



بررسی، به کارگیری و مقایسه روش‌های برازش جهت تحلیل زیرپیکسل تصاویر جابه‌جایی ذرات

علی ناصری¹، آرمان محسنی^{2*}

۱- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

* تهران، صندوق پستی ar_mohseni@sbu.ac.ir، 16589-53571

چکیده

تحلیل تصاویر جابه‌جایی ذرات یکی از مراحل اصلی اندازه‌گیری در اغلب روش‌های اندازه‌گیری تصویری است. تصاویر جابه‌جایی ذرات برای اندازه‌گیری تغییر شکل جامدات و سرعت سیالات به کار می‌روند. برای نمونه روش سرعت‌سنجی با تصور ذرات یکی از روش‌های متدال اندازه‌گیری است که قابلیت اندازه‌گیری سرعت لحظه‌ای جریان سیال را دارد. در این روش با استفاده از ذرات کوچک شاور در جریان که قابلیت حرکت همراه جریان سیال و بازتابش نور را دارند، الگوی حرکت سیال توسط دستگاه تصویربرداری ثبت شده و سرعت جریان سیال پس از تحلیل به دست می‌آید. یکی از روش‌هایی که به منظور تحلیل تصاویر جابه‌جایی ذرات به کار می‌روند، تحلیل همبستگی است که در آن با تعیین تصاویر به پنجره‌های کوچک و اکاوی جهت حرکت ذرات ثبت شده در هر پنجره محاسبه شده و در نتیجه بردارهای جابه‌جایی کل ذرات موجود در تصویر تعیین می‌شود. یکی از خصوصیاتی که دقت این روش به آن وابسته است، تاخین محل نقطه بیشینه همبستگی است. هدف این پژوهش بررسی روش‌های برازش و به کارگیری آن‌ها در الگوریتم تحلیل جابه‌جایی ذرات به منظور دستیابی به دقت زیرپیکسل در تعیین بیشینه همبستگی و تعیین جابه‌جایی ذرات با دقت زیرپیکسل است. به این منظور به بررسی تئوری و تجربی روش‌های برازش با بهمنی و رویه درجه دو برداخته می‌شود. جهت دستیابی به شرایط تعریف شده به جای استفاده از سیال از تغییر شکل جسم جامد تحت بارگذاری یکنواخت و به جای ذرات شناور در سیال از توزیع ذرات بر روی سطح جسم جامد استفاده می‌شود. تابع نشان می‌دهد هر دو الگوریتم برازش مورد بررسی در این تحقیق دارای قابلیت اندازه‌گیری میزان جابه‌جایی در ابعاد زیرپیکسل و میکرومتر با میزان خطای 0.035 پیکسل یا یک میکرومتر است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۵ دی ۱۳۹۶

پذیرش: ۲۱ فروردین ۱۳۹۷

ارائه در سایت: ۹۹ ازدیمهشت ۹۹

کلید واژگان:

سرعت‌سنجی با تصویر ذرات (بی‌ای‌وی)

دقت زیرپیکسل

تحلیل همبستگی

برازش تابع

اندازه‌گیری تغییر شکل دو بعدی

Investigation, implementation, and comparison of fitting methods for sub-pixel analysis of particle displacement images

Ali Naseri, Arman Mohseni*

Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
* P.O.B. 16589-53571 Tehran, Iran, ar_mohseni@sbu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 05 January 2018
Accepted 10 April 2018
Available Online 99 May 9999

ABSTRACT

Analysis of particle displacement images is a main step in several image-based measurement techniques. Particle displacement images are used for the measurement of deformation of solids as well as velocity of fluids. For example, particle image velocimetry (PIV) is one of the common flow measurement techniques, which is capable of measuring instantaneous flow velocity. In this method, visualized flow patterns by small tracer particles, which follow the fluid flow and reflect an incident light, are recorded by a camera successively, and the analysis of particle movements in recorded images results in the velocity of flow field. Correlation analysis is commonly used for the analysis of particle shift images, in which images are divided into smaller windows called interrogation windows. The common displacement vector of particles in each interrogation window is determined by correlation analysis, which in turn results in displacement vectors in the entire image. The accuracy of this method is dependent on the estimation of the location of the maximum value of correlation with subpixel accuracy. The objective of this research is the evaluation of function fit methods to estimate the correlation peak location with subpixel accuracy. For this purpose, parabolic curve and second order surface fitting are investigated theoretically and experimentally. To achieve definite displacements, the deformation of a solid part under uniform loading is investigated instead of fluid flow and the displacement of point patterns painted on the solid surface are analyzed. The results show that both function fit methods are capable of resolving subpixel movements with the accuracy of 0.035 pixel or one micrometer in this research.

و اکاوی یا جستجوی متناظر⁷ تحلیل شده و بردارهای جابه‌جایی در هر پنجره و در نتیجه الگوی حرکتی ذرات در تصویر با دقت پیکسل به دست می‌آید. برای افزایش دقت روش سرعت‌سنجی با تصویر ذرات از روش‌های مختلفی جهت تحلیل تصویر استفاده می‌شود که روش برازش تابع جهت تعیین جابه‌جایی زیرپیکسل در تصاویر جابه‌جایی ذرات یکی از این روش‌ها است [9]. لازنس و کروپاتالی در تحلیل تصاویر سرعت‌سنجی با تصویر ذرات در ابعاد زیرپیکسل از انواع مختلف برازش استفاده کرده و به صورت تجربی صحبت‌سنجی کردنده [10]. همچنین رهیافت تکراری زیرپیکسل نیز توسط لکوریدر [11] و روش سوپر رزوشن در تحلیل زیرپیکسل سرعت‌سنجی با تصویر ذرات توسط اسکارانو [12] به کار گرفته شدند. در سال‌های اخیر سالاری و شفیعی [13] از میکروحباب‌ها برای سرعت‌سنجی با تصویر ذرات استفاده کردند و به صورت تجربی میدان سرعت را در درون یک لوله مشخص کردند. ضایطن [14] با کمک تصویربرداری میکروسکوپی به جداسازی میکرو ذرات معلق در یک کانال پرداخت و منتظرین و اکبری [15] با استفاده از روش سرعت‌سنجی با تصویر ذرات به بررسی میدان جریان در ناحیه خروجی جریان از یک توربوماشین گریز از مرکز پرداختند که نتایج آن به مدل‌سازی صحیح جریان مغذش در این نوع جریان‌ها کمک شایانی می‌تواند داشته باشد.

در تحقیقات گذشته روش‌های برازش زیرپیکسل به خصوص برازش با سهمی و رویه مرتبه دو به صورت متدالو مورد استفاده بوده است. به دلیل سادگی و سرعت بالا در محاسبات، این دو روش برازش در تحلیل داده در زمان اندازه‌گیری بسیار پرکاربرد است. با این حال بررسی جزئی این دو روش و مقایسه کمی آن‌ها در دسترس نیست. در این پژوهش با استفاده از تئوری‌های موجود در روش سرعت‌سنجی با تصویر ذرات به بررسی میزان جابه‌جایی در ابعاد زیرپیکسل پرداخته می‌شود و به دلیل سادگی، سرعت بالا در محاسبات و هزینه محاسباتی اندک، از دو روش برازش با سهمی درجه دوم و برازش با رویه درجه دو جهت افزایش دقت تحلیل همبستگی به مقیاس زیرپیکسل استفاده می‌شود و دقت به کارگیری هر یک از این روش‌ها

Two-Component PIV Setup

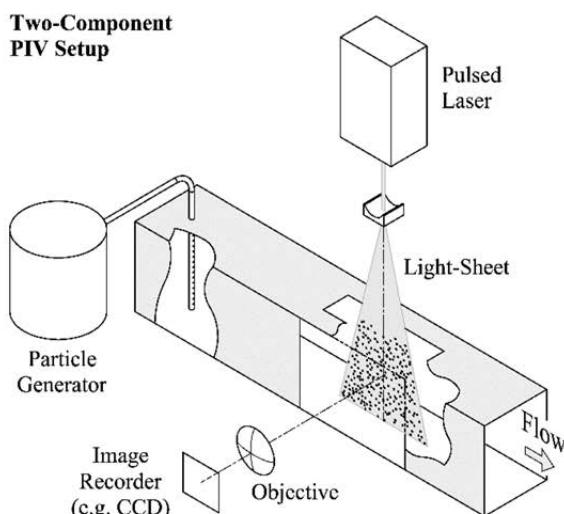


Fig. 1 Two-component PIV setup [5]

شکل ۱ سامانه سرعت‌سنجی با تصویر ذرات دو مؤلفه‌ای [5]

⁷ پنجره‌های و اکاوی (یا جستجوی) متناظر عبارت از پنجره‌های و اکاوی در دو چند تصویر هماندازه به گونه‌ای است که در صورت انتساب تصاویر بر هم منطبق شوند.

۱- مقدمه

لودویک پرانتل از جمله افرادی بود که در زمینه آشکارسازی جریان سیال گام برداشت. او در کانال آبی که جهت بررسی ویژگی‌های مختلف جریان بر بالواره¹ و اجسام دیگر ساخته بود، قادر شد ویژگی‌های حرکت سیال گام مشاهده کند و با تغییر پارامترهای آزمایش خود به بررسی ویژگی‌های مختلف پدیده‌های جریان سیال بپردازد. پس از گذر یک قرن با پیشرفت‌هایی که در زمینه لیزر، الکترونیک، رایانه و تصویربرداری رخ داد، نیاز به توسعه روشی جهت آشکارسازی کمی جریان سیال بیشتر از پیش نمایان گشت [1]. سرعت‌سنجی با تصویر ذرات و یا به اختصار، پی‌آی‌وی² روشی است که پژوهش‌گران توانستند با ابداع آن گام بزرگی را در زمینه آشکارسازی و اندازه‌گیری جریان سیال بپردازند. این روش از دهه شصت شمسی توسط رونالد آدریان به فضای تحقیقاتی راه یافته [2] و زمینه را برای کارهای تجربی در این حوزه هموار کرد. او با استفاده از روش همبستگی به تحلیل تصاویر ذرات پرداخت و تئوری این روش توسط او و کین³ در سال‌های ۱۹۹۱-۱۹۹۳ میلادی توسعه پیدا کرد [3]. بازسازی پنجره‌های و اکاوی با درنظر گرفتن گرادیان سرعت توسط آشفت فرات و هوانگ و بررسی جریان‌های آشفته در کانال‌های روباز توسط اوتامی از دیگر فعالیت‌ها در این حوزه بوده است [4]. در این روش سامانه اندازه‌گیری از چند جز اصلی شامل دستگاه تولید ذراتی که قابلیت بازتابش نور را دارند و حرکتشان تابع جریان سیال است، دستگاه تصویربرداری یک منبع نور جهت نمایان ساختن ذرات (عموماً لیزر پالسی)، دوربین تصویربرداری، دستگاه همزمان‌سازی تابش نور و تصویربرداری و سامانه نوری جهت هدایت نور به محل اندازه‌گیری و تولید صفحه نوری تشکیل می‌شود.

شکل ۱ یک سامانه سرعت‌سنجی با تصویر ذرات را نشان می‌دهد. ابتدا ذرات کوچک که تابع حرکت جریان سیال هستند⁴ به مجرای جریان تزریق می‌شود. با حرکت سیال در کانال جریان با استفاده از سامانه تصویربرداری، دو عکس از ذرات در یک بازه‌های زمانی کوچک گرفته می‌شود. اغلب فاصله زمانی این دو تصویر آنقدر کوچک است که امکان باز و بسته شدن دریچه دوربین جهت تصویربرداری وجود ندارد و به این منظور دریچه دوربین باز نگهداشته شده و محیط تاریک می‌شود و ذرات همراه جریان در محل عکسبرداری با استفاده از لیزر پالسی به صورت لحظه‌ای روشن می‌شود. زمان تابیدن نور به ذرات و گرفتن تصویر از آن‌ها توسط یک دستگاه همزمان‌ساز تعیین می‌شود. سپس با تحلیل تصاویر ثبت شده مقدار جابه‌جایی ذرات محاسبه و بردارهای جابه‌جایی ذرات به دست می‌آید [3,1].

تصاویر جابه‌جایی ذرات برای اندازه‌گیری تغییر شکل و جابه‌جایی اجسام جامد نیز به کار می‌رود. برآگا و همکاران [6] و وايت و همکاران [7] از تحلیل تصاویر جابه‌جایی ذرات با الگوریتم همبستگی برای اندازه‌گیری تغییر شکل سازه‌های فلزی استفاده کرده‌اند. ایشلوبواکر و همکاران [8] از ترکیب اسکن لیزری، تحلیل همبستگی و تحلیل استریوسکوپی برای اندازه‌گیری تغییر شکل سه‌بعدی سطح استفاده نموده‌اند.

تحلیل همبستگی⁵ یکی از روش‌های متدالو تحلیل تصاویر در روش سرعت‌سنجی با تصویر ذرات است. در این روش با تقسیم تصویر به پنجره‌های و اکاوی یا جستجو⁶ جهت حرکت ذرات تصویربرداری شده در دو پنجره

¹ Airfoil

² Particle Image Velocimetry (PIV)

³ Keane

⁴ Tracer particles

⁵ Cross-Correlation

⁶ Interrogation windows

در آن I_1 و I'_2 به ترتیب شدت نور نرمال شده تصاویر اول و دوم به بازه $[0, 1]$ است. در رابطه (1) با حرکت دادن پنجره واکاوی دوم، I'_2 ، بر پنجره واکاوی تصویر اول، I'_1 ، با ضرب مقادیر روشنایی نقاطی که بر هم منطبق شده‌اند و جمع آن‌ها مقادیر همبستگی به دست می‌آید که با افزایش میزان انطباق تصاویر این مقدارها بیشتر می‌شود و بیشینه آن بیشترین میزان انطباق تصاویر را نشان می‌دهد. در این حالت (k_1, k_2) متناظر با آن، بردار جابه‌جایی نسبت به مرکز صفحه همبستگی را با دقت پیکسل به دست می‌دهد [17, 1]. روش‌های افزایش دقت در تعیین بردار جابه‌جایی در مقیاس زیرپیکسل در ادامه ارائه می‌شود.

2- تئوری تحلیل زیرپیکسل

در برخی اندازه‌گیری‌ها دستیابی به بردارهای جابه‌جایی با دقت یک پیکسل قابل قبول است. در بسیاری از اندازه‌گیری‌ها دقت کمتر از یک پیکسل در ثبت جابه‌جایی‌ها مطلوب است. برای نمونه در بررسی تعییر شکل یک جسم جامد اغلب جابه‌جایی نقاط در اثر تعییر شکل کوچک و با فناوری متداول تصویربرداری در حد زیرپیکسل است. در این صورت تحلیل جابه‌جایی باید تا مقیاس زیرپیکسل دقیق باشد. در سنجش از راه دور یک پیکسل از تصاویر گرفته شده از طریق ماهواره‌ها می‌تواند معادل فاصله ۸۰ متر بر زمین باشد، به همین دلیل بررسی در ابعاد پیکسلی حدود 40 ± 4 متر خطأ خواهد داشت، که در صورت بررسی در ابعاد ۰.۱ پیکسل این مقدار خطأ به ± 4 متر کاهش می‌یابد [17]. برای تحلیل همبستگی تصاویر با دقت جابه‌جایی زیرپیکسل می‌توان از روش‌های برآشن سه‌می در تعیین مقدار جابه‌جایی استفاده کرد. در ادامه روش‌های برآشن سه‌می درجه دوم و رویه درجه دو ارائه می‌شود.

2-1- برآشن سه‌می درجه دوم

در صفحه همبستگی اگر مقدار تبدیل همبستگی گسسته C_d در نقطه (k_1, k_2) بیشینه باشد، نقطه بیشینه تابع درجه دوم به صورت رابطه (2) است.

$$C(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad (2)$$

این تابع از نقاط (k_1, k_2) ، $(k_1 - 1, k_2)$ و $(k_1 + 1, k_2)$ می‌گذرد و تخمین محل بیشینه تابع همبستگی در جهت x (شکل 2) را با دقت زیرپیکسل به دست می‌دهد. به طور مستقل با برآشن منحنی درجه دو در

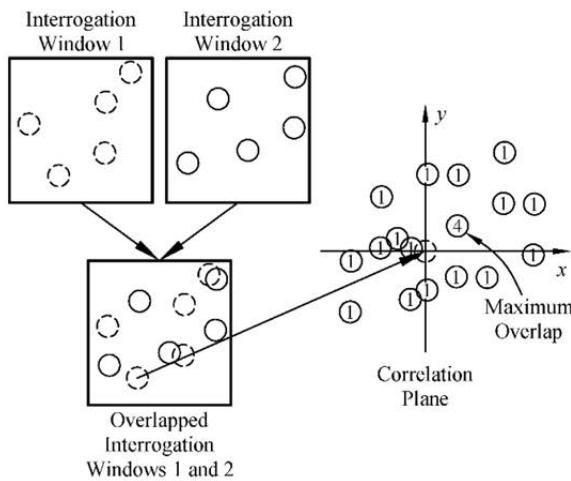


Fig. 2 Simplified correlation analysis

شکل 2 تحلیل همبستگی به شکل ساده

در تعیین جابه‌جایی‌های زیرپیکسل مشخص و مقایسه می‌شود. تعییر شکل جسم جامد تحت بارگذاری جهت دستیابی به شرایط تعريف شده مورد بررسی قرار گرفته و به جای استفاده از ذرات همراه سیال از الگوی نقاط روی سطح جسم جامد تحت بارگذاری استفاده می‌شود.

در بخش دوم این مقاله تئوری‌ها و روش‌های مورد استفاده ارائه شده و بررسی تجربی و تحلیل داده‌ها در بخش سه ارائه شده است. به دنبال آن تحلیل نتایج در بخش چهار و نتیجه‌گیری در بخش پنج آمده است.

2- تئوری و روش‌ها

روش همبستگی، روش مورد استفاده در تحلیل در مقیاس پیکسل است و روش‌های برآشنی که برای تحلیل زیرپیکسل استفاده می‌شود برآشن سه‌می درجه دوم و برآشن رویه درجه دو با روش حداقل مربعات است که در ادامه به شرح آن‌ها پرداخته می‌شود.

2-1- تئوری همبستگی

روش همبستگی یکی از روش‌هایی است که به صورت متداول برای تحلیل تصاویر جابه‌جایی به کار می‌رود. این روش الگوهای یکسان در دوتابع مشابه را تعیین می‌کند. این روش می‌تواند الگوهای مشابه را حتی با وجود اختلالات و نویز در مقادیر تابع تعیین کند [16]. جهت تحلیل همبستگی تصاویر ذرات، ابتدا هر یک از تصاویر به تعدادی پنجره کوچک‌تر به نام پنجره‌های واکاوی تقسیم می‌شوند. ابعاد این پنجره‌ها به گونه‌ای تنظیم می‌شوند که دست کم سه تا پنج ذره در آن قرار گیرند. سپس پنجره‌های واکاوی قرار گرفته در محل یکسان از دو تصویر بی‌دریبی با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در زیر عملکرد روش همبستگی به شکل ساده شرح داده می‌شود.

شکل 2 دو پنجره واکاوی را نمایش می‌دهد. پنجره اول از عکس گرفته شده در زمان t از ذرات متحرک و پنجره دوم از عکس گرفته شده در زمان $t + \Delta t$ و از یک محل یکسان در تصویرها انتخاب شده‌اند. جابه‌جایی ذرات باعث می‌شود مکان آن‌ها در پنجره دوم نسبت به پنجره اول متفاوت باشد، همچنین ممکن است ذراتی از پنجره دوم خارج یا به آن وارد شوند. با همپوشانی دو پنجره جابه‌جایی ذرات قابل تشخیص است. برای تشخیص جهت و مقدار جابه‌جایی هر یک از نقاط در پنجره واکاوی از تصویر اول به مرکز یک دستگاه مختصات منتقل می‌شود. صفحه این دستگاه مختصات صفحه همبستگی¹ نامیده می‌شود. نقاط پنجره واکاوی دوم نیز به این صفحه منتقل می‌شوند، به گونه‌ای که محل اولیه هر نقطه (که در پنجره واکاوی اول نمایش داده شده) به مرکز مختصات در صفحه همبستگی منتقل شود. در مکان هر ذره تعداد تصاویر ذرات منطبق شده بر هم با عدد نشان داده شده است. بردار جابه‌جایی مشترک ذرات برداری است که مرکز صفحه همبستگی را به نقطه‌ای که میزان همپوشانی در آن بیشینه است، شماره 4 در تصویر، متصل می‌کند.

برای دو پنجره واکاوی از یک تصویر خاکستری نرمال شده با توزیع شدت نورهای گسسته $I'_1(n_1, n_2)$ و $I'_2(n_1, n_2)$ از \mathbb{Z}^2 به $[0, 1] \subset \mathbb{R}$ تعریف می‌شود.

$$C_d\{I'_1, I'_2\}(k_1, k_2) = \sum_{n_1, n_2} I'_1(n_1, n_2) I'_2(n_1 + k_1, n_2 + k_2) \quad (1)$$

¹ Correlation Plane

$$a_5 = \frac{1}{4\delta x \delta y} (C_1 - C_3 - C_7 + C_9) \quad (15)$$

$$x_{\max} = \frac{a_2 a_5 - 2a_1 a_4}{4a_3 a_4 - a_5^2} \quad (16)$$

$$y_{\max} = \frac{a_1 a_5 - 2a_2 a_3}{4a_3 a_4 - a_5^2} \quad (17)$$

3- برسی تجربی و تحلیل داده ها

1-3- تجهیز آزمایشگاهی

کاربرد تجربی روش های برازش در این بخش ارائه شده است. از تغییر شکل جسم جامد تحت بارگذاری جهت دستیابی به شرایط معین در برسی تئوری سرعت سنجی و روش های برازش استفاده شده است. به جای استفاده از ذرات شناور در سیال از توزیع ذرات چسبیده به سطح جسم استفاده شده است. توزیع نقاط به وسیله اسپری رنگ و با پاشش قطره های رنگ بر یک صفحه قابل ارجاع ایجاد شده است. با استفاده از یک مکانیزم چرخدنده، شکل 4 صفحه قابل ارجاعی از جنس لاستیک تحت کشش قرار گرفته و در بارگذاری های مختلف، تصاویر جایه جایی نقاط ثبت می شوند. ذرات در تصاویر حاصل دارای جایه جایی در مقیاس زیرپیکسل هستند و با استفاده از تحلیل پیکسلی در روش همبستگی نمی توان بردارهای جایه جایی اعمال شده را محاسبه نمود. استفاده از الگوریتم های برازش زیرپیکسل امکان تحلیل تصاویر ثبت شده را با دقت زیرپیکسل فراهم می آورد.

تجهیز آزمایش در شکل 4 شامل پایه دوربین، مکانیزم کشش، اهرم چرخش چهت دوران مجموعه چرخدندها به صورت دستی و در نهایت اعمال کشش بر قطعه، منبع نور چهت روش نشانی صفحه در حال کشش و دوربین فیلم برداری است. مکانیزم دستگاه حرکت دورانی اهرم چرخش را به حرکت خطی تبدیل می کند به نحوی که هر چرخش کامل اهرم معادل ۰.۶ میلی متر کشش خطی وارد بر صفحه قابل ارجاع است. وزن زیاد پایه های این تجهیز اثرات ارتعاشات محیط را به خوبی حذف می کند.

2-3- اندازه گیری و تحلیل داده

به منظور ثابت نگهداشت دوربین هنگام تصویر برداری، ثبت تصاویر به صورت فیلم برداری بوده و تصاویر اندازه گیری از فریم های فیلم استخراج می شوند. تصاویر حاصل دارای قابلیت تفکیک هشت بیت برای هر رنگ اصلی قرمز، سبز و آبی و جایه جایی نقاط در آن ها در ابعاد زیرپیکسل است.

برای تحلیل تصاویر نهایی، با استفاده از روش همبستگی، آن ها به پنجره های واکاوی کوچک تر تقسیم شده و با استفاده از رابطه (1)، توزیع همبستگی معادل هر جفت پنجره واکاوی محاسبه شده و بیشینه این مقدار، بردار جایه جایی متناظر با پنجره های واکاوی را به دست می دهد. در

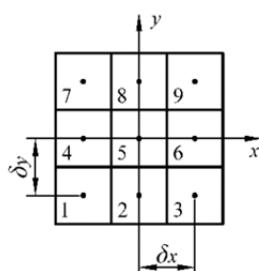


Fig. 3 Points used in quadratic surface fitting

شکل 3 نقاط مورد استفاده در برازش رویه درجه دو

راستای y بر نقاط $(k_1, k_2 - 1), (k_1, k_2)$ و $(k_1, k_2 + 1)$. تخمین محل بیشینه تابع همبستگی در این جهت به دست می آید. اگر فاصله بین دو پیکسل برابر با δ ، مقدار تابع همبستگی در نقطه میانی C_1 و مقدارهای تابع همبستگی دو نقطه کناری در یک راستای دلخواه قائم یا افقی C_3 و C_2 باشند، آنگاه ضریب های a_0, a_1 و a_2 به صورت روابط (5-3) به دست می آید.

$$a_0 = C_1 \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{C_2 - C_3}{2\delta} \quad (4)$$

$$a_2 = \frac{C_2 + C_3 - 2C_1}{2\delta^2} \quad (5)$$

بدین ترتیب با استفاده از ضرایب به دست آمده فاصله نقطه بیشینه در این تابع نسبت به نقطه مرکزی با شدت C_1 و مختصات محلی $(0,0)$ ، از رابطه (6) به دست می آید.

$$\epsilon = \frac{(C_3 - C_2) \delta}{2(C_2 + C_3 - 2C_1)} \quad (6)$$

معادله (6) در هر یک از راستاهای x و y قابل استفاده است.

2-2- برازش تابع با روش مجموع حداقل مربعات

جهت افزایش دقت تعیین محل نقطه بیشینه در صفحه همبستگی می توان از برازش رویه استفاده کرد. در این صفحه برای نقطه حداقل و مجموعه ای از نقاط همسایه آن $C_j(x_j, y_j)$ ، $1 \leq j \leq N$ ، در دستگاه مختصات دکارتی شکل 2، برازش تابع حقیقی $C(x, y; a_k) \in \mathbb{R}$ با پارامترهای a_k می تواند محل نقطه بیشینه در صفحه همبستگی را با دقت زیرپیکسل به دست دهد.

روش حداقل مربعات روشی ریاضی برای یافتن پارامترهای a_k است به طوری که مجموع مربعات اختلاف مقدار مربعات نقاط $I_j(x_j, y_j)$ و مقدار همبستگی تخمینی تابع برازش حداقل شود [18,17]. با در نظر گرفتن تابع چندجمله ای درجه دو $C(x, y)$ به صورت رابطه (7)

$$C(x, y; a_k) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy, \quad k \in \{0, 1, \dots, 5\} \quad (7)$$

که در آن a_k ضرایب چند جمله ای است، برای هر نقطه بیشینه محلی، مجموع مربعات اختلاف های مقدارهای برازش شده از مقدارهای واقعی در صفحه همبستگی، R ، برابر با رابطه (8) است.

$$R(a_k) = \sum_{j=1}^N [C(x_j, y_j; a_k) - C_j(x_j, y_j)]^2 \quad (8)$$

برای کمینه کردن مقدار باقیمانده، باید مشتق باقیمانده را نسبت به هر یک از پارامترها a_k برابر با صفر باشد:

$$\frac{\partial R(a_k)}{\partial a_k} = 0, \quad \forall k \in \{0, 1, 2, \dots, 5\} \quad (9)$$

در این تحقیق نه نقطه، $N=3$. مطابق با شکل 3. شامل هشت نقطه در همسایگی محل بیشینه همبستگی، نقطه 5 در شکل، جهت برازش مورد استفاده قرار گرفته است. بر این اساس روابط (10-14) را به صورت زیر داریم.

$$a_0 = -\frac{1}{9}(C_1 - 2C_2 + C_3 - 2C_4 - 5C_5 - 2C_6 + C_7 - 2C_8 + C_9) \quad (10)$$

$$a_1 = -\frac{1}{6\delta x}(C_1 - C_3 + C_4 - C_6 + C_7 - C_9) \quad (11)$$

$$a_2 = -\frac{1}{6\delta y}(C_1 + C_2 + C_3 - C_7 - C_8 - C_9) \quad (12)$$

$$a_3 = \frac{1}{6(\delta x)^2}(C_1 - 2C_2 + C_3 + C_4 - 2C_5 + C_6 + C_7 - 2C_8 + C_9) \quad (13)$$

$$a_4 = \frac{1}{6(\delta y)^2}(C_1 + C_2 + C_3 - 2C_4 - 2C_5 - 2C_6 + C_7 + C_8 + C_9) \quad (14)$$

تصاویر به صورت خطی نرمال می‌شود. اگر I شدت نور اولیه پیکسل‌ها و I' شدت نور نرمال شده آن‌ها باشد، با تغییر این مقیاس به بازه صفر تا یک با رابطه (18) تصویر نرمال شده به دست می‌آید که در آن شدت نور از صفر تا یک تغییر کرده و تمایز بین نقاط روشن تصویر و پس‌زمینه آن آشکارتر است (شکل 5-b).

$$I' = \frac{I - I_{\min}}{I_{\max} - I_{\min}} \quad (18)$$

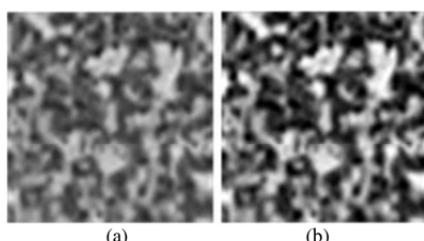
در این رابطه I و I_{\max} به ترتیب کمینه و بیشینه شدت نور در تصویر نرمال نشده است.

3-2-2- حذف روشنایی پس‌زمینه

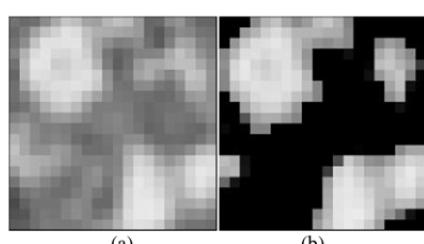
تغییر رنگ یا روشنایی پس‌زمینه در اثر عوامل محیطی، تنظیمات عکسبرداری و نویز، بر دستیابی به یک نقطه بیشینه همبستگی منحصر به فرد تأثیرگذار است و حذف آن می‌تواند افزایش کیفیت تابع همبستگی و افزایش دقت در تعیین بردار جابه‌جایی را به همراه داشته باشد. در شکل 6-a تصویر نقاط بر صفحه قابل ارجاع با رنگ روشن و روشنایی پس‌زمینه به رنگ خاکستری ملاحظه می‌شود. برای حذف رنگ پس‌زمینه می‌توان متوسط شدت نور پیکسل‌های تصویر نرمال شده را به عنوان میانا انتخاب و مقادیر پیکسل‌های دارای شدت نور کمتر از آن را برابر با صفر قرار داد. تصویر شکل 6-b نتیجه حذف رنگ پیش‌زمینه را نشان می‌دهد.

3-3-3- متوازن‌گیری

برای رفع نویز در تصاویر گرفته شده از هر حالت کشش صفحه ارجاعی چند تصویر گرفته می‌شود. به دلیل تصادفی بودن نویز با متوازن‌گیری از تصاویر گرفته شده اثر نویز کاهش یافته یا ازین می‌رود. در صورتی که مکان نقاط تصویر با زمان تغییر کند (مانند روش سرعت سنجی تصویری ذرات) استفاده از این روش براساس حد تفکیک زمانی قابل قبول، محدود یا غیرممکن می‌شود.



شکل 5 نرمال سازی تصویر، الف- تصویر اولیه، ب- تصویر نرمال شده



شکل 6 حذف روشنایی پس‌زمینه، الف- تصویر اولیه، ب- تصویر بعد از حذف روشنایی پس‌زمینه

از آن جا که سطوح‌های روشنایی بسته به قابلیت تفکیک دوربین (برای نمونه 256 سطح در دوربین 8 بیت و 4096 سطح در دوربین 12 بیت) متفاوت است، مقادیر شدت نور در تصویر برای یکسان‌سازی میزان روشنایی

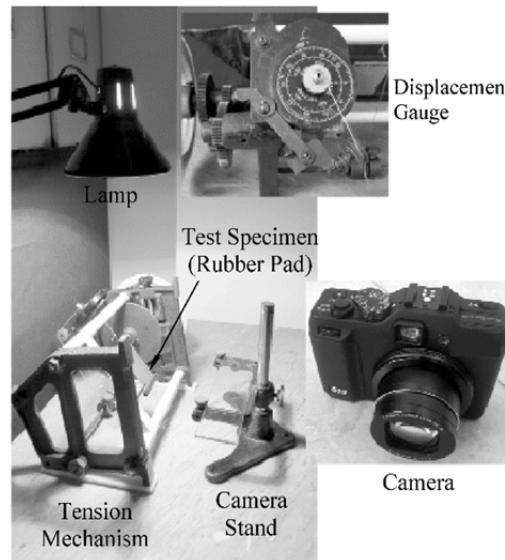


Fig. 4 Experiment setup

شکل 4 تجهیز آزمایشگاهی

جابه‌جایی زیرپیکسل محل بیشترین مقدار همبستگی در نزدیکی مرکز صفحه همبستگی است. به همین دلیل روش همبستگی در ابعاد پیکسلی قادر به شیت جابه‌جایی بین دو تصویر نیست و به این منظور باید از الگوریتم‌های تحلیل زیرپیکسل استفاده نمود. برای یافتن میزان جابه‌جایی زیرپیکسل از برآش سهمی درجه دوم و برآش رویه درجه دو استفاده می‌شود.

برآش سهمی درجه دو در صفحه همبستگی در راستای افقی و عمودی (شکل 2) به صورت مستقل صورت می‌پذیرد و در هر راستا مؤلفه بردار مکان نقطه بیشینه همبستگی را از رابطه (6) با دقت زیرپیکسل تقریب می‌کند. در هر راستا سه پیکسل شامل پیکسل متناظر با بیشینه همبستگی و دو پیکسل پیش و پس آن جهت برآش به کار می‌روند.

در روش برآش رویه درجه دو، روابط (16)، از یک آرایه سه در سه از نقاط تصویر استفاده می‌شود که پیکسل متناظر با بیشینه همبستگی در مرکز آن قرار دارد.

از روش‌های بهبود تصویر می‌توان جهت افزایش دقت در تعیین نقطه بیشینه همبستگی با برآش منحنی یا رویه بهره جست. در ادامه چند روش بهبود تصویر ارائه می‌شوند.

3-3-3- روش‌های بهبود تصویر

3-1- نرمال‌سازی تصویر

هنگامی که تفاوت بین شدت نور نقاط روشن و زمینه تصویر زیاد باشد و شدت روشنایی پس‌زمینه به صفر نزدیک باشد، تحلیل همبستگی پاسخ‌های قابل قبولی به دست می‌دهد. در شکل 5-a مشاهده می‌شود که تفاوت شدت نور بین نقاط پس‌زمینه و نقاط روشن، کم و رنگ نقاط روشن به رنگ پس‌زمینه نزدیک است، همچنین به دلیل عوامل محیطی مانند نور محیط امکان دارد در تصاویر گرفته شده، میزان روشنایی تصاویر متفاوت باشد و تفاوت در شدت نور نقاط دو تصویر می‌تواند مقایسه آن‌ها را با خطا همراه سازد.

از آن جا که سطوح‌های روشنایی بسته به قابلیت تفکیک دوربین (برای نمونه 256 سطح در دوربین 8 بیت و 4096 سطح در دوربین 12 بیت)

¹ Ensemble averaging

تصاویر مصنوعی با جابه جایی در مرتبه پیکسل پرداخته می شود. شکل 8 تصاویر مصنوعی با ابعاد 50×50 پیکسل و توزیع تصادفی نقاط با قطر پنج پیکسل و توزیع گوسی شدت روش نانی را نشان می دهد. در تصویر 8-b دارای جابه جایی 2 پیکسل در راستای افق به سمت راست تصویر است. در روش همبستگی، در صورتی که $M = N$ به ترتیب طول و عرض پنجره های واکاوی باشند، طول و عرض صفحه همبستگی به ترتیب برابر با $1 - 2M$ و $1 - 2N$ خواهد بود [1].

در تصویر شکل 8 برای پنجره های واکاوی با ابعاد مختلف، با اعمال هر دو روش برازش ارائه شده در زیربخش های 1-2-2 و 2-2-2 میزان خطای محاسبه بیشینه همبستگی و تعیین بردار جابه جایی انجام و نتایج نرم افزار بی آی وی ویو مقایسه شده است. با کوچکتر کردن ابعاد این پنجره ها، خطای محاسبه افزایش یافته به گونه ای که در پنجره واکاوی 16×16 پیکسل، میزان خطای برازش سهمی درجه دوم 7.31% و برازش تابع با روش حداقل مربعات به دلیل بیشتر بودن نقاط درگیر در حل نسبت به روش سهمی خطای کمتری دارد.

از دیگر دلایل افزایش خطای برازش با کوچک شدن اندازه پنجره واکاوی می توان به کاهش نقاط موجود در پنجره و ورود و خروج کامل و یا جزئی آنها از پنجره واکاوی اشاره کرد. در نتیجه مقدار بیشینه حاصل از تبدیل همبستگی کاهش یافته و میزان نویز در صفحه همبستگی افزایش می یابد. در تصاویر واقعی اضافه شدن نویز ناشی از عملکرد دوربین تصویربرداری نیز به کاهش بیشینه همبستگی و افزایش نویز موجود در صفحه همبستگی کمک می کند. به این ترتیب میزان خطای تعیین نقطه بیشینه در صفحه همبستگی می تواند افزایش یابد.

از عوامل دیگر مؤثر بر دقت تعیین نقطه بیشینه در صفحه همبستگی، میزان جابه جایی نقاط بین دو تصویر پی دربی و همچنین میزان غیرانتقالی بودن حرکت نقاط در پنجره واکاوی (برای نمونه در اثر وجود گردیدهای ایشیدید) است. برای تحلیل داده با وجود این عوامل و دیگر عوامل مؤثر بر جابه جایی نقاط، روش های مختلفی توسعه یافته است. برای نمونه روش انتقال سلول³ برای جابه جایی های بزرگ به کار می رود [1]. بررسی دقیق تر این عوامل خارج از موضوع این پژوهش است و به این دلیل به تأثیر آنها در تعیین بردار جابه جایی پرداخته نمی شود.

نتیجه تحلیل شکل 8 با برازش سهمی درجه دو و برازش رویه درجه دو به ترتیب در شکل های 9 و 11 نشان داده شده است. شکل 9 بردارهای جابه جایی، $(d_x, d_y) = (\vec{d}, \vec{d})$ و خطوط همتراز مقدار جابه جایی، $|d| = |\vec{d}|$ ، به دست آمده توسط برازش با سهمی درجه دو را نشان می دهد. میزان خطای این روش از مقایسه بردارهای جابه جایی با بردارهای حاصل از تحلیل تصویرها با نرم افزار بی آی وی ویو در شکل 10 نشان داده شده است. به همین ترتیب شکل های 11 و 12 بردارهای جابه جایی و خطای محاسبه آنها را با برازش توسط رویه درجه دو نشان می دهد.

شکل های 10 و 12 نشان می دهد که خطای محاسبه بردار جابه جایی در هر دو روش محدود به هفت درصد (در ناحیه های داخلی تصویرها) است. در مزهای تصویر الگوریتم همبستگی به کار رفته به دلیل کامل نبودن پنجره واکاوی از دقت کافی برخوردار نیست و به این دلیل میزان خطای در مزهای تصویر تا 17% افزایش یافته است. همچنین مقایسه این دو تصویر نشان می دهد برازش با رویه درجه دو از دقت بیشتری نسبت به برازش با سهمی

4- تحلیل نتایج

4-1- تصاویر مصنوعی با جابه جایی زیرپیکسل

برای ارزیابی روش های برازش از تصاویر جابه جایی مصنوعی استفاده می شود. الگوی هر نقطه در تصویر که متناظر با یک نقطه هندسی است، شامل مجموعه ای از پیکسل هاست که توزیع شدت نور در آنها براساس تابع گوسی¹ به دست آمده است و در آن پیکسلی دارای بیشترین شدت نور است که در مرکز پیکسل های تشکیل دهنده نقاط قرار دارد و به عنوان مرکز نقطه شناخته می شود. تابع شدت نور (2) این توزیع در معادله (19) داده شده است که در مختصات قطبی با مبدأ مختصات واقع بر مرکز هر الگوی نقطه، d قطر الگوی نقطه گوسی و σ فاصله تا مرکز نقطه است. مقدار I_{\max} در تصاویر هشت بیتی برابر با 255 و در تصویر نرمال شده برابر با یک، به صورت رابطه (19) است.

$$I(r) = I_{\max} \exp\left(\frac{-8r^2}{d^2}\right) \quad (19)$$

در شکل 7 نمونه ای از تصاویر تولیدی با این روش مشاهده می شود. هر دو عکس دارای توزیع نقاط به صورت تصادفی هستند و تصویر دوم نسبت به تصویر اول دارای جابه جایی زیرپیکسل است. به این دلیل پیکسل یا پیکسل های دارای بیشینه روش نانی تغییر مکان نداده و تغییر توزیع شدت روش نانی بین دو تصویر بسیار کم است. الگوریتم همبستگی در مقایس روش نانی بین دو پیکسل باشد نور بیشینه قادر به ثبت پیکسل به دلیل عدم تغییر در محل پیکسل باشد نور بیشینه در 1-2-2 و تفاوتی که در توزیع شدت نورها وجود دارد، می توان جابه جایی در بعد زیرپیکسل را محاسبه کرد.

به منظور تعیین دقت روش، نتایج تحلیل تصاویر با روش های برازش ارائه شده با نتایج حاصل از نرم افزار بی آی وی ویو² مقایسه شده است. رابطه خطابه علت هم جهت بودن نسبی بردارهای جابه جایی بر پایه مقایسه اندازه بردارهای جابه جایی تعریف شده است. اگر اندازه بردار جابه جایی به دست آمده از نرم افزار بی آی وی ویو برای هر پنجره واکاوی d' و اندازه محاسبه شده برای این بردار توسط روش های برازش این تحقیق d و خطای نسبی به درصد e باشد، آنگاه رابطه (20) به صورت زیر است.

$$e = 100 \left(1 - \frac{d}{d'}\right) \quad (20)$$

4-2- تحلیل تصاویر جابه جایی مصنوعی

جهت بررسی روش های برازش زیرپیکسل، ابتدا به بررسی صحت آنها با

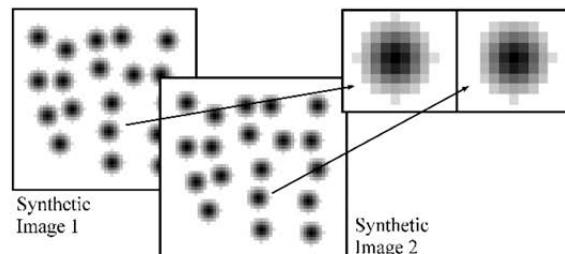


Fig. 7 Synthetic displacement images with Gaussian point patterns. The gray levels of images are inverted.

شکل 7 تصاویر جابه جایی مصنوعی با الگوی نقاط گوسی. تصاویر به صورت وارون یا نگاتیو ارائه شده است.

¹ Gaussian function

² نرم افزار تحلیل تصاویر جابه جایی ذرات، www.pivtec.com .PIVview

³ Window Shifting

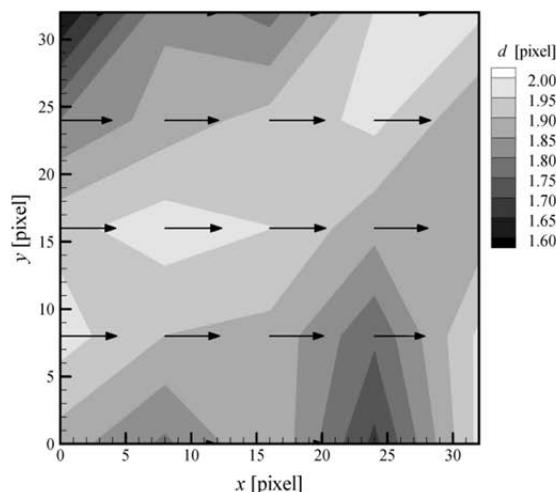


Fig. 11 Displacement vectors and contours of displacement vector magnitude for quadratic surface fitting applied to 50×50 pixel synthetic images with 16×16 pixel interrogation windows

شکل 11 بردارهای جابه جایی و خطوط تراز مقدار جابه جایی به دست آمده از برآش
رویه درجه دو در تصویر مصنوعی با ابعاد 50×50 پیکسل و پنجره اکاوی 16×16 پیکسل

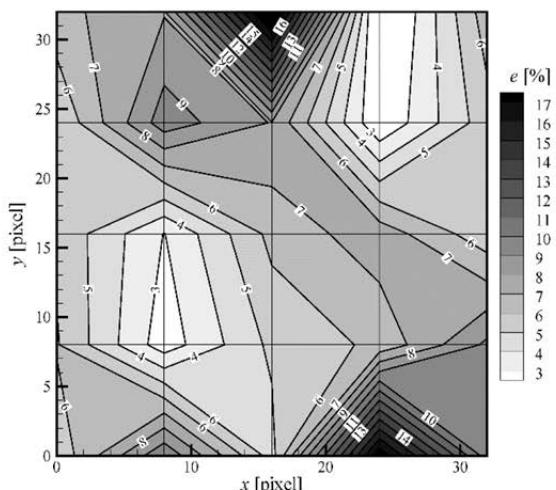


Fig. 12 Contour plot of the error of displacement vector magnitude of Fig. 11

شکل 12 خطوط همتراز خطای اندازه بردارهای جابه جایی شکل 11

درجه دو برخوردار است.

3-4- تحلیل تصاویر واقعی

جهت بررسی تجربی روش های برآش سهمی درجه دو و رویه درجه دو، یک ورق از جنس لاستیک با سطح کاملاً صاف مورد استفاده قرار گرفت و توزیع نقاط بر آن با استفاده از اسپری رنگ ایجاد شد. در شکل 13 نمونه ای از تصاویر گفته شده از این قطعه نشان داده است. در این تصویر نقاط مشکی بر پس زمینه از جنس لاستیک توزیع شده که دارای رنگ خاکستری است. ابعاد تصویر 400×400 پیکسل بوده و تصویر 13-b نسبت به تصویر 13-a در مقیاس زیرپیکسل جابه جا شده است. نتیجه اعمال فیلتر حذف رنگ پس زمینه در شکل 14 نشان داده شده است. علاوه بر حذف رنگ پس زمینه، تحلیل همبستگی بر تصاویر میان گیری شده بین 15 تا 20 تصویر انجام

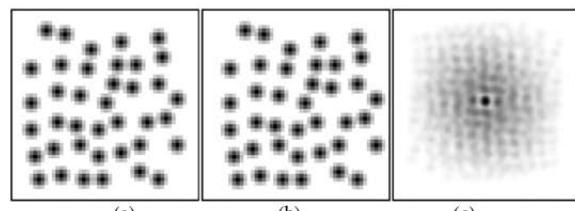


Fig. 8 Synthetic particle displacement images. (a) Original image, (b) image with two pixel particle shift to the right, (c) correlation of the images. The gray levels of images are inverted.

شکل 8 تصاویر مصنوعی جابه جایی نقاط، الف- تصویر اولیه، ب- تصویر با جابه جایی افقی دو پیکسل نقاط به راست، ج- تبدیل همبستگی دو تصویر نخست. تصاویر به صورت وارون با نگاتیو ارائه شده است.

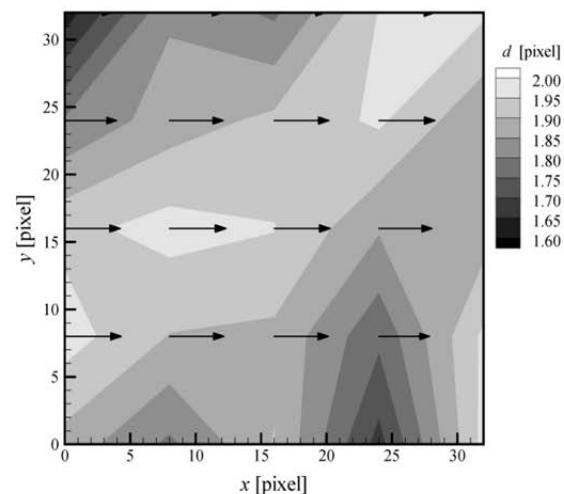


Fig. 9 Displacement vectors and contours of displacement magnitude for parabolic fitting method applied to 50×50 pixel synthetic images with 16×16 pixel interrogation windows

شکل 9 بردارهای جابه جایی و خطوط تراز مقدار جابه جایی به دست آمده با برآش سهمی درجه دوم در تصویر مصنوعی با ابعاد 50×50 پیکسل و پنجره اکاوی 16×16 پیکسل

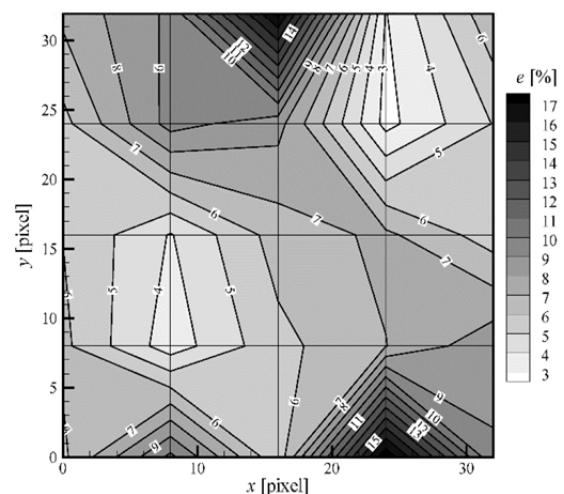


Fig. 10 Contour plot of the error of displacement vector magnitude of Fig. 9

شکل 10 خطوط همتراز خطای اندازه بردارهای جابه جایی شکل 9

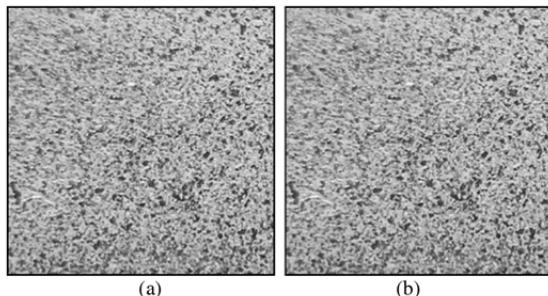


Fig. 13 Sample particle displacement images. (a) Reference image, (b) displaced/deformed image. The gray levels of images are inverted.

شکل 13 نمونه‌ای از تصویر جابه‌جایی ذرات. الف- تصویر مبنای، ب- تصویر جابه‌جایی شده یا تغییر شکل داده. تصاویر به صورت وارون یا نگاتیو ارائه شده است.

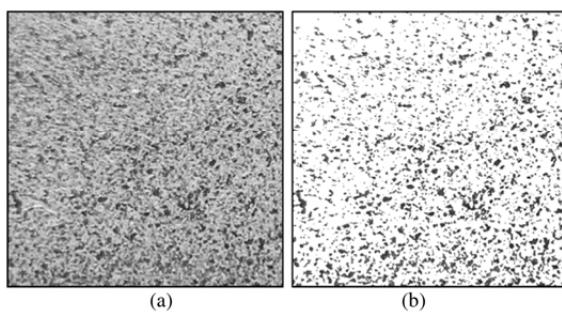


Fig. 14 Removed background color. The gray levels of images are inverted.

شکل 14 حذف رنگ پس زمینه. تصاویر به صورت وارون یا نگاتیو ارائه شده است.

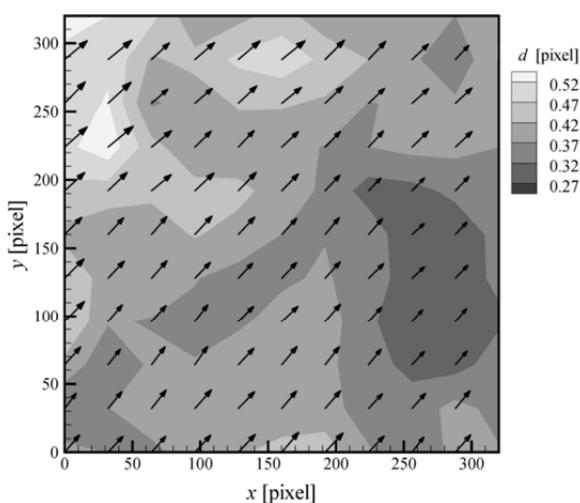


Fig. 15 Displacement vectors and contours of displacement magnitude of Fig. 13 using parabolic fitting

شکل 15 بردارهای جابه‌جایی و خطوط تراز مقدار جابه‌جایی در تصویرهای شکل 13 به دست آمده با برازش سهمی درجه دوم

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق کاربرد دو روش برازش جهت محاسبه میزان جابه‌جایی در تصاویر جابه‌جایی نقاط به صورت تئوری و تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از دو روش برازش با سهمی درجه دو و روش درجه دو در تخمین جابه‌جایی دقت قابل قبولی دارد. از نظر دقت، روش برازش با روش درجه دو به دلیل استفاده از نه نقطه در همسایگی نقطه

گرفته تا اثر نویز تصویر حذف شده یا کاهش یابد.

نتیجه تحلیل تصویرهای شکل 13 توسط برازش با سهمی درجه دو و نرم‌افزار پی‌آی‌وی‌بی به ترتیب در شکل‌های 15 و 16 نشان داده شده است. مقدار خطای در اندازه بردار جابه‌جایی در شکل 17 از مقایسه این دو قابل ملاحظه است. در این تصویرها مقدار جابه‌جایی از 0.55 تا 0.27 پیکسل به دست آمده که بیشینه خطای آن 28% است. به عبارت دیگر بیشینه خطای اندازه‌گیری جابه‌جایی 0.5 پیکسل برابر با 0.14 پیکسل است. در بخش‌های قابل توجهی از تصویر میزان خطای 18% و کمتر است که برای جابه‌جایی 0.5 پیکسل خطای مطلق 0.09 پیکسل و کمتر را برآورد می‌کند. برای نسبت تبدیل 28.06 میکرومتر بر پیکسل مقادیر فوق نشان می‌دهد جابه‌جایی 14.03 میکرومتر با خطای 2.5 میکرومتر قابل اندازه‌گیری است.

محاسبه بردارهای جابه‌جایی در تصویرهای شکل 13 با استفاده از برازش رویه درجه دو در شکل 18 و خطای محاسبه جابه‌جایی در مقایسه با نتایج تحلیل با نرم‌افزار پی‌آی‌وی‌بی در شکل 19 نشان داده شده است. در مقایسه با برازش سهمی درجه دو، برازش رویه درجه دو دارای خطای کمتری است. بیشینه خطای نسبی 18% درصد و خطای غالب برابر با 10% است که برای جابه‌جایی 0.5 پیکسل (معادل با 14.03 میکرومتر)، به ترتیب متناظر با خطاهای مطلق 2.5 و 1.4 میکرومتر است.

براساس اندازه‌گیری در تصاویر بالا جابه‌جایی با مرتبه بزرگی 0.35 پیکسل یا 10 میکرومتر با دقت از مرتبه 0.035 پیکسل یا یک میکرومتر قابل اندازه‌گیری است.

نمودار تغییرات اندازه بردار جابه‌جایی حاصل از برازش سهمی درجه دو و رویه درجه دو و خطای متناظر آن‌ها در راستای محور x در $y = 128 \text{ pixel}$ در شکل 20 نشان داده شده است، همچنین جدول 1 تغییرات خطای نسبی با تغییر اندازه پنجره واکاوی را نشان می‌دهد. در این بررسی با نرمال‌سازی و حذف روشنایی پس زمینه نقطه بیشینه در صفحه همبستگی متمایز شده و با متوسط‌گیری بین چند تصویر یکسان اثر نویز کاهش یافته است.

در این جدول برای هریک از روش‌های برازش، افزایش اندازه پنجره واکاوی، کاهش خطای را به همراه دارد. افزایش اندازه این پنجره اثر نویز و گستینگی نقاط تصویر دیجیتال و همچنین اثر نقاطی که از پنجره واکاوی دوم خارج یا به آن وارد شده‌اند را کاهش می‌دهد. چون نویز تصویر با متوسط گستینگی نقاط تصویر، تعداد نقاطی که از پنجره دوم خارج یا به آن وارد شده‌اند و نویز تصویر (به صورت نسبی) در خطای محاسبه جابه‌جایی است.

روش برازش با رویه درجه دو در همه حالت‌ها دقت بیشتری نسبت به روش برازش با سهمی درجه دو نشان می‌دهد. دلیل آن تعداد نقاط مورد استفاده در آن است. با توجه به استفاده از نه نقطه در همسایگی نقطه بیشینه در صفحه همبستگی در روش برازش رویه درجه دو در مقایسه با سه نقطه در هریک از جهت‌های مختصات) در روش برازش سهمی درجه دوم، اثر نویز تصویر و گستینگی نقاط تصویر در برازش رویه کمتر و دقت آن در تخمین نقطه بیشینه بیشتر است. از طرفی دقت نسبی روش برازش با سهمی درجه دو و نیاز به توان محاسباتی کم در مقایسه با روش برازش رویه درجه دو، آن را به عنوان یک روش مناسب جهت تحلیل تصاویر به صورت همزمان^۱ یا تحلیل‌های مورد نیاز در زمان اندازه‌گیری معرفی می‌کند.

¹ Real-time

تحلیل های همزمان یا تحلیل های اولیه در زمان اندازه گیری مناسب است.

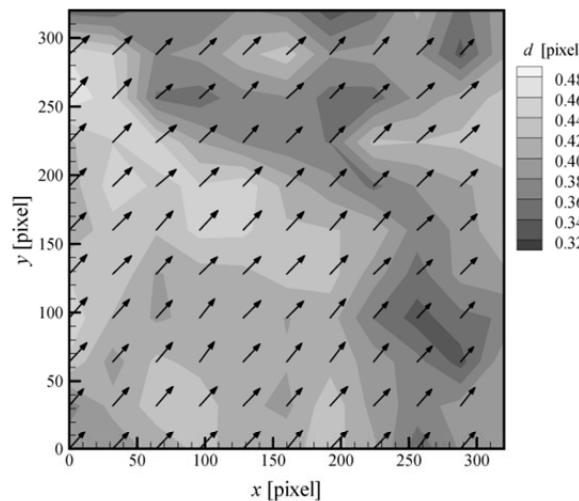


Fig. 18 Displacement vectors and contours of displacement magnitude of Fig. 13 using quadratic surface fitting

شکل 18 بردارهای جابه جایی و خطوط تراز مقدار جابه جایی در تصویرهای شکل 13 به دست آمده با برازش رویه درجه دوم

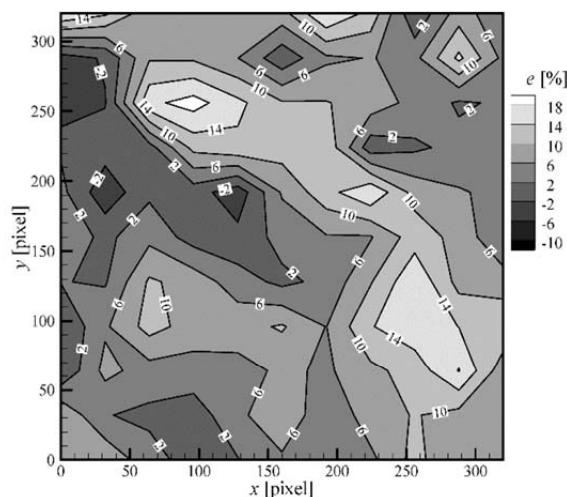


Fig. 19 Error contours of displacement magnitude in Fig. 18

شکل 19 خطوط همتراز خطای مقدار جابه جایی در شکل 18

جدول 1 خطای اندازه گیری بر حسب اندازه پنجره های واکاوی

Table 1 Variation measurement error with the size of interrogation window

انحراف خطای از مقادیر میانگین	مقادیر خطای نسبی میانگین	اندازه پنجره واکاوی	روش
2.458	6.119	128×128	
5.502	6.769	64×64	برازش رویه درجه دو
12.327	6.580	32×32	
3.239	13.271	128×128	
7.134	10.378	64×64	برازش سهمی درجه دوم
14.181	11.093	32×32	

بیشینه در صفحه همبستگی، دقیق تر از روش برازش با سهمی درجه دو که از سه نقطه در هریک از راستاهای مختصات استفاده می کند، است. با این حال هر دو روش می توانند جابه جایی در ابعاد زیرپیکسل و از مرتبه بزرگی 0.35 پیکسل یا 10 میکرومتر را با خطای حدود 0.035 پیکسل یا یک میکرومتر ثبت کنند.

بررسی تأثیر ابعاد پنجره واکاوی نشان داد افزایش اندازه پنجره، کاهش (نسبی) اثر نویز تصویر، کاهش گسسته بودن نقاط تصویر و همچنین کاهش تأثیر تعداد نقاط ورودی و خروجی پنجره دوم واکاوی می شود. دقت به دست آمده در نتایج این تحقیق وابسته به استفاده از روش های حذف رنگ پس زمینه و متوسطگیری بین تصاویر¹ است.

در این تحقیق نشان داده شد استفاده از برازش با سهمی درجه دو برای

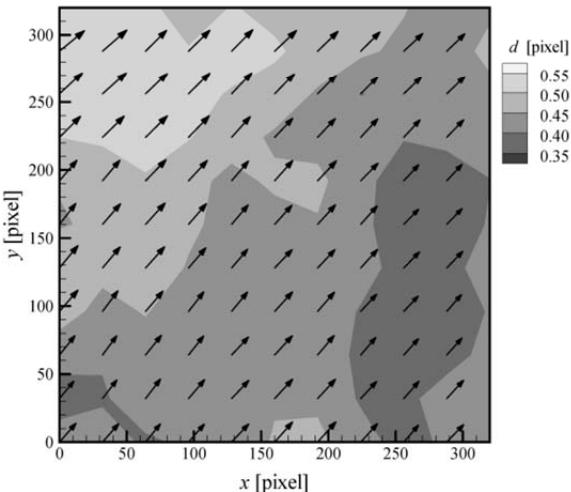


Fig. 16 Displacement vectors and contours of displacement magnitude of Fig. 13 from PIVview software

شکل 16 بردارهای جابه جایی و خطوط تراز مقدار جابه جایی در تصویرهای شکل 13 به دست آمده از نرم افزار بی آی وی و پیو

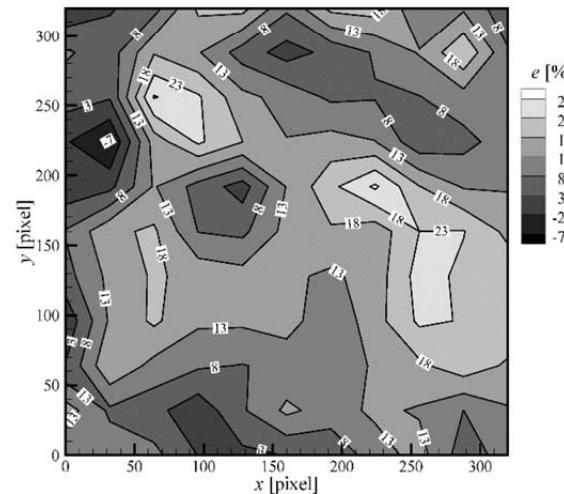


Fig. 17 Error contours of displacement magnitude in Fig. 15

شکل 17 خطوط همتراز خطای مقدار جابه جایی در شکل 15

¹ Ensemble averaging

مجموعه اعداد صحیح	
\mathbb{Z}	علایم یونانی
x	فاصله دو نقطه مجاور در صفحه همبستگی در راستای x
y	فاصله دو نقطه مجاور در صفحه همبستگی در راستای y
δx	فاصله دو نقطه مجاور در صفحه همبستگی در راستای x
δy	فاصله دو نقطه مجاور در صفحه همبستگی در راستای y
ϵ	فاصله بیشینه همبستگی تا مبدأ مختصات در راستای x
y	فاصله بیشینه همبستگی تا مبدأ مختصات در راستای y

7- مراجع

- [1] M. Raffel, J. Kompenhans, S. T. Wereley, C. E. Willert, *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide*, 2nd ed., pp. 79–176, Germany: Springer , 2007.
- [2] R. J. Adrian, Double exposure, multiple-field particle image velocimetry for turbulent probability density, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 9, No. 3, pp. 211–228, 1988.
- [3] J. Westerweel, Fundamentals of digital particle image velocimetry, *Measurement Science and Technology*, Vol. 8, No. 12, pp. 1379–1392, 1997.
- [4] M. Stanislas, J. Westerweel, J. Kompenhans, Particle image velocimetry: recent improvements, *Proceedings of the EUROPIV 2 Workshop*, Zaragoza, Spain, Springer, pp. 145–161, 2003.
- [5] A. Mohseni, On the technical aspects of the application of PIV in turbomachinery, *3rd Conference on Rotating Equipment in Oil & Power Industries*, Tehran, Iran, 2011.
- [6] R. A. Braga Jr., R. R. Magalhaes, R. P. Melo, J. V. Gomes, Maps of deformations in a cantilever beam using particle image velocimetry (PIV) and speckle patterns, *REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto*, Vol. 68, No. 3, pp. 273–278, 2015.
- [7] D. J. White, W. A. Take, M. D. Bolton, Soil deformation measurement using particle image velocimetry (PIV) and photogrammetry, *Géotechnique*, Vol. 53, No. 7, pp. 619–631, 2003.
- [8] H. Isheil-Bubaker, J. F. Fontaine, R. Rahel, M. Roy, J. Serri, 3D displacements and strains solid measurement based on the surface texture with a scanner laser, *8th CIRP Conference on Intelligent Computation in Manufacturing Engineering (Procedia CIRP 12)*, pp. 468–473, 2013.
- [9] I. Grant, Particle image velocimetry: A review, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Mechanical Engineering Science*, Vol. 211, No. 1, pp. 55–76, 1997.
- [10] L. Lourenco, A. Krothapalli, On the accuracy of velocity and vorticity measurements with PIV, *Experiments in Fluids*, Vol. 18, No. 6, pp. 421–428, 1995.
- [11] B. Lecordier, *Study of the Interaction of the Propagation of a Premixed Flame with the Aerodynamic Field*, by Association of the Laser Tomography and the velocimetry by Images Of Particles, PhD Thesis, The University of Rouen, 1997.
- [12] F. Scarano, A super-resolution particle image velocimetry interrogation approach by means of velocity second derivatives correlation, *Measurement Science and Technology*, Vol. 15, No. 2, pp. 475–486, 2004.
- [13] A. Salari, M. B. Shafii, S. Shirani, An experimental review on microbubble generation to be used in echo-particle image velocimetry method to determine the pipe flow velocity, *Fluids Engineering*, Vol. 135, No. 3, pp. 034501-1 to 034501-6, 2013.
- [14] M. Zabetian, M. S. Saidi, M. B. Shafii, M. H. Saidi, Separation of microparticles suspended in a minichannel using laser radiation pressure, *Applied Optics*, Vol. 52, No. 20, pp. 4950–4958, 2013.
- [15] G. Akbari, N. Montazerin, M. Akbarzadeh, Stereoscopic particle image velocimetry of the flow field in the rotor exit region of a forward-blade centrifugal turbomachine, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Power and Energy*, Vol. 226, No. 2, pp. 163–181, 2012.
- [16] M. Belmont, A. Hotchkiss, Generalized cross-correlation functions for engineering applications, part I: basic theory, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64, No. 2, pp. 321–326, 1997.
- [17] A. Mohseni, *Development of Endoscopic Stereoscopic PIV for Investigating the IGV-Impeller Interaction in a Centrifugal Compressor*, pp. 101–105, Germany: Südwestdeutscher Verlag für Hochschulschriften, 2011.
- [18] E. W. Weisstein, *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*, 2nd Edition, pp. 1713–1716, Boca Raton: Chapman & Hall, 2003.

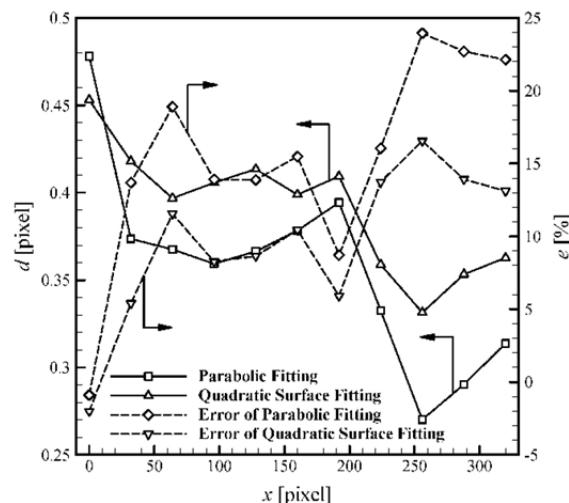


Fig. 20 Variation of displacement magnitude by parabolic and quadratic surface fitting along the x axis at $y = 128$ pixel (left axis) and their corresponding error (right axis)

شکل 20 نمودار تغییرات اندازه بردار جابه جای حاصل از برازش سه می درجه دو و رویه درجه دو (محور چپ) و خطای متنظر آنها (محور سمت راست) در راستای $y = 128$ pixel

۶- فهرست علایم	
پارامترهای تابع برازش	a_0 تا a_5
تابع برازش	C
مقادیر همبستگی نقاط مورد استفاده در برازش تابع	C_1 تا C_9
تبديل همبستگی گستته	C_d
اندازه بردار جابه جای	d
اندازه بردار جابه جایی حاصل از نرم افزار پی آی وی ویو	d'
بردار جابه جایی	$\vec{d} = (d_x, d_y)$
قطر الگوی گوسی نقطه در تصویر	d_τ
درصد خطأ	e
شدت نور پیکسل	I
شدت نور نرمال شده پیکسل	I'
بیشینه روشنایی نقاط در یک تصویر	I_{\max}
کمینه روشنایی نقاط در یک تصویر	I_{\min}
تعداد نقاط در طول پنجره واکاوی	M
تعداد نقاط در عرض پنجره واکاوی؛ تعداد نقاط مورد استفاده در برازش منحنی	N
مخاتصات نقطه تصویر در \mathbb{Z}^2	(n_1, n_2)
شعاع دایره به مرکز نقطه تصویر در رابطه (19)	r
باقي مانده در برازش با روش حداقل مربعات	R
مجموعه اعداد حقیقی	\mathbb{R}
مخاتصات نقطه در صفحه تصویر یا صفحه همبستگی	(x, y)