

شبیه‌سازی عددی ناپایداری انگشتی لزج در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط‌های ناهمگن

حسنى شكري¹، محمد حسن كيهانى²، محمود نوروزى^{3*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

* شاهرود، صندوق پستی 316، 3619995161، mnorouzi@shahroodut.ac.ir

چکیده

در این مطالعه به بررسی ناپایداری انگشتی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک به کمک روش طیفی و تبدیلات هارتلی در محیط ناهمگن پرداخته شده است. از مدل وایت-متزنر به عنوان معادله ساختاری استفاده شده است. این مدل به خوبی قادر به ارائه رفتار باریک‌شوندگی و الاستیک سیال ویسکوالاستیک می‌باشد. ناهمگنی محیط به دو صورت مختلف در نظر گرفته شده است. در حالت اول نفوذپذیری در مقطع عرضی به صورت نمایی کاهش می‌یابد. این حالت، ناهمگنی کاهشی نامیده شده است. در حالت دوم نفوذپذیری محیط ابتدا روند افزایشی خواهد داشت و در میانه مقطع عرضی به حداکثر مقدار خود می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد. این نوع ناهمگنی، ناهمگنی سهموی نامیده شده است. نتایج شامل کانتورهای غلظت، منحنی‌های طول اختلاط و بازده جارویی خواهد بود. می‌توان ملاحظه نمود که در حالت اول درجه ناهمگنی تأثیر چندانی روی ساختار انگشتی‌ها نخواهد داشت. با این حال افزایش این پارامتر موجب کاهش طول اختلاط و افزایش بازده جارویی خواهد شد. در حالیکه با تغییر درجه ناهمگنی در حالت دوم، ساختار انگشتی‌ها به شدت تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. همچنین در این حالت افزایش درجه ناهمگنی، افزایش طول اختلاط و کاهش بازده جارویی را به دنبال دارد. همچنین در هر دو حالت، خاصیت باریک‌شوندگی سیال ویسکوالاستیک موجب ناپایداری شدن جریان خواهد شد. هرچند به نظر می‌رسد این تأثیر در محیط با ناهمگنی سهموی کمتر است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 بهمن 1396

پذیرش: 25 فروردین 1397

ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:

ناپایداری انگشتی

سیال ویسکوالاستیک

مدل وایت-متزنر

محیط ناهمگن

Numerical simulation of viscous fingering instability in displacement of Newtonian fluid by White-Metzner viscoelastic fluid in heterogeneous media

Hosna Shokri, Mohammad Hasan Kayhani, Mahmood Norouzi^{3*}

Mechanical Engineering Department, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

* P.O. B. 316, 361 9995161, Shahrood, Iran, mnorouzi@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 February 2018
Accepted 14 April 2018
Available Online 11 May 2018

Keywords:

Fingering instability
Viscoelastic fluid
White-Metzner model
Heterogeneous media

ABSTRACT

In this study, the fingering instability in displacement of Newtonian fluid by viscoelastic fluid through heterogeneous media is investigated using spectral method and Hartley transforms. The White- Metzner model has been used as the constitutive equation. This model can be presented the shear- thinning and elastic behaviors of viscoelastic fluid very well. The heterogeneity of the media is considered in two different types. In the first case, the permeability of medium exponentially decreases in the transverse section. This case is named decreasing heterogeneity. In the second case, the permeability of the medium will initially be increasing and it reaches to its maximum at the middle of the cross-section and then decreases. This type of heterogeneity is called parabolic heterogeneity. The results are included concentration contours, mixing length and sweep efficiency. It can be seen that in the first case, the degree of heterogeneity has little effect on the structure of fingers. However, increasing in this parameter leads to decrease in mixing length and increase in sweep efficiency. But, in the latter case, with the change in the degree of heterogeneity, the finger structure will be strongly affected. In addition, in this case, increasing the degree of heterogeneity will increase the mixing length and reduce the sweep efficiency. Also, in both cases, the flow becomes more unstable by the shear thinning property of viscoelastic fluid. Although it seems this effect is less in medium with parabolic heterogeneity.

ویسکوزیته کمتر به درون محیط متخلخل که با سیالی با ویسکوزیته بیشتر اشباع شده است، تزریق می‌شود سطح تماس دو سیال به علت اختلاف ویسکوزیته ناپایدار شده و به مرور زمان سیال جابجاکننده به صورت انگشتی در سیال جابجاشونده نفوذ می‌نماید. این پدیده به دلیل ظاهر شدن در فرآیند

1- مقدمه

ناپایداری انگشتی لزج یا سافمن-تیلور¹ نوعی ناپایداریست که به علت اختلاف ویسکوزیته در سطح تماس دو سیال رخ می‌دهد. هنگامی که سیال با

¹ Saffman-Taylor

استفاده نمودند. شکرکی و همکاران [17,16] با کمک مدل اولدرویوید-بی³ به شبیه‌سازی جابجایی جریان نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک در محیطی همسانگرد و ناهمسانگرد پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک می‌تواند موجب کنترل رشد انگشتی‌ها و کاهش شدت ناپایداری گردد.

بر اساس بررسی‌های صورت گرفته تاکنون تلاشی در زمینه شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی سیال ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن خاصیت باریک شونده و الاستیک این نوع سیال به صورت توأمان صورت نگرفته است و مطالعات انجام شده یا از خاصیت الاستیک صرف‌نظر نموده‌اند یا از مدل‌های به عنوان معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک بهره برده‌اند که قادر به ارائه رفتار باریک‌شوندگی این نوع سیال نیست. علاوه بر این، بررسی‌های صورت گرفته در زمینه شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی در محیط ناهمگن بسیار محدوداند. در واقع محیط‌های صنعتی و طبیعی که در آن شاهد شکل‌گیری ناپایداری انگشتی هستیم (همانند محیط چاه نفت) به ندرت همگن می‌باشند. از طرفی سیال همواره تمایل دارد از محیط‌های با نفوذپذیری بالاتر پیشروی نماید. در نتیجه ناهمگنی محیط، تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی ناپایداری انگشتی خواهد داشت. بنابراین در این مطالعه قصد داریم به شبیه‌سازی جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر⁴ در محیط ناهمگن بپردازیم. ناهمگنی محیط به دو صورت کاهش نمایی در مقطع عرضی و روند افزایش و سپس کاهش در مقطع عرضی در نظر گرفته خواهد شد. همچنین جریان سیال به صورت اختلاط‌پذیر در نظر گرفته می‌شود.

2- فیزیک مسئله

در این مطالعه از سلول هل-شاو به منظور شبیه‌سازی محیط متخلخل استفاده شده است. حاکمیت قانون داری بر جریان در این دو محیط موجب شده است که در شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی به طور گسترده از سلول هل‌شاو به عنوان محیط متخلخل استفاده شود. نمائی از مسئله در شکل 1 نمایش داده شده است. هندسه مسئله از دو صفحه موازی به طول L و عرض W تشکیل یافته که در فاصله b از هم قرار دارند و جریان با سرعت U در جهت نشان‌دهنده شده به آن تزریق می‌شود.

در این مطالعه محیط جریان ناهمگن در نظر گرفته شده است. برای این منظور دو نوع ناهمگنی مورد بررسی خواهد گرفت. در حالت اول نفوذپذیری محیط در جهت y به صورت نمائی کاهش خواهد یافت. معادله (1) توصیف‌کننده نفوذپذیری در این حالت در محیط مورد مطالعه است:

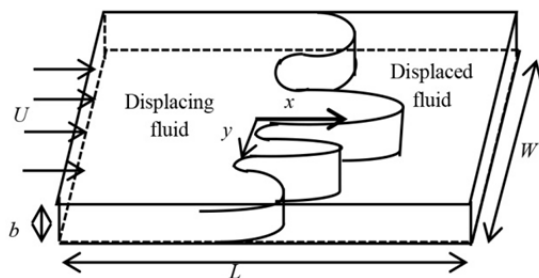


Fig. 1 The Schematic of the problem

شکل 1 نمائی از مسئله مورد مطالعه

جابجایی نفت از دیرباز توجه بسیاری را به خود جلب نموده است. پس از پایان مرحله اول بهره‌برداری از یک مخزن نفتی (مرحله‌ای که نفت با فشار درون مخزن استخراج می‌شود)، از سیال دیگری همچون آب برای هدایت ذخیره مخزن به محل برداشت استفاده می‌شود. به این صورت که آب از چاه‌های عمیقی که در کنار مخزن اصلی حفر شده است به درون آن پمپاژ می‌شود. از آنجاییکه ویسکوزیته آب کمتر از نفت است ناپایداری انگشتی در این فرآیند جابجایی ظاهر شده و بازده استخراج را کاهش خواهد داد. بنابراین شناخت این ناپایداری و عوامل تأثیرگذار به منظور کنترل آن ضروری به نظر می‌رسد. نخستین مطالعه در زمینه ناپایداری انگشتی در سال 1952 توسط هیل [1] صورت گرفت. بررسی‌های صورت گرفته پس از آن را می‌توان به دو دسته اصلی تقسیم نمود: بررسی ناپایداری انگشتی جریان نیوتنی و بررسی ناپایداری انگشتی در حضور سیالات غیرنیوتنی. دسته اول بخش عمده‌ای از مطالعات را به خود اختصاص داده است. از میان آن‌ها می‌توان به مطالعه صورت گرفته توسط تن و هومسی [2] اشاره نمود. آنها برای نخستین بار از روش طیفی و تبدیل فوریه در شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی استفاده نمودند. در ادامه زیرمن و هومسی [3] به منظور بررسی ناهمسانگردی محیط از روش طیفی و تبدیلات هارتلی بهره برده‌اند. از جمله مطالعاتی که اثر ناهمگنی محیط بر ناپایداری انگشتی جریان نیوتنی را مورد بررسی قرار داده‌اند می‌توان به مطالعه صورت گرفته توسط تن و هومسی [4] اشاره نمود. در این مطالعه ناهمگنی محیط به صورت تصادفی در نظر گرفته شده است. دی‌ویت و هومسی [5,6] با در نظر گرفتن ناهمگنی محیط به صورت لایه‌ای و شطرنجی به تحلیل خطی و شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی پرداختند. نتایج آنها نشان‌دهنده ظهور رژیم جریان کانالی برای سیستم لایه‌ای می‌باشد. همچنین هرچه تعداد لایه‌ها محیط افزایش یابد جریان پایدارتر خواهد شد. سجادی و عزایز [7] با در نظر گرفتن محیط با ناهمگنی لایه‌ای به بررسی عوامل تأثیرگذار بر روی ناپایداری انگشتی جریان نیوتنی پرداخته‌اند.

مطالعات صورت گرفته در زمینه سیال غیرنیوتنی به مراتب کمتر از سیال نیوتنی است. بیشتر این مطالعات بر روی خاصیت باریک‌شوندگی سیال غیرنیوتنی تمرکز دارند. از آن جمله می‌توان به مطالعات صورت گرفته توسط پاسکال [8]، لی [9] و کیم و چوی [10] اشاره نمود. در تمامی این مطالعات نشان داده شد که خاصیت باریک‌شوندگی سیال غیرنیوتنی ناپایداری جریان را شدت می‌بخشد. در مطالعه صورت گرفته توسط نوروزی و شوقی [11] جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال باریک‌شونده در محیطی ناهمسانگرد مورد بررسی قرار گرفت. آنها همچنین با در نظر گرفتن ناهمگنی محیط به صورت نمایی به بررسی ناپایداری انگشتی سیال باریک‌شونده پرداختند [12]. در سال 1964، پی [13] نشان داد که افزودن پلیمر قابل انحلال به آب با افزایش گرانیوی آن موجب افزایش بازده جابجایی خواهد شد. از آن پس پلیمرزنی به عنوان ابزاری کارآمد در فرآیند برداشت نفت مورد توجه قرار گرفت. محلول‌های پلیمری را می‌توان به عنوان سیال ویسکوالاستیک دسته‌بندی نمود. خاصیت الاستیک از جمله ویژگی‌های بارز این نوع سیال علاوه بر خاصیت باریک‌شوندگی است. مورا و مونا [14] با در نظر گرفتن مدل ماکسول¹ برای سیال ویسکوالاستیک جابجاکننده، تأثیر خاصیت الاستیک این نوع سیال را مورد بررسی قرار دادند. کیهانی و همکاران [15] از معادله ساختاری کریمنال-اریکسن-فیلبی² برای شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک

³ Oldroyd-B model

⁴ White- Metzner

¹ Maxwell model

² Criminale- Eriksen-Filbey model (CEF)

است.

همچنین شرایط مرزی و اولیه به صورت معادلات (10-12) خواهد بود:

$$x = -\frac{L}{2}; \quad u = U; \quad v = 0; \quad c = c_1$$

$$x = \frac{L}{2}; \quad u = U; \quad v = 0; \quad c = 0 \quad (10)$$

$$(\vec{V}, c) \left(x, -\frac{W}{2}, t \right) = (\vec{V}, c) \left(x, \frac{W}{2}, t \right) \quad (11)$$

$$u(x, y, t = 0) = U; \quad v(x, y, t = 0) = 0$$

$$c(x, y, t = 0) = c_0 \quad (12)$$

برای کامل شدن معادلات حاکم، نیاز است تغییرات ویسکوزیته و زمان آرامش و β با غلظت مشخص شود. این روابط به صورت معادلات (13-15) خواهد بود:

$$\frac{\eta}{\eta_{10}} = \left[1 + \left(\frac{\zeta V}{b} \right)^2 \right]^{c_0^{(n-1)/2}} e^{R(1-\frac{c}{c_0})} \quad (13)$$

$$\lambda = (\lambda_{10})^{c_0} \left[1 + \left(\frac{\zeta V}{b} \right)^2 \right]^{c_0^{(n-1)/2}} e^{R'(1-\frac{c}{c_0})} \quad (14)$$

$$\beta = \beta_1 e^{R''(1-\frac{c}{c_0})} \quad (15)$$

در معادلات (13-15)، $R = \ln(\eta_2/\eta_{10})$ ، $R' = \ln(\lambda_2)$ و $R'' = \ln(\beta_2/\beta_1)$ می‌باشند.

به منظور بی‌بعد سازی معادلات حاکم بر جریان، به ترتیب از پارامترهای D/U ، D/U^2 و U به عنوان مشخصه‌های طول، زمان و سرعت بهره خواهیم برد. نفوذپذیری محیط توسط K_0 یا همان میانگین نفوذپذیری محیط، غلظت توسط غلظت سیال جابجاکننده c_1 ، ویسکوزیته توسط ویسکوزیته سیال جابجاکننده در نرخ برش صفر η_{10} و فشار توسط پارامتر $\eta_{10}D/K_0$ بی‌بعد خواهد شد. همچنین از یک سیستم لاگرانژی برای بیان معادلات بهره خواهیم برد. بدین ترتیب که به جای تزریق جریان با سرعت U ، کل سیستم با این سرعت حرکت خواهد نمود. صورت بی‌بعد معادلات به صورت روابط (16-22) خواهد بود:

$$\nabla \cdot \vec{V}^* = 0 \quad (16)$$

$$\left(1 + Wi \frac{\partial}{\partial t^*} \right) \nabla p^* = -\frac{\eta^*}{K^*} \left(1 + (1 - \beta) Wi \frac{\partial}{\partial t^*} \right) (\vec{V}^* + i) \quad (17)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \nabla c^* = \nabla^2 c^* \quad (18)$$

$$\eta^* = [1 + (De V^*)^2]^{c^*(n-1)/2} e^{R(1-c^*)} \quad (19)$$

$$Wi = (Wi_{10})^{c^*} [1 + (De V^*)^2]^{c^*(n-1)/2} e^{R'(1-c^*)} \quad (20)$$

$$\beta = \beta_1 e^{R''(1-c^*)} \quad (21)$$

$$K^* = e^{-\frac{\gamma^*}{Pe/A}} \quad (22-الف)$$

$$K^* = e^{\cos\left(\frac{2\pi\gamma^*}{A}\right)} \quad (22-ب)$$

در معادلات (16-22)، $De = \zeta U/b$ ، $Wi = \lambda U^2/D$ ، $Pe = LU/D$ و $A = L/W$ است.

همچنین صورت بی‌بعد شرایط مرزی به صورت روابط (23-24) خواهد بود:

$$x^* = -\frac{Pe}{2} - t^*; \quad u^* = 1; \quad v^* = 0; \quad c^* = 1$$

$$x^* = \frac{Pe}{2} - t^*; \quad u^* = 1; \quad v^* = 0; \quad c^* = 0 \quad (23)$$

$$(u^*, v^*, c^*) \left(x^*, -Pe/(2A), t^* \right) = (u^*, v^*, c^*) \left(x^*, Pe/(2A), t^* \right) \quad (24)$$

در ادامه جهت سهولت کار بالانویس ستاره از پارامترهای بی‌بعد حذف

$$K(y) = K_0 e^{-\alpha \frac{y}{W}} \quad (1)$$

در حالت دوم، نفوذپذیری محیط به صورتی در نظر گرفته می‌شود که در جهت y ابتدا افزایش داشته و سپس در مرکز محیط به حداکثر مقدار خود رسیده و مجدداً کاهش یابد. نفوذپذیری در این حالت به صورت معادله (2) در نظر گرفته می‌شود:

$$K(y) = K_0 e^{\alpha \cos\left(\frac{2\pi y}{W}\right)} \quad (2)$$

در معادلات (1 و 2)، K_0 میانگین نفوذپذیری محیط و α ضریبی مثبت است که درجه ناهمگنی محیط را نشان می‌دهد. هرچه این ضریب بزرگتر باشد تغییرات نفوذپذیری محیط شدیدتر است.

3- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جابجایی دو بعدی سیالات تراکم‌ناپذیر شامل قانون بقای جرم، معادله مومنتم به صورت قانون دارسی اصلاح شده و معادله نفوذ-جابجایی برای غلظت به صورت روابط (3-5) می‌باشد:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3)$$

$$\left(1 + \lambda \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla p = -\frac{\eta}{K} \left(1 + \theta \frac{\partial}{\partial t} \right) \vec{V} \quad (4)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla c = \nabla \cdot D \nabla c \quad (5)$$

در معادلات (3-5)، \vec{V} بردار سرعت، p فشار، η ویسکوزیته، K تانسور نفوذپذیری محیط، D پراکنندگی محیط جابجایی و c غلظت می‌باشد. همانگونه که اشاره شد، معادله (4) قانون دارسی اصلاح شده می‌باشد. در مطالعه حاضر سیال جابجاکننده سیال ویسکوالاستیک با معادله ساختاری وایت-مرتزنر می‌باشد. بنابراین با استفاده از آنالوژی، قانون دارسی بر این اساس اصلاح شده است [18]. معادله ساختاری وایت-مرتزنر توسط رابطه (6) توصیف می‌شود [19]:

$$\vec{\tau} + \lambda \vec{\tau}_{(1)} = \eta (\dot{\gamma}_{(1)} + \theta \dot{\gamma}_{(2)}) \quad (6)$$

در رابطه (6)، λ و θ به ترتیب نشان‌دهنده زمان آرامش و زمان تأخیر مدل وایت-مرتزنر می‌باشد که وابسته به نرخ برش هستند. $\vec{\tau}$ تانسور تنش و $\vec{\tau}_{(1)}$ مشتق زمانی پادمیسته تنش و $\dot{\gamma}_{(1)}$ و $\dot{\gamma}_{(2)}$ مشتق‌های زمانی پادمیسته نرخ برش می‌باشند. همچنین در این مدت η به عنوان ویسکوزیته کل محلول پلیمری (سیال ویسکوالاستیک) به صورت مجموع سهم ویسکوزیته پلیمری (η_p) و سهم ویسکوزیته حلال (η_s) در نظر گرفته می‌شود و λ و θ توسط رابطه (7) با هم ارتباط دارند.

$$\theta = (1 - \beta)\lambda \quad (7)$$

در معادله (6)، $\beta = \eta_p/\eta$ می‌باشد.

به منظور نشان‌دادن وابستگی ویسکوزیته کل و زمان آرامش به نرخ برش از مدل کاربو-یاسودا استفاده خواهد شد. این مدل به خوبی قادر به توصیف رفتار باریک‌شوندگی سیال ویسکوالاستیک می‌باشد. روابط (8 و 9) توصیف کننده ویسکوزیته و زمان آرامش خواهند بود:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = [1 + (\zeta \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2} \quad (8)$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = [1 + (\zeta \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2} \quad (9)$$

در معادلات (8 و 9)، η_0 و λ_0 به ترتیب نشان‌دهنده ویسکوزیته و زمان آرامش در نرخ برش صفر می‌باشند. ζ ثابت زمانی مدل کاربو، n شاخص توانی و $\dot{\gamma}$ نرخ برش تممیم یافته می‌باشند. برش اصلی در سلول هل-شاو در جهت عمود بر صفحه رخ می‌دهد. میانگین برش را به صورت $\dot{\gamma} = V/b$ در نظر می‌گیریم که V بزرگی سرعت و b فاصله دو صفحه در سلول هل-شاو

$$H(g(x, y)) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_x \sum_y g(x, y) \cos\left(\frac{2\pi x k_x}{N_x} + \frac{2\pi y k_y}{N_y}\right) \quad (33)$$

در این معادله N_x و N_y به ترتیب نشان‌دهنده تعداد گره‌های محاسباتی در جهت x و y است. همچنین k_x و k_y اعداد موج در جهت x و y می‌باشند. CAS نیز به صورت مجموع کسینوس و سینوس تعریف می‌شود. برای استفاده از تبدیل هارتلی نیاز به شرایط مرزی متناوب می‌باشد. با توجه به معادلات (23 و 24)، غلظت در جهت x متناوب نیست. بنابراین بر اساس روش پیشنهادی منیکام و هومسی [21] تابع غلظت به دو بخش اغتشاشی $(\bar{c}(x, y, t))$ و حالت پایه $(\bar{c}(x, t))$ تقسیم می‌شود. حالت پایه به صورت معادله (34) در نظر گرفته خواهد شد:

$$\bar{c}(x, t) = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(x/\sqrt{4t})] \quad (34)$$

بنابراین در روند شبیه‌سازی به جای استفاده از غلظت کل، فقط جمله اغتشاشی غلظت محاسبه می‌شود. همچنین شرایط اولیه غلظت به صورت معادله (35) تعریف می‌شود.

$$c(x, y, t = t_0) = \bar{c}(x, t_0) + \delta \cdot \text{rand}(y) \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right) \quad (35)$$

در معادله (35)، δ ضریبی است که شدت مقادیر تصادفی را مشخص می‌نماید و معمولاً از مرتبه 0.01 انتخاب می‌شود. $\text{rand}(y)$ مجموعه‌ای از اعداد تصادفی است که بین 1 و -1 انتخاب می‌شود و σ پارامتری است که شدت نفوذ پراکندگی‌ها را از مرز جلویی نشان می‌دهد. پیشرفت زمانی در مسئله با استفاده از روش حدس-اصلاح آدامز بشفورس صورت می‌گیرد.

5- نتایج

در این بخش به ارائه نتایج حاصل از شبیه‌سازی می‌پردازیم. در تمام شبیه‌سازی‌ها $Pe = 1000$ ، $A = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $Wi_{10} = 2$ در نظر گرفته شده است. مگر اینکه خلاف آن ذکر شود. همچنین حالتی که نفوذپذیری محیط توسط معادله (22-الف) توصیف می‌شود به عنوان محیط با ناهمگنی کاهشی و حالتی که معادله (22-ب) توصیف کننده ناهمگنی محیط است به صورت محیط با ناهمگنی سهموی نامگذاری شده است.

پیش از پرداختن به نتایج حاصل از شبیه‌سازی در محیط ناهمگن، ابتدا به مقایسه نتایج حاصل از این شبیه‌سازی و نتایج ارائه شده توسط شکرى و همکاران [16] خواهیم پرداخت. در این مطالعه به شبیه‌سازی جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدرود-بی در محیط همگن پرداخته شده است. با قرار دادن شاخص توانی n برابر یک، ویسکوزیته و زمان آرامش سیال ویسکوالاستیک ثابت خواهد شد و با نرخ برش تغییر نخواهد نمود.

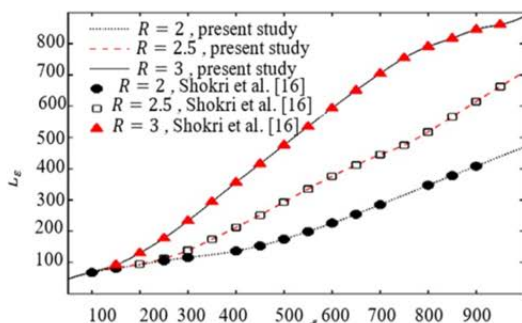


Fig. 2 Verification of simulation results

شکل 2 اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی

خواهد شد.

4- روش عددی

در ادامه به منظور حل ساده‌تر معادلات به صورت تابع جریان-ورتیسیتیه نوشته خواهد شد. با این تبدیل، معادله پیوستگی خود به خود برقرار خواهد بود و معادله نفوذ-جابجایی به صورت معادله (25) درخواهد آمد:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = \nabla^2 c \quad (25)$$

همچنین، از معادله (17) کرل گرفته و در نهایت به صورت معادله (26) در خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \omega + (1 - \beta)Wi \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \frac{K}{\eta} \left(\frac{\partial Wi}{\partial y} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial Wi}{\partial x} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} \right) \\ &+ \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial t} \frac{\partial \eta (1 - \beta) Wi}{\eta \partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial t} \frac{\partial \eta (1 - \beta) Wi}{\eta \partial x} \\ &- \frac{d \ln(K)}{dy} \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) + (1 - \beta) Wi \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial t} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

همچنین:

$$\frac{\partial Wi}{\partial y} = \left(-R' + \ln(Wi_{10}) + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) \right) Wi \frac{\partial c}{\partial y} + \left(c \frac{n-1}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} \right) Wi \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) \quad (27)$$

$$\frac{\partial Wi}{\partial x} = \left(-R' + \ln(Wi_{10}) + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) \right) Wi \frac{\partial c}{\partial x} + \left(c \frac{n-1}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} \right) Wi \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \quad (28)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \left(-R + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) \right) \frac{\partial c}{\partial x} + \left(\frac{c(n-1)}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} \right) \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \quad (29)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \left(-R + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) \right) \frac{\partial c}{\partial y} + \left(\frac{c(n-1)}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} \right) \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta (1 - \beta) Wi}{\eta \partial y} &= \left((-R + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) - R' \right. \\ &\quad \left. + \ln(Wi_{10})) \right) \\ &+ \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) Wi (1 - \beta) + R'' Wi \beta \frac{\partial c}{\partial y} \\ &+ 2 \frac{c(n-1)}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} Wi (1 - \beta) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} &\beta \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) \\ \frac{\partial \eta (1 - \beta) Wi}{\eta \partial x} &= \left((-R + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) - R' \right. \\ &\quad \left. + \ln(Wi_{10})) \right) \\ &+ \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) Wi (1 - \beta) + R'' Wi \beta \frac{\partial c}{\partial x} \\ &+ 2 \frac{c(n-1)}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} Wi (1 - \beta) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\beta \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)$$

در این مطالعه، جهت شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی از روش طیفی و تبدیلات هارتلی [20] بهره خواهیم برد. این روش در میان روش‌های عددی مورد استفاده در مکانیک سیالات از دقت بالایی برخوردار است و به کمک آن معادلات مشتقات جزئی به معادلات معادلات دیفرانسیلی معمولی تبدیل خواهند شد. تبدیل دوبعدی هارتلی برای یک تابع دلخواه به صورت رابطه (33) خواهد بود:

و به مرور زمان در آن ادغام مى‌شود. مى‌توان ملاحظه نمود در $\alpha = 0.1$ نوک انگشتى خم‌شده در انگشتى مجاور گسترش يافته است ولى در $\alpha = 0.8$ همچنان بين دو انگشتى فاصله وجود دارد. آخرين فريم در شكل 3 نشان‌دهنده كانتور غلظت در لحظه‌اى است كه جبهه غلظت به بزرگى $c^* = 0.01$ به انتهاي ناحيه محاسباتى خواهد رسيد. اين زمان، زمان دستيابى ناميده مى‌شود. همان‌گونه كه ملاحظه مى‌شود زمان دستيابى براى مقدار بزرگتر درجه ناهمگنى بيشتراست. بنابرين مى‌توان نتيجه گرفت با افزايش درجه ناهمگنى از شدت ناپايدارى كاسته مى‌شود.

تأثير درجه ناهمگنى اين نوع محيط روى طول اختلاط دو سيال در شكل 5 نمايش داده شده‌است. در اين شكل نسبت تحرك برابر $n = 0.8, 2.5$ و $De = 0.5$ در نظر گرفته شده است. با گذر زمان طول اختلاط دو سيال افزايش خواهد يافت. مشاهده مى‌شود كه در زمان‌هاى آغازى درجه ناهمگنى محيط تأثير محسوسى بر طول اختلاط نخواهد داشت. اين در حاليست كه در زمان‌هاى بالاتر، افزايش درجه ناهمگنى موجب كاهش طول اختلاط خواهد شد. با توجه به شكل 4 و بررسى كانتورهاي غلظت در اين نوع ناهمگنى، در زمان‌هاى آغازى ساختار انگشتى‌ها چندان تحت تأثير محيط قرار ندارند، بنابرين طول اختلاط چندان تغيير نخواهد نمود. با پيشروى زمانى، مشاهده مى‌شود كه با افزايش درجه ناهمگنى مكانيزم‌هاى همچون به‌هم پيوستگى به تأخير مى‌افتد. اين مكانيزم موجب تقويت انگشتى پوشش داده شده خواهد شد و موجب مى‌شود سريعتر رشد نمايد. در نتيجه به تأخير افتادن آن، كاهش طول اختلاط را به دنبال خواهد داشت.

منحنى‌هاى طول اختلاط براى مقادير مختلف شاخص توانى سيال وايت-متزرن جابجاكننده در شكل 6 نمايش داده شده است. با افزايش پارامتر n ، خاصيت باريك‌شوندگى سيال جابجاكننده كاهش مى‌يابد. در نتيجه ويسكوزيته و عدد وايزنبرگ سيال جابجاكننده افزايش خواهد يافت. اختلاف ويسكوزيته دو سيال شركت‌كننده در جابجايى، عامل اصلى ايجاد اين نوع ناپايدارىست. در نتيجه با افزايش ويسكوزيته سيال جابجاكننده اين اختلاف كاهش خواهد يافت و از شدت ناپايدارى كاسته خواهد شد. از طرفى خاصيت الاستيك سيال ويسكوالاستيك منجر به كنترل اين نوع ناپايدارى خواهد شد [16]. بنابرين با افزايش عدد وايزنبرگ سيال جابجاكننده كه به معنای افزايش خاصيت الاستيك اين نوع سيال است، جريان پايدارتر خواهد شد. در نتيجه همانطور كه انتظار مى‌رود طول اختلاط كاهش خواهد يافت.

شكل 7 نشان‌دهنده طول اختلاط در مقادير مختلف پارامتر De سيال جابجا كننده مى‌باشد. افزايش اين پارامتر، كاهش ويسكوزيته و عدد وايزنبرگ سيال جابجاكننده را در پى دارد. در نتيجه مشاهده مى‌شود كه با افزايش اين پارامتر طول اختلاط دو سيال افزايش خواهد يافت. تأثير نسبت تحرك دو سيال شركت‌كننده در جابجايى در شكل 8 نمايش داده شده است. اختلاف ويسكوزيته بين دو سيال به عنوان عامل اصلى ناپايدارى انگشتى محسوب مى‌شود. در نتيجه طبيعى است كه با افزايش اين اختلاف ناپايدارى شدت بيشتري خواهد داشت. بنابرين مشاهده مى‌شود با افزايش پارامتر R طول اختلاط دو سيال افزايش مى‌يابد.

همان‌گونه كه اشاره شد از جمله فرآيندهاى مهم كه در آن ناپايدارى انگشتى نقش قابل توجهى ايفا مى‌نمايد، فرآيند بازيايى نفت مى‌باشد. در اين فرآيند هدف اصلى، استخراج سيال جابجايشونده (نفت) به كمك سيال جابجاكننده (محلول پليمرى) است. ناپايدارى انگشتى تأثيرى منفى بر اين فرآيند خواهد گذاشت و موجب كاهش بهره‌ورى مى‌گردد. بازده جاروبى

بنابرين معادله ساختارى وايت-متزرن، معادل اولدرويد-بى خواهد شد. شكل 2 نشان‌دهنده تغييرات طول اختلاط نسبت به زمان براى مقادير مختلف نسبت تحرك است. در اين شبيهه‌سازى عدد وايزنبرگ سيال جابجاكننده برابر $Wi_{10} = 1.5$ در نظر گرفته شده است. قابل ذكر است كه طول اختلاط نشان‌دهنده طول ناحيه پيشروى سيال جابجاكننده در سيال جابجايشونده يا به عبارت ساده‌تر ناحيه مخلوط شدن دو سيال درگير در فرآيند جابجايى است. در اين مطالعه همانند زيمرمن و هومسى [3] اين پارامتر به صورت فاصله‌اى كه در آن ميانگين غلظت عرضى از مقدار 0.01 تا 0.99 تغيير مى‌نمايد اندازه‌گيرى مى‌شود. همان‌گونه كه مشاهده مى‌شود نتايج از تطابق مناسبى برخوردارند.

5-1- حالت اول: محيط با ناهمگنى كاهشى

در اين بخش تغييرات ناهمگنى محيط در مقطع عرضى به صورت كاهشى در نظر گرفته خواهد شد. روند تغييرات نفوذپذيرى در يك مقطع عرضى از اين نوع محيط براى درجات ناهمگنى متفاوت را مى‌توان در شكل 3 مشاهده نمود. نفوذپذيرى محيط در هر مقطع به صورت نمايى از يك مقدار حداكثر به حداقل كاهش مى‌يابد. مى‌توان ملاحظه نمود هرچه درجه ناهمگنى محيط افزايش مى‌يابد تغييرات نفوذپذيرى در مقطع عرضى شدت بيشتري خواهد داشت.

شكل 4 نشان‌دهنده كانتورهاي غلظت در جابجايى سيال نيوتنى توسط سيال ويسكوالاستيك وايت-متزرن با $n = 0.8$ و $De = 0.5$ در نسبت تحرك $R = 2.5$ و در محيط‌هاى با درجات ناهمگنى $\alpha = 0.1$ و $\alpha = 0.8$ مى‌باشد. ناپايدارى با اعمال يك اغتشاش تصادفى در سطح تماس دو سيال آغاز مى‌گردد و با پيشروى زمانى، انگشتى‌ها شكل خواهند گرفت. در فريم‌هاى ابتدايى تعداد انگشتى‌ها زياد و البته بسيار باريك هستند. با گذر زمان تعاملات بين انگشتى‌ها موجب كاهش و تغيير فرم آنها خواهد شد. با مقايسه كانتورهاي غلظت براى دو مقدار درجه ناهمگنى نشان‌دهنده شده در شكل 3 مى‌توان ملاحظه نمود كه در زمان‌هاى آغازى تفاوت محسوسى در اثر تغيير درجه ناهمگنى در كانتورهاي غلظت مشاهده نخواهد شد. اما با دقت در فريم‌هاى پايانى مى‌توان ملاحظه نمود كه بيشتري شدن درجه ناهمگنى مى‌تواند وقوع مكانيزم‌هاى تعاملات انگشتى‌ها را به تأخير بياندازد يا به‌عبارتى موجب كاهش نرخ رشد انگشتى‌ها خواهد شد. براى نشان‌دادن بهتر اين موضوع مكانيزم به‌هم‌پيوستگى در زمان $t^* = 500$ با دايره نشان‌دهنده شده است. در اين مكانيزم نوک انگشتى به سمت بدنه انگشتى مجاور خم شده

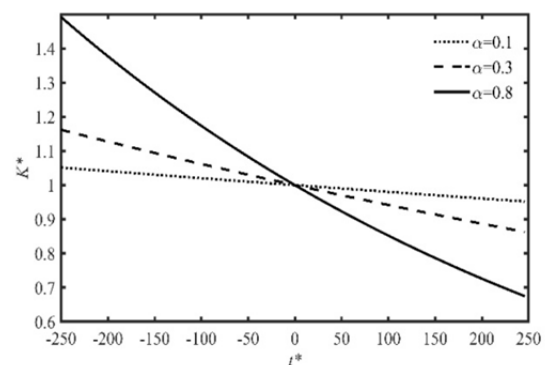


Fig. 3 The permeability variation in the medium with decreasing heterogeneity

شكل 3 تغييرات نفوذپذيرى در محيط با ناهمگنى كاهشى

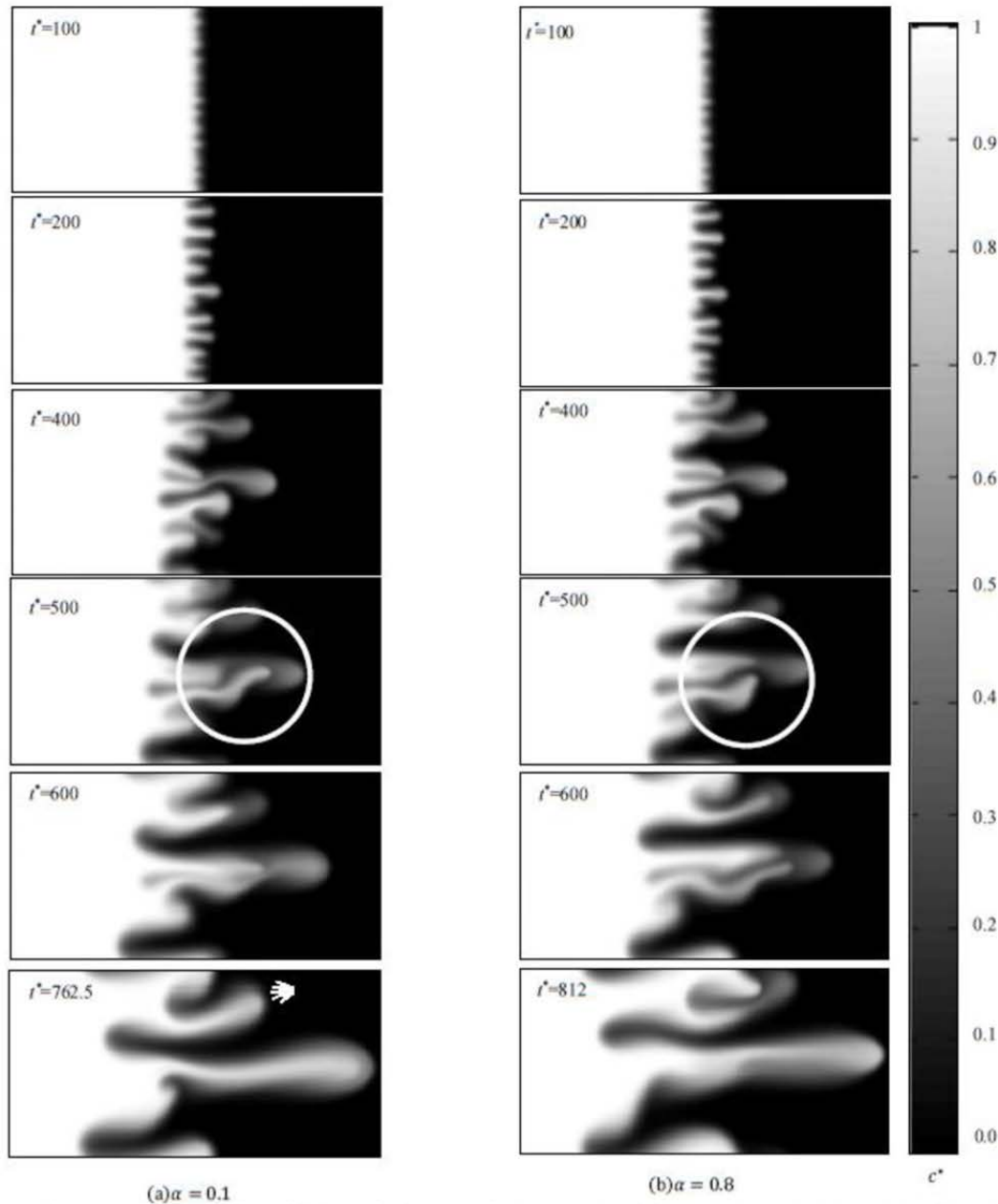


Fig. 4 Concentration contours in the medium with decreasing heterogeneity (a) $\alpha = 0.1$ and (b) $\alpha = 0.8$ ($n = 0.8, De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 4 کانتورهای غلظت در محیط با ناهمگنی کاهشی (a) $\alpha = 0.1$ و (b) $\alpha = 0.8$ ($n = 0.8, De = 0.5, R = 2.5$)

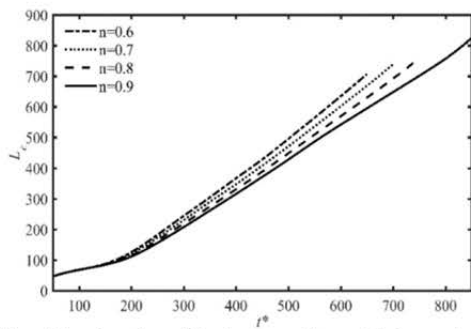


Fig. 6 The mixing length profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of n ($\alpha = 0.5, De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 6 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف n ($R = 2.5$ و $De = 0.5, \alpha = 0.5$)

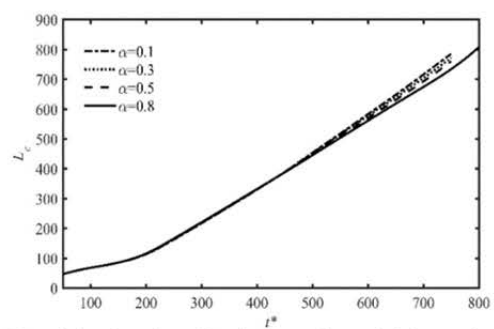


Fig. 5 The mixing length profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of α ($n = 0.8, De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 5 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف α ($R = 2.5$ و $De = 0.5, n = 0.8$)

چاروبی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت متزنر با شاخص توانی $n = 0.8$ و $De = 0.5$ برای مقادیر مختلف α در شکل 9 نمایش داده شده است. این پارامتر در ابتدا نزدیک 1 است. زیرا هنوز انگشتی‌ها شکل نگرفته و سطح تماس دو سیال تقریباً صاف می‌باشد. با شکل‌گیری انگشتی‌ها از مقدار بازده چاروبی کاسته خواهد شد. مشاهده می‌شود که در مقادیر بالاتر درجه

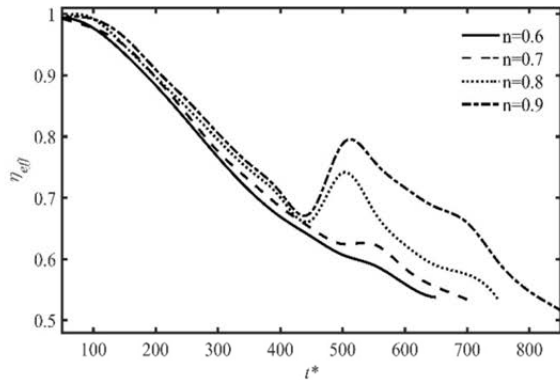


Fig. 10 The sweep efficiency profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of n ($\alpha = 0.5$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 10 منحنی‌های بازده چاروبی در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف n ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $\alpha = 0.5$)

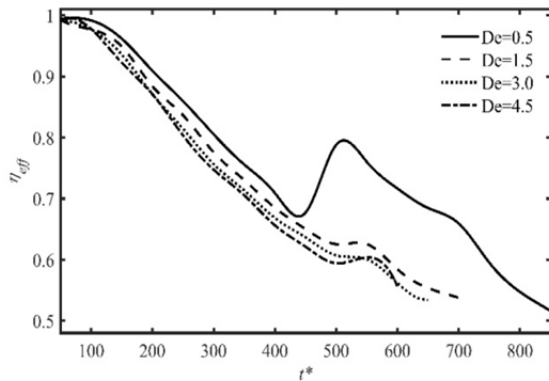


Fig. 11 The sweep efficiency profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of De ($\alpha = 0.5$, $n = 0.9$ and $R = 2.5$)

شکل 11 منحنی‌های بازده چاروبی در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف De ($R = 2.5$ و $n = 0.9$, $\alpha = 0.5$)

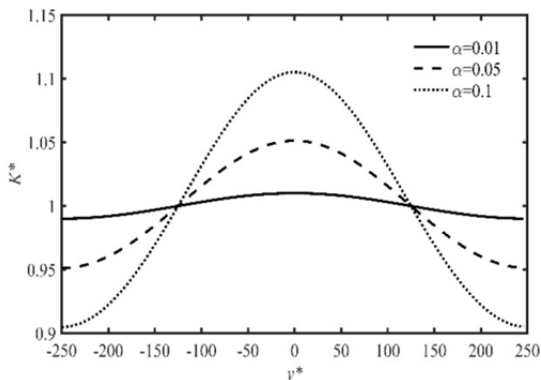


Fig. 12 The permeability variation in the medium with parabolic heterogeneity

شکل 12 تغییرات نفوذپذیری در محیط با ناهمگنی سهموی

پارامتریست که به کمک آن می‌توان میزان توانایی سیال جابجاکننده در جابجایی سیال جابجاشونده را سنجید. در این مطالعه از روش ارائه شده توسط قسمت و عزیز [22] برای محاسبه بازده چاروبی استفاده شده است. به این صورت که تعداد گره‌هایی که غلظت آن‌ها مساوی یا بزرگتر از 0.5 است بر تعداد کل گره‌های موجود در این محیط محاسباتی تقسیم می‌شوند. بازده

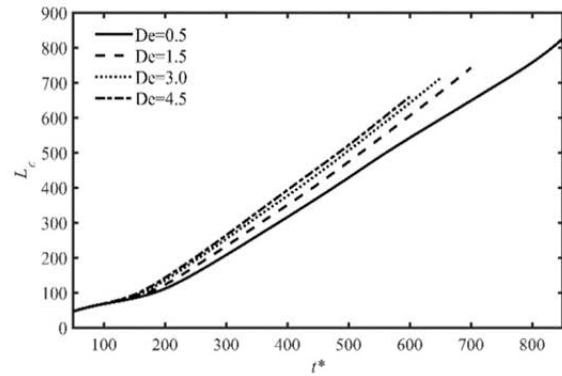


Fig. 7 The mixing length profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of De ($\alpha = 0.5$, $n = 0.9$ and $R = 2.5$)

شکل 7 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف De ($R = 2.5$ و $n = 0.9$, $\alpha = 0.5$)

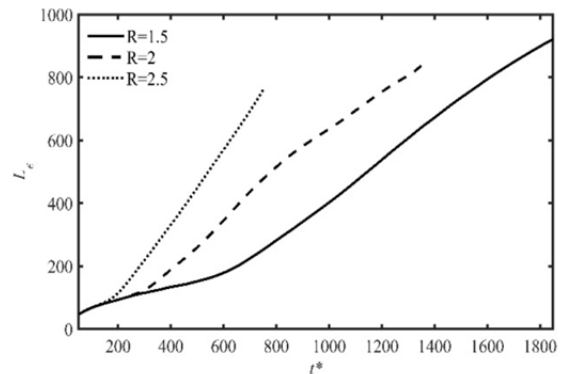


Fig. 8 The mixing length profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of R ($\alpha = 0.5$, $n = 0.8$ and $De = 0.5$)

شکل 8 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف R ($De = 0.5$ و $n = 0.8$, $\alpha = 0.5$)

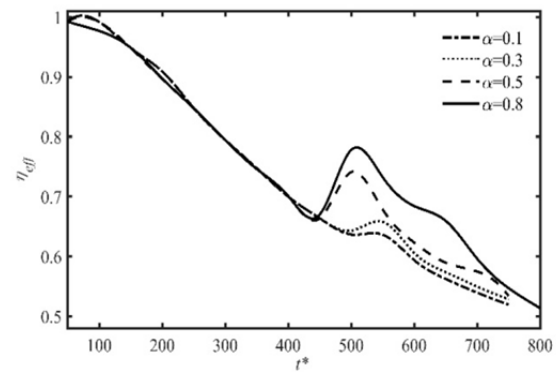


Fig. 9 The sweep efficiency profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of α ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 9 منحنی‌های بازده چاروبی در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف α ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $n = 0.8$)

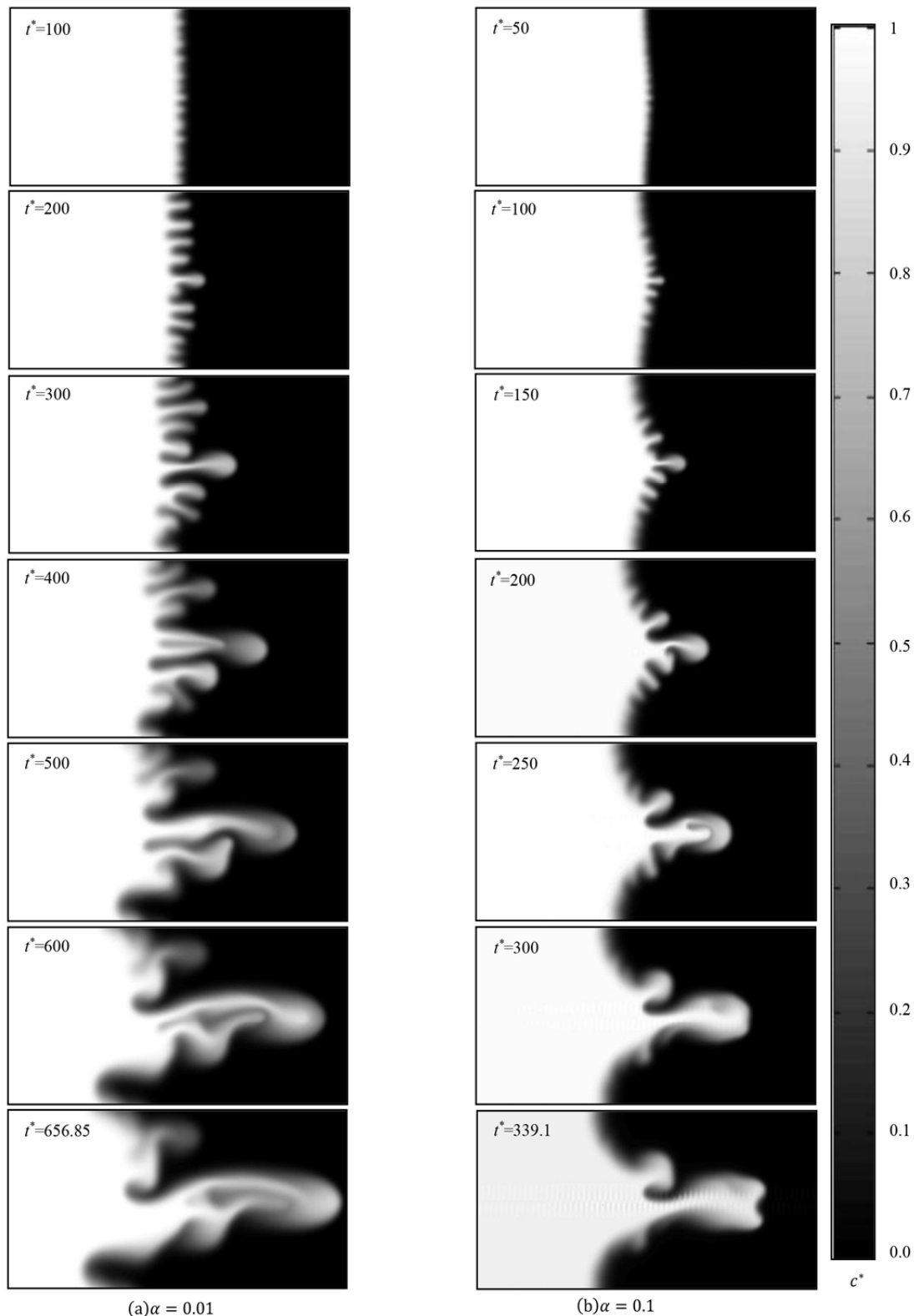


Fig. 13 Concentration contours in the medium with parabolic heterogeneity (a) $\alpha = 0.01$ and (b) $\alpha = 0.1$ ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)
 شکل 13 کانتورهای غلظت در محیط با ناهمگنی سهموی (a) $\alpha = 0.01$ و (b) $\alpha = 0.1$ ($n = 0.8$, $De = 0.5$ و $R = 2.5$)

به ترتیب در شکل‌های 10 و 11 نمایش داده شده است. همانگونه که انتظار می‌رود با افزایش n و کاهش De ، بازده جاروبی افزایش خواهد یافت. در واقع همانگونه که اشاره شد با افزایش n و کاهش De ، خاصیت

ناهمگنی این نوع محیط، بازده جاروبی افزایش خواهد یافت. تغییرات بازده جاروبی در محیطی با ناهمگنی کاهش $\alpha = 0.5$ برای مقادیر مختلف شاخص توانی (n) و عدد دورای سیال جابجاکننده (De)

نفوذپذيرى مشاهده مى‌شود. سپس در ميانه مقطع نفوذپذيرى به حداكثر مقدار خود رسيده و در ادامه روندى كاهشى خواهد داشت. نتايج با كمك روش طيفى و تبديلات هارتلى به صورت كانتورهاي غلظت، منحنى‌هاى طول اختلاط و بازده جاروبى ارائه شده است. نتايج نشان مى‌دهد در حالت اول يعنى محيط با ناهمگنى كاهشى ساختار انگشتى‌ها آنچنان تحت تاثير درجه ناهمگنى محيط قرار ندارد. با افزايش درجه ناهمگنى طول اختلاط در زمان‌هاى بالا اندكى كاهش مى‌يابد. تاثير درجه ناهمگنى در اين نوع محيط بر روى بازده جاروبى محسوس‌تر بوده و مى‌توان افزايش بازده در نتيجه افزايش درجه ناهمگنى را مشاهده نمود. در حالت دوم يعنى محيط با درجه ناهمگنى سهموى ساختار انگشتى‌ها با شدت بيشترى تحت تاثير درجه ناهمگنى قرار دارد. با افزايش درجه ناهمگنى تمايل انگشتى‌ها براى حركت در ميانه مقطع يعنى منطقه با نفوذپذيرى بالاتر افزايش مى‌يابد و انگشتى‌هاى ميانى نرخ رشد بيشترى داشته و سطح تماس دو سيال حالت سهموى به خود مى‌گيرد. مشاهده مى‌شود كه با افزايش درجه ناهمگنى طول اختلاط افزايش و بازده جاروبى كاهش خواهد يافت. همچنين مشاهده مى‌شود در هر دو حالت با افزايش خاصيت باريك‌شوندگى سيال ويسكوالاستيك جابجاكننده يعنى كاهش شاخص توانى n و افزايش عدد دבורا De ، ناپايدارى شدت گرفته و افزايش طول اختلاط و كاهش بازده جاروبى در فرايند جابجايى مشاهده

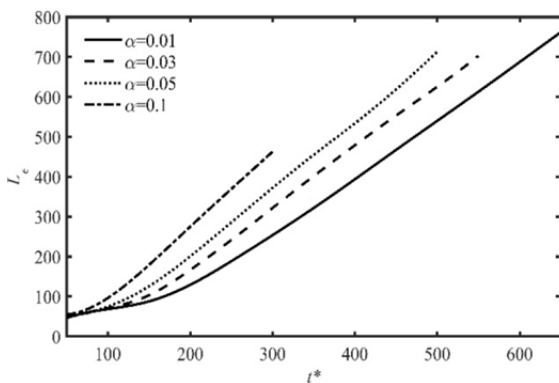


Fig. 14 The mixing length profiles in the medium with parabolic heterogeneity for different values of α ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 14 منحنى‌هاى طول اختلاط در محيط با ناهمگنى سهموى در مقادير مختلف α ($R = 2.5$ و $De = 0.5$ $n = 0.8$)

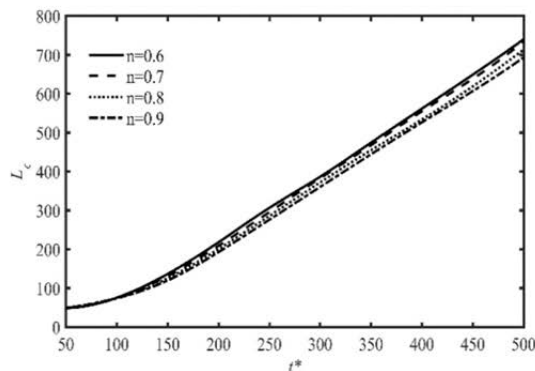


Fig. 15 The mixing length profiles in the medium with parabolic heterogeneity for different values of n ($\alpha = 0.05$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 15 منحنى‌هاى طول اختلاط در محيط با ناهمگنى سهموى در مقادير مختلف n ($R = 2.5$ و $De = 0.5$ $\alpha = 0.05$)

باريك‌شوندگى سيال ويسكوالاستيك كاهش يافته و از شدت ناپايدارى كاسته خواهد شد.

5-2- حالت دوم: محيط با ناهمگنى سهموى

تغييرات نفوذپذيرى در يك مقطع عرضى از يك محيط با ناهمگنى سهموى در شكل 12 نمايش داده شده است. مشاهده مى‌شود كه نفوذپذيرى در يك مقطع عرضى از اين نوع محيط ابتدا روندى افزايشى داشته و در ميانه مقطع به حدكثر مقدار خود مى‌رسد و سپس كاهش مى‌يابد. كانتورهاي غلظت در جابجايى سيال نيوتنى توسط سيال وايت-متزنر با $n = 0.8$ ، $De = 0.5$ و $R = 2.5$ در دو شدت ناهمگنى متفاوت $\alpha = 0.01$ و $\alpha = 0.1$ در شكل 13 نمايش داده شده است. همانگونه كه مشاهده مى‌شود در α كوچك ($\alpha = 0.01$) كانتورهاي غلظت رفتارى مشابه حالت اول خواهد داشت اما با افزايش α به مقدار 0.1 رشد انگشتى‌ها در ميانه مقطع بالاتر خواهد بود. تمايل انگشتى‌ها براى حركت در منطقه با نفوذپذيرى بالاتر موجب مى‌شود جبهه غلظت به صورت سهمى شكل پيشروى نمايد. در اين حالت نرخ رشد انگشتى‌ها بيشتر از حالت قبل خواهد بود و جبهه غلظت با $c^* = 0.01$ در زمان كمترى به پايان ناحيه‌ى محاسباتى مى‌رسد.

طول اختلاط در مقادير مختلف درجه ناهمگنى براى جريان با $R = 2.5$ و $De = 0.5$ ، $n = 0.8$ در شكل 14 نمايش داده شده است. مشاهده مى‌شود كه با افزايش درجه ناهمگنى طول انگشتى‌ها افزايش مى‌يابد و زمان دستيابى كاهش خواهد يافت. در واقع با افزايش درجه ناهمگنى تمايل انگشتى‌ها به حركت در ميانه مسير بيشتر شده و در نتيجه به نوعى انگشتى‌هاى ميانى توسط انگشتى‌هاى اطراف پوشش داده خواهند شد. بنا بر اين سريعتر رشد نموده و به پايان مسير مى‌رسند. با مقايسه منحنى‌هاى اختلاط در دو حالت مى‌توان مشاهده نمود كه در ناهمگنى سهموى تاثير درجه ناهمگنى بيشتر از حالت اول يعنى محيط با ناهمگنى كاهشى خواهد بود.

منحنى طول اختلاط براى مقادير مختلف شاخص توانى سيال جابجاكننده در محيط با درجه ناهمگنى سهموى $\alpha = 0.05$ در شكل 15 نمايش داده شده است. مى‌توان ملاحظه نمود كه با افزايش شاخص توانى و كم شدن خاصيت باريك‌شوندگى سيال جابجا كننده طول اختلاط كاهش خواهد يافت. مشاهده مى‌شود در اين حالت تاثير شاخص توانى كم‌تر از حالت قبل است.

تغييرات بازده جاروبى در مقادير مختلف درجه ناهمگنى α و شاخص توانى n به ترتيب در شكل‌هاى 16 و 17 نمايش داده شده است. نتايج بازده جاروبى تاثير كنده نتايج پيشين است و با كاهش درجه ناهمگنى و افزايش شاخص توانى جريان پايدارتر شده و بازده جاروبى افزايش مى‌يابد.

6- نتيجه گيرى

در اين پژوهش به شبيه‌سازى ناپايدارى انگشتى در جابجايى سيال نيوتنى توسط سيال ويسكوالاستيك وايت-متزنر در محيط ناهمگن پرداخته شده است. در معادله ساختارى وايت-متزنر خواص سيال ويسكوالاستيك همچون ويسكوزيته و زمان رهاى از تنش تابع نرخ برش مى‌باشد. به منظور نشان دادن اين وابستگى از مدل كاربري استفاده شده است. در اين مطالعه دو نوع ناهمگنى متفاوت مورد بررسى قرار گرفته است: ناهمگنى كاهشى و ناهمگنى سهموى. در ناهمگنى كاهشى، نفوذپذيرى در جهت عرضى به صورت نمايى كاهش مى‌يابد و در ناهمگنى سهموى، در هر مقطع عرضى ابتدا افزايش

عدد پکلت	Pe
لگاریتم نسبت ویسکوزیته‌ها	R
زمان (s)	t
سرعت در جهت محور X (ms ⁻¹)	u
سرعت در جهت محور Y (ms ⁻¹)	va
عرض سلول هل-شاو (m)	W
عدد وایزنبرگ	Wi

علامه یونانی

درجه ناهمگنی محیط	α
نرخ برش تعمیم یافته (s ⁻¹)	$\dot{\gamma}$
ثابت زمانی مدل کارپو (s)	ζ
لزجت دینامیکی (kgm ⁻¹ s ⁻¹)	η
بازده جاروبی	η_{eff}
ثابت زمانی تأخیر (s)	θ
ثابت زمانی رهایی از تنش یا آرامش (s)	λ
چگالی (kgm ⁻³)	ρ
تابع جریان (m ² s ⁻¹)	ψ
ورتیسیته (s ⁻¹)	ω

زیر نویس‌ها

سیال جابجاکننده	1
سیال جابجاشونده	2
پارامتر در نرخ برش صفر	0

8- مراجع

- [1] S. Hill, Channeling in packed columns, *Chemical Engineering Science*, Vol. 1, No. 6, pp. 247-253, 1952.
- [2] C. Tan, G. Homsy, Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement, *Physics of Fluids*, Vol. 31, No. 6, pp. 1330-1338, 1988.
- [3] W. Zimmerman, G. Homsy, Nonlinear viscous fingering in miscible displacement with anisotropic dispersion, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 3, No. 8, pp. 1859-1872, 1991.
- [4] C. T. Tan, G. Homsy, Viscous fingering with permeability heterogeneity, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 4, No. 6, pp. 1099-1101, 1992.
- [5] A. De Wit, G. Homsy, Viscous fingering in periodically heterogeneous porous media. I. Formulation and linear instability, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 107, No. 22, pp. 9609-9618, 1997.
- [6] A. De Wit, G. Homsy, Viscous fingering in periodically heterogeneous porous media. II. Numerical simulations, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 107, No. 22, pp. 9619-9628, 1997.
- [7] M. Sajjadi, J. Azaiez, Scaling and unified characterization of flow instabilities in layered heterogeneous porous media, *Physical Review E*, Vol. 88, No. 3, pp. 033017, 2013.
- [8] H. Pascal, Stability of a moving interface in porous medium for non-Newtonian displacing fluids and its applications in oil displacement mechanism, *Acta Mechanica*, Vol. 58, No. 1-2, pp. 81-91, 1986.
- [9] H. Li, B. Maini, J. Azaiez, Experimental and numerical analysis of the viscous fingering instability of shear-thinning fluids, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 84, No. 1, pp. 52-62, 2006.
- [10] M. C. Kim, C. K. Choi, Linear analysis on the stability of miscible dispersion of shear-thinning fluids in porous media, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, No. 21-22, pp. 1211-1220, 2011.
- [11] M. Nourozi, M. Shoghi, Nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in anisotropic porous media, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 415-425, 2015. (in Persian)
- [12] M. R. Shoghi, M. Norouzi, Linear stability analysis and nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in heterogeneous porous media, *Rheologica Acta*, Vol. 54, No. 11-12, pp. 973-991, 2015.
- [13] D. J. Pye, Improved secondary recovery by control of water mobility, *Journal of Petroleum Technology*, Vol. 16, No. 08, pp. 911-916, 1964.
- [14] S. Mora, M. Manna, From viscous fingering to elastic instabilities, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 173, No. 1, pp. 30-39, 2012.
- [15] M. Kayhani, H. Shokri, M. Norouzi, Nonlinear simulation a of viscoelastic fingering instability, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 47-54, 2016. (in Persian)

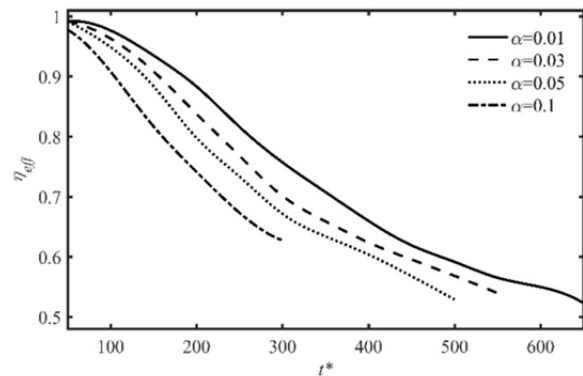


Fig. 16 The sweep efficiency profiles in the medium with parabolic heterogeneity for different values of α ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 16 منحنی‌های بازده در محیط با ناهمگنی سهموی در مقادیر مختلف α ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $n = 0.8$)

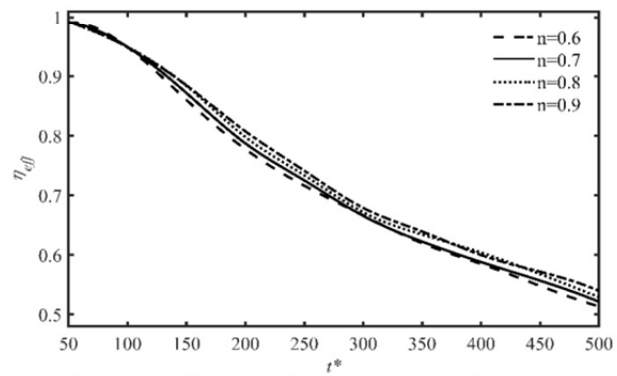


Fig. 17 The sweep efficiency profiles in the medium with parabolic heterogeneity for different values of n ($\alpha = 0.05$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 17 منحنی‌ها بازده جاروبی در محیط با ناهمگنی سهموی در مقادیر مختلف n ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $\alpha = 0.05$)

می‌شود.

در مطالعات پیشین نقش سیال ویسکوالاستیک بر روی ناپایداری انگشتی مورد بررسی قرار گرفته است. بخش عظیمی از مطالعات بر روی خاصیت باریک‌شوندگی این سیال تمرکز دارند و تعداد محدودی نیز خاصیت الاستیک سیال را مورد مطالعه قرار داده‌اند. این مطالعه نخستین تلاش به منظور در نظر گرفتن این دو خاصیت بارز سیال ویسکوالاستیک به طور توأمان می‌باشد.

7- فهرست علامه

غلظت	c
میانگین غلظت عرضی	C_{ave}
پراکندگی (m ² s ⁻¹)	D
عدد دوبرا	De
نفوذپذیری (m ²)	K
طول سلول هل-شاو (m)	L
طول اختلاط	L_E
شاخص توانی در مدل کارپو	n
فشار (kgm ⁻¹ s ⁻²)	P

- type, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 185, No. 3, pp. 675-705, 1994.
- [20] C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni, A. Thomas Jr, *Spectral methods in fluid dynamics*, pp. 31-93, Springer, 2012.
- [21] O. Manickam, G. Homsy, Stability of miscible displacements in porous media with nonmonotonic viscosity profiles, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 5, No. 6, pp. 1356-1367, 1993.
- [22] K. Ghesmat, J. Azaiez, Viscous fingering instability in porous media: effect of anisotropic velocity-dependent dispersion tensor, *Transport in Porous Media*, Vol. 73, No. 3, pp. 297-318, 2008.
- [16] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Nonlinear simulation and linear stability analysis of viscous fingering instability of viscoelastic liquids, *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 3, pp. 033101, 2017.
- [17] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Saffman-Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 135, No. 1, pp. 1-13, 2018.
- [18] Z. Zhang, C. Fu, W. Tan, Linear and nonlinear stability analyses of thermal convection for Oldroyd-B fluids in porous media heated from below, *Physics of Fluids*, Vol. 20, No. 8, pp. 084103, 2008.
- [19] A. Hakim, Mathematical analysis of viscoelastic fluids of White-Metzner