  $k_{r,nw} > k_{r,w}$  خواهد بود. اما برای "شکل 10-(c)" فاز ترنشونده به صورت قطراتی در بین فاز ترشونده می‌باشد و بهدلیل مقاومت در برابر نیروهای موبینگی حرکتی بسیار کند دارد پس در نتیجه  $k_{r,nw} \ll 1$  می‌باشد. ضریب نفوذپذیری نسبی برای فاز ترشونده و ترنشونده بر حسب اشباع فاز ترنشونده در "شکل 11" نشان داده شده است. بهدلیل روان کاری فاز ترنشونده برای محدوده  $S_w < 0.4$  ضریب نفوذپذیری فاز ترنشونده  $k_{r,nw}$  بزرگتر واحد می‌باشد. در ادامه با افزایش اشباع فاز ترنشونده به دلیل وجود نیروهای موبینگی ضریب نفوذپذیری فاز ترنشونده کاهش می‌یابد.

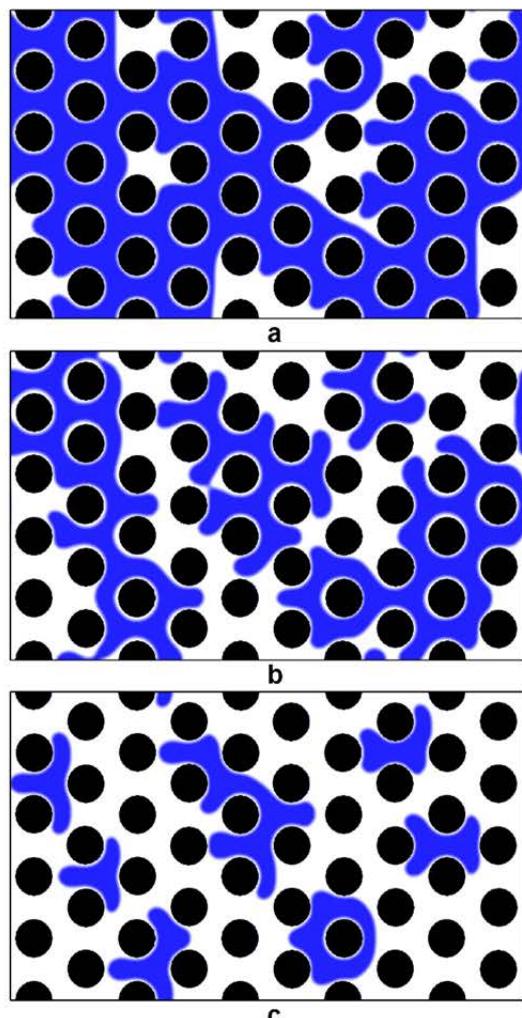


Fig. 10 Steady-state two-phase flow in porous media at  $\theta = 180^\circ$  for (a)  $S_w = 0.25$ , (b)  $S_w = 0.5$ , (c)  $S_w = 0.75$

شکل 10 جریان پایای دو فازی در بستر متخلخل در  $\theta = 180^\circ$  برای

(c)  $S_w = 0.75$  و (b)  $S_w = 0.5$ , (a)

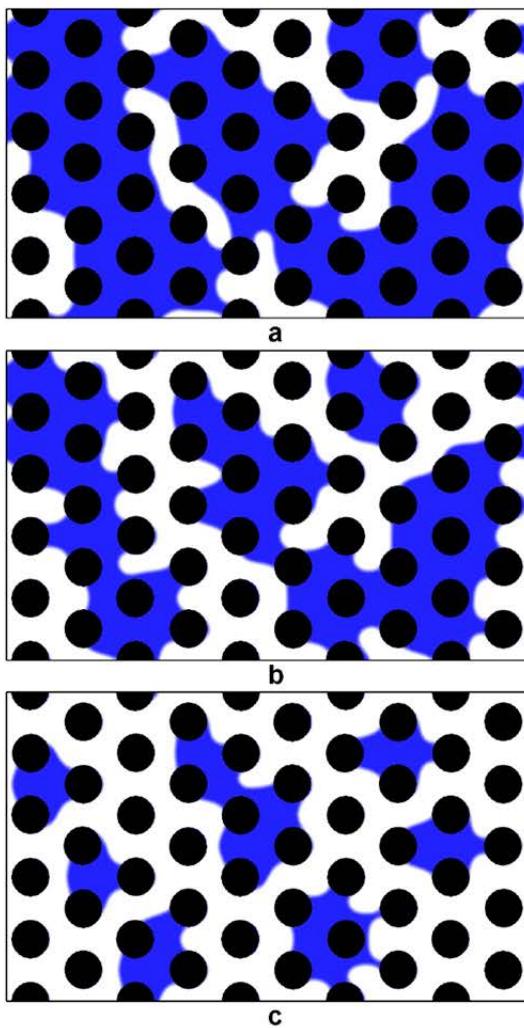


Fig. 13 Steady-state two-phase flow in porous media at  $\theta = 41^\circ$  for (a)  $S_{nw} = 0.25$ , (b)  $S_{nw} = 0.5$ , (c)  $S_{nw} = 0.75$

شکل 13 جریان پایای دو فازی در بستر متخلخل در  $\theta = 41^\circ$  برای  $S_{nw} = 0.25$  و (b)  $S_{nw} = 0.5$  ،(a) 0.75

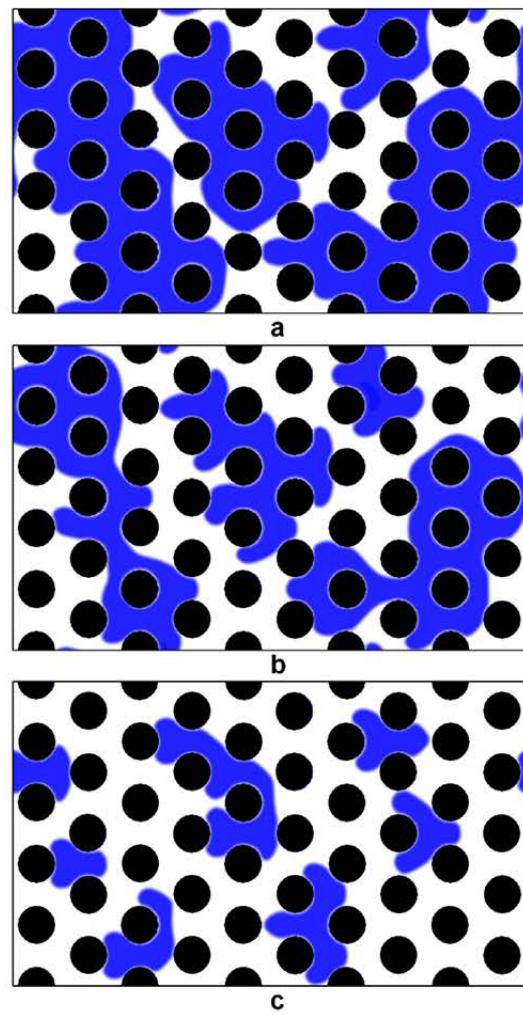


Fig. 12 Steady-state two-phase flow in porous media at  $\theta = 139^\circ$  for (a)  $S_w = 0.25$ , (b)  $S_w = 0.5$ , (c)  $S_w = 0.75$

شکل 12 جریان پایای دو فازی در بستر متخلخل در  $\theta = 139^\circ$  برای  $S_w = 0.25$  و (b)  $S_w = 0.5$  ،(a) 0.75

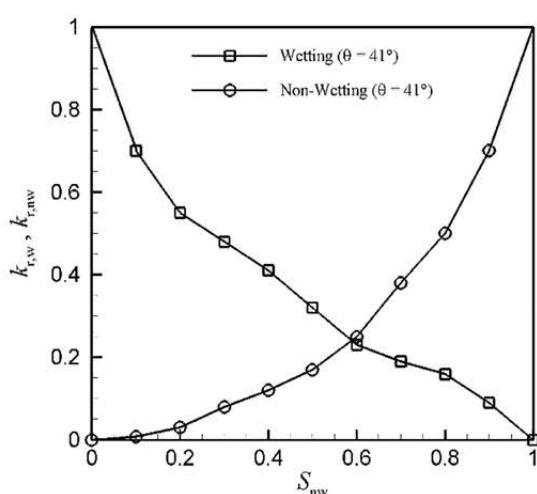


Fig. 14 The coefficient of relative permeability curvature of two phase-wetting and non wetting porous media in terms of the saturated phase of non wetting for  $\theta = 41^\circ$

شکل 14 منحنی ضریب نفوذپذیری نسبی دو فاز ترشونده و ترنشوونده در بستر متخلخل بر حسب اشباع فاز ترشونده برای  $\theta = 41^\circ$

نیروی چسبندگی بین فاز ترشونده و دیواره‌های جامد، اثر روان‌کاری نسبت به حالت قبل کاهش می‌یابد و در نتیجه شدت جریان فاز ترنشوونده هم کمتر خواهد بود.

حال اگر  $\rho_w = 4.5$  و  $\theta = 41^\circ$  در نتیجه فاز ترشونده، فازی خواهد بود که لزجت بیشتری دارد. در این شرایط  $M = 0.066$  و اگر با همان نیروی حجمی و عدد مویینگی شبیه سازی به انجام برسد نتایج برای  $S_{nw} = 0.75$  و  $S_{nw} = 0.5$ ،  $S_{nw} = 0.25$  در "شکل 13" قابل مشاهده است. با توجه به "شکل (c)" فاز ترشونده همه دیواره‌ها را پوشش داده و فاز ترنشوونده تنها به صورت حباب‌هایی در میدان فاز ترشونده احاطه شده است. نتایج مربوط به منحنی ضریب نفوذپذیری نسبی دو فاز ترشونده و ترنشوونده در "شکل 14" نشان داده شده است. نکته قابل توجه در این شکل، مقدار کمتر از واحد شدن ضریب نفوذپذیری نسبی هر دو فاز می‌باشد، حتی اگر قدرت ترشوندگی تا بیشترین حد امکان افزایش یابد.

##### 5- نتیجه‌گیری

در کار حاضر جریان دو فازی با روش شبیه پتانسل شان-چن بر روی روش جنبشی آنتروپیک CSKM پیاده‌سازی شد. بدین منظور در ابتدا با مثال‌هایی

خارجی	ext
گاز	g
داخلی	int
مایع	l
ترشونده	nw
نسی	r
جامد	s
ترشونده	w

نظیر جداسازی فازها، قانون لاپلاس و زاویه تماس قدرت روش CSKM برای شبیه‌سازی جریان‌های چند فازی مورد ارزیابی قرار گرفت. کاهش سرعت‌های غیرفیزیکی در کار حاضر نسبت به شبکه بولتزمون متعارف، از نقاط قوت روش جدید می‌باشد. سپس به مقایسه روش CSKM با شبکه بولتزمون متعارف در شبیه‌سازی جریان در کانال دو بعدی پراخته شد و دقت روش‌ها ارزیابی شد. در نهایت جریان دو فازی مخلوط نشدنی در بستر متخلخل شبیه‌سازی و تاثیرات ترشوندگی بر روی ضریب نفوذپذیری نسبی مورد ارزیابی قرار گرفت. در این قسمت بیشتر از واحد شدن مقدار ضریب نفوذپذیری نسبی فاز ترشونده، زمانی که ترشوندگی فاز ترشونده بسیار زیاد بود حائز اهمیت بود.

## 7- مراجع

- C. Cercignani, *The Boltzmann Equation and Its Applications*, Eds., pp. 40-103; Springer, 1988.
- M. Taghilou, M. H. Rahimian, Simulation of 2D droplet penetration in porous media using lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 13, pp. 43-56, 2014. (in Persian)
- M. A. Bijarchi, M. H. Rahimian, Numerical simulation of droplet collision in the two phase flow using Lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 85-96, 2014. (in Persian)
- M. Sukop, DT Thorne, Jr. Lattice Boltzmann Modeling Lattice Boltzmann Modeling, 2006.
- I. V. Karlin, A. N. Gorban, S. Succi, V. Boffi, Maximum entropy principle for lattice kinetic equations, *Physical Review Letters*, Vol. 81, No. 1, pp. 6, 1998.
- S. Chikatamarla, I. Karlin, Entropic lattice Boltzmann method for multiphase flows, *Physical Review Letters*, Vol. 114, No. 17, pp. 174502, 2015.
- A. Mazloomi, S. S. Chikatamarla, I. V. Karlin, Entropic lattice Boltzmann method for multiphase flows: Fluid-solid interfaces, *Physical Review E*, Vol. 92, No. 2, pp. 023308, 2015.
- A. Zadehgol, M. Ashrafizadeh, Introducing a new kinetic model which admits an H-theorem for simulating the nearly incompressible fluid flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 274, pp. 803-825, 2014.
- A. Zadehgol, Kinetic models in n-dimensional Euclidean spaces: From the Maxwellian to the Poisson kernel, *Physical Review E*, Vol. 91, No. 6, pp. 063311, 2015.
- A. Zadehgol, M. Ashrafizadeh, On the entropy variations and the Maxwell relations, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 28, No. 01, pp. 1750009, 2017.
- A. Zadehgol, M. Ashrafizadeh, S. Musavi, A nodal discontinuous Galerkin lattice Boltzmann method for fluid flow problems, *Computers & Fluids*, Vol. 105, pp. 58-65, 2014.
- B. M. Boghosian, P. J. Love, P. V. Coveney, I. V. Karlin, S. Succi, J. Yepez, Galilean-invariant lattice-Boltzmann models with H theorem, *Physical Review E*, Vol. 68, No. 2, pp. 025103, 2003.
- A. Hosseini, M. Iranmanesh, E. J. Javaran, A. Zadehgol, Application of lattice kinetic models with Tsallis entropy in simulating fluid flow through porous media, *International Journal of Modern Physics C*, pp. 1750110, 2017.
- A. Zadehgol, Generalizing the Boltzmann equation in complex phase space, *Physical Review E*, Vol. 94, No. 2, pp. 023316, 2016.
- A. K. Gunstensen, D. H. Rothman, S. Zaleski, G. Zanetti, Lattice Boltzmann model of immiscible fluids, *Physical Review A*, Vol. 43, No. 8, pp. 4320, 1991.
- X. Shan, H. Chen, Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components, *Physical Review E*, Vol. 47, No. 3, pp. 1815, 1993.
- M. R. Swift, W. Osborn, J. Yeomans, Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids, *Physical review letters*, Vol. 75, No. 5, pp. 830, 1995.
- X. He, X. Shan, G. D. Doolen, Discrete Boltzmann equation model for nonideal gases, *Physical Review E*, Vol. 57, No. 1, pp. R13, 1998.
- S. Fallah khamrani, M. Passandideh-Fard, A new method to reach high-density ratios and low viscosities based on the Shan-Chen multiphase model in lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 145-152, 2017. (in Persian)
- K. Fallah, M. Taeibi, Numerical Simulation of drop Formation in a Microchannel, Using Lattice Boltzmann Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 10, pp. 94-102, 2016. (in Persian)
- S. Chen, G. D. Doolen, Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Annual review of fluid mechanics*, Vol. 30, No. 1, pp. 329-364, 1998.
- X. Shan, H. Chen, Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation, *Physical Review E*, Vol. 49, No. 4, pp. 2941, 1994.
- P. Yuan, L. Schaefer, Equations of state in a lattice Boltzmann model, *Physics of Fluids*, Vol. 18, No. 4, pp. 042101, 2006.
- Y. S. Wei, R. J. Sadus, Equations of state for the calculation of fluid-phase equilibria, *AIChE Journal*, Vol. 46, No. 1, pp. 169-196, 2000.

## 6- فهرست علائم

پارامترهای ثابت معادله حالت	a, b
راستای بردارهای جهتی	e
عدد مویینگی	Ca
سرعت صوت در شبکه (lu ts <sup>-1</sup> )	c <sub>s</sub>
تابع توزیع ذره (mu lu <sup>3</sup> )	f
نیروی برهم‌کنش	F
ضریب قدرت برهم‌کنش	G
ارتفاع	h
تابع آنتروپیک	H
ضریب تراوایی نسبی	k
نسبت چگالی	M
فشار (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-2</sup> )	P
فشار بحرانی (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-2</sup> )	P <sub>c</sub>
شعاع قطره	r
ثابت گاز در معادله حالت	R
عدد رینولدز	Re
مقدار اشباع هر فاز	S
دما (K)	T
دمای بحرانی	T <sub>c</sub>
سرعت در راستای افقی (ms <sup>-1</sup> )	u
سرعت در راستای عمودی (ms <sup>-1</sup> )	v
ضریب وزنی	w
علائم یونانی	
تخلخل شبکه	ε
زاویه تماس	θ
ضریب تنظیم ذره مقیم در مرکز	λ
لزجت دینامیکی (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	μ
چگالی (kgm <sup>-3</sup> )	ρ
کشش سطحی (mu ts <sup>-2</sup> )	σ
زمان آرامش (s)	τ
تابع جرم مؤثر	ψ
بالانویس‌ها	
تعادلی	eq
زیرنویس‌ها	
جذب سطحی	ads

- multiphase lattice Boltzmann models, *Physical Review E*, Vol. 76, No. 6, pp. 066701, 2007.
- [29] S. Schmieschek, J. Harting, Contact angle determination in multicomponent lattice Boltzmann simulations, *arXiv preprint arXiv:0910.3915*, 2009.
- [30] S. M. Khatoonabadi, M. Ashrafizadeh, Comparison and Development of multi-phase Pseudo-potential model for various equations of state, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 376-386, 2016. (in Persian)  
فارسی
- [31] A. G. Yiotis, J. Psihogios, M. E. Kainourgiakis, A. Papaioannou, A. K. Stubos, A lattice Boltzmann study of viscous coupling effects in immiscible two-phase flow in porous media, *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 300, No. 1, pp. 35-49, 2007.
- [25] R. Benzi, L. Biferale, M. Sbragaglia, S. Succi, F. Toschi, Mesoscopic modeling of a two-phase flow in the presence of boundaries: the contact angle, *Physical Review E*, Vol. 74, No. 2, pp. 021509, 2006.
- [26] S. Succi, *The lattice Boltzmann equation: for fluid dynamics and beyond*: Oxford university press, 2001.
- [27] O. Jahanian, A. Mihandoust, H. Hassanzadeh, Numerical simulation of inlet vortex near the inlet air duct of an aircraft engine in headwind condition, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 90-100, 2017. (in Persian)  
فارسی
- [28] H. Huang, D. T. Thorne Jr, M. G. Schaap, M. C. Sukop, Proposed approximation for contact angles in Shan-and-Chen-type multicomponent