

## طراحی و ساخت یک مکانیزم جدید برای بازوی رباتیک صفحه‌ای

حسین عبدالهی خسروشاهی<sup>1</sup>، محمد علی بادامچی‌زاده<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی برق، دانشگاه تبریز، تبریز

2- استاد، مهندسی برق، دانشگاه تبریز، تبریز

\*تبریز، صندوق پستی 5156753389، mbadamchi@tabrizu.ac.ir

## چکیده

اخیراً بازوهای رباتیک صفحه‌ای برای کاربردهای روی میز کار دو بعدی استفاده‌ی گسترده‌ای پیدا کرده‌اند. در این مقاله یک مکانیزم جدید برای بازوی رباتیک صفحه‌ای ارائه شده است. مکانیزم معرفی شده علاوه بر دارا بودن مزایای هر دو دسته ربات‌های سری و موازی، معایب هر دو دسته را نیز رفع نموده است. بازوی ساخته شده از یک طرف همانند بازوهای موازی دارای صلبیت، استحکام و دقت بالا و سایر ویژگی‌های مثبت بازوهای موازی بوده و از طرف دیگر همانند بازوهای سری به دلیل نداشتن نقاط تکین در داخل فضای کاری، دارای فضای کاری بزرگ، متقارن و با قابلیت حرکت پیوسته در کل فضای کاری خود می‌باشد. به این منظور ابتدا روابط سینماتیکی، ماتریس ژاکوبین و نقاط تکین برای بازو به دست آمده و سپس با استفاده از یک کنترل کننده مبتنی بر میکروکنترلر AVR که از طریق پورت سریال به یک رایانه متصل شده، عملکرد مطلوب سیستم حلقه بسته تضمین شده است. به منظور بررسی کارایی ربات و کنترل کننده معرفی شده نمونه عملی ربات پیاده‌سازی شده است که نتایج، حاکی از بهبود عملکرد بازو و حذف نقاط تکین در داخل فضای کاری می‌باشد.

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 12 اسفند 1396  
پذیرش: 05 اردیبهشت 1397  
ارائه در سایت: 27 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:

بازوی رباتیک

سینماتیک

فضای کاری

نقاط تکین

## Design and Implementation of a new mechanism for the planar robotic arm

Hossein Abdollahi Khosroshahi, Mohammad Ali Badamchizadeh\*

Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

\*P.O.B. 5156753389, Tabriz, Iran, mbadamchi@tabrizu.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 03 March 2018  
Accepted 25 April 2018  
Available Online 17 May 2018

Keywords:  
robotic arm  
kinematics  
workspace  
singular points

## ABSTRACT

Recently robotic arms are widely used for the 2D desktop applications. In this paper, a new mechanism and different form for a planar robotic arm is investigated. In addition to having the advantages of both series and parallel robots, the proposed mechanism also eliminates the disadvantages of both categories. The implemented arm not only as like as the parallel arms has rigidity, strength and precision, and other good features of these arms but also similar to the serial arms has a large and symmetrical workspace and also this robot continuously move in the entire workspace because it does not have singular points inside its workspace. For designing and implementation of proposed arm, first the kinematics equations, Jacobian matrix and singular points for the proposed arm are derived, and then by using a AVR microcontroller based controller, which is connected to computer via serial port, desirable system response is achieved. The theoretical results are verified experimentally by implementing of a proposed arm that were shown elimination of the singular points in the workspace and also has desirable performance in comparing with conventional arms.

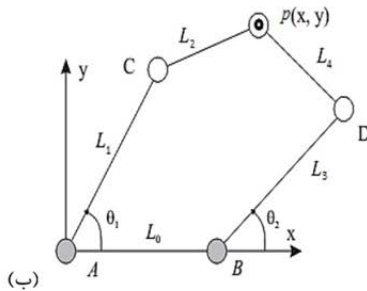
## 1- مقدمه

سازه‌ی این گونه زنجیره‌های سینماتیکی شده و مشکلاتی از قبیل پایین بودن نسبت بار قابل حمل به وزن ربات را به وجود می‌آورد [1]. در بازوهای رباتیک موازی، پیکربندی ربات از یک یا چند زنجیره‌ی حلقه بسته از بازوها و مفاصل تشکیل شده است که دو یا چند سر آن ثابت بوده و عملگر نهایی به یک نقطه در مرکز این پیکربندی نصب می‌گردد. ربات‌های موازی نسبت به ربات‌های سری دارای چندین مزیت آشکار می‌باشند. یک ربات موازی به دلیل داشتن چندین زنجیره، سختی و صلبیت بیشتری در قیاس با بازوهای رباتیک سری دارد. در نتیجه استحکام و دقت ساختار موازی بیشتر بوده و توانایی حمل بار بیشتری خواهد داشت. از طرف دیگر در این ربات‌ها هر شاخه در تحمل قسمتی از بار سهیم است و این باعث می‌شود تا سیستم در عین مصرف انرژی کمتر، بتواند بارهای سنگین‌تری را حمل نماید. در این مکانیزم، عملگرها معمولاً در پایه یا نزدیکی آن نصب می‌شوند و

بازوهای سری، اولین ساختارهای مکانیکی بودند که برای کاربردهای رباتیک ساخته شدند. در بازوهای رباتیک سری، بازوها و مفاصل به صورت یک زنجیره‌ی حلقه باز، پشت سر هم قرار گرفته‌اند. از مزایای بازوهای رباتیک سری می‌توان به داشتن فضای کاری وسیع، نداشتن نقاط تکین در داخل فضای کاری و وجود روشی مشخص برای حل سینماتیک مستقیم ربات (روش دناوت هارتینبرگ) اشاره نمود. یکی از معایب ربات‌های سری این است که در این ربات‌ها یک موتور یا هر عملگر مفصلی، وظیفه حمل و به حرکت درآوردن اعضای بالا دستی خود را به عهده دارد که موجب می‌شود تا از موتورهای یا عملگرهای با گشتاور بالا، برای تحمل این گشتاور اضافی استفاده گردد. همچنین بازوها نیز باید به گونه‌ای ساخته شوند که قادر به تحمل وزن اضافی موتورها و بازوهای بالادستی باشند که این امر باعث سنگین‌تر شدن



(الف)



(ب)

Fig. 1 Parallel pentagon plate parallel robot; a) actual robot b) Geometric view [13]

شکل 1 ربات موازی صفحه‌ای پنج ضلعی، (الف) تصویر واقعی [12]. (ب) نمای هندسی [13]

شوند. علت وجود این مدهای کاری این است که سینماتیک معکوس این ربات در تمامی نقاط جواب منحصر به فرد ندارد، یعنی نقاطی در فضای کاری وجود دارد که به ازای آن‌ها دو جواب در فضای مفصلی به دست می‌آیند. فضای کاری این ربات نیز همانند سایر ربات‌های موازی کوچک و محدود می‌باشد که وجود نقاط تکین موازی، دلیل اصلی محدودیت در فضای کاری این ربات می‌باشد [11-14].

در ربات‌های پنج ضلعی برای کاهش نقاط تکین موازی، معمولاً طول بازوهای بالایی و پایینی متفاوت انتخاب می‌شوند که موجب کاهش فضای کاری شده و مانند حفره‌ای در وسط فضای کاری نمایان می‌گردد. برای حل این مشکل در مرجع [12] طرحی پیشنهاد شده است که هر چهار بازو طول یکسانی دارند اما این کار باعث افزایش تکین‌های موازی خواهد شد. در این مرجع روش سوییچ بین مدهای کاری برای حل این مشکل پیشنهاد شده است، از آن جایی که فضای کاری هر یک از چهار مد کاری متفاوت است با ترکیب این چهار فضا، فضای کاری به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. البته برای رفتن از یک مد به مد دیگر برای گریز از تکین‌های موازی، ربات باید یک بار در مرز فضای کاری از تکین‌های سری عبور کند. این بدین معناست که امکان حرکت پیوسته از فضای کاری یک مد به فضای کاری مد دیگر وجود ندارد و این فضای کاری حاصل از روش سوییچ بین مدها، فقط برای حرکات نقطه به نقطه مناسب است.

در این مقاله یک مکانیزم جدید برای بازوی رباتیک صفحه‌ای ارائه شده است که اولاً مزایای هر دو دسته از ربات‌های سری و موازی را داشته باشد و ثانیاً معایب ذکر شده برای آن‌ها نیز رفع گردند. در ادامه ابتدا مکانیزم این بازو معرفی شده و سپس روابط سینماتیک مستقیم و معکوس آن از روش هندسی به دست می‌آید. در پایان روشی برای راه اندازی و کنترل بازو توسط سیستم میکروکنترلی و رایانه بیان شده است.

عملگرها و بازوها بار اضافی از بابت وزن سایر عملگرها و بازوها، متحمل نمی‌شوند. بنابراین بازوها می‌توانند سبک‌تر از بازوهای ساختار سری مشابه باشند و همچنین می‌توان از عملگرهای با گشتاور پایین‌تر استفاده نمود. از دیگر مزایای این دسته می‌توان به خطای کم، سرعت بالا و نسبت وزن بار به وزن ربات بالا اشاره نمود. مهم‌ترین ضعف ربات‌های موازی، محدودیت در فضای کاری آن‌هاست. دلیل این محدودیت، امکان برخورد بازوها به یکدیگر و وجود نقاط تکین در داخل فضای کاری این ربات‌ها می‌باشد که حرکات پیوسته را در داخل فضای کاری محدود می‌کند و ربات باید از ورود به این نقاط اجتناب کند در عین حال سیستم کنترلی این ربات‌ها به دلیل تزویج شدید در دینامیک و مشکل محاسباتی در سینماتیک مستقیم، پیچیده می‌باشد [2,3].

ربات‌های موازی صفحه‌ای زیر مجموعه‌ای از ربات‌های موازی هستند که معمولاً برای کاربردهای روی میز کار مانند برداشتن و گذاشتن اجسام یا برش کاری و سوراخ کاری روی یک سطح دو بعدی، مورد استفاده قرار می‌گیرند. هر چند این ربات‌ها نیز مزایای سایر ربات‌های موازی را دارند ولی فضای کاری کوچک و وجود نقاط تکین در داخل فضای کاری که علاوه بر محدود کردن فضای کاری، کنترل ربات را نیز در عبور از این نقاط مشکل می‌سازد تا حدی از مزیت‌های این ربات‌ها کاسته است [2].

یکی از مشهورترین ربات‌های موازی صفحه‌ای، ربات سه درجه آزادی پلنر است. سینماتیک مستقیم این ربات از روش هندسی و جبری در مرجع [4] به دست آمده است و سینماتیک معکوس آن در مرجع [5] بررسی شده است. این ربات به دلیل سهولت در ساخت و هزینه پایین مقبولیت عام یافته است ولی با این حال این ساختار نیز مشکل نقاط تکین و همچنین کنترل ربات در این نقاط را دارد که در مرجع [6] مکان هندسی نقاط تکینگی این ربات بررسی شده است.

یکی دیگر از ربات‌های موازی صفحه‌ای ربات موازی دو درجه آزادی با یک عملگر اضافی است. این ربات شبیه ربات سه درجه آزادی پلنر است با این تفاوت که در ساختار این ربات صفحه‌ی وسطی حذف شده و هر سه بازو در یک نقطه به هم می‌رسند. این امر باعث حذف یک درجه آزادی و تبدیل آن به ربات دو درجه آزادی می‌شود. وجود عملگر اضافی در این ساختار علاوه بر بالا بردن دقت، سرعت و سختی ربات، نقاط تکین موجود در داخل فضای کاری را از بین می‌برد و فضای کاری بدون تکینگی به وجود می‌آورد. با این وجود کنترل و مدل‌سازی ربات با یک عملگر اضافی چالش جدیدی به وجود می‌آورد که مورد مطالعه محققان قرار گرفته است [7-10].

ربات موازی پنج ضلعی یکی از معروف‌ترین ربات‌های صفحه‌ای دو درجه آزادی می‌باشد که در "شکل 1" نشان داده شده و در مرجع [11] روابط سینماتیکی این ربات به دست آمده است. برای بررسی تکینگی‌های این ربات در مرجع [11] دو ماتریس ژاکوبین به دست آمده است. با استفاده از این ماتریس‌ها مکان هندسی نقاط تکین مشخص شده است. همچنین با استفاده از ماتریس سینماتیک معکوس چهار مد کاری برای این ربات مشخص گردیده است. این مدهای کاری در "شکل 2" نشان داده شده‌اند. این ربات در هر یک از مدهای کاری خود دارای فضای کاری و مکان هندسی تکین متفاوتی است. به این معنی که نقاط تکین یک مد، در مد دیگر جزء نقاط تکین نمی‌باشد. بنابراین شناخت این مدهای کاری اهمیت بالایی دارد. همچنین قابل ذکر است برای این که ربات از یک مد کاری به مد کاری دیگر برود، باید از نقاط تکین سری عبور کند، یعنی باید حداقل یکی از بازوها به طور کامل کشیده



روی صفحه‌ی دایره‌ای نصب گردیده است. به طوری که همانند "شکل 3" چرخ‌دنده سر موتور با یکی از چرخ‌دنده بازوها به طور کامل درگیر باشد. در ادامه سروموتور دیگری با قابلیت چرخش 180 درجه به مجموعه اضافه می‌شود. شفت این موتور توسط یک صفحه‌ی نگهدارنده به زیر صفحه‌ی دایره‌ای متصل گردیده است. محور این موتور باید با مرکز صفحه‌ی دایره‌ای هم راستا باشد. وظیفه این سروموتور این است که با چرخاندن صفحه‌ی دایره‌ای، کل مکانیزم بازوها را به حرکت درآورد که نتیجه آن چرخش عملگر نهایی روی محیط یک نیم دایره خواهد بود. شعاع دایره به موقعیت عملگر نهایی و در واقع به زاویه‌ی موتور متصل به بازوها وابسته است. با ترکیب حرکت دو موتور، عملگر نهایی قادر خواهد بود کل فضای کاری خود را جاروب نماید. فضای کاری این ربات به صورت یک نیم دایره می‌باشد که شعاع نیم دایره برابر با مجموع طول بازوهای بالایی و پایینی ( $r_1 + r_2$ ) می‌باشد. البته به شرطی که سرو موتور بالایی دارای بازه حرکتی حداقل 90 درجه و سروموتور پایینی دارای بازه حرکتی حداقل 180 درجه باشند. هر چه قدر بازه چرخشی موتور زیرین بیشتر شود، شکل فضای کاری به دایره کامل نزدیک‌تر می‌گردد (شکل 4).

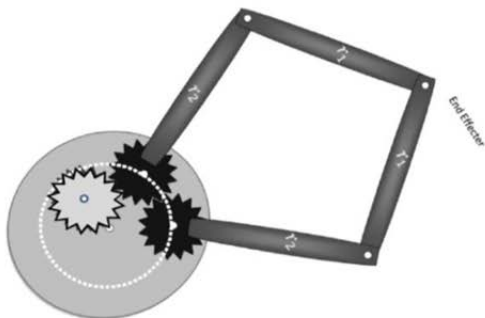


Fig. 3 Gears and arms installing mode

شکل 3 روش نصب چرخ دنده‌ها و بازوها (چرخ دنده خاکستری، چرخ دنده سر موتور می‌باشد)

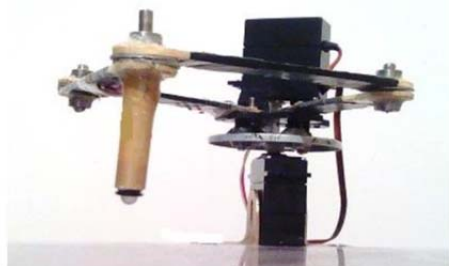
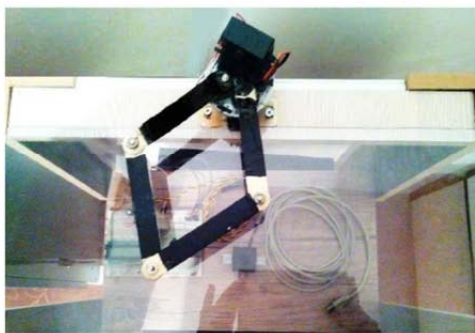


Fig. 4 Robotic arm

شکل 4 تصاویری از بازوی رباتیک ساخته شده

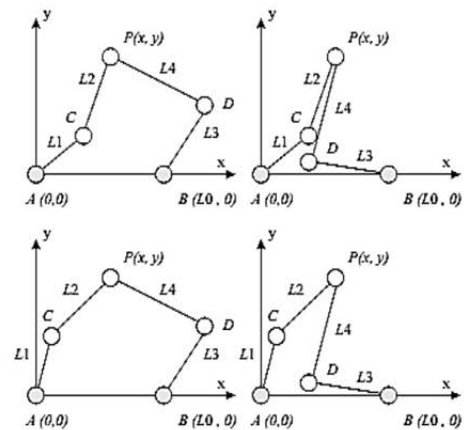


Fig. 2 Four working mode of pentagon plate robot [14]

شکل 2 چهار مد کاری ربات پنج ضلعی [14]

## 2- بازوی رباتیک پیشنهادی

### 2-1-2- مکانیزم بازوی رباتیک

در این مقاله با الهام از بازوی رباتیک موازی پنج ضلعی که در [11-13] معرفی شده و تلفیق آن با مزیت اصلی بازوی سری دو درجه آزادی، بازوی رباتیک جدیدی با قابلیت‌های بهتر ارائه شده است. ربات پیشنهادی از چهار بازو ساخته شده است که این بازوها توسط سه مفصل لولایی به هم دیگر متصل شده‌اند. مفصل وسطی محل اتصال عملگر نهایی می‌باشد. طول دو بازوی متصل به عملگر نهایی با هم برابر بوده و دو بازوی دیگر نیز طولی برابر با هم دارند. دو سر آزاد بازوها به دو عدد چرخ دنده یکسان متصل شده است. این چرخ دنده‌ها توسط شفت به دو عدد بلبرینگ که روی یک صفحه‌ی دایره‌ای نصب شده‌اند، متصل گردیده‌اند. محل نصب این بلبرینگ‌ها روی صفحه‌ی دایره‌ای باید به گونه‌ای باشد که از مرکز صفحه‌ی دایره‌ای به یک فاصله باشد. به عبارت دیگر بلبرینگ‌ها باید روی محیط یک دایره‌ی فرضی هم‌مرکز با صفحه‌ی دایره‌ای (دایره نقطه‌چین در شکل 3) نصب گردند فاصله این دو بلبرینگ باید به اندازه‌ای باشد که هم چرخ دنده‌ها بتوانند به راحتی در جای خود بچرخند و در عین حال دو چرخ دنده به طور کامل با هم درگیر باشند. (شکل 3) حال اگر یکی از چرخ‌دنده‌ها چرخانده شود، زاویه‌ی بین دو بازوی پایینی -بازوهای متصل به چرخ‌دنده‌ها- تغییر می‌کند. با تغییر زاویه‌ی بازوهای پایینی عملگر نهایی روی یک خط مستقیم گذرا از بین چرخ‌دنده‌ها و مرکز صفحه حرکت خواهد کرد.

برای این که عملگر نهایی بتواند حداکثر طول مسیر ممکن را طی نماید، باید زاویه‌ی بین دو بازو از صفر تا 180 درجه تغییر کند تا این مسیر از نقطه صفر که در آن بازوهای بالایی و پایینی به طور کامل روی هم خم شده‌اند تا حداکثر طول- جایی که بازوهای بالایی و پایینی به طور کامل کشیده شده‌اند- امتداد پیدا کند. با این همه اگر یکی از چرخ‌دنده‌ها به اندازه 90 درجه بچرخد به دلیل آن که چرخ‌دنده دیگر نیز هم‌زمان به همان اندازه و در خلاف جهت می‌چرخد، زاویه‌ی بین بازوهای پایینی 180 درجه تغییر نموده و عملگر نهایی حداکثر طول خود را طی خواهد نمود.

یک موتور سرو با قابلیت چرخش 180 درجه به عنوان عملگر این مجموعه استفاده شده است -هر چند چرخش آن به اندازه 90 درجه برای عملکرد مجموعه کافی است- یک چرخ دنده، همانند چرخ دنده‌ی بازوها، به شفت این موتور متصل شده است. موتور نیز به طور وارونه از طریق یک پایه

2-2- روابط سینماتیکی ربات

سینماتیک ربات به دو بخش سینماتیک مستقیم و معکوس تقسیم می‌شود. هدف از حل سینماتیک مستقیم، یافتن موقعیت و جهت‌گیری عملگر نهایی از روی مقادیر معلوم متغیرهای مفاصل می‌باشد. حل سینماتیک معکوس نیز به معنی به‌دست آوردن مقادیر متغیرهای مفاصل، از روی موقعیت و جهت‌گیری ربات می‌باشد. ابعاد و فواصل هندسی بازوی رباتیک ساخته شده، در جدول 1 آمده است.

الف: سینماتیک مستقیم

نمای هندسی ربات در "شکل 5" نشان داده شده است. زاویه‌های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  زوایای مفصلی و معلوم می‌باشند. نقطه A با مختصات مجهول (x,y) موقعیت عملگر نهایی می‌باشد، هدف یافتن مقادیر x و y از روی زوایای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  می‌باشد.

همان‌طور که در "شکل 5" مشاهده می‌شود، طول بازوهای متصل به عملگر نهایی با  $r_1$  و طول بازوهای پایینی متصل به صفحه‌ی دایره‌ای با  $r_2$  مشخص شده است. d فاصله بین مرکز صفحه‌ی دایره‌ای و خط گذرا از محل نصب بازوهای پایینی بوده و مقدار ثابتی دارد. h فاصله بین محل نصب دو بازو روی صفحه‌ی دایره‌ای می‌باشد و مقدار آن نیز ثابت است.  $\theta_2$  زاویه‌ی چرخش بازوهای پایینی می‌باشد ولی این بازوها در خلاف جهت هم‌دیگر می‌چرخند. - توسط چرخ دنده به هم اتصال دارند- عمود بودن خط فرضی OA بر خط فرضی BC و خط گذرا از محل نصب دو بازو روی صفحه‌ی دایره‌ای، به روش تشابه و تساوی مثلثاتی قابل اثبات می‌باشد. بنابراین این خط (OA)، خطوط فرضی BC و همچنین خط فرضی گذرا از محل نصب دو بازو روی صفحه (h) را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. از روی "شکل 5" می‌توان نوشت:

$$p = r_2 \times \cos(\theta_2) \tag{1}$$

$$l_2 = r_2 \times \sin(\theta_2) \tag{2}$$

جدول 1 ابعاد و فواصل هندسی ربات ساخته شده (مقادیر به سانتی‌متر)

فاصله	قطر چرخ دنده (h)	قطر صفحه‌ی دایره‌ای	طول بازو $r_2$	طول بازو $r_1$
d	2.5	6.5	9	10.25

در مثلث AMC می‌توان رابطه (3) را نوشت:

$$l_1 = \sqrt{r_1^2 - (p + h/2)^2} \tag{3}$$

با توجه به این که تنها متغیر رابطه، زاویه‌ی  $\theta_2$  است، می‌توان این طول را به صورت تابعی از  $\theta_2$  نوشت.

$$R(\theta_2) = \overline{OA} = l_1 + l_2 + d \tag{4}$$

حال x و y از روی روابط مثلثاتی و با استفاده از رابطه (4) به صورت رابطه (5) به‌دست می‌آید. بنابراین مسئله‌ی سینماتیک مستقیم که به‌دست آوردن x و y برحسب  $\theta_1$  و  $\theta_2$  حل می‌شود.

$$\begin{cases} x = R(\theta_2) \times \cos\theta_1 \\ y = R(\theta_2) \times \sin\theta_1 \end{cases} \tag{5}$$

ب: سینماتیک معکوس

نقطه A با مختصات (x,y) محل عملگر نهایی و معلوم بوده و هدف یافتن زوایای مفصلی  $\theta_1$  و  $\theta_2$  خواهد بود. زاویه  $\theta_1$  را می‌توان از روی "شکل 5" به صورت رابطه (6) به‌دست آورد.

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{y}{x} \tag{6}$$

برای یافتن زاویه  $\theta_2$  از "شکل 6" استفاده می‌شود. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است، واضح است که مجموع زوایای  $\alpha, \beta, \theta_2$  برابر با 180 درجه خواهد بود. پس اگر دو زاویه  $\alpha, \beta$  معلوم شوند، آن‌گاه زاویه  $\theta_2$  به‌دست خواهد آمد. از روی "شکل 6" می‌توان رابطه (7) را نوشت:

$$d + t = \overline{OA} = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow t = \sqrt{x^2 + y^2} - d \tag{7}$$

از روی روابط مثلثاتی و با رابطه (7) زاویه  $\beta$  از رابطه (8) به‌دست می‌آید.

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{t}{h/2} \right) \tag{8}$$

برای به‌دست آوردن زاویه  $\alpha$  ابتدا طول پاره خط  $\overline{AE}$  برابر  $k_1$  و طول پاره خط  $\overline{SE}$  برابر  $k_2$  در نظر گرفته می‌شود (رابطه (9)).

$$k_1 = \overline{AE}, k_2 = \overline{SE} \tag{9}$$

با استفاده از قضیه فیثاغورث در دو مثلث  $\triangle AEC, \triangle SEC$  می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} r_1^2 - k_1^2 &= r_2^2 - k_2^2 \rightarrow r_1^2 - r_2^2 = k_1^2 - k_2^2 \rightarrow \\ r_1^2 - r_2^2 &= (k_1 + k_2)(k_1 - k_2) \end{aligned} \tag{10}$$

و همچنین از روی شکل داریم:

$$t = k_1 + k_2 \tag{11}$$

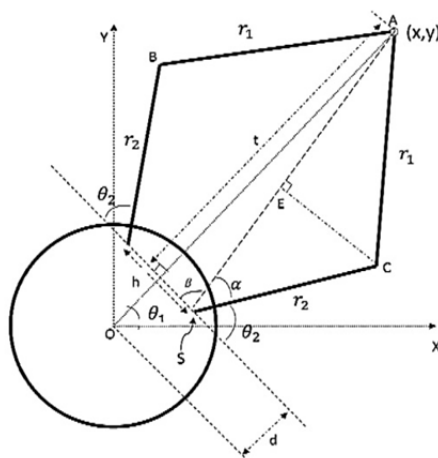


Fig. 6 Geometric view of the robotic arm for inverse kinematics  
شکل 6 نمای هندسی بازوی رباتیک برای حل سینماتیک معکوس

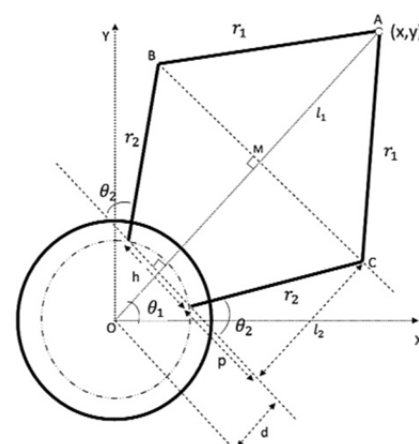


Fig. 5 Geometric view of the robotic arm for direct kinematics  
شکل 5 نمای هندسی بازوی رباتیک برای حل سینماتیک مستقیم

$$\begin{cases} A(\theta_2) = \sqrt{r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2} + r_2 \times \sin \theta_2 + d \\ B(\theta_2) = r_2 \times \cos \theta_2 + \frac{(r_2 \times \sin \theta_2)(r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)}{\sqrt{r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2}} \end{cases} \quad (17)$$

با جای گذاری تغییر متغیر رابطه (17) در رابطه (16)، رابطه (18) حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{x} = -(A(\theta_2) \times \sin \theta_1) \times \dot{\theta}_1 + (B(\theta_2) \times \cos \theta_1) \times \dot{\theta}_2 \\ \dot{y} = (A(\theta_2) \times \cos \theta_1) \times \dot{\theta}_1 + (B(\theta_2) \times \sin \theta_1) \times \dot{\theta}_2 \end{cases} \quad (18)$$

رابطه (18) سرعت مفصل‌ها را به سرعت‌های دکارتی مربوط می‌سازد و از روی آن ماتریس ژاکوبین به دست می‌آید (رابطه (19)).

$$J = \begin{pmatrix} -A(\theta_2) \times \sin \theta_1 & B(\theta_2) \times \cos \theta_1 \\ A(\theta_2) \times \cos \theta_1 & B(\theta_2) \times \sin \theta_1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

دترمینان ماتریس ژاکوبین به صورت رابطه (20) خواهد بود.

$$|\theta| = -A(\theta_2) \times B(\theta_2) \times (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) = -A(\theta_2) \times B(\theta_2) \quad (20)$$

با توجه به روابط (17) و (20) مشاهده می‌شود که در دترمینان ماتریس ژاکوبین اثری از زاویه  $\theta_1$  دیده نمی‌شود که بیان‌گر این است که زاویه  $\theta_1$  در تعیین نقاط تکین ربات بی‌تاثیر است و تنها زاویه  $\theta_2$  می‌تواند در تعیین این نقاط نقش داشته باشد. تنها عنصری که در دترمینان ماتریس ژاکوبین مشکل‌ساز می‌شود رابطه زیر رادیکال  $(r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2)$  است برای این‌که رابطه زیر رادیکال همواره بزرگتر از صفر باشد می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2 &= 0 \rightarrow \\ r_1 &= (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2) \end{aligned} \quad (21)$$

زاویه  $\theta_2$  ای که در آن تساوی فوق برقرار می‌شود یک نقطه بحرانی و تنها نقطه تکین برای ربات می‌باشد. هم‌چنین این زاویه، یک زاویه محدود کننده خواهد بود. چون زوایای کوچک‌تر از آن موجب منفی شدن رابطه زیر رادیکال خواهد شد. اگر این تساوی در  $\theta_2 = 0^\circ$  اتفاق بیافتد این محدودیت وجود نخواهد داشت، چون در حداقل زاویه یعنی صفر درجه رخ داده است. هم‌چنین در این حالت با استفاده از (21)، رابطه (22) به دست می‌آید.

$$r_1 = (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2) \xrightarrow{\theta_2=0} r_1 = r_2 + h/2 \quad (22)$$

#### 4-2- راه‌اندازی و کنترل بازوی ربانیک

برای هدایت بازوی ساخته شده به مختصات مطلوب  $(x, y)$  از رابطه سینماتیک معکوس حل شده ربات به صورت  $(\theta_1, \theta_2) = f(x, y)$  استفاده می‌شود. برای اعمال زوایای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به دو موتور سرو، این زوایا باید به سیگنال‌های مدولاسیون عرض پالس تبدیل شوند.

برای داشتن یک سیگنال کنترلی بدون نوسان و مطمئن از خروجی مدولاسیون عرض پالس میکروکنترلر مگا 64 استفاده شده است که در آن از تایمری مجزا برای تولید این سیگنال استفاده شده است. در این ربات از مدولاسیون عرض پالس 16 بیتی استفاده شده است. دوره تناوب سیگنال در 15.7 میلی ثانیه تنظیم گردیده و با تنظیمات صورت گرفته تفکیک پذیری 6350 پله‌ای در طول پالس به دست آمده است. نتایج حاصل از آزمایش نشان

بنابراین از دو رابطه (10) و (11) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} r_1^2 - r_2^2 &= t \times ((t - k_2) - k_2) \rightarrow \\ r_1^2 - r_2^2 &= t \times (t - 2k_2) \rightarrow \\ k_2 &= .5 \times \left( t - \frac{r_1^2 - r_2^2}{t} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

در مثلث  $\hat{SEC}$  می‌توان نوشت:

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{k_2}{r_1} \right) \quad (13)$$

$r_2$  طول بازو و مشخص است و  $k_2$  نیز از رابطه (12) به دست آمده است. پس زاویه  $\alpha$  از روی رابطه (13) قابل محاسبه است. زاویه  $\beta$  نیز از رابطه (8) به دست آمده است. بنابراین زاویه  $\theta_2$  از رابطه (14) به دست می‌آید.

$$\theta_2 = 180 - \alpha - \beta \quad (14)$$

#### 3-2- ماتریس ژاکوبین و نقاط تکین

ژاکوبین یکی از مهم‌ترین کمیت‌های آنالیز و کنترل حرکت ربات محسوب می‌گردد. تعیین نقاط یا پیکربندی‌های تکین، یکی از کاربردهای ژاکوبین می‌باشد. برای به دست آوردن نقاط تکین برای این بازو، ابتدا ماتریس ژاکوبین ربات به دست آمده سپس دترمینان ماتریس فوق محاسبه می‌شود. اگر دترمینان به دست آمده مساوی صفر قرار داده شود، رابطه‌ای ظاهر خواهد شد که با حل آن نقاط تکین بازو در پیکربندی مفصلی به دست خواهند آمد [15].

از جای گذاری روابط (1)، (2)، (3)، (4) در رابطه (5)، معادله کامل سینماتیک مستقیم به صورت رابطه (15) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x = (\sqrt{r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2} + r_2 \times \sin \theta_2 + d) \times \cos \theta_1 \\ y = (\sqrt{r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2} + r_2 \times \sin \theta_2 + d) \times \sin \theta_1 \end{cases} \quad (15)$$

با مشتق گیری از رابطه (15)، برحسب متغیرهای زاویه  $\theta_1$  و  $\theta_2$  رابطه (16) به دست خواهد آمد.

$$\begin{cases} \dot{x} = -((\sqrt{r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2} + r_2 \times \sin \theta_2 + d) \times \sin \theta_1) \times \dot{\theta}_1 + ((r_2 \times \cos \theta_2 + \frac{(r_2 \times \sin \theta_2)(r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)}{\sqrt{r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2}}) \times \cos \theta_1) \times \dot{\theta}_2 \\ \dot{y} = ((\sqrt{r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2} + r_2 \times \sin \theta_2 + d) \times \cos \theta_1) \times \dot{\theta}_1 + ((r_2 \times \cos \theta_2 + \frac{(r_2 \times \sin \theta_2)(r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)}{\sqrt{r_1^2 - (r_2 \times \cos \theta_2 + h/2)^2}}) \times \sin \theta_1) \times \dot{\theta}_2 \end{cases} \quad (16)$$

برای ساده سازی رابطه فوق، تغییر متغیری به صورت رابطه (17) انجام شده است.



سوار شده است (شکل 4)، موتور زیرین گشتاوری از بابت موتور بالایی احساس نخواهد کرد و فقط وزن آن از طریق شفت موتور پایینی به زمین منتقل خواهد شد و همانند ربات موازی پنج ضلعی معرفی شده در مرجع [13] هیچ یک از بازوها و موتورهای گشتاوری اضافی به خاطر وزن موتورهای متحمل نمی‌شوند. در صورتی که در بازوهای دو مفصلی سری یکی از موتورهای مجبور به تحمل گشتاوری به واسطه‌ی وزن موتور و نیز همه‌ی بازوهای بالادستی خود می‌باشد این امر موجب می‌شود تا بتوان از موتورهای کم هزینه‌تر و کوچک‌تر استفاده کرد، علاوه بر این وجود این گشتاور اضافی در بازوهای سری، کنترل بازو را به دلیل نوسانات ناخواسته در لحظات شروع حرکت و توقف مشکل می‌کند. در ربات‌های سری انتخاب موتور با نوعی داد و ستد بین وزن و قدرت موتور همراه است. در حالی که در این مکانیزم چون وزن موتورهای به موتورهای گشتاوری وارد نمی‌کند می‌توان از موتورهای قوی و سنگین بهره برد. از آن جایی که بازوها توسط شفت و بلبرینگ روی صفحه‌ی دایره‌ای مهار شده‌اند و ارتباط موتور بالایی و بازوها از طریق چرخ دنده می‌باشد پس گشتاور عمود بر محور، بر شفت موتور وارد نشده و با این روش استهلاک موتور کاهش و عمر موتور افزایش می‌یابد.

### 3-2- مقایسه‌ی فضای کاری ربات پیشنهادی

برای به دست آوردن فضای کاری بازوی رباتیک پیشنهادی از مقارنه‌ی به معادلات سینماتیکی در همه‌ی پیکربندی‌های ممکن مفصل (زوایای موتورها) استفاده شده است. برای این منظور زاویه‌ی  $\theta_1$  که مربوط به سروموتور پایینی است در بازه‌ی [0-180] درجه و زاویه‌ی  $\theta_2$  که مربوط به سروموتور بالایی است در بازه‌ی [0-90] درجه جاروب شده است. با جای‌گذاری همه‌ی  $(\theta_1, \theta_2)$  ها در معادله سینماتیک مستقیم به دست آمده در بخش 2 (رابطه 5)، همه‌ی  $(x, y)$  های متناظر، به دست آمده است، که با رسم آن‌ها فضای کاری مطابق با "شکل 7" به دست می‌آید. فضای کاری بازوی رباتیک سری دو درجه آزادی را نیز می‌توان به همین روش به دست آورد. برای این منظور از معادله‌ی سینماتیک مستقیم بازوی سری دو مفصلی که در مرجع [15] آمده است (رابطه 25) استفاده شده است.

$$\begin{cases} x = r_1 \times \cos \theta_1 + r_2 \times \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y = r_1 \times \sin \theta_1 + r_2 \times \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (25)$$

برای مقایسه‌ی بهتر فضای کاری، طول بازوهای ربات سری مطابق با ربات پیشنهادی در نظر گرفته شده است. اگر بازه‌ی زاویه‌های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  برای بازوی سری همانند بازوی پیشنهادی، بازه‌ی [0-180] درجه برای  $\theta_1$  و بازه‌ی [0-90] درجه برای  $\theta_2$  در نظر گرفته شود، فضای کاری بازو مطابق با "شکل 8" می‌شود و با افزایش بازه‌ی زاویه‌ی  $\theta_2$  از [0-90] به [0-180]، فضای کاری این بازو مطابق "شکل 9" می‌شود. مشاهده می‌شود اگر بازه‌ی چرخشی موتورها یکسان باشد، فضای کاری بازوی سری غیرقابل قبول می‌باشد. اگر چه با دو برابر کردن بازه‌ی چرخشی زاویه‌ی  $\theta_2$  در بازوی سری، مساحت فضای کاری هر دو بازوی رباتیک، برابر می‌شود ولی در این حالت نیز فضای کاری بازوی سری، حالت نامتقارنی دارد که موجب کاهش مساحت مفید و قابل استفاده‌ی فضای کاری می‌شود. متقارن بودن فضای کاری یکی از مزایای بازوی پیشنهادی است که آن را برای کاربردهای روی میز کار مطلوب می‌نماید.

در مرجع [13] حداکثر فضای کاری برای ربات پنج ضلعی (شکل 1) برای حرکت نقطه به نقطه (نایبوسته) به دست آمده است. این فضا در "شکل 10" نشان داده شده است. همان‌طور که در بخش 2 گفته شد، این فضا از

داد با مقدار 2600 برای متغیر مدولاسیون عرض پالس (شمارنده مربوطه در میکروکنترلر)، طول پالس برابر با 0.6 میلی ثانیه می‌شود و با مقدار 8950 طول پالس برابر با 2.4 میلی ثانیه می‌گردد و در این بازه موتور از صفر تا 180 درجه می‌چرخد. بنابراین در این حالت تفکیک‌پذیری زاویه موتور، 6350 پله خواهد بود. یعنی کوچک‌ترین تغییر زاویه (Resolution) برای موتور برابر خواهد بود با:

$$Res = \frac{180}{6350} \approx 0.028^\circ \quad (23)$$

در ادامه رابطه بین زاویه موتور و مقدار متغیر مدولاسیون عرض پالس متناظر به دست آمده است.

$$pwm = \frac{6350}{180} \times \theta_2 + 2600 \quad (24)$$

مقدار 2600 به این منظور به رابطه اضافه شده است تا حداقل مقدار طول پالس را - که در زاویه صفر درجه حاصل می‌شود- در 0.6 میلی ثانیه تنظیم کند. زوایای مطلوب با دو رقم اعشار از طریق رابط سریال از کامپیوتر و توسط نرم‌افزار متلب به میکروکنترلر ارسال می‌گردد سپس از روی رابطه (24)، میکروکنترلر مقادیر متناسب با آن زوایا را به دست آورده و طول پالس مناسب را در خروجی‌های مدولاسیون عرض پالس تولید می‌کند. بدین ترتیب سروموتورهای متصل به این خروجی‌ها، در زوایای مطلوب قرار می‌گیرند. در این مقاله زاویه چرخش سروموتور بالایی در بازه‌ی 50 تا 130 درجه تنظیم شده است تا بازه چرخشی در وسط محدوده‌ی چرخشی سروموتور قرار گیرد.

### 3-3- پیاده سازی عملی ربات و مقایسه‌ی ویژگی‌ها و عملکرد

#### 3-3-1- مقایسه ویژگی‌های ساختاری ربات پیشنهادی

بازوی رباتیک ساخته شده به دلیل داشتن ساختار موازی و دو زنجیره‌ی حلقه بسته، سختی و صلبيت بیشتری در قیاس با بازوهای رباتیک سری داشته و هم‌چنین استحکام و دقت آن از بازوهای سری بیشتر است که علت آن مهار شدن عملگر نهایی توسط دو بازوی متصل به زمین می‌باشد. از طرف دیگر در این ربات هر شاخه در تحمل قسمتی از بار سهیم است و این باعث می‌شود تا سیستم در عین مصرف انرژی کمتر، بتواند بارهای سنگین‌تری را حمل نماید. برای مقایسه‌ی قدرت حمل بازوی ساخته شده با بازوی سری، یک بازوی سری دو مفصلی ساخته شد. جنس و نوع و اندازه‌ی بازوها و موتورهای بازوی سری همانند بازوی پیشنهادی ساخته شده، انتخاب گردید و در شرایط برابر و در حالی که زوایا و موقعیت عملگر نهایی هر دو بازو یکسان بود شروع به اضافه کردن بار به نقطه انتهایی بازوها (عملگر نهایی) گردید. حداکثر وزن قابل تحمل زمانی در نظر گرفته شد که نوک عملگر نهایی ربات ساخته شده (شکل 4) در اثر خمیدگی به زمین برخورد کند. نتیجه این آزمایش در جدول 2 بیان شده است.

نتایج جدول 2 نشان می‌دهد همان‌طور که انتظار می‌رفت قدرت حمل بار بازوی ساخته شده بیش از دو برابر، نسبت به بازوی سری افزایش یافته است. از آن جایی که در بازوی پیشنهادی یکی از موتورهای روی موتور دیگر

جدول 2 مقایسه قدرت حمل بار بازوی پیشنهادی و بازوی سری (مقادیر به گرم)

Table 2 Comparison of the load carrying capacity of the proposed robot and seri robot (gr)

حداکثر وزن قابل حمل	حداکثر وزن قابل حمل
بازوی سری	بازوی پیشنهادی
40	115

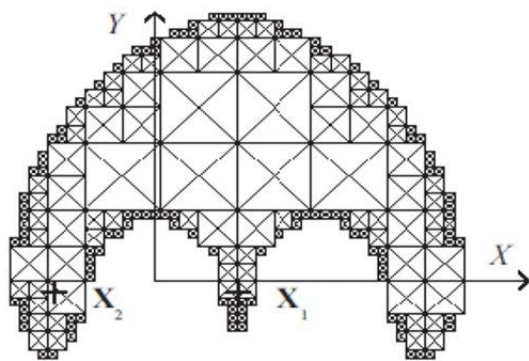


Fig.10 Parallel pentagon workspace [12]

شکل 10 فضای کاری ربات صفحه‌ای پنج ضلعی [12]

زاویه‌ی  $\theta_2$  همواره بزرگتر از صفر باشد عبارت زیر رادیکال رابطه (17) همواره مثبت و مخالف صفر می‌شود که در این صورت در زاویه‌ی صفر درجه بازوها به طور کامل روی هم خم می‌شوند و یک تکین موازی اتفاق می‌افتد. اما از آن جایی که این تکین موازی همانند نقاط تکین سری در مرز حداکثر فضای کاری ممکن قرار دارد و نه در داخل فضای کاری، مشکلی از بابت کنترل ربات در داخل فضای کاری ایجاد نخواهد کرد.

در این ربات هیچ‌گاه بازوها کشیده و در راستای هم قرار نمی‌گیرند و بازوها در حداکثر کشیدگی خود که در زاویه  $\theta_2 = 90^\circ$  اتفاق می‌افتد، وضعیتی همانند یک پنج ضلعی خواهند داشت. به همین دلیل است که این ربات برخلاف ربات پنج ضلعی موازی و هم‌چنین ربات‌های سری مانند ربات اسکارا، نقطه‌ی تکین سری در مرز خارجی فضای کاری خود ندارد، در نتیجه در فضای کاری بازوی پیشنهادی، هیچ نقطه‌ی تکینی وجود نداشته و کل فضای کاری برای حرکات پیوسته قابل استفاده می‌باشد.

اغلب فضای کاری ربات به صورت تمام پیکربندی‌های موجود برای ربات و عملگر نهایی تعریف می‌گردد. اما زمانی که حرکت پیوسته در فضای کاری مد نظر باشد، تعریف فضای کاری به صورت فوق صحیح نخواهد بود. اگر چه فضای کاری ربات پنج ضلعی که در "شکل 10" نشان داده شده است، از نظر اندازه و شکل قابل قبول است ولی این ربات به دلیل داشتن نقاط تکین در داخل فضای کاری خود نمی‌تواند در تمام فضای کاری به صورت پیوسته حرکت کند، بنابراین این فضا فقط برای حرکات نقطه به نقطه تعریف شده است و قابلیت حرکات پیوسته را ندارد. این امر یک ضعف بزرگ برای کاربردهایی مانند برش کاری است که نیاز به حرکات پیوسته دارند. در صورتی که در فضای کاری بازوی پیشنهادی هیچ نقطه تکینی وجود نداشته و بازوی پیشنهادی همانند بازوی سری قادر است در کل فضای کاری خود به طور پیوسته حرکت کند

### 3-4- سهولت حل معادلات سینماتیکی

ملاحظه گردید که سینماتیک مستقیم و معکوس این ربات از روش‌های هندسی به آسانی قابل حل بوده و پیچیدگی‌های محاسباتی و کنترلی سایر ربات‌ها را ندارد که این موضوع، کار کنترل ربات را ساده‌تر می‌نماید.

### 3-5- مقایسه‌ی مقدار سرعت خطی و تغییرات آن در فضای کاری

در بازوهای رباتیک، سرعت خطی عملگر نهایی به واسطه‌ی ماتریس ژاکوبین به سرعت زاویه‌ای مفاصل (موتورها) وابسته است [15]. به دلیل این که ماتریس ژاکوبین بازوی پیشنهادی و هم‌چنین بازوی سری، تابعی از زاویه‌های

ترکیب چهار فضای کاری کوچک در چهار مد کاری حاصل شده و بازو برای حرکت در بین این زیرفضاها باید مدارکاری خود را تغییر دهد.

### 3-3- بررسی وجود نقاط تکین در فضای کاری ربات

با بررسی نقاط تکین بازوی ساخته شده در بخش 2-3 مشخص شد که اگر رابطه (22) بین طول بازوها و فاصله‌ی بین بازوها برقرار باشد و هم‌چنین

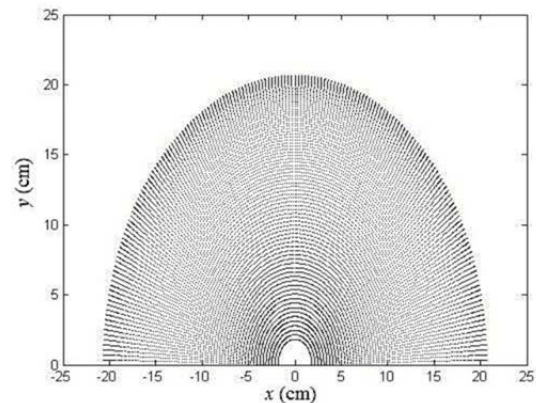


Fig. 7 proposed robot's workspace

شکل 7 فضای کاری ربات پیشنهادی

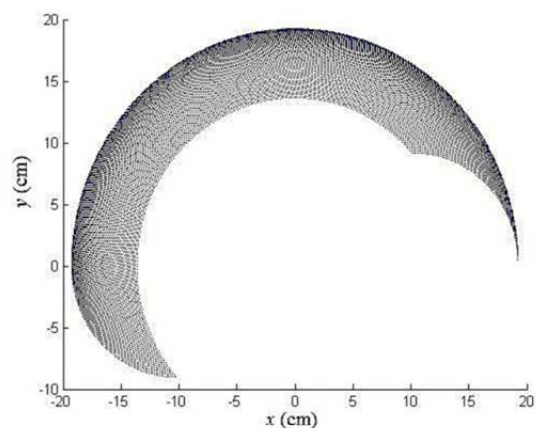


Fig. 8 Seri Robot workspace (Scara) ( $\theta_2 = [0 - 90]^\circ$ )

شکل 8 فضای کاری ربات سری دو مفصلی (اسکارا) ( $\theta_2 = [0 - 90]^\circ$ )

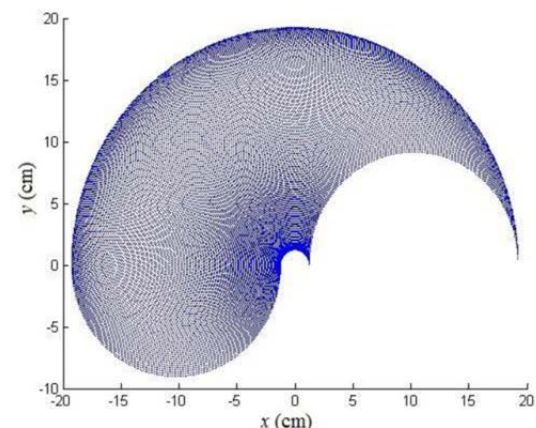
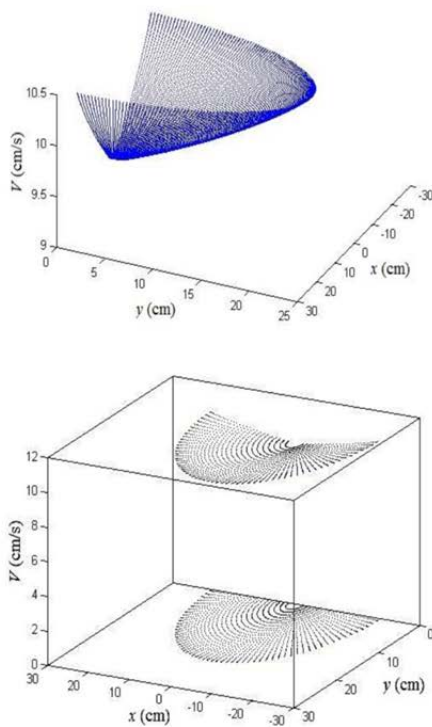


Fig. 9 Seri Robot workspace (Scara)  $\theta_2 = [0 - 180]^\circ$

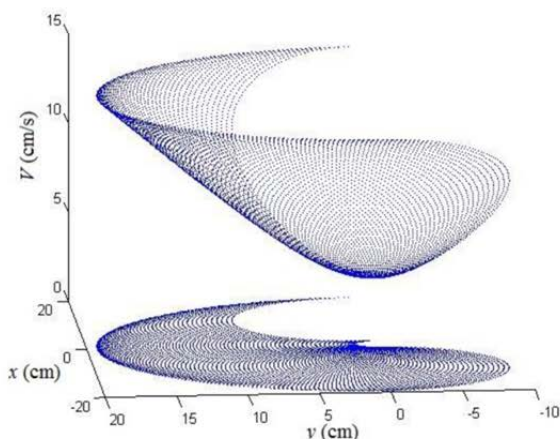
شکل 9 فضای کاری ربات سری دو مفصلی (اسکارا) ( $\theta_2 = [0 - 180]^\circ$ )



معناست که در بازوی پیشنهادی با داشتن سرعت زاویه‌ای ثابت برای مفاصل، سرعت خطی نیز در کل فضای کاری نسبت به بازوی سری به مراتب یکنواخت‌تر است. مقایسه شکل (11-ب) و "شکل 12" نیز گفته‌ی فوق را تایید می‌کند. بنابراین در کاربردهایی که نیاز دارند عملگر نهایی با سرعتی تقریباً ثابت و یکنواخت در فضای کاری حرکت کند، بازوی پیشنهادی می‌تواند عملکرد به مراتب بهتری نسبت به بازوی سری داشته باشد. در حالی که در صورت استفاده از بازوی سری نیاز به سیستم پیچیده‌ی کنترل سرعت موتورهای مفاصل می‌باشد که موجب افزایش هزینه و پیچیدگی سیستم کنترلی می‌شود.



**Fig. 11** Speed variation for purposed robot's workspace  
 شکل 11 منحنی تغییرات سرعت در فضای کاری برای بازوی پیشنهادی (شکل بالا تصویر بزرگ نمایی شده شکل پایینی می‌باشد)



**Fig. 12** Speed variation for Seri robot workspace (Scara)  
 شکل 12 منحنی تغییرات سرعت در فضای کاری برای بازوی سری

$\theta_1$  و  $\theta_2$  (زوایای موتورها) می‌باشد حتی با داشتن سرعت زاویه‌ای ثابت در موتورها، سرعت خطی عملگر نهایی در هر موقعیت مفاصل و به طبع آن در هر مختصات فضای کاری متغیر خواهد بود. با در نظر گرفتن سرعت زاویه‌ای فرضی ثابت و یکسان  $0.5 \text{ s/rad}$  برای هر دو زاویه  $\theta_1$  و  $\theta_2$  (سرعت موتورها ثابت و  $0.5 \text{ s/rad}$  در نظر گرفته شده است)، منحنی تغییرات سرعت خطی عملگر نهایی در فضای کاری بازوی پیشنهادی و بازوی سری به دست آمده است. برای به دست آوردن سرعت خطی بازوی پیشنهادی از رابطه (18) مقادیر  $\dot{x}$  و  $\dot{y}$  برای همه موقعیت‌های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  در فضای مفصلی محاسبه شده و طبق رابطه (26) سرعت خطی  $V$  در هر موقعیت  $(x, y)$  متناظر در فضای کاری ترسیم شده است.

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \quad (26)$$

سرعت خطی  $V$  بازوی سری نیز به روشی مشابه و برحسب رابطه (26) و (27) به دست آمده است.

$$\begin{cases} \dot{x} = [-r_1 \times \sin \theta_1 - r_2 \times \sin(\theta_1 + \theta_2)] \times \dot{\theta}_1 \\ \quad + [-r_2 \times \sin(\theta_1 + \theta_2)] \times \dot{\theta}_2 \\ \dot{y} = [r_1 \times \cos \theta_1 + r_2 \times \cos(\theta_1 + \theta_2)] \times \dot{\theta}_1 \\ \quad + [r_2 \times \cos(\theta_1 + \theta_2)] \times \dot{\theta}_2 \end{cases} \quad (27)$$

منحنی به دست آمده برای بازوی پیشنهادی و بازوی سری با در نظر گرفتن سرعت زاویه‌ای ثابت و برابر  $0.5 \text{ s/rad}$  برای هر دو زاویه  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به ترتیب در "شکل 11" و "شکل 12" نشان داده شده است. سپس منحنی تغییرات سرعت در فضای مفصلی برای هر دو بازو به دست آمده و در "شکل 13" برای بازوی پیشنهادی و در "شکل 14" برای بازوی سری نشان داده شده است. به دلیل آن که در ماتریس ژاکوبین هر دو بازوی سری و پیشنهادی اثری از زاویه  $\theta_1$  وجود ندارد بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات این زاویه در سرعت خطی بی‌تاثیر می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌های (13) و (14) مشاهده می‌شود مقدار سرعت نسبت به تغییرات زاویه  $\theta_1$  ثابت است. برای مشاهده‌ی بهتر، منحنی سرعت خطی برحسب تغییرات  $\theta_1$  با فرض ثابت بودن زاویه  $\theta_2$  برای هر دو بازو به دست آمده است. شکل (15-بالا) منحنی سرعت برحسب تغییرات  $\theta_1$  و در شرایط  $\theta_2 = 45^\circ$  برای بازوی پیشنهادی و شکل (15-پایین) منحنی سرعت برحسب تغییرات  $\theta_1$  و در شرایط  $\theta_2 = 90^\circ$  برای بازوی سری را نشان می‌دهند. برای مقایسه‌ی تغییرات سرعت خطی در فضای کاری دو بازو، می‌توان منحنی‌های سرعت خطی برحسب تغییرات زاویه‌ی  $\theta_2$  دو بازو را مقایسه کرد. "شکل 16" منحنی سرعت برحسب زاویه‌ی  $\theta_2$  را برای بازوی پیشنهادی و بازوی سری (سرعت زاویه‌ای هر دو مفصل ثابت و برابر  $0.5 \text{ s/rad}$  در نظر گرفته شده است) نشان می‌دهد.

با مشاهده‌ی "شکل‌های 16-11" می‌توان نتیجه گرفت که با ثابت و برابر بودن سرعت زاویه‌ی هر دو مفصل، اختلاف بین حداقل و حداکثر مقدار سرعت خطی در کل فضای کاری برای بازوی پیشنهادی تقریباً برابر  $1 \text{ cm/s}$  و برای بازوی سری تقریباً برابر  $10 \text{ cm/s}$  می‌باشد. به عبارت دیگر برای بازوی سری، سرعت خطی در اطراف مرکز مختصات فضای کاری ربات (نقطه  $(0,0)$  در "شکل 9") حدود  $4 \text{ cm/s}$  است و با دور شدن از این مرکز سرعت افزایش یافته و در انتهای فضای کاری به حدود  $14 \text{ cm/s}$  می‌رسد. ولی برای بازوی پیشنهادی، سرعت خطی در اطراف مرکز مختصات فضای کاری (نقطه  $(0,0)$  در شکل 7) در حدود  $9.4 \text{ cm/s}$  بوده و با دور شدن از این نقطه سرعت افزایش یافته و در مرز فضای کاری به حدود  $10.4 \text{ cm/s}$  می‌رسد. این بدین



می‌شود در حالی که سرعت زاویه‌ی  $\dot{\theta}_2$  0.5 rad/s می‌باشد. نتیجه تغییر فوق در "شکل 18" نشان داده شده است همان‌گونه که در "شکل‌های 16 تا 18" مشاهده می‌شود تغییرات انجام شده در سرعت زاویه‌ای مفاصل اثر چندانی در منحنی‌های بازوی سری ندارد در حالی که در بازوی پیشنهادی وقتی سرعت زاویه‌ای  $\dot{\theta}_2$  از  $\dot{\theta}_1$  بیشتر می‌شود شیب منحنی سرعت خطی کاملاً تغییر می‌یابد به طوری که سرعت در اطراف مرکز مختصات فضای کاری ربات بیشتر و با دور شدن از آن کاهش می‌یابد و زمانی که سرعت زاویه‌ای  $\dot{\theta}_1$  از  $\dot{\theta}_2$  بیشتر می‌شود جهت شیب منحنی تغییر یافته و این حالت برعکس می‌شود. آزمایش‌های انجام شده نشان داد که با زیاد شدن اختلاف سرعت زاویه‌ای دو مفصل از هم‌دیگر، شیب منحنی سرعت خطی افزایش یافته و یکنواختی سرعت در فضای کاری کاهش می‌یابد.

در ادامه برای بررسی اثر مقدار سرعت زاویه‌ای در سرعت خطی، مقدار سرعت زاویه‌ای هر دو موتور را دو برابر کرده 1 rad/s منحنی‌های سرعت خطی را در "شکل 19" رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش سرعت مفاصل، منحنی‌های هر دو بازو ثابت مانده و فقط مقادیر سرعت خطی به‌همان نسبت افزایش سرعت‌های زاویه‌ای، افزایش پیدا می‌کنند. به بیان دیگر با دو برابر شدن سرعت زاویه‌ای اختلاف حداقل و حداکثر مقدار سرعت خطی در بازوی پیشنهادی از 1 cm/s به 2 cm/s (یعنی دو برابر) تغییر یافته است و برای بازوی سری از 10 cm/s به 20 cm/s رسیده است. با این حال یکنواختی سرعت خطی بازوی پیشنهادی نسبت به بازوی سری هم‌چنان حفظ شده است.

با تغییر اندک سرعت زاویه‌ای  $\dot{\theta}_1$  از 0.5 rad/s به 0.48 rad/s و سرعت زاویه  $\dot{\theta}_2$  از 0.5 rad/s به 0.52 rad/s منحنی‌های سرعت خطی مطابق "شکل 20" می‌شوند. مشاهده می‌شود اگرچه این تغییر، در منحنی بازوی سری تأثیر چندانی ندارد ولی منحنی سرعت خطی در بازوی پیشنهادی به مراتب یکنواخت‌تر شده است و اولاً بازه‌ی تغییرات سرعت از 1 cm/s به کم‌تر از 0.25 cm/s رسیده است و دوماً منحنی در بازه‌ی وسیعی از مقادیر زاویه‌ی  $\theta_2$  با تقریب بسیار خوبی کاملاً خطی و یکنواخت است. بنابراین با حفظ این نسبت بین سرعت موتورهای در بازوی پیشنهادی سرعت خطی در فضای کاری، تقریباً یکنواخت می‌شود در حالی که سرعت موتورها نیز ثابت هستند.

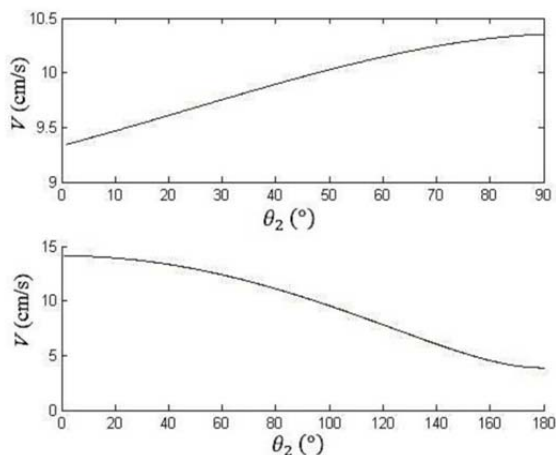


Fig. 16 Speed variations versus  $\theta_2$  for proposed robot (up) and for seri robot (down) ( $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = .5$  rad/s)

شکل 16 منحنی سرعت برحسب زاویه  $\theta_2$  برای بازوی پیشنهادی (شکل بالا) و بازوی سری (شکل پایین) ( $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = .5$  rad/s)

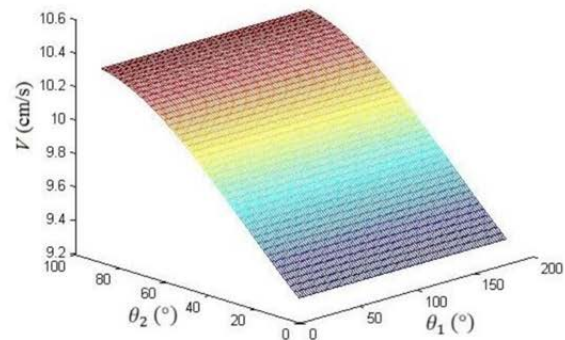


Fig. 13 Speed variation for proposed robot's in joint space

شکل 13 منحنی تغییرات سرعت در فضای مفصلی برای بازوی پیشنهادی

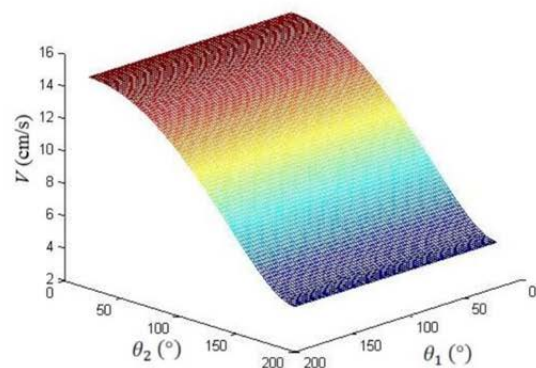


Fig. 14 Speed variation for Seri Robot workspace (Scara) in joint space

شکل 14 منحنی تغییرات سرعت در فضای مفصلی برای ربات سری دو مفصلی (اسکارا)

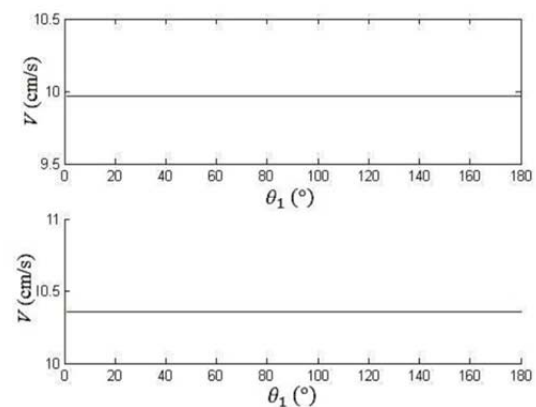


Fig. 15 Speed variations versus  $\theta_1$  for proposed robot with  $\theta_2 = 45^\circ$  with robot seri for and (up) ( $\theta_2 = 90^\circ$ ) (down)

شکل 15 منحنی تغییرات سرعت برحسب زاویه  $\theta_1$  برای بازوی پیشنهادی و  $\theta_2 = 45^\circ$  (شکل بالا) و برای بازوی سری و  $\theta_2 = 90^\circ$  (شکل پایین)

در ادامه اثر مقدار و نسبت سرعت زاویه‌ای موتورهای در منحنی‌های به‌دست آمده بررسی می‌شوند. ابتدا برای بررسی اثر نسبت سرعت زاویه‌ای دو موتور، سرعت زاویه‌ی  $\dot{\theta}_2$  به 0.6 rad/s تغییر داده می‌شود در حالی که سرعت زاویه‌ی  $\dot{\theta}_1$  هم‌چنان 0.5 rad/s می‌باشد. "شکل 17" نتیجه تغییر فوق را برای هر دو بازو نشان می‌دهد. سپس سرعت زاویه‌ی  $\dot{\theta}_1$  را به 0.6 rad/s تغییر داده

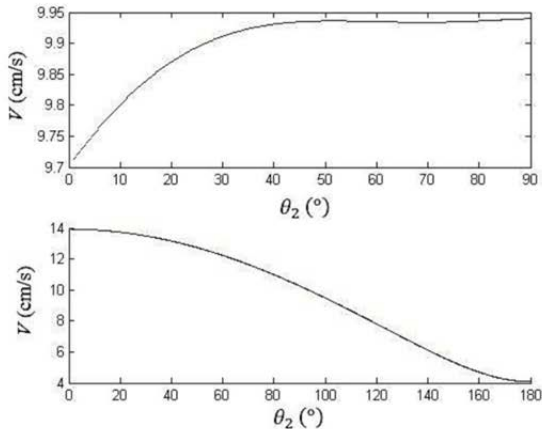


Fig. 20 Speed variations versus  $\theta_2$  for purposed robot (up) seri for and (down) robot ( $\dot{\theta}_1 = .48 \text{ rad/s}, \dot{\theta}_2 = .52 \text{ rad/s}$ )

شکل 20 منحنی سرعت برحسب زاویه  $\theta_2$  برای بازوی پیشنهادی (شکل بالا) و بازوی سری (شکل پایین) ( $\dot{\theta}_1 = .48 \text{ rad/s}, \dot{\theta}_2 = .52 \text{ rad/s}$ )

4- نتیجه گیری

در این مقاله یک بازوی رباتیک جدید صفحه‌ای با دو درجه آزادی، ارائه گردید. مقایسه‌ی بین بازوها نشان داد بازوی طراحی شده توانسته است معایب ذکر شده برای بازوهای صفحه‌ای موازی و سری را برطرف کرده و مزایای عمده‌ی بازوهای سری و موازی را داشته باشد. همچنین در برخی موارد هم‌چون فضای کاری و سرعت خطی نتایج به‌دست آمده برای ربات طراحی شده بهتر از سایر بازوهای صفحه‌ای می‌باشد.

5- مراجع

- [1] B. Siciliano, O. Khatib, *Handbook of Robotics*, pp. 269-281, Germany, Berlin Heidelberg, Springer, 2008.
- [2] I. A. Bonev, *The True Origins of Parallel Robots*, Retrieved January 24, 2003, <http://www.parallelic.org/review007.html>, 2003.
- [3] Z. Anvari, P. Varshovi-Jaghargh, M. Tale Masouleh, The mechanical interference-free workspace of the planar parallel robots using geometric approach, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 101-110, 2017. (in Persian)
- [4] J. P. Merlet, Direct kinematics of planar parallel manipulators, *IEEE Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3744-3749, 1996.
- [5] R. L. Williams, B. H. Shelley, Inverse Kinematics for Planar Parallel Manipulators, *Proceedings of the 1997 ASME Design Engineering Technical Conferences*, Las Vegas, USA, 1-6, 1997.
- [6] I. A. Bonev, C. M. Gosselin, Singularity Loci of Parallel Manipulators with Revolute Joints, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 30, pp. 1-10, 2001.
- [7] A. Muller, A Robust Inverse Dynamics Formulation for Redundantly Actuated PKM, *13th world Congress in Mechanism and Machine Science*, Guanajuato, Mexico, pp. 1-8, 2011.
- [8] A. Muller, Redundant Actuation of Parallel Manipulators. H. Wu, *Parallel Manipulators Towards New Application*, pp. 87-108, Austria: I-Tech, 2008.
- [9] A. Muller, T. Hufnagel, Singularity-Free dynamics modeling and control of parallel manipulators with actuation redundancy. *Serial and parallel Robot Manipulators Kinematics, Dynamics, Control and Optimization*, pp.167-178, IntechOpen, 2012.
- [10] S. Kock, W. Schumacher, A Parallel x-y Manipulator with Actuation Redundancy for High-Speed and Active-Stiffness Applications, *IEEE Proceedings of the International Conference on Robotics & Automation*, Leuven, Belgium, pp. 2295-2300, 1998.
- [11] D. Chablat, P. Wenger, J. Angeles, The Isoconditioning Loci of A Class of Closed-Chain Manipulators, *IEEE Proceedings of the International Conference on Robotics & Automation*, Leuven, Belgium, Vol. 3, pp. 1970-1975, 1998.
- [12] L. Campos, F. Bourbonnals, L. A. Bonev, P. Bigras, Development of Five-Bar Parallel Robot with Large workspace, *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference on Robotics & Computers and Information in Engineering Conference*. Vol. 2. pp. 917-922, 2010.
- [13] D. Chablat, P. Wenger, Regions of Feasible Point-To-Point Trajectories In The Cartesian Workspace of fully-parallel Manipulators, *Proceedings of the*

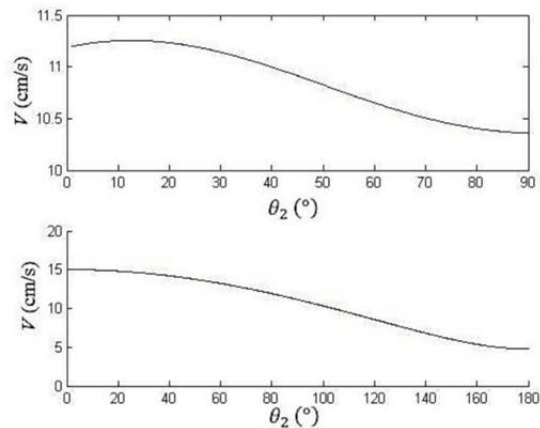


Fig. 17 Speed variations versus  $\theta_2$  for purposed robot (up) and for seri robot (down) ( $\dot{\theta}_1 = .5 \text{ rad/s}, \dot{\theta}_2 = .6 \text{ rad/s}$ )

شکل 17 منحنی سرعت برحسب زاویه  $\theta_2$  برای بازوی پیشنهادی (شکل بالا) و بازوی سری (شکل پایین) ( $\dot{\theta}_1 = .5 \text{ rad/s}, \dot{\theta}_2 = .6 \text{ rad/s}$ )

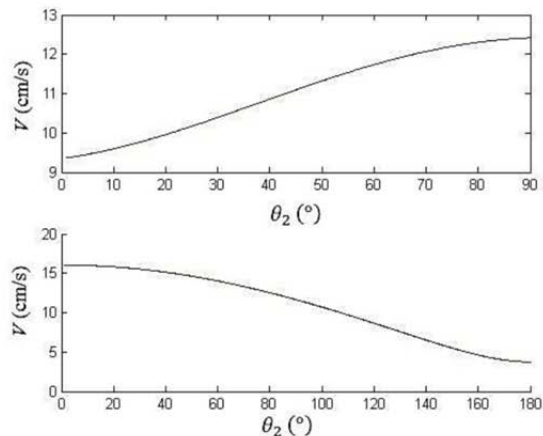


Fig. 18 Speed variations versus  $\theta_2$  for purposed robot (up) and for seri robot (down) ( $\dot{\theta}_1 = .6 \text{ rad/s}, \dot{\theta}_2 = .5 \text{ rad/s}$ )

شکل 18 منحنی سرعت برحسب زاویه  $\theta_2$  برای بازوی پیشنهادی (شکل بالا) و بازوی سری (شکل پایین) ( $\dot{\theta}_1 = .6 \text{ rad/s}, \dot{\theta}_2 = .5 \text{ rad/s}$ )

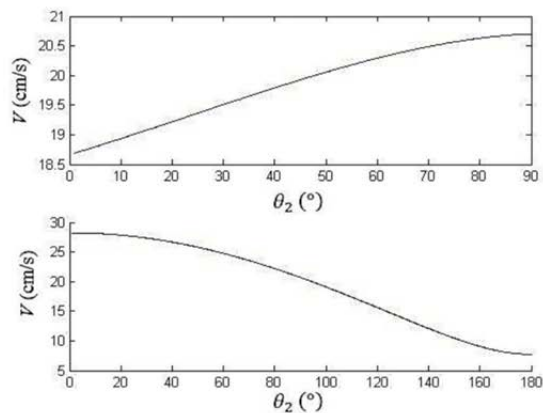


Fig. 19 Speed variations versus  $\theta_2$  for purposed robot (up) and for seri robot (down) ( $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 1 \text{ rad/s}$ )

شکل 19 منحنی سرعت برحسب زاویه  $\theta_2$  برای بازوی پیشنهادی (شکل بالا) و بازوی سری (شکل پایین) ( $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 1 \text{ rad/s}$ )



[15] M. W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, pp. pp. 113-115, New York: *John Wiley*, 2006.

1997 *ASME Design Engineering Technical Conferences*, Las Vegas, USA, pp. 1-6, 1990.

[14] D. Chablat, P. Wenger, Working modes and aspects in fully parallel manipulators. *IEEE Proceedings of the International Conference on Robotics & Automation*, Leuven, Belgium, pp. 1964-1969, 1998.