

توسعه روش هیدرودینامیک ذرات هموار برای شبیه‌سازی جریان دوفازی آب-رسوب با استفاده از مدل رئولوژیکی $\mu(I)$

پوریا امیدوار^{1*}، مهران خیرخواهان²، خسرو حسینی³

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج

2- دانشجوی دکتری، مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان

3- دانشیار، مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان

* یاسوج، صندوق پستی 75914-353، omidvar@yu.ac.ir

چکیده

مطالعه تغییرات شکل سطح بستر رسوبی ناشی از حرکت جریان آب و ردیابی حرکت ذرات رسوب به دلیل ماهیت پیچیده خود یکی از مسائل مورد علاقه محققین در علم مکانیک سیالات است. در دهه اخیر مدل‌سازی جریان سیال به کمک روش‌های لاگرانژی از جمله روش هیدرودینامیک ذرات هموار بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این مطالعه جهت انجام مدل‌سازی فروپاشی ستون دانه‌ای و شکست سد دوفازی از توسعه کد متن باز اسفیزیکس دوبعدی بهره گرفته شده است. در این مدل‌سازی‌ها رفتار فاز رسوبات توسط مدل ویسکوپلاستیک $\mu(I)$ شبیه‌سازی شده است. این مدل براساس ویژگی‌های دانه‌ها از جمله اینرسی و ضریب اصطکاک به دست آمده است. ابتدا برای بررسی عملکرد مدل ویسکوپلاستیک به کار گرفته شده در کد برای مسأله تک فاز از مدل آزمایشگاهی فروپاشی ستون دانه‌ای استفاده می‌شود که در آن میانگین گیری هارمونیک میان ویسکوزیته ذرات به کار می‌رود. مقایسه نتایج در این مرحله با مدل آزمایشگاهی بیان‌گر عملکرد مناسب مدل ویسکوپلاستیک است. در ادامه با توسعه کد به جریان دو فاز نیوتنی- غیرنیوتنی و اعمال ویسکوزیته هارمونیک برای تعامل ذرات دانه‌ای و استفاده از معادله اُون برای تعامل دو فاز مختلف، مسأله شکست سد بر بستر متحرک مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاکی از آن است که مدل به کار گرفته شده در این تحقیق دقت قابل قبولی در مقایسه با مدل آزمایشگاهی دارد و می‌تواند برای شبیه‌سازی سیستم‌های دوفازی آب-رسوب به کار گرفته شود.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 28 بهمن 1396

پذیرش: 01 اردیبهشت 1397

ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:

روش هیدرودینامیک ذرات هموار

مدل رئولوژیکی $\mu(I)$

معادله اُون

شکست سد بر بستر متحرک

Development of Smoothed Particle Hydrodynamics for simulating two-phase water-sediment flow using $\mu(I)$ rheological model

Pourya Omidvar^{*1}, Mehran Kheirkhahan², Khosrow Hosseini²

1- Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

2- Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

* P.O.B 75914-353, Yasouj, Iran, omidvar@yu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 February 2018
Accepted 21 April 2018
Available Online 11 May 2018

Keywords:

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)
method
 $\mu(I)$ rheological model
Owen's equation
dam break on movable bed

ABSTRACT

The investigations of changes in bed surface of sediment due to the fluid flow and tracing sediment motion are complex and attractive for the researchers. In the recent decade, modeling of fluid flow using the Lagrangian methods, e.g. Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), is of interest. In this study, the open-source two dimensional SPHysics2D code is used to model the two phase Newtonian and non-Newtonian flows using the $\mu(I)$ visco-plastic model, which is obtained according to particle properties including inertia and friction coefficient. First, and in order to study the visco-plastic model, the one phase code is extended to non-Newtonian and the SPH results are compared with the experimental model of the collapsing granular column, where a harmonic interpolation is used for the viscosity of particles. In this stage, the comparison of the SPH model with the experimental data shows a good agreement. Then, the numerical method is utilized for the simulation of Newtonian dam-break fluid flow over a movable bed. The proposed model treat sediments as a non-Newtonian fluid using $\mu(I)$ model, by implementing the harmonic interpolation for the viscosity coupled with the Owen's relation at the interface. Results show that the proposed model has a capability for simulating two-phase water sediment systems.

سیالات می‌باشند. چنانچه این حرکت سریع آب در اندرکنش با بستر رسوبی باشد، پیچیدگی مسأله بیشتر می‌شود. در این حالت حرکت ذرات رسوبی در داخل آب و همچنین تغییر شکل سطح بستر رسوب ناشی از

1- مقدمه

مدل‌سازی جریان‌های سریع به دلیل پیچیدگی‌های موجود که معمولاً با تشکیل موج همراه هستند یکی از مسائل مورد توجه محققین مکانیک

لغزش‌ها اشاره کرد. شفتس [7] به کمک روش اسپاچ حرکت ذرات دانه‌ای را به باری مدل رئولوژیکی کراس برای مدل‌های دوبعدی و سه‌بعدی بررسی و نتایج کار خود را با داده‌های آزمایشگاهی و خروجی‌های دی‌ای‌ام⁴ و اف‌ای‌ام⁵ مقایسه کرد. او برای سرعت بخشیدن به زمان اجرا از کد موازی استفاده کرد که در آن از واحد پردازنده گرافیکی⁶ بهره گرفته می‌شود. فو و جین [8] مدل لاگرانژی ام‌پی‌اس جدیدی را برای مدل‌سازی سیستم دوفازی آب-رسوب برای شکست سد ارائه دادند. آن‌ها برای مدل‌سازی فاز رسوب از مدل رئولوژیکی هرشل-بالکی استفاده کردند. فورتاکاس و راجرز [9] به کمک مدل‌سازی جریان دوفازی آب-رسوب با مدل موازی تراکم‌پذیر کم اسفیزیکس، اثر استفاده از پردازنده گرافیکی را در سرعت اجرای برنامه بررسی کردند. آن‌ها رفتار رسوبات را با استفاده از مدل رئولوژیکی هرشل-بالکی مدل‌سازی نمودند. خانپور و همکاران [3] جهت بررسی و مدل‌سازی آبشستگی و فلاشینگ رسوبات به وسیله جریان سریع آب از روش اسپاچ با تراکم‌پذیری کم و مدل ویسکوپلاستیک بینگهام را برای رسوب استفاده کردند. رضوی‌طوسی و همکاران [10] مدل دوبعدی اسپاچ را برای شکست سد با بستر متحرک استفاده کردند. هر دو فاز رسوب و آب به صورت سیال با تراکم‌پذیری کم با معادله حالت در نظر گرفته شد. آن‌ها در مدل خود از ترکیب ویسکوزیته مصنوعی و همچنین مدل بینگهام با مدل کراس و نیز مدل بینگهام با ویسکوزیته مصنوعی برای فاز رسوب استفاده کردند. فرزین و همکاران [11] با استفاده از روش اسپاچ تراکم‌ناپذیر به مدل‌سازی دوفازی شکست سد پرداختند. آن‌ها در این مطالعه فاز رسوب را به صورت مدل بینگهام مدل‌سازی نمودند. شکیبایی‌نیا و جین [12] شکست سد دوفازی را با ام‌پی‌اس با استفاده از ایده سیال غیرنیوتنی مدل‌سازی کردند. برای مدل‌سازی سیال غیرنیوتنی یا همان رسوبات از مدل ویسکو پلاستیک تعمیم یافته استفاده کردند. امیدوار و نیک‌اقبالی [13] در مدل‌سازی جریان سریع ناشی از شکست سد با بستر فرسایش‌پذیر در اسپاچ از مدل بینگهام برای مدل‌سازی رسوبات استفاده کردند و تغییرات سطح بستر رسوبی را نسبت به کارهای پیشین بهبود بخشیدند. آن‌ها در مقاله‌های دیگر تغییرات بستر رسوبی در اثر موج معکوس ناشی از جزر و مد دریا به داخل رودخانه را با استفاده از روش اسپاچ مورد بررسی قرار دادند [14].

چاچوت و مدال [15] با استفاده از روش اجزا محدود و مدل $\mu(I)$ جریان دانه‌ای سه بعدی را شبیه‌سازی کردند. آن‌ها برای استفاده از مدل رئولوژیکی تغییراتی را در آن ایجاد کردند. ژو و جین [16] با استفاده از روش لاگرانژی ام‌پی‌اس و مدل رئولوژیکی به کار گرفته شده توسط چاچوت و مدال [15]، شکست سد دانه‌ای دو بعدی را برای دو حالت حذف یک دیواره و نیز حذف هر دو دیواره مدل‌سازی کردند. نتایج کار آن‌ها بیانگر دقت مناسب این روش بود. خیرخواهان و حسینی [17] برای بررسی حرکت ذرات دانه‌ای به صورت تک فاز از مدل رئولوژیکی $\mu(I)$ در روش اسپاچ استفاده کردند. ایشان نشان دادند که با توجه به وجود پارامترهای فیزیکی ذرات دانه‌ای مورد استفاده در معادلات این روش، این روش دارای ویژگی منحصر به فردی است. در پژوهش حاضر از کد اسفیزیکس⁷ دوبعدی استفاده شده که این کد به زبان فرترن و به صورت متن باز در اختیار قرار دارد و توانایی مدل‌سازی جریان برای سیالات نیوتنی را دارد [18]. برای بررسی حرکت ذرات از مدل رئولوژیکی غیرنیوتنی ویسکوپلاستیک $\mu(I)$ استفاده شده است که تاکنون

شرایط مختلف جریان نیز دارای اهمیت می‌شوند. این موضوع یکی از مباحث مورد توجه محققین در هیدرولیک رسوب بوده و کاربردهای فراوانی در هیدرولیک رودخانه، دریا و سازه‌های وابسته به آن‌ها دارد. امروزه با افزایش سرعت محاسبات در رایانه‌های پیشرفته، مدل‌سازی رفتار دقیق مدل‌های حاوی رسوب به کمک دینامیک سیالات محاسباتی¹ بسیار مورد توجه قرار گرفته است. بیشتر روش‌های استفاده شده در این زمینه روش‌های اویلری با شبکه‌بندی هستند، در حالی که روش‌های جدیدتر بدون شبکه وجود دارد که برای بررسی جریان‌های دو فازی به کار می‌رود.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار² (اس‌پی‌اچ) یک روش لاگرانژی بدون شبکه است که برای به دست آوردن حل‌های عددی معادلات حرکت سیالات (معادلات ناویر-استوکس³) استفاده می‌شود. این روش سیال را به مجموعه‌ای از نقاط تقسیم می‌نماید که در فاصله مشخصی از هم تأثیر می‌پذیرند [1-3]. این روش با توجه به بدون شبکه بودن قادر است مرز مشترک بین دو سیال (ساکن و متحرک) و همچنین سطح آزاد را به خوبی شبیه‌سازی کند، به طوری که در مسائل سطح آزاد نیازی به مشخص کردن سطح آزاد ندارد. روش اسپاچ انتقال خالص را به خوبی مدل می‌کند و جدا شدن سیال از محیط پیوسته که در خیلی از پدیده‌ها مثل شکست موج اتفاق می‌افتد را به خوبی شبیه‌سازی می‌کند. در این روش با افزایش تعداد ذرات می‌توان دقت شبیه‌سازی را افزایش داد، در حالی که در روش‌های مبتنی بر شبکه با محدودیت‌هایی مواجه است [3-5].

تاکنون این روش برای حل بسیاری از مسائل چون زمین لغزش‌ها، شکست سد و مسائلی از این دست مورد استفاده قرار گرفته‌اند. از ویژگی‌های روش‌های لاگرانژی بدون شبکه می‌توان به قابلیت مدل‌سازی تغییر شکل‌های بزرگ و مرزهای حواصل میان دو سیال مختلف و همچنین ردیابی ذرات در مدل‌های چندفازی اشاره کرد [6,1]. شکست سد با محیط دوفازی دارای بستر فرسایش‌پذیر یکی از مسائل استاندارد برای بررسی عملکرد کدهای توسعه یافته در زمینه مدل‌های لاگرانژی است. در این مدل‌ها ماهیت پیچیده حرکت رسوبات با مدل‌های رفتاری تنش‌ی میان آن‌ها (سیالات غیرنیوتنی ویسکوپلاستیک) در کد اعمال می‌شوند. از دیگر موضوعات در این مدل‌سازی‌ها اندرکنش ذرات رسوب با ذرات سیال است که منجر به حرکت ذرات رسوب و تغییر شکل بستر رسوبی می‌گردد. در نهایت با مدل‌سازی مناسب، نتایج این مدل‌ها چون سرعت و فشار به درک بهتر تحلیل مسأله کمک خواهد کرد و به کار گرفتن این روش‌های عددی منجر به کاهش هزینه‌های زیاد آزمایشگاهی برای بررسی‌های بیشتر خواهد شد.

بسیاری از جریان‌های دانه‌ای مانند حرکت رسوبات درشت دانه و یا ذرات شیشه و موادی از این قبیل به اصطلاح دارای رفتار ویسکوپلاستیک هستند. مدل‌سازی جریان‌های دانه‌ای به کمک مدل‌های ویسکوپلاستیک چون بینگهام، هرشل بالکی، کراس و دیگر مدل‌های رئولوژیکی که دارای یک آستانه حرکت در تنش برشی هستند تاکنون مورد استفاده بسیاری از محققین قرار گرفته است. این مدل‌ها تا پیش از رسیدن تنش برشی به آستانه‌ای معین رفتار مانند ماده جامد را دارند و پس از این آستانه مانند سیال جاری می‌شوند.

در زمینه استفاده از مدل‌های ویسکوپلاستیک و همچنین مدل‌های دوفازی آب-رسوب با استفاده از نگرش لاگرانژی می‌توان به مدل‌سازی‌های جریان رسوبات تحت جریان‌های سریع چون شکست سد و یا به زمین

⁴ DEM⁵ FEM⁶ Graphics Processing Unit (GPU)⁷ SPHysics¹ CFD² Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)³ Navier-Stokes equations

در این رابطه P فشار ذره و u_{ij} اختلاف سرعت دو ذره i و j ، u ویسکوزیته سینماتیکی سیال، $r_{ij} = |x_i - x_j|$ ، t مقداری بسیار کوچک برای جلوگیری از بی‌نهایت شدن رابطه و تعریف باقی پارامترها در رابطه‌های پیشین آمده است.

در سمت راست رابطه (4)، ترم اول بیانگر گرادین فشار، ترم دوم ویسکوزیته مصنوعی که توسط موریس و همکاران [21] ارائه شد و ترم آخر تنش آشفتگی اسپیس است که در این رابطه مقدار تنش آشفتگی به صورت رابطه (5) به دست می‌آید [18,14].

$$\frac{\tau_{\alpha\beta}}{\rho} = v_t \left(2\dot{\gamma}_{\alpha\beta} - \frac{2}{3}k\delta_{\alpha\beta} \right) - \frac{2}{3}C_I \Delta^2 \delta_{ij} |\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|^2 \quad (5)$$

در رابطه (5)، $\tau_{\alpha\beta}$ تنسور تنش اسپیس است. v_t ویسکوزیته آشفتگی است که از مدل اسمگورینسکی و با استفاده از رابطه $v_t = [\min(C_s \Delta l)]^2 |\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|$ که در آن ثابت اسمگورینسکی $C_s = 0.12$ است. k انرژی سینماتیکی آشفتگی اسپیس و $C_I = 0.0066$ است. $\dot{\gamma}_{\alpha\beta}$ نرخ برش و $|\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|$ مقدار آن (ناوردای دوم) است که از روابط (7,6) محاسبه می‌شوند [14,1].

$$\dot{\gamma}_{\alpha\beta} = \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \quad (6)$$

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\gamma}_{\alpha\beta} \dot{\gamma}_{\alpha\beta}} \quad (7)$$

در این مطالعه به دلیل وجود ذرات با چگالی متفاوت در حد فاصل از روش پیشنهادی گرینر و همکاران [20] استفاده شده است. در این روش معادله پیوستگی و گرادین فشار در رابطه مومنتوم به صورت روابط (8,9) در خواهند آمد.

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} v_{ji} \nabla_i W_{ij} \quad (8)$$

$$\frac{Dv_i}{Dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + R_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} \quad (9)$$

ترم R_{ij} عامل تعادل میان دو فاز با چگالی‌های متفاوت است. این ترم به وسیله رابطه (10) قابل محاسبه است.

$$R_{ij} = K \left(\frac{\rho_d - \rho_l}{\rho_d + \rho_l} \right) \left| \frac{P_i + P_j}{\rho_i \rho_j} \right| \quad (10)$$

در این رابطه ρ_l و ρ_d به ترتیب برابر با چگالی‌های مرجع دو فاز با مقادیر بیشتر و کمتر هستند و K ضریبی عددی است، که بین 0.01 تا 0.1 است.

3-1- شرایط مرزی

در این مطالعه از ذرات مرزی دافعه استفاده شده است. این نوع از ذرات مرزی ابتدا توسط موناگان و کاس [22] در اسپیس‌چ مورد استفاده قرار گرفتند و سپس توسط راجرز و همکاران [23] توسعه داده شدند. این نوع از ذرات مرزی به این صورت عمل می‌کنند که یک نیروی نرمال به ذرات سیال وارد می‌کنند. مقدار این نیرو از رابطه (11) به دست می‌آید.

$$f = n \times R(\psi) P(\xi) \varepsilon(z, u) \quad (11)$$

در این رابطه n واحد عمود، $R(\psi)$ تابع دافعه که ψ فاصله عمود ذره از دیواره است. $P(\xi)$ تابعی است که به گونه‌ای انتخاب می‌شود که ذرات آب هنگامی که به صورت موازی دیوار حرکت می‌کنند نیروی دافعه ثابتی را تجربه کنند و $\varepsilon(z, u)$ ضریب تعدیلی است که توسط موناگان و کاس [22] به رابطه اضافه گردیده است تا بزرگی نیروی دافعه را مطابق عمق سیال و سرعت ذرات سیال عمود بر مرز تعدیل کند.

4- رفتار دانه‌ای

برای جریان دوفازی نیوتنی-غیرنیوتنی انجام پذیرفته است. توسعه روابط مدل $\mu(I)$ در آزمایشگاه توسط داکروز و همکاران [19] براساس ویژگی‌های حرکتی دانه‌ها از جمله ضریب اصطکاک ایستایی و لختی ذرات و نیز ارتباط میان این دو پارامتر صورت گرفته است. مدل‌های رئولوژیکی پیشین از جمله بینگهام و هرشل-بالکی براساس رفتار حرکتی سیالات غیرنیوتنی بوده است. در این معادلات ویژگی‌های رفتاری سیال از جمله لزجت به همراه ضرایبی وجود دارد که این مقدار با سعی و خطا برای مصالح دانه‌ای مورد نظر به دست آمده و مدل‌سازی‌ها به کار برده شده است [3].

در این تحقیق در ابتدا برای بررسی عملکرد مدل رئولوژیکی مدل تک فاز فروپاشی ستون دانه‌ای مورد استفاده قرار گرفته و نتایج آن با مدل آزمایشگاهی مقایسه شده است. در مدل توسعه داده شده برای بهبود حرکت ذرات از میانگین‌گیری هارمونیک میان ویسکوزیته ظاهری ذرات استفاده شده است. پس از آن با توسعه کد، مسأله دوفازی شکست سد با بستر فرسایش‌پذیر ذرات ماسه‌ای حل شده است. در ادامه برای مدل کردن سیستم دوفازی آب-رسوب به دلیل وجود اختلاف چگالی میان آن‌ها از معادلات توسعه یافته جریان توسط گرینر و همکاران [20] در مرز حدفاصل میان دو فاز استفاده شده است. در نهایت برای تعامل ذرات از دو فاز مختلف که دارای ویسکوزیته مختلف در حدفاصل یکدیگر هستند، رابطه اون به کار گرفته شده است.

2- معادلات حاکم

همان‌طور که در بخش پیشین بیان شد در این مقاله از کد اسفیزیکس بهره گرفته شد. این کد مقادیر فشار را به صورت صریح و با استفاده از معادله حالت محاسبه می‌کند.

معادلات حاکم در جریان‌ها، پیوستگی و اندازه حرکت است که در شکل لاگرانژی به صورت روابط (2,1) ارائه شده‌اند [14,3,1].

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot u) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 u + \nabla \bar{\tau} + F \quad (2)$$

در روابط بالا u سرعت، ρ چگالی، P فشار، $\bar{\tau}$ تنسور تنش آشفتگی اسپیس¹، μ ویسکوزیته، F دیگر نیروهای مؤثر در حرکت سیال و t زمان هستند. در این روابط هیچ‌گونه ترم شتاب جابه‌جایی در معادله بقای جرم و مومنتوم وجود ندارد.

3- روش اسپیس‌چ

فرم کلی معادلات جریان در روش اسپیس‌چ به وسیله تقریب‌های کرنل و ذره به صورت روابط (3,4) در خواهد آمد [14,1].

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_j m_j v_{ij} \nabla_i W_{ij} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv_i}{Dt} = & \frac{F}{\rho_i} - \sum_j m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W_{ij} \\ & + \sum_j m_j \left(\frac{4v_{r_{ij}} u_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)(|r_{ij}|^2 + t^2)} \right) \nabla_i W_{ij} \\ & + \sum_j m_j \left(\frac{\bar{\tau}_i}{\rho_i^2} + \frac{\bar{\tau}_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W_{ij} \end{aligned} \quad (4)$$

¹ SPS (Sub-Particle Scale)

$$\eta_{ij} = \eta_{ij} \cong \frac{2\eta_i\eta_j}{\eta_i + \eta_j} \quad (17)$$

در این مطالعه برای محاسبه مقادیر ویسکوزیته در لایه حد فاصل میان ذرات دو فاز مختلف از معادله آون استفاده شده که در آن مقدار ویسکوزیته به صورت رابطه (18) قابل محاسبه است [12].

$$v_{mix} = \frac{v_{fluid}}{1 + C \frac{\rho_s}{\rho_f}} \quad (18)$$

در آن ρ_s و ρ_f به ترتیب مقادیر چگالی آب و رسوب، C غلظت مواد جامد است و مقدار آن از رابطه (19) به دست می‌آید [12].

$$C = \frac{\sum_{j \neq i} \delta_{sf} W_{ij}}{\sum_{j \neq i} \delta_{sf} W_{ij} + \sum_{j \neq i} (1 - \delta_{sf}) W_{ij}} \quad (19)$$

در آن δ_{sf} برای ذرات سیال برابر صفر و برای ذرات جامد برابر یک است.

5- محاسبه فشار

در مطالعه حاضر از روش دینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری کم استفاده شده است که در آن مقادیر فشار به وسیله معادله حالت و براساس تابعی از چگالی و به صورت صریح با استفاده از رابطه (20) به دست می‌آید [18,17,3,1].

$$P_i = B \left(\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) + \text{پس فشار} \quad (20)$$

در رابطه (20) مقدار فشار ذره i و γ ثابتی است که برابر 7 در نظر گرفته می‌شود و ρ_0 چگالی مرجع و ρ_i چگالی ذره i است. برای تعیین B ، مشتق رابطه بالا برحسب چگالی (مربع سرعت صوت) مانند رابطه (21) محاسبه می‌شود [5].

$$c^2(\rho) = \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{B\gamma}{\rho_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1} = \frac{B\gamma}{\rho_0^\gamma} \rho^{\gamma-1} \quad (21)$$

رابطه (22) با جای‌گذاری ρ_0 در رابطه (21) به دست می‌آید.

$$c_o^2 = c^2(\rho_0) = \frac{\partial P}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_0} = \frac{B\gamma}{\rho_0} \quad (22)$$

از آن ثابت B برابر با $c_o^2 \rho_0 / \gamma$ به دست می‌آید که حدی برای ماکزیمم تغییرات چگالی تعیین می‌کند. c_o سرعت صوت در چگالی مرجع است. انتخاب مقدار B اهمیت فوق‌العاده‌ای دارد. چنانچه B برحسب مقدار واقعی سرعت صوت در آب در نظر گرفته شود، در مدل‌سازی عددی ناگزیر مجبور به استفاده از گام‌های زمانی کوتاه خواهیم بود. طبق یافته مونگان [5] برای سیالات می‌توان سرعت صوت را به صورت مصنوعی به مقدار قابل توجهی کاهش داد، به‌گونه‌ای که تأثیری در حرکت سیال نداشته باشد، همچنین

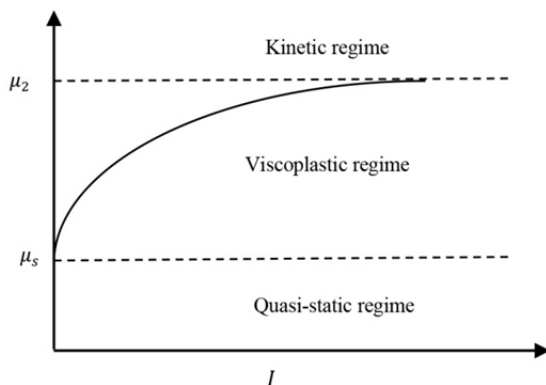


Fig. 1 Flow regimes with different inertial numbers I [16]

شکل 1 انواع حالت‌های جریان با عدد اینرسی مختلف [16]

همان‌طور که در بخش‌های پیش اشاره شد در این تحقیق از مدل رئولوژیکی $\mu(I)$ برای مدل‌سازی حرکت ذرات دانه‌ای استفاده شده است. این مدل براساس رابطه اصطکاک میان تنش نرمال و تنش برشی به صورت رابطه (12) عمل می‌کند [16].

$$\tau = \mu p \quad (12)$$

در این رابطه μ ضریب اصطکاک، τ تنش برشی و p تنش نرمال و مقدار μ براساس تحقیقات داکروز و همکاران [19] وابسته به لختی I است. مقدار لختی توسط رابطه (13) به دست می‌آید.

$$I = \frac{|\dot{\gamma}|D}{\sqrt{p/\rho_s}} \quad (13)$$

در این رابطه $|\dot{\gamma}|$ نرخ برش، D قطر ذره، p تنش نرمال (فشار) و ρ_s چگالی ذره است. ضریب اصطکاک μ از رابطه (14) قابل محاسبه است که توسط جوپ و همکاران [24] ارائه شده است.

$$\mu = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{1 + I_o/I} \quad (14)$$

μ_s ، μ_2 و I_o پارامترهای وابسته به نوع ماده است که در آزمایشگاه به دست می‌آیند. در مدل $\mu(I)$ همان‌طور که در شکل 1 قابل مشاهده است مقدار μ_s همان ضریب اصطکاک ایستایی برای شروع حرکت ذرات است. در این مدل پارامتر I پارامتر کنترل‌کننده نوع جریان است [16]. مقدار μ در جایی که نمودار آن با خطی افقی مماس گردد برابر با μ_2 خواهد شد. در این نمودار حرکت ذرات میان دو مقدار μ_s و μ_2 به صورت ویسکوپلاستیک و موضوع بحث این مقاله است و از روابط موجود در این محدوده نیز برای مدل کردن حرکت ذرات استفاده می‌شود. برای مقادیر کمتر از μ_s مواد به صورت شبه ایستاست و برای مقادیر بیشتر از μ_2 مواد به صورت ذرات گازی شکل حرکت می‌کنند [16].

تنسور نرخ کرنش $\dot{\gamma}_{\alpha\beta}$ و مقدار ناوردای دوم آن $|\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|$ به کمک روابط (7, 6) قابل محاسبه است.

با توسعه رابطه (14) برای دو یا سه بعد، رابطه (15) حاصل می‌گردد.

$$\tau_{\alpha\beta} = \frac{\mu(I)p}{|\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|} \dot{\gamma}_{\alpha\beta} = \eta \dot{\gamma}_{\alpha\beta}, \quad \eta = \frac{\mu(I)p}{|\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|} \quad (15)$$

این رابطه براساس داده‌های آزمایشگاهی زیادی توسعه یافته است و به کمک تکنیک‌های مختلفی در مدل‌های عددی به کار گرفته شده است. یکی از این روش‌های انطباق توسط چاچوت و مدال [15] در مدل اجزا محدود است که به صورت رابطه (16) به کار گرفته شده است.

$$\eta_r = \left(\mu_s + \frac{(\mu_2 - \mu_s)|\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|}{I_o \sqrt{\phi p} + |\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|} \right) \frac{p}{(|\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|^2 + \alpha_r^2)^{1/2}} \quad (16)$$

در این رابطه ϕ کسر حجمی و عددی بی‌بعد است و برای مطالعات جریان دانه‌ای مقداری میان 0.6 تا 0.65 را دارد. α_r مقداری کوچک است که در صورت صفر شدن نرخ کرنش موجب واگرایی مدل نگردد.

در این تحقیق از رابطه (16) برای مدل‌سازی حرکت دانه‌ها در روش اسپرینج استفاده شده است. مقدار ϕ برابر با 0.62 و α_r برابر با 0.000001 در نظر گرفته شده‌اند.

همان‌طور که از سمت راست رابطه (16) مشخص می‌شود برای شروع حرکت ذرات نیاز است تا مقدار تنش برشی بزرگ‌تر از $\mu_s p$ گردد.

در این مدل‌سازی از زبری بستر و اثر آن بر ذرات صرف‌نظر شده است.

همچنین برای بهبود نتایج در این مقاله به علت غیرنیوتنی بودن ذرات فاز رسوب (دانه‌ای) از میانگین‌گیری هارمونیک بین ویسکوزیته ذرات i و j طبق رابطه (17) استفاده شده است [12].

گام زمانی نهایی به صورت رابطه (28) نوشته می‌شود [27] که c_r عدد کورانت است.

$$\delta t = c_r \min(\delta t_{\text{forces}}, \delta t_{cv}) \quad (28)$$

7- نتایج و بحث

7-1- مدل‌سازی حرکت ذرات دانه‌ای

در این پژوهش و در ابتدا برای صحت‌سنجی مدل ویسکوپلاستیک از داده‌های آزمایشگاهی لاجئونس و همکاران [28] استفاده شده که در آن شکست ستون دانه‌ای با ذرات گوی شیشه‌ای استفاده شده است. مشخصات ذرات عبارت از [22,14]: $D = 1.15\text{mm}$, $\rho_o = 2500\text{ kg/m}^3$, $J_o = 0.279$, $\mu_s = \tan 20.9^\circ$ و $\mu_2 = \tan 32.76^\circ$ است.

برای بررسی آزمایشگاهی روند شکست و ریزش توده ستون مواد دانه‌ای از پارامتر $a = h_o/r_o$ استفاده شده که نسبت ارتفاع اولیه به شعاع اولیه مصالح دانه‌ای است. پارامتر a پارامتر مؤثر در حرکت دانه‌ای ذرات است به صورتی که نتایج حاصل از مقادیر مختلف h_o و r_o ولی با نسبت مساوی a یکسان است [28]. برای مدل‌سازی از $a = 0.56$ با شعاع اولیه 0.0705 متر استفاده شده است. فاصله ذرات در مدل عددی در دو جهت عمود بر هم X و Z برابر با 0.00079 متر قرار داده شده که منتج به 19275 ذره شده است، با 7420 ثانیه توسط رایانه مورد استفاده با مشخصات ویندوز 10، سی‌پی‌یو⁴ اینتل⁵ 6800K و رم⁶ 16GB است.

مدل شماتیکی که شامل یک ستون از مواد دانه‌ای با دو دیواره در اطراف آن در شکل 2 نشان داده شده است. شروع حرکت ذرات در مدل آزمایشگاهی با برداشته شدن سریع دیواره‌های اطراف آن‌ها رخ می‌دهد.

در شکل 3 مقادیر خروجی سطح آزاد مدل عددی مورد استفاده در تحقیق در زمان‌های مختلف $0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.12$ ثانیه و موقعیت نهایی ذرات برای مقادیر بی‌بعد r/r_o در مقابل h/h_o با نتایج آزمایشگاهی و مدل ام‌پی‌اس مورد استفاده توسط ژو و جین [16] مقایسه شده‌اند. همان‌طور که پیشتر اشاره شد برای مدل‌سازی از میانگین‌گیری هارمونیک میان ویسکوزیته مصنوعی (η_{ij}) ذرات دانه‌ای استفاده شده است. همان‌طور که در این شکل قابل مشاهده است نتایج مدل حاضر توانسته است ارتفاع و طول پخش شدن ذرات را به نحو مناسب‌تری نسبت به مدل ام‌پی‌اس مدل‌سازی کند. نتایج حاصل از مدل حاضر به همراه مدل رفتاری $\mu(I)$ توانسته است تطابق مناسبی را با نتایج حاصل از داده‌های آزمایشگاهی از

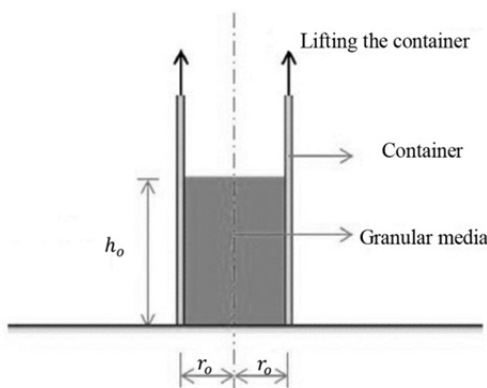


Fig. 2 The schematic of the 2-D granular column problem
شکل 2 شماتیک مسأله دوبعدی ستون مواد دانه‌ای

حداقل این سرعت باید 10 برابر بیشترین سرعت قابل انتظار جریان باشد تا تغییرات زیادی در چگالی مشاهده نشود (کمتر از 1%) [25].

برای جریان‌های دوفازی برای بهبود مقادیر فشار در فاز رسوبات ترم پس فشار¹ توسط کلاگراسی و لاندیرینی [26] به معادله حالت اضافه شد. این ترم در واقع فشار ستون آب در بالای ذرات رسوب را به مقادیر اولیه فشار رسوبات اضافه می‌کند که از مقادیر چگالی ذرات به دست آمده‌اند. در این تحقیق برای مدل دوفازی، این ترم در معادله حالت در نظر گرفته شده و فشار فاز رسوبات در هر گام زمانب با این روش به دست آمده است.

6- الگوریتم حل

روش پیشروی زمانی در این مطالعه به صورت سیمپلکتیک² است. چون الگوریتم ام‌پی‌اچ معادلات جزئی پیوسته دیفرانسیل اصلی را به معادلات دیفرانسیل اصلی تبدیل می‌کند، هر الگوریتم گام زمانی پایداری می‌تواند برای معادلات دیفرانسیل معمولی مورد استفاده قرار گیرد. این الگوریتم می‌تواند برای حفظ کردن خصوصیات معادلات لاگرانژی زمانی که اتلاف وجود ندارد به کار گرفته شود. در این روش ابتدا افزایش چگالی و موقعیت در نیمه گام زمانی به صورت رابطه (23) مورد استفاده قرار می‌گیرد [27].

$$\begin{cases} \rho_i^{n+\frac{1}{2}} = \rho_i^n + \frac{\Delta t}{2} G_i^n \\ r_i^{n+\frac{1}{2}} = r_i^n + \frac{\Delta t}{2} H_i^n \end{cases} \quad (23)$$

در این رابطه $G = d\rho_i/dt$ ، $F = dv_i/dt$ و $H = dr_i/dt$ به ترتیب معادله‌های پیوستگی، اندازه حرکت و مکان ذره هستند. سپس P^{n+1} از ρ^{n+1} محاسبه می‌شود و در مرحله بعد $F_i^{n+(1/2)}$ به طور رفت و برگشت روی ذرات محاسبه شده و در نهایت با استفاده از معادلات زیر سرعت و موقعیت در انتهای گام زمانی به صورت رابطه (24) به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} V_i^{n+1} = V_i^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2} F_i^n \\ r_i^{n+\frac{1}{2}} = r_i^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2} V_i^n \end{cases} \quad (24)$$

اکنون G_i^{n+1} با استفاده از V_i^{n+1} و r_i^{n+1} محاسبه شده و در مرحله آخر فشار از معادله حات محاسبه می‌شود.

6-1- گام زمانی متغیر

کنترل گام زمانی به ترم‌های نیرویی، شرط کورانت- فردریچ- لوی³ و ترم پخش ویسکوزیته بستگی دارد [27].

شرط ترم‌های نیروی داخلی و خارجی به این دلیل اعمال می‌شود که از در هم فرورفتن ذرات همسایه طی حرکت، زمانی جلوگیری شود که نیروهای داخلی و خارجی را تجربه می‌کنند [27].

$$\delta t_{\text{forces}} = \min \left(\frac{h}{|f_i|} \right) \quad (25)$$

f_i به نیروهای داخلی و خارجی وارد بر ذره i بر واحد جرم اشاره دارد. ترکیب شرایط ویسکوز و CFL رابطه (26) را می‌دهد [27].

$$\delta t_{cv} = \min \left(\frac{h}{c_s + \mu_a} \right) \quad (26)$$

در آن μ_a به صورت رابطه (27) به دست می‌آید [27].

$$\mu_a = \max \left(\frac{h V_{ab} r_{ab}}{r_{ab}^2} \right) \quad (27)$$

⁴ CPU
⁵ intel
⁶ RAM

¹ backpressure
² symplectic
³ CFL

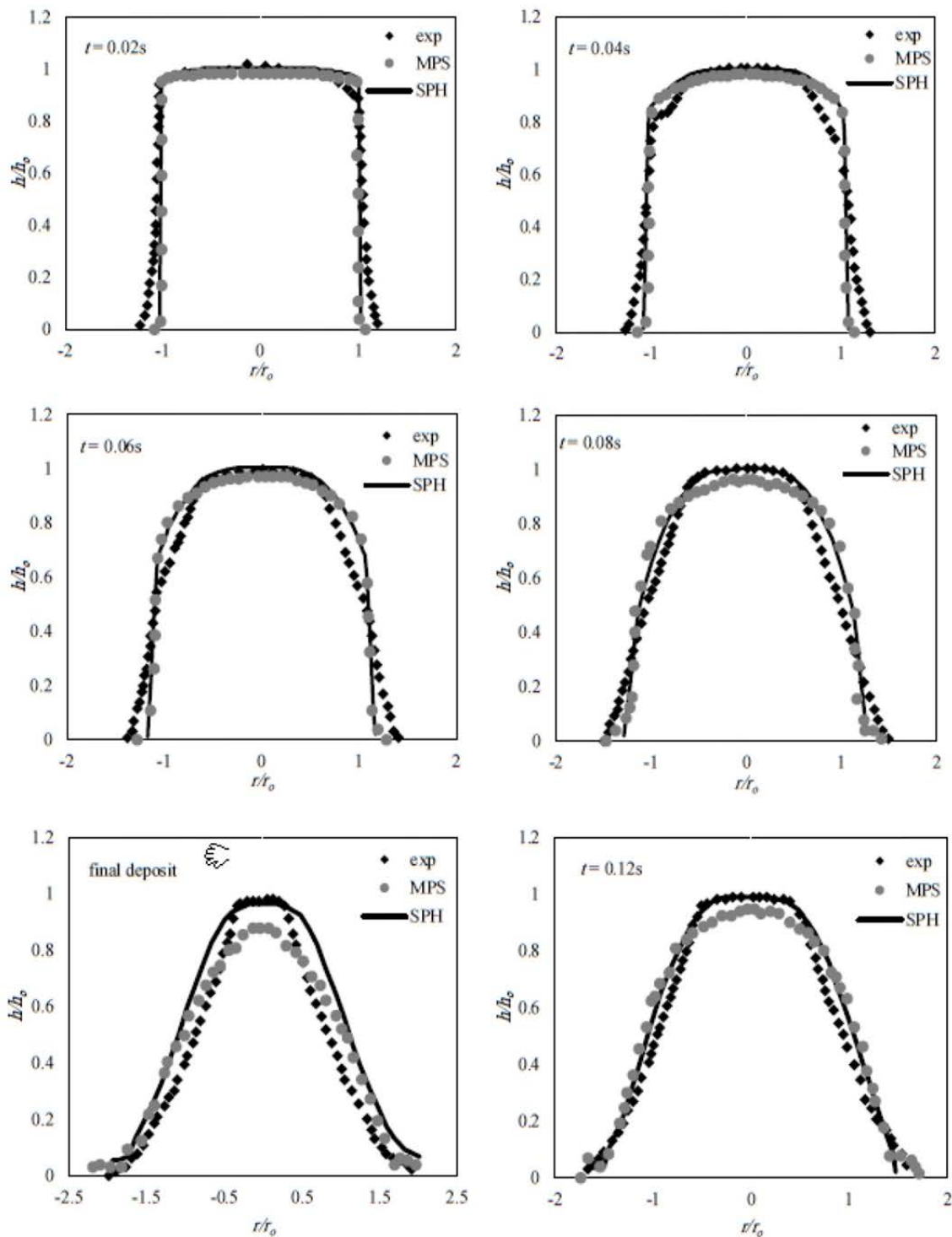


Fig. 3 Free-surface Particles and its comparison with the experimental data in the granular column collapse problem at different times

شکل 3 موقعیت سطح آزاد در زمان‌های مختلف و مقایسه آن با داده‌های آزمایشگاهی در مسأله ستون فروپاشی مواد دانه‌ای

سطح توده دارای بیشترین سرعت و تعدادی از ذرات در درون این توده بدون حرکت باقی می‌مانند که با فیزیک مسأله مورد بررسی و واقعیت رفتار ذرات غیرچسبنده تطابق کامل دارد، همچنین این مدل توانایی مدل‌سازی صحیح نحوه حرکت ذرات را دارد، زیرا همان‌طور که در شکل 4 با استفاده از داده‌های سرعت مشخص می‌شود، ذراتی که دارای بیشترین فشار از طرف سربار هستند، دارای بیشترین مقاومت برشی هستند که در هسته درونی توده

خود نشان دهد. در شکل 4 موقعیت، سرعت و فشار ذرات در گام‌های زمانی مختلف نشان داده شده است. همان‌طوری که در این شکل مشاهده می‌شود، حرکت ذرات در ابتدا از پایین‌ترین نقطه از دو طرف که دارای بالاترین سرعت است، شروع شده و پس از آن ذرات بالایی با لغزیدن بر ذرات پایینی به سمت پایین حرکت کرده و جریان شکل می‌گیرد. در تمامی گام‌های زمانی ذرات واقع بر

2-7- مدل‌سازی جریان دوفازی آب- رسوب ناشی از شکست سد
 بررسی حرکت ذرات رسوبی ناشی از جریان آب و تغییرات شکل بستر یکی از مسائل مورد توجه در علم هیدرولیک است. مدل‌سازی جریان آب- رسوب از آن جهت در روش هیدرودینامیک ذرات هموار قابل توجه است که علاوه بر

ذرات محصور شده‌اند و هیچ حرکتی را در طول مدل‌سازی نخواهند داشت که این موضوع با واقعیت پدیده تطابق کامل دارد. شکست ذرات و شروع حرکت آن‌ها در قسمت پایینی در دو سمت توده رخ خواهد داد که در این محل ذرات دارای بیشترین سرعت خود هستند.

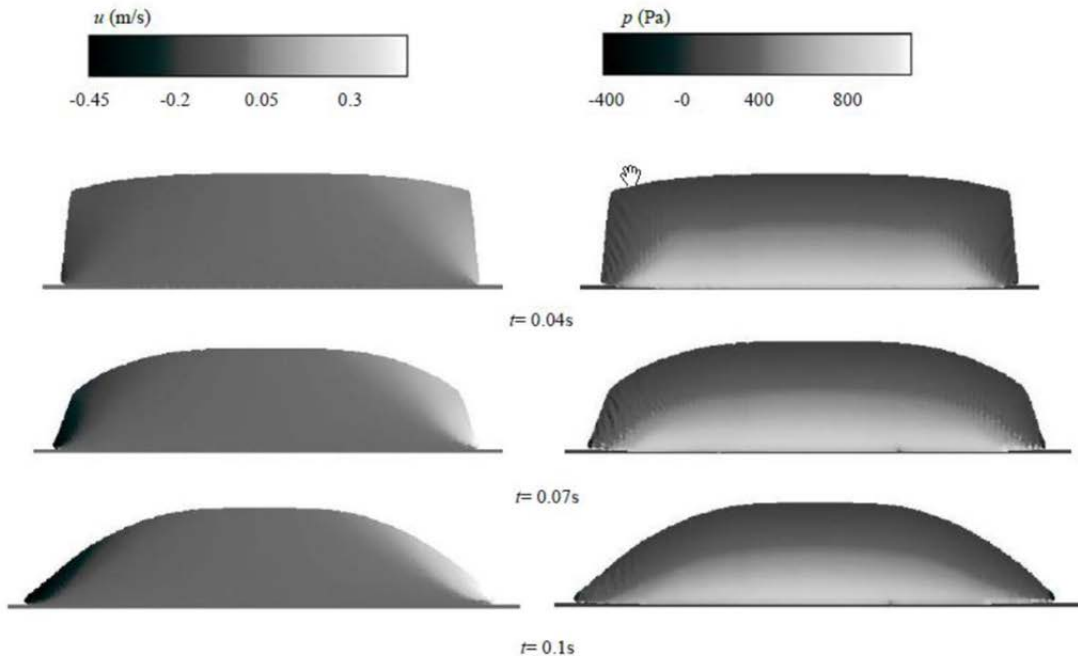


Fig. 4 The pressure (right) and velocity (left) of particles at different times for granular column collapse problem

شکل 4 مقادیر فشار (سمت راست) و سرعت (سمت چپ) در زمان‌های مختلف در مسأله ستون فروپاشی مواد دانه‌ای

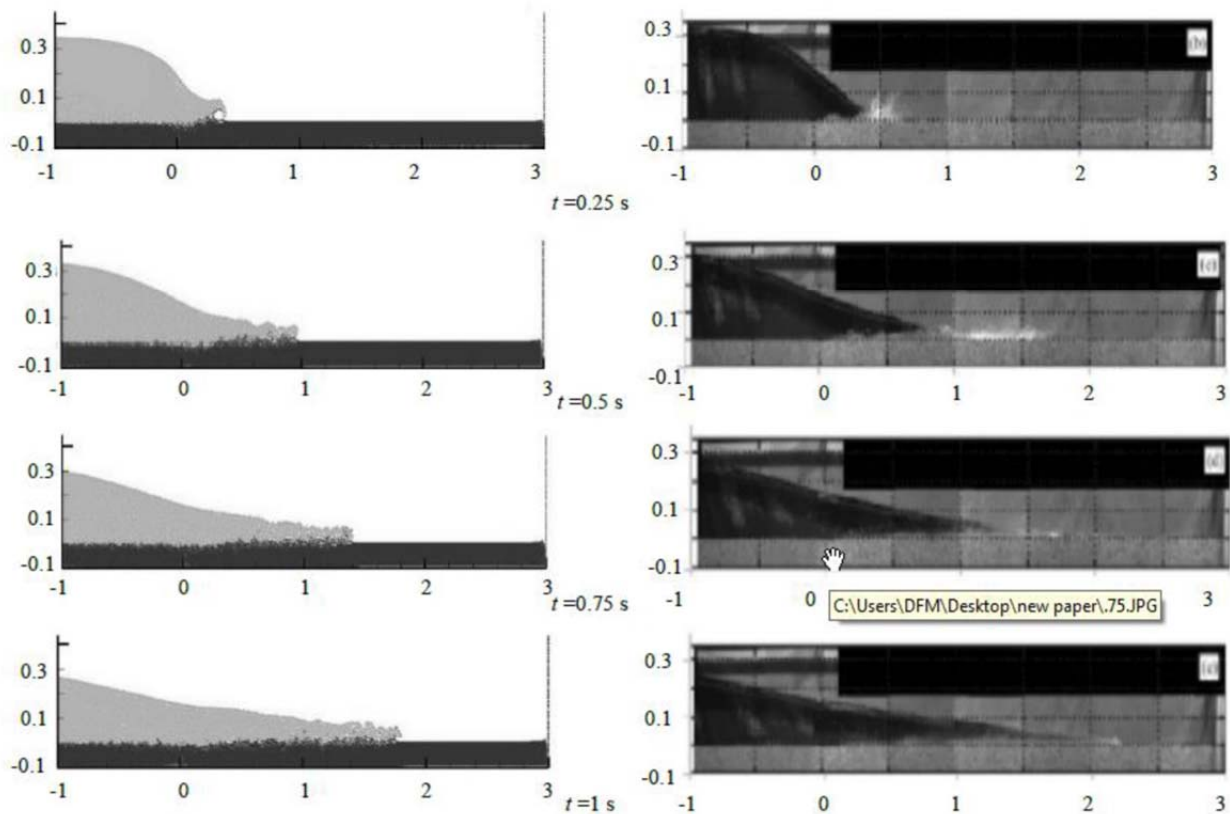


Fig. 5 Particle distribution in experimental model (right) and SPH (left) at different times for dam-break problem on movable bed

شکل 5 توزیع ذرات در مدل آزمایشگاهی (سمت راست) و اسپ‌ایچ (سمت چپ) در زمان‌های مختلف برای مسأله شکست سد روی بستر متحرک

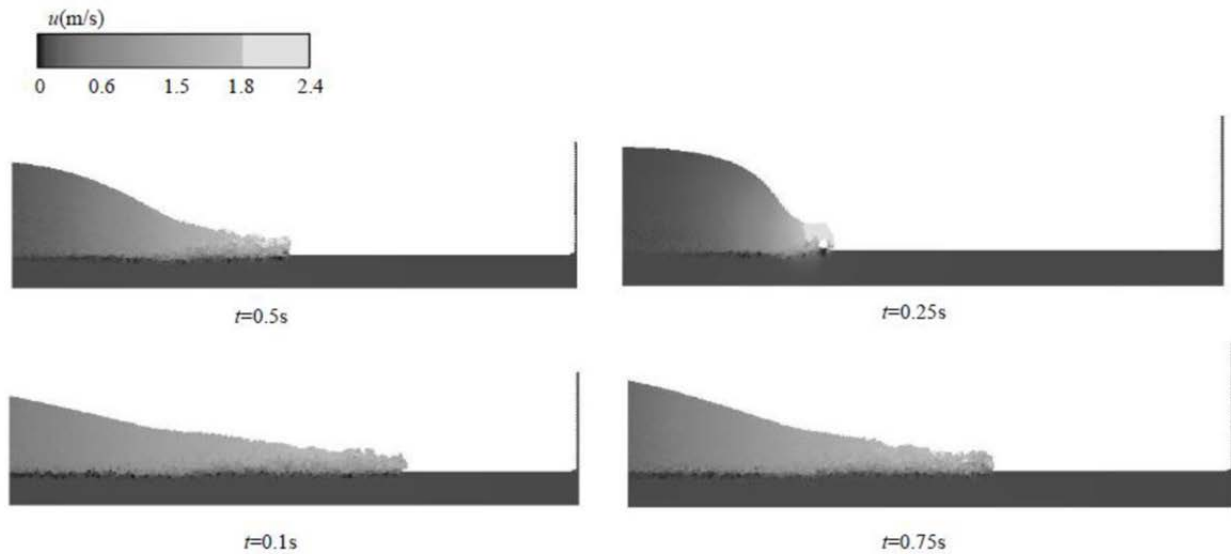


Fig. 6 Velocity of Particles at different times for dam-break problem on movable bed

شکل 6 سرعت ذرات در زمانی مختلف برای مسأله شکست سد روی بستر متحرک

سرعت بیشتر بوده که فرسایش بیشتری را نیز منجر می‌شود و با گذشت زمان این مقدار کم شده و توانایی حمل رسوبات و فرسایش نیز کاهش می‌یابد که موجب عدم حرکت ذرات در گام‌های زمانی در آخر مدل می‌گردد.

شکل 7 مقایسه کیفی دقیق‌تری میان سطح آب و رسوب را در مدل آزمایشگاهی و اسپیناچ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل عددی توانسته به صورت مطلوبی تغییرات سطح آزاد جریان و سطح بستر رسوبی را مدل‌سازی نماید.

8- نتیجه‌گیری

در این مقاله شکست سد دوفازی آب- رسوب به وسیله روش هیدرودینامیک ذرات هموار مدل‌سازی شده است. از مدل رئولوژیکی $\mu(I)$ برای مدل‌سازی رفتار ذرات کمک گرفته شده است. این مدل برخلاف دیگر مدل‌های ویسکوپلاستیک پیشین چون بینگهام و هرشل بالکی به صورت تک رابطه‌ای است که برای پیش و پس از تنش آستانه حرکت ذرات کاربرد دارد. نتایج مدل‌سازی فروپاشی ستون ماسه‌ای به صورت تک فاز با ذرات غیرچسبیده و مقایسه با مدل ام‌پی‌اس و نتایج آزمایشگاهی بیانگر آن بود که مدل حاضر به همراه مدل رئولوژیکی مورد استفاده قابلیت بالایی در مدل‌سازی حرکت دانه‌ها و فیزیک پدیده از جمله مدل‌کردن ذرات بدون حرکت در ناحیه داخلی را دارد.

در ادامه برای بررسی کد دوفازی توسعه یافته از مدل آزمایشگاهی شکست سد با بستر متحرک استفاده گردید. برای توسعه کد در این مرحله، به دلیل وجود اختلاف چگالی در مرز حدفاصل از روابط پیشنهادی موجود جهت اصلاح و جلوگیری از واگرایی مدل استفاده شد، همچنین برای اختلاف ویسکوزیته در این ناحیه از معادله اون بهره گرفته شد و برای تعیین مقادیر فشار در فاز رسوبات از ترم اضافه فشار در معادله حالت استفاده شد. پس از مدل‌سازی دو فازی مشاهده شد که نتایج حاصل از مدل با داده‌های آزمایشگاهی تطابق مناسبی را دارند. در نهایت می‌توان این گونه نتیجه‌گیری کرد که مدل استفاده شده در این تحقیق قابلیت بالایی در شبیه‌سازی پدیده حرکت ذرات غیرچسبیده و نیز جریان آب با بستر رسوبی را دارد.

اختلاف چگالی میان فازها، رفتار هر یک از فازها نیز متفاوت از یکدیگر است. مدل‌سازی آب با رفتاری نیوتنی و رسوبات با رفتاری غیرنیوتنی و تعامل ذرات این دو در حدفاصل دوفاز از چالش‌های این مسأله است که علاوه بر اختلاف چگالی منجر به تغییرات ویسکوزیته نیز خواهد شد، در نتیجه مدل‌سازی این نوع پدیده‌ها از موضوعات مورد علاقه محققین است. در این تحقیق به کمک مدل توسعه یافته شده در خصوص رفتار دانه‌های فاز رسوبی ذرات و همچنین تغییرات مورد نظر در کد که در بخش‌های قبل توضیح داده شد بررسی عملکرد مدل توسط داده‌های آزمایشگاهی شکست سد با بستر متحرک اسپینوین [29] صورت گرفت. در این آزمایش ذرات رسوب ماسه دارای چگالی مخصوص 2683kg/m^3 ، چگالی بالک 1892kg/m^3 ، $\mu_2 = \tan 51.3^\circ$ و $\mu_s = \tan 30.5^\circ$ ، $I_o = 0.279$ ، $D = 1.82 \text{mm}$ است [26,16].

این رسوبات اشباع در طول 6 متر و به ارتفاع 0.12 در کل بستر قرار دارند و مخزن آب به طول 3 متر و ارتفاع 0.35 متر در ابتدای مدل آزمایشگاهی و در پشت دریچه‌ای قرار دارد. حرکت آب با برداشته شدن سریع دریچه آغاز می‌شود. در این مدل‌سازی فاصله ذرات در دو راستای X و Z برابر با 0.005 متر در نظر گرفته شد که در این‌جا تعداد ذره‌ها 33708 و مدت زمان اجرای مدل نیز 2716 ثانیه است.

در شکل 5 نتایج حاصل از خروجی مدل و داده‌های آزمایشگاهی در گام‌های زمانی مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود موجی ابتدای شروع حرکت آب شکل می‌گیرد که منجر به فرسایش شدید در ابتدای برخورد با رسوبات می‌گردد. این رسوبات توسط جریان حمل شده و در پایین دست ته‌نشین می‌شوند چرا که در این منطقه، جریان قادر به حمل رسوبات نیست. موج جریان حاصل از شکست سد، یک موج منفی پایین دست بوده و در راستای حرکت ضمن کاهش ارتفاع پیشانی موج، سرعت جریان نیز کاهش یافته و توان حمل رسوب نیز کاهش می‌یابد. در این شکل می‌توان موقعیت ذرات سطح آزاد جریان و سطح شکل گرفته رسوب ناشی از حرکت آب را در زمان‌های مختلف مقایسه کرد.

در شکل 6 نتایج حاصل از سرعت در راستای جریان نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، با شروع جریان آب مقادیر

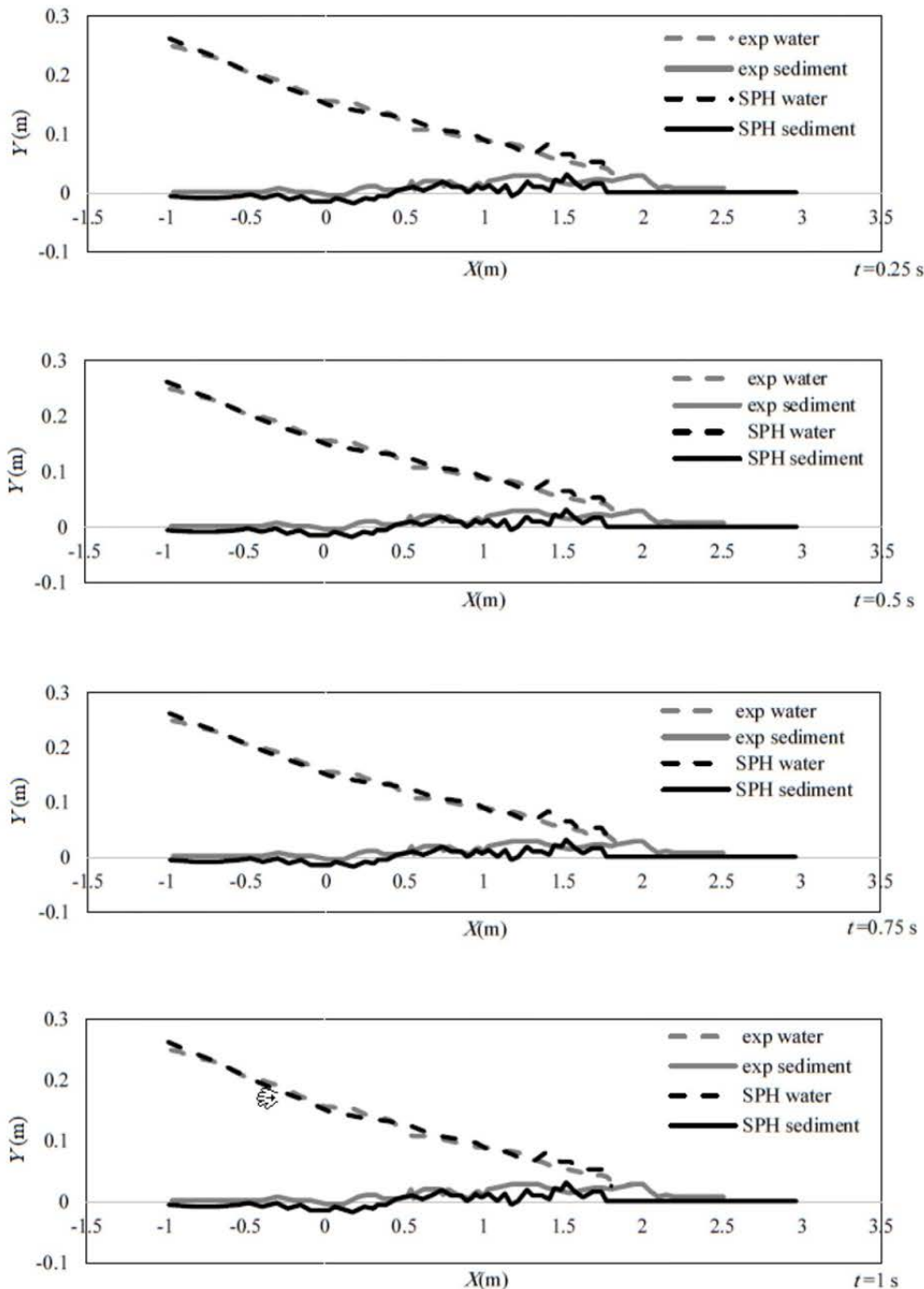


Fig. 7 Free surface and sediment profiles compared with the experimental data at different times

شکل 7 مقایسه میان سطح آزاد آب و سطح رسوبات در مدل آزمایشگاهی و اس‌پی‌اچ برای زمان‌های مختلف

[6] M. Rostami Hosseinkhani, P. Omidvar, Smoothed Particle Hydrodynamics for the Rising Pattern of Oil Droplets, *Fluids Engineering*, In press, 2018.
 [7] K. Szewc, Smoothed particle hydrodynamics modeling of granular column collapse, *Granular Matter*, Vol. 19, No. 3, pp. 1-13, 2017.
 [8] L. Fu, Y. C. Jin, Improved Multiphase Lagrangian Method for Simulating Sediment Transport in Dam-Break Flows, *Hydraulic Engineering*, Vol. 142, No. 6, pp. 04016005, 2016.
 [9] G. Fourtakas, B. D. Rogres, Modelling multi-phase liquid-sediment scour and resuspension induced by rapid flows using Smoothed Particle Dynamics (SPH) accelerated with a Graphic Processing Unit (GPU), *Advances in Water Resource*, Vol. 92, pp. 186-199, 2016.
 [10] S. L. Razavitoosi, S. A. Ayyoubzadeh, A. Valizadeh, Two-phase SPH modelling of waves caused by dam break over a movable bed, *Sediment research*, Vol. 29, No. 3, pp. 344-356, 2014.
 [11] S. Farzin, Y. Hassanzadeh, M. T. Aalami, R. Fatehi, Development of Two Incompressible SPH methods to simulate sediment laden free surface flows,

9- مراجع

[1] M. B. Liu, G. R. Liu, *Smoothed particle hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments*, Archives of Computational Methods in Engineering, Vol. 17, pp. 25-76, 2010.
 [2] M. Rostami Hosseinkhani, P. Omidvar, S. Allahyaribeik, M. Torabi Azad, The effects of boom on oil plume dispersion using smoothed particle hydrodynamics (SPH), *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 3, PP. 29-37, 2018. (in Persian)
 [3] M. Khanpour, A. R. Zarrati, M. Kolahdoozan, A. Shakibaeinia, et al, Mesh-free SPH modeling of sediment scouring and flushing, *Computer and fluids*, Vol. 129, pp. 67-78, 2016.
 [4] L. B. Lucy, A numerical approach to testing the fission hypothesis, *The Astronomical Journal*, Vol. 82, No.12, pp. 1013-1024, 1977.
 [5] J. J. Monaghan, Simulating free surface flows with SPH, *Computational Physics*, Vol. 110, pp. 399-406, 1994.

- interface SPH formulation for multifluid and free surface flows, *Computational Physics*, Vol. 228, No.22, pp. 8380–8393, 2014.
- [21] J. P. Morris, P. J. Fox, Y. Zhu, Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH, *Computational Physics*, Vol. 136, pp. 214–226, 1997.
- [22] J. J. Monaghan, A. Kos, Solitary waves on Cretan beach, *Journal Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering*, Vol. 125, pp. 145–154, 1999.
- [23] B. D. Rogers, R. A. Dalrymple, P. K. Stansby, SPH modeling of floating bodies in the surf zone, *Proceeding of 31st International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*, Hamburg: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, pp. 204-215, 2008.
- [24] P. Jop, Y. Forterre, O. Pouliquen, Crucial role of sidewalls in granular surface flows: consequences for the rheology, *Fluid Mechanics*, Vol. 541, pp. 167–192, 2005.
- [25] P. Omidvar, O. Farghadani, P. Nikeghbali, SPH for impact force and ricochet behavior of water-entry bodies, *Modern Physics C*, 28(9), 1750119, 2017.
- [26] A. Colagrossi, M. Landrini, Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics, *Computational Physics*, Vol.191, pp. 448–475, 2003.
- [27] P. Omidvar, *Wave loading on bodies in the free surface using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)*, PhD Thesis, UK, Manchester, pp. 75-85, 2010.
- [28] E. Lajeunesse, A. Mangeney-Castelnau, J. P. Vilotte, Spreading of a granular mass on a horizontal plane, *Physics of Fluids*, Vol. 16, No. 7, pp. 2371–2381, 2004.
- [29] B. Spinewine, *Two-layer flow behaviour and the effects of granular dilatancy in dam-break induced sheet-flow*, PhD thesis, Université de Louvain, Belgium, 2005.
- Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 91-103, 2015. (in Persian فارسی)
- [12] A. Shakibaeinia, Y. C. Jin, A mesh-free particle model for simulation of mobile-bed dam break, *Advanced Water Resources*, Vol. 34, pp. 794-807, 2011b.
- [13] P. Omidvar, P. Nikeghbali, Simulation of violent water flows over a movable bed using smoothed particle hydrodynamics, *Marine Science and Technology*, Vol. 22, No.2, pp. 270-287, 2017.
- [14] P. Nikeghbali, P. Omidvar, Application of SPH method to breaking and undular tidal bores on a movable bed, *Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering*, Vol. 144, No. 2, pp. 04017040, 2018.
- [15] J. Chauchat, M. Médale, A three-dimensional numerical model for dense granular flows based on the $\mu(I)$ rheology, *Computational Physics*, Vol. 256, pp. 696–712, 2014.
- [16] T. Xu, Y. C. Jin, Modeling free-surface flows of granular flow collapses using a mesh-free method, *Powder Technology*, Vol. 298, pp. 20-34, 2016.
- [17] M. Kheirkhahan, K. Hosseini, Modeling granular flow using $\mu(I)$ rheological model in SPH method, *hydraulic*, Vol. 12, No. 4, pp. 43-55, 2018. (in Persian فارسی)
- [18] M. Go'mez-Gesteria, A. J. C. Crespo, B. D. Rogers, R. A. Dalrymple, et. al, SPHysics development of a free-surface fluid solver—part 2: efficiency and test cases, *Computers & Geosciences*. <http://www.Sphysics.org>, 2012.
- [19] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J. Roux, et. al, Rheophysics of dense granular materials: discrete simulation of plane shear flows, *Physical Review E*, Vol. 72, pp. 1-24, 2005.
- [20] N. Grenier, M. Antuono, A. Colagrossi, D. Le Touze, et. al, An Hamiltonian