

## ارائه حل تحلیلی در فرایند شکل دهی چرخشی مخروط‌های فلزی به روش‌های کار ایده-آل و حد بالایی

ایرج جلیلی<sup>1</sup>، حسین یوسفیان<sup>2</sup>، محمد صدیقی<sup>3\*</sup>، مهدی کسائیانی<sup>4</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
4- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
\* تهران، صندوق پستی: 16846-13114، sedighi@iust.ac.ir

### چکیده

یکی از فرایندهای شکل‌دهی برای ساخت مخروط فلزی بدون درز، فرایند شکل‌دهی چرخشی است. این فرایند به صورت گرم یا سرد، با یا بدون مندرل انجام می‌گیرد. در این مقاله سعی شده است امکان انجام فرایند گرم بدون مندرل برای تبدیل لوله به مخروط برای آلومینیوم 6061 بررسی شود و با استفاده از روش‌های حل تحلیلی رابطه‌ای به منظور تخمین نیروی مماسی و توان لازم برای انجام فرایند بدست آید. از دو روش کار ایده‌آل و روش حد بالا (کران بالا) برای تخمین نیرو مماسی و توان مورد نیاز استفاده شده است و در نهایت روابطی یکسان برای نیرو مماسی و توان فرایند شکل‌دهی چرخشی حاصل گردید. این روابط می‌تواند به عنوان حدسی اولیه برای طراحی ماشین مورد نیاز استفاده شود. همچنین با استفاده از روابط هندسی و قانون حجم ثابت مقدار ضخامت نهایی و طول اولیه لوله محاسبه گردید. مقادیر حاصله از حل تحلیلی ضخامت نهایی و طول اولیه لوله با مقادیر آزمایش تجربی مورد اعتبارسنجی قرار گرفته است که خطایی کمتر از 0.5 درصد برای ضخامت نهایی و 5.5 درصد برای پیش‌بینی طول اولیه لوله به دست آمده است. ضخامت نهایی در حالت تبدیل لوله به مخروط رابطه کسینوسی با زاویه مخروط دارد، لذا نسبت به تبدیل ورق به مخروط، ضخامت نهایی بیشتری را نتیجه می‌دهد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 16 بهمن 1396  
پذیرش: 22 فروردین 1397  
ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1397  
کلید واژگان:

شکل‌دهی چرخشی لوله  
روش کار ایده‌آل  
روش حد بالایی  
مخروط فلزی  
حل تحلیلی

## Analytical solution for tube spinning process of metallic cone: the ideal work and upper bound method

Iraj Jalili, Hossein Yousefian, Mohammad Sedighi\*, Mehdi Kasaeian

School of Mechanical Engineering, Iran University Science and Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, sedighi@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 05 February 2018  
Accepted 11 April 2018  
Available Online 11 May 2018

#### Keywords:

Tube spinning  
Ideal work method  
Upper bound method  
Metallic cone  
Analytical solution

### ABSTRACT

The tube spinning process is one of the forming processes to fabricate conical seamless tubes. This process is done warm or cold, with or without mandrel. In this article, the possibility of forming of an Al-6061 conical tube by hot die-less spinning process has been investigated. An estimation of tangential force and required power can be obtained by analytical methods. So, the ideal work and upper bound methods have been utilized to derive equations for calculation of tangential force and required power of forming. An identical result was acquired for the two methods. The proposed equations can be used in design stage of the process. Furthermore, final thickness and initial length of the tube have been calculated by using of geometrical relations and constant volume law. The proposed formulation has been compared by experimental results. The final thickness and initial length of the tube are in good agreement with experimental results. An error of 0.5% and 5.5% were observed for final thickness and initial length, respectively. The obtained equation for the final thickness is a cosine function of the conical angle. Hence, it predicts higher final thickness in comparison with the sheet spinning process.

### 1- مقدمه

به روش‌های تولیدی دیگر بسیار کمتر است. قطعات مخروطی پوسته‌ای توسط روش‌های زیادی تولید می‌گردند. تولید قطعات مخروطی پوسته‌ای با ضخامت متغیر و دقیق در صنایع مختلف یکی از نیازهای اساسی می‌باشد که در این نوشته سعی گردیده روشی عملی و قابل اطمینان برای تولید این‌گونه قطعات با استفاده از روش‌های حل تحلیلی انتخاب گردد. با بررسی و مقایسه روش‌های مختلف شکل‌دهی قطعات پوسته‌ای از قبیل

در سال‌های اخیر نیاز روز افزون در صرفه‌جویی انرژی و منابع باعث شده است صنایع روش‌های مختلف را برای تولید محصول با اقتصادی‌ترین روش بیازمایند. شکل‌دهی چرخشی یا اسپینینگ یکی از قدیمی‌ترین روش‌های شکل‌دهی برای اجسام با تقارن محوری است که البته با دستگاه‌های کنترل عددی امروزه قطعات با تقارن صفحه‌ای نیز تولید می‌شوند. با توجه به اینکه در این روش نیروی شکل‌دهی در ناحیه کوچکی اثر می‌کند، مقدار این نیرو نسبت

شکل‌دهی چرخشی پرداختند و توانستند با روش حجم ثابت به حل تحلیلی با خطای کم برای توزیع ضخامت برسند. کیاکوفسکی و همکارانش در سال 2013 [7] با ارائه یک مدل تحلیلی به پیش‌بینی توزیع ضخامت لوله بعد از فرایند شکل‌دهی چرخشی بدون قالب پرداختند و نتایج را با استفاده از آزمایش‌های عملی اعتبارسنجی نمودند. کونگ و همکارانش در سال 2016 [8] به صورت تئوری چرخشی پروکیدیگی ناحیه فلنج در فرایند شکل‌دهی چرخشی را پیش‌بینی کرده نتیجه گرفتند که با کاهش میزان پیشروی غلتک و کم شدن میزان کرنش محیطی در ناحیه فلنج می‌توان چرخشی را به طور چشم‌گیری کاهش داد. براساس مطالعات صورت گرفته این نکته بر می‌آید که در مورد فرایند شکل‌دهی چرخشی تبدیل لوله به مخروط معادله‌ای برای پیش‌بینی توان و نیروی مماسی و همچنین معادله‌ای برای پیش‌بینی میانگین ضخامت نهایی حاصل نشده است.

در این پژوهش سعی بر این است که با استفاده از دو روش تحلیلی معادله‌های لازم برای بدست آوردن نیرو و توان در فرایند شکل‌دهی چرخشی لوله به منظور تولید لوله مخروطی ارائه شود تا بتوان از این معادلات برای طراحی ماشین ابزار و غلتک شکل‌دهی بهره برد. سپس معادله تعیین ضخامت میانگین برای بدست آوردن ضریب اطمینان مورد نیاز برای طراحی مخروط و معادلات پیش‌بینی طول اولیه لوله برای تبدیل به مخروط به منظور حصول به محصولی مطلوب بدون چین‌خوردگی و پارگی (خصوصاً در این مورد از فرایند شکل‌دهی که بدون مندرل بوده و چین‌خوردگی یکی از عیوب حاد این فرایند است)، بیان شده و با آزمایش‌های تجربی مقایسه می‌شود.

## 2- حل تحلیلی

در مطالعه حاضر، برای حل تحلیلی و رسیدن به مقدار توان و نیرو مماسی لازم برای شکل‌دهی از دو روش ایده‌آل و حد بالا استفاده شده است و در ادامه به بیان این دو روش پرداخته خواهد شد.

### 2-1- روش کار ایده‌آل

روش کار ایده‌آل ساده‌ترین روش برای پیش‌بینی نیروهای موجود در فرایندهای مختلف شکل‌دهی فلزات می‌باشد. در این روش ماده همگن و ایزوتروپیک در نظر گرفته می‌شود و از اثرات اصطکاک و شکل‌دهی اضافی صرف‌نظر خواهد شد. در این حالت از فرض اولیه انرژی برای محاسبه کار استفاده شده است. از دیگر فرض‌های استفاده شده در رابطه مربوط به کرنش موثر در حین فرایند می‌باشد که از کار کالپاکسی اوکلو [1] نتیجه گرفته شده است. در شکل 1 شماتیک تبدیل لوله به مخروط در فرایند شکل‌دهی چرخشی نمایش داده شده است.

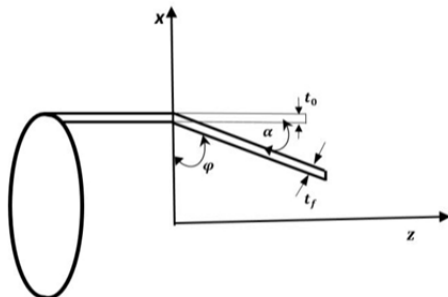


Fig. 1 Axisymmetric view of a tube spinning for manufacturing of the cone

شکل 1 نمای تقارن محوری از شکل‌دهی چرخشی لوله جهت ساخت مخروط

فلو فرمینگ، کشش عمیق، اسپینینگ، شکل‌دهی چرخشی پوسته‌ها و هیدروفرمینگ؛ مناسب‌ترین و اجرایی‌ترین روش را برای شکل‌دهی قطعات پوسته‌های مخروطی با ضخامت متغیر انتخاب شده است. شکل‌دهی چرخشی پوسته‌ها یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین روش‌ها برای تولید قطعات مخروطی پوسته‌ای در جهان است. از متغیرهای موثر بر فرایند می‌توان به سرعت پیشروی، سرعت چرخش، نیروی غلتک و دمای کاری اشاره کرد.

فرایند شکل‌دهی چرخشی برشی زمانی می‌تواند بهینه گردد که هر یک از پارامترهای موثر در فرایند جداگانه تغییر داده شود و اثرات این تغییر ثبت گردد تا اینکه بهترین تنظیمات برای مواد مختلف بدست آید. قابل ذکر است این فرایند بصورت گرم و سرد قابل انجام بوده و معمولاً ماده اولیه به شکل ورق می‌باشد. گاهی فرایند با یا بدون مندرل انجام می‌شود. در این نوشته فرایند بصورت گرم و ماده اولیه بصورت لوله می‌باشد که در اثر تغییر شکل به مخروط تبدیل می‌شود.

پارامترهای موثر در این روش و روابط بین آنها پیچیده است و حل‌های تحلیلی دقیقی برای آن موجود نمی‌باشد. اغلب نتایج موجود درباره شکل‌دهی چرخشی بر اساس آزمایش‌های تجربی بوده و در حالت‌های خاص قابل استفاده است. در سال‌های اخیر با پیشرفت‌های انجام شده در زمینه کامپیوتر و ساخت کامپیوترهای شخصی با سرعت و توانایی‌های بالا و قیمت‌های مناسب روش‌های عددی برای بررسی این‌گونه فرایندها بسیار رایج شده است. نرم‌افزارهایی که در این زمینه موجود است، امکان مدل‌سازی انواع برخورد‌ها، حرکت‌های دورانی و خطی و تغییر شکل‌هایی بزرگ، مواد مختلف و امکانات بسیار زیاد دیگری را در اختیار کاربر قرار داده اند.

اما برای حل تحلیلی روش‌های موجود روش خط لغزش، روش انرژی ایده آل، حد پایین و حد بالا می‌باشد که می‌تواند برای حدس اولیه طراحی ماشین و غلتک با روابط نیرویی و توان کارساز باشد. همچنین بعضی از روابط درمخض نمودن هندسه نهایی محصول کار آمد است. در ادامه پیشینه ای از پژوهش‌های انجام گرفته در این راستا مورد بررسی قرار گرفته است.

کالپاکسی اوکلو در سال 1961 [1] به بررسی فرایند شکل‌دهی چرخشی برشی پرداخت و توانست با ارایه مدلی ایده آل به حلی نزدیک با نتایج تجربی در مورد اندازه نیرو مماسی برسد. سورتیس و همکاران در سال 1963 [2] با ارایه مدلی با پایه انرژی توانستند معادله‌ای برای بدست آوردن نیروی مماسی لازم برای تغییر شکل چرخشی ورق به مخروط بدست آوردند که با نتایج تجربی تطابق خوبی داشت. در این مدل او انرژی و توان لازم را به دو بخش تقسیم نمود اولی مربوط به تغییر شکل لبه و دومی مربوط به تغییر شکلی که در منطقه تغییر زاویه رخ می‌دهد. کیم و همکاران در سال 2003 [3] در مقاله ای به حل تحلیلی به روش حد بالا بوسیله میدان‌های سرعت شکل‌دهی چرخشی پرداختند و توانستند به معادله‌ای با تطابق خوب با نتایج تجربی برای نیروی مماسی تبدیل ورق به مخروط برسند. چن و همکاران در سال 2005 [4] تحت مقاله‌ای به بررسی نیروها در شکل‌دهی چرخشی برشی تبدیل ورق به مخروط به شکل کامل‌تر و تفکیک نیروها پرداختند و با در نظر گرفتن مقداری کاهش ضخامت در ورق اولیه به دلیل فشار غلتک به رابطه‌ای کامل‌تر برای ضخامت نهایی و نیروی مماسی رسیدند. کیم و همکاران در سال 2006 [5] به بررسی مکانیک تغییر شکل چرخشی برشی پرداختند و توانستند رابطه‌ای جدید برای نیروی مماسی و نیروهای دیگر برای تبدیل ورق به مخروط بدست آورند. اکاس و کواهارا در مقاله‌ای در سال 2006 [6] به بررسی توزیع ضخامت در تبدیل لوله به پوسته‌ای گنبدی شکل با استفاده از فرایند

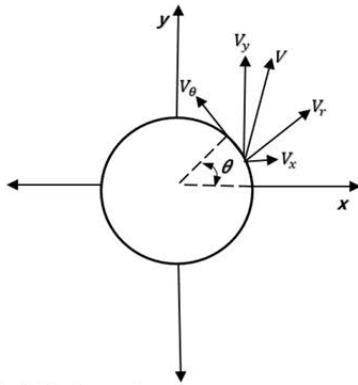


Fig. 2 Velocity fields in x-y plane

شکل 2 میدان‌های سرعت در صفحه x-y

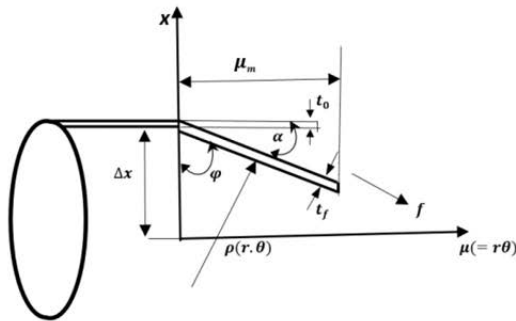


Fig. 3 Definition of the tube spinning process parameters

شکل 3 تعریف پارامترهای فرایند شکل‌دهی چرخشی لوله

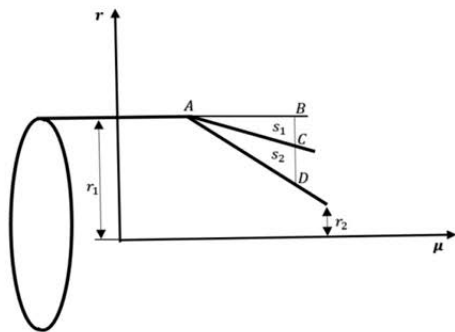


Fig. 4 Shape of the deformation

شکل 4 شماتیک تغییر شکل

$$W_i = \int_{vol} \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \left( \left( \frac{\partial V_z}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} \right)^2 \right)^{0.5} dV$$

$$W_i = \frac{\bar{\sigma} t_0 2\pi n}{\sqrt{3}} \int_{s_0} \left( \left( \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta \partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r^2} \right) \left( \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta^2} \right)^2 \right)^{0.5} ds$$

$$W_i = \frac{\bar{\sigma} t_0 2\pi n}{\sqrt{3}} \left[ \int_{s_1} \left( \left( \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta \partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r^2} \right) \left( \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta^2} \right)^2 \right)^{0.5} ds_1 \right. \\ \left. + \int_{s_2} \left( \left( \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta \partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r^2} \right) \left( \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta^2} \right)^2 \right)^{0.5} ds_2 \right]$$

$$W_i = \frac{\bar{\sigma} t_0 2\pi n}{\sqrt{3}} \left[ \int_{s_1} \left( \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta \partial r} \right)^2 + \left( \frac{r}{\bar{\rho}} \right) ds_1 \right. \\ \left. + \int_{s_2} \left( \left( \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta \partial r} \right)^2 + \left( \frac{1-m}{m} \right) \left( \frac{r}{\bar{\rho}} \right)^2 \right)^{0.5} ds_2 \right]$$

(5)

همان‌طور که ملاحظه می‌شود نیروی لازم بسیار کمتر از نیروی لازم برای تبدیل ورق به مخروط می‌باشد. همچنین نیروی مماسی با تانژانت زاویه مخروط رابطه دارد و این خود باعث کمتر شدن نیرو در مقایسه با تبدیل ورق به مخروط می‌شود که در رابطه (1) تعریف شده است.

$$W_i = \bar{\sigma} \int_V \bar{\epsilon} dV, \quad \bar{\epsilon} = \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\cot \varphi}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta V = 2\pi n f t_f, \quad W_i = F_t 2\pi n$$

$$\rightarrow F_t = \frac{\bar{\sigma} f t_f \cot \varphi}{\sqrt{3}} \rightarrow F_t = \frac{\bar{\sigma} f t_f \tan \alpha}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

برای صحت گذاری اولیه رابطه بدست آمده همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش زاویه  $\alpha$  نیروی مماسی افزایش می‌یابد و با رسیدن به صفر به مقدار صفر نیوتن و در نزدیکی نود درجه به حداکثر مقدار می‌رسد. همچنین با ضخامت نهایی، سرعت پیشروی غلتک و تنش موثر ارتباط مستقیم دارد و این کاملاً منطقی است. با توجه به این که قبل از انجام فرایند شکل‌دهی چرخشی باید تخمینی از مقدار نیرو باشد، در ادامه رابطه ضخامت نهایی و اولیه ارائه خواهد شد.

## 2-2- روش حد بالایی

برای حل تحلیلی شکل‌دهی چرخشی لوله به روش حد بالا از شیوه به کار گرفته شده برای تحلیل شکل‌دهی چرخشی ورق توسط کیم و همکارانش [3] استفاده گردید. برای این کار فرض می‌شود نمونه یک دور چرخش داشته و غلتک به صورت ثابت نیرو را اعمال می‌کند. با توجه به شکل 2 و رابطه (2) خطوط میدان سرعت قابل تعریف هستند.

$$\eta(x, y, z) = y^2 + z^2 = c_0$$

$$\psi(x, y, z) = x - x_D \quad (2)$$

با توجه به شکل 3 که نمایی از فرایند و پارامترهای دخیل را نشان می‌دهد، مقدار  $X_D$  بیانگر مقدار  $\mu$  منحنی می‌باشد که در آن  $\mu_m$  منطقه تحت تماس لوله با غلتک می‌باشد،  $m$  بیانگر ضریب تماس و  $\bar{\rho}(r)$  میانگین شعاع در مقدار  $\rho(r, \theta)$  می‌باشد. همچنین براساس شکل (3) روابط (3) تعریف می‌گردد.

$$V_x = \alpha \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)$$

$$V_y = \alpha \left( \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)$$

$$V_z = \alpha \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)$$

$$V_\theta = V_y \cos \theta - V_x \sin \theta = 2\pi r N$$

$$V_r = V_y \sin \theta + V_x \cos \theta$$

$$\alpha = -\pi N$$

$$V_r = 0$$

$$V_\theta = 2\pi r N$$

$$V_z = -2\alpha \left( x \frac{\partial X_D}{\partial y} - y \frac{\partial X_D}{\partial x} \right) = -2\alpha \frac{\partial X_D}{\partial \theta} = 2\pi N \frac{\partial X_D}{\partial \theta} \quad (3)$$

در حالی که  $x = \partial y / \partial \theta$ ,  $y = -\partial x / \partial \theta$  می‌توان مقادیر مربوط به کرنش را به صورت رابطه (4) تعریف نمود.

$$\epsilon_{rz} = \frac{1}{2} \frac{\partial V_z}{\partial r} = \pi N \frac{\partial^2 X_D}{\partial r \partial \theta}$$

$$\epsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} = \pi N \frac{1}{r} \frac{\partial^2 X_D}{\partial \theta^2}$$

$$\epsilon_{ij} = 0 \quad (4)$$

با توجه به شکل 4 که شماتیک تغییر شکل را نشان می‌دهد، برای تعریف  $s_1, s_2$  که به ترتیب مثلث‌های  $ABC, ABD$  هستند خط  $AC$  تبدیل به  $AD$  می‌شود و خط  $AB$  نشان دهنده لوله اولیه می‌باشد. حال برای تعریف انرژی و توان می‌توان روابط (5) را نوشت:

کرنش آن در دمای 420 درجه سلیسیوس در جدول 1 و شکل 5 مشاهده می‌شود. این لوله دارای قطر داخلی 140 میلی‌متر و قطر خارجی 150 میلی‌متر می‌باشد.

برای انجام عملیات شکل‌دهی بر روی لوله نیاز به یک غلتک می‌باشد بدین منظور یک غلتک از جنس فولاد H13 ساخته شد و پس از انجام عملیات ماشین‌کاری، تحت عملیات حرارتی سخت‌کاری قرار گرفت و سختی آن به 50HRC رسید. برای انجام آزمایش لوله آلومینیومی بر روی دستگاه تراش بسته شده و دمای منطقه تغییر شکل به وسیله مشعل اکسی اسیتیلن تا 420 درجه سانتی‌گراد بالا برده شد. در شکل 6 اجرای فرایند شکل‌دهی لوله نمایش داده شده است.

جدول 1 ترکیب شیمیایی آلیاژ آلومینیوم 6061

عناصر آلیاژی	درصد فراوانی
آلومینیوم	فلز پایه
سیلیسیم	0.59
منیزیم	0.96
مس	0.241
آهن	0.186
منگنز	0.0184
کروم	0.069
تیتانیوم	0.0092

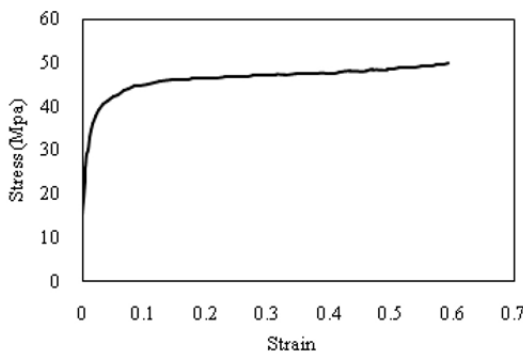


Fig. 5 Aluminum 6061 stress strain curve at 420 ° C.

شکل 5 نمودار تنش کرنش آلومینیوم 6061 در شرایط دمایی 420 درجه



Fig. 6 Experimental configuration of tube spinning.

شکل 6 فرایند شکل‌دهی چرخشی لوله انجام شده.

که با اعمال شرط حد بالایی باید رابطه  $\partial w / \partial m = 0$  ارضا شود که در نهایت بدست می‌آید:

$$m = 1. S_1 = 0. S_2 = S$$

و در نتیجه می‌توان رابطه (6) را نوشت.

$$W_i = \frac{\bar{\sigma} R t_0 2 \pi n}{\sqrt{3}} \int_S \frac{\partial^2 X_D}{\partial r \partial \theta} dS$$

$$W_i = \frac{\bar{\sigma} R t_0 2 \pi n}{\sqrt{3}} \int_{\theta=r_2}^{r=r_1} \frac{\partial X_D}{\partial \theta} d\theta$$

$$\bar{R} = \frac{r_1 + r_0}{2} \cdot \frac{\partial z}{\partial \theta} \Big|_{r=r_2} = 0$$

$$\Delta X_D|_{r=r_1} = f \sin \alpha$$

$$\rightarrow W_i = \frac{\bar{\sigma} R t_0 2 \pi n}{\sqrt{3}} f \sin \alpha$$

$$W_i = F_t 2 \pi n \bar{R} \rightarrow F_t = \frac{\bar{\sigma} f t_0 \sin \alpha}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

در روابط بالا که برای بدست آوردن نیرو و توان استفاده شده بود می‌توان تفاوت شکل‌دهی از لوله بجای ورق را ملاحظه نمود.

### 3- استخراج روابط ضخامت و طول نمونه

حل تحلیلی برای تبدیل لوله به مخروط انجام نشده است و همان‌طور که در ادامه دیده می‌شود رابطه ضخامت نهایی با زاویه مخروط به صورت کسینوسی می‌باشد و این خود باعث کاهش کمتر ضخامت نهایی در زوایای کم مخروط نهایی می‌شود و می‌توان این را یک حسن تبدیل لوله به مخروط دانست. با توجه به شکل 1 و روابط مثلثاتی می‌توان رابطه (7) را نوشت:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad t_f = t_0 \sin \varphi \rightarrow t_f = t_0 \cos \alpha \quad (7)$$

حال برای رابطه نیروی مماسی با استفاده از کار ایده آل، با جایگذاری رابطه (7) در رابطه (1)، رابطه (8) بدست که همان رابطه‌ای است که از روش حد بالایی بدست آمد در نتیجه با استفاده از هر دو روش حل تحلیلی یک رابطه برای نیروی مماسی بدست می‌آید.

$$F_t = \frac{\bar{\sigma} f t_0 \sin \alpha}{\sqrt{3}} \rightarrow F_t = \frac{\bar{\sigma} f t_f \cot \varphi}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

از دیگر پارامترهای هندسی طول نهایی محصول است. با توجه به فرایند که بدون مندرل انجام می‌گیرد اهمیت چین‌خوردگی مخروط حاصل دو چندان می‌شود. بنابراین برای کاهش و از بین بردن این عیب لازم است که طول لوله مورد نیاز از قبل تعیین شود. برای این کار می‌توان از خاصیت تغییر شکل مومسان و عدم تغییر حجم آن استفاده نمود و طول لوله اولیه را به روش حجم ثابت نیز محاسبه نمود. در صورت تخطی از این طول عیوبی نظیر چین‌خوردگی یا پارگی در محصول نهایی ایجاد می‌شود. روش محاسباتی برابر روابط (9) تعریف می‌شود.

$$V_0 = \pi L_0 (r_1^2 - (r_1 - t_0)^2)$$

$$V_1 = \left(\frac{1}{3}\right) \pi L_1 \left( (r_1^2 + r_2^2 + \sqrt{r_1^2 * r_2^2}) - (r_1 - t_0)^2 + (r_2 - t_0)^2 + \sqrt{(r_1 - t_0)^2 * (r_2 - t_0)^2} \right) \quad (9)$$

### 4- مطالعه تجربی و مقایسه نتایج

فرایند شکل‌دهی چرخشی گرم بصورت تجربی برای امکان‌سنجی بر روی لوله‌ای انجام گرفته است. سپس برای صحت‌گذاری با حل تحلیلی مقایسه‌ای صورت گرفته است، تا بتوان برای بدست آوردن هندسه‌ای مطلوب با صرف هزینه کمتر برای محصولات بعدی از روابط تحلیلی برای طراحی بهینه استفاده نمود. به منظور انجام عملیات شکل‌دهی چرخشی لوله، از یک لوله آلومینیومی 6061 استفاده گردید که درصد عناصر آلیاژی و نمودار تنش-

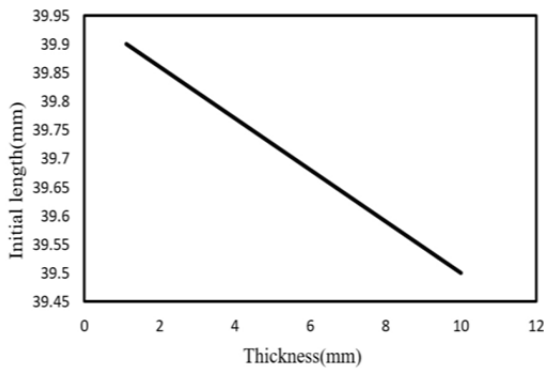


Fig. 9 Variation of the initial length of tube by thickness of the cone

شکل 9 تغییرات طول لوله اولیه بر حسب ضخامت مخروط نهایی

اختلاف را می‌توان مربوط به کاهش ضخامت در فرایند نسبت داد. در شکل 9 نموداری برای بدست آوردن طول اولیه لوله بر حسب ضخامت اولیه لوله برای نیل به طول نهایی 45 میلی‌متر با قطر داخلی لوله برابر 140 میلی‌متر و زاویه مخروط 16 درجه مشاهده می‌شود. با تغییر ضخامت تغییر چندانی در طول اولیه دیده نمی‌شود و این یعنی هندسه مخروط وابستگی ناچیزی به ضخامت اولیه لوله دارد.

### 5- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

اگر در معادله‌های بدست آمده از نتایج تحلیلی توجه شود می‌توان رابطه‌های منطقی بین متغیرها را درک نمود. اما برای اطمینان می‌توان این معادله‌ها را با نتایج تجربی مقایسه نمود تا بتوان با صحت بدست آمده برای طراحی و ساخت دستگاه و محصول استفاده اقتصادی نمود.

در این نوشته معادله‌های بدست آمده تطابق خوبی با واقعیت دارد و از نتایج آن می‌توان به موارد زیر اشاره نمود.

- نیرو و توان لازم برای تغییر شکل چرخشی لوله به مخروط بر خلاف تبدیل ورق به مخروط که با زاویه مخروط ارتباط کسینوسی دارد با زاویه مخروط رابطه سینوسی دارد و این خود در کاهش نیروی مماسی در زوایای کم نقش دارد.

- ضخامت نهایی تبدیل لوله به مخروط بوسیله شکل‌دهی چرخشی با زاویه مخروط به صورت کسینوسی ارتباط دارد.

- برای نیل به نمونه‌های بدون چین‌خوردگی که عیبی رایج در تبدیل لوله به مخروط در فرایند شکل‌دهی چرخشی می‌باشد محاسبه طول لوله اولیه بسیار حساس می‌باشد که می‌توان با روش حجم ثابت آن را بدست آورد.

### 6- فهرست علائم

$f$	پیشروی
$F_t$	نیروی مماسی
$L_0$	طول لوله
$L_1$	طول مخروط
$m$	ضریب تماس
$n$	سرعت زاویه‌ای دوران
$r_1$	شعاع بزرگتر مخروط
$r_2$	شعاع کوچکتر مخروط
$\bar{R}$	شعاع متوسط

به منظور ایجاد شکل مورد نظر بر روی لوله، غلتک بر روی ابزار گیر ماشین- تراش بسته شد و با زاویه 16 درجه نسبت به محور لوله، از انتهای آزاد لوله به سمت سه نظام ماشین تراش حرکت کرده و عملیات شکل‌دهی را انجام می‌دهد. سرعت دورانی لوله 100 دور بر دقیقه و میزان پیشروی 0.4 میلی‌متر بر دور در نظر گرفته شد. این عملیات در پنج پاس انجام پذیرفت و در شکل 7 به صورت شماتیک این پنج پاس و همچنین محصول نهایی مشاهده می‌شود.

با توجه به رابطه (1)، ضخامت اولیه که 5 میلی‌متر می‌باشد و زاویه مخروط که 32 درجه است، ضخامت نهایی از راه تحلیلی 4.806 میلی‌متر حاصل می‌شود. شکل 8 مقادیر حاصل از آزمایش تجربی است. محور عمودی ضخامت مخروط و محور افقی بیانگر طول مخروط است. با توجه به شکل 8 و میانگین‌گیری نتیجتاً عدد 4.826 میلی‌متر برای ضخامت نهایی در نتایج آزمایش تجربی حاصل می‌شود. نتایج حل تحلیلی با نتایج آزمایش تجربی در مقدار ضخامت نهایی اختلاف اندکی دارد و خطای حاصل کمتر 0.5 درصد بدست می‌آید.

اگر در رابطه (8) مقادیر مربوط به آزمون تجربی قرار داده شود عدد 51 میلی‌متر برای طول نهایی محصول بدست می‌آید. طول نهایی مخروط در آزمون تجربی 54 میلی‌متر است. بنابراین نتایج تحلیل با خطای 5.5 درصد به نتایج تجربی نزدیک می‌باشد. یا به عبارت دیگر برای نیل به مخروطی به طول 54 میلی‌متر و ضخامت 5 میلی‌متر با زاویه 16 درجه نیاز به لوله‌ای به طول 47.7 میلی‌متر می‌باشد که با عدد واقعی حاصل از نتایج تجربی برای امکان سنجی فرایند یعنی عدد 45 میلی‌متر 2.7 میلی‌متر اختلاف دارد و این

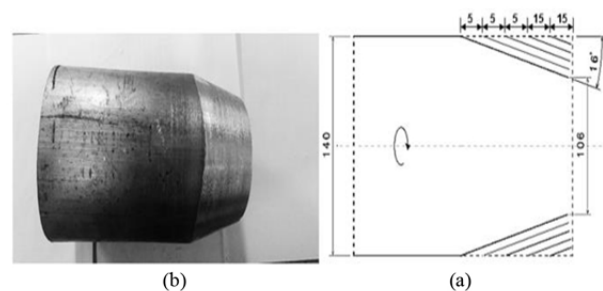


Fig. 7 (a) The roller path in five passes of forming the cone. (b) formed tube

شکل 7 الف) مسیر غلتک‌های فرایند در پنج پاس شکل‌دهی مخروط (ب) لوله پس از شکل‌دهی

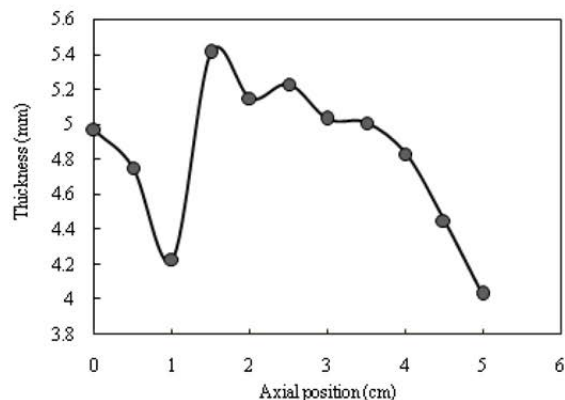


Fig. 8 Distribution of the thickness of experimental results

شکل 8 توزیع ضخامت حاصل از نتایج تجربی

$\bar{\rho}$  شعاع متوسط منحنی تغییر شکل

### 7- مراجع

- [1] S. Kalpakcioglu, On the mechanics of shear spinning, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, Vol. 83, pp. 125-130, 1961 .
- [2] H. C. Sortais, S. Kobayashi, E. Thomsen, Mechanics of conventional spinning, *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 85, No. 4, pp. 346-350, 1963 .
- [3] C. Kim, S. Jung, J. Choi, A lower upper-bound solution for shear spinning of cones, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 45, No. 11, pp. 1893-1911, 2003 .
- [4] M. D. Chen, R. Q. Hsu, K. H. Fuh, An analysis of force distribution in shear spinning of cone, *International Journal of mechanical Sciences*, Vol. 47, No. 6, pp. 902-921, 2005 .
- [5] J. H. Kim, J. H. Park, C. Kim, A study on the mechanics of shear spinning of cones, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 20, No. 6, pp. 806-818, 2006 .
- [6] N. Akkus, M. Kawahara, An experimental and analytical study on dome forming of seamless Al tube by spinning process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 173, No. 2, pp. 145-150, 2006 .
- [7] L. Kwiatkowski, A. Tekkaya, M. Kleiner, Fundamentals for controlling thickness and surface quality during dieless necking-in of tubes by spinning, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, Vol. 62, No. 1, pp. 299-302, 2013.
- [8] Q. Kong, Z. Yu, Y. Zhao, H. Wang, Z. Lin, Theoretical prediction of flange wrinkling in first-pass conventional spinning of hemispherical part, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 246, pp. 56-68, 2017.

$s$  سطح ABD

$S_1$  سطح ABC

$S_2$  سطح ACD

$t_0$  ضخامت لوله

$t_f$  ضخامت مخروط

$V_0$  حجم اولیه ماده

$V_1$  حجم ثانویه ماده

$W_i$  کار لازم برای شکل دهی

### علائم یونانی

$\alpha$  نیم زاویه مخروط

$\varphi$  زاویه برش

$\gamma$  کرنش برشی

$\eta \cdot \psi$  خطوط میدان سرعت

$\mu$  منحنی تماس

$\mu_m$  طول تماس حقیقی

$\rho$  شعاع منحنی تغییر شکل