



A New Model to Predict Erosive Burning in Solid Rocket Motor

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Mohammadi A.R.^{*1} PhD,
Farahani M.² PhD,
Ghadiri S.³ MSc

How to cite this article

Mohammadi A.R, Farahani M, Ghadiri S. A New Model to Predict Erosive Burning in Solid Rocket Motor. Modares Mechanical Engineering, 2020;20(1):107-116.

¹Iranian Space Research Center, Space Transportation Research Institute, Tehran, Iran

²Aerospace Engineering Faculty, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Iranian Space Research Center, Space Transportation Research Institute, Tehran, Iran

Phone: -

Fax: +98 (21) 66282128

mohama_a@yahoo.com

Article History

Received: October 21, 2018

Accepted: May 4, 2019

ePublished: January 01, 2020

ABSTRACT

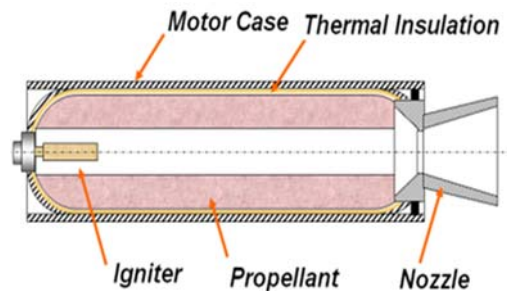
In the present research, a new model is presented to predict the burning rate of a solid rocket motor (SRM) in the presence of erosive burning phenomenon. This model is based on the Wang model and the major modification is adding the pressure change in the erosive burning rate. In addition, the necessary relations needed to calculate the velocity gradient on the propellant surface in a one-dimensional internal ballistics code was presented. To assess the new model, the test results of a laboratory motor designed in this research were used. Also, to compare the performance and accuracy of this model with the other models, this motor was simulated with the presented model and the six available models. The results of the comparison indicate that the new model has better accuracy than the other models. The advantage of introducing the pressure effect in the Wang model has been shown. Another advantage of the new model is that this model doesn't have any experimental constants dependent on the propellant composition or grain dimensions which is a common defect in popular models such as Lenoir-Robillard model.

Keywords Erosive Burning; Burning Rate Semi-Empirical Formula; Internal Ballistics; Quasi 1D Simulation

CITATION LINKS

[1] A mathematical method to predict the effects of erosive burning in solid-propellant rockets. In: Reinhold Publishing Corporation [2] Universal behaviour in erosive burning of solid propellants [3] Erosive burning of some composite solid propellants [4] Erosive burning-new experimental techniques and methods of analysis [5] Erosive burning of aluminized composite propellants: X-ray absorption measurement, correlation, and application [6] Model for prediction of negative and positive erosive burning [7] Development of erosive burning models for CFD predictions of solid rocket motor internal environments [8] Erosive burning of solid rocket propellants-a revisit [9] Solid rocket motor internal ballistics simulation using three-dimensional grain burnback [10] Internal ballistic code for solid rocket motors using minimum distance function for grain burnback [11] Internal ballistics simulation of a NAWC tactical SRM [12] A report on the grain design and internal ballistic module of the improved solids performance program [13] A geometry independent technique for solid propellant design [14] Quasi one-dimensional simulation of two-phase flow in solid rocket motor [15] Internal Ballistics simulation of solid rocket motor considering Erosive Burning Effects [16] Experimental investigation and numerical simulation of solid fuel rocket engine internal ballistic [17] An experimental investigation of the erosive burning characteristics of a nonhomogeneous solid propellant [18] Quasi-one-dimensional modeling of internal ballistics and axial acoustics in solid rocket Motors [19] Burning rate measurement of solid propellant using subscale motors [20] Application of the Saderholm erosive burning model to nozzleless solid propellant rocket motors [21] Numerical study of erosive burning in multidimensional solid propellant modeling [22] Effect of erosive burning on pressure and temperature sensitivity [23] Analysis of ballistic anomalies in solid rocket motors [24] Scale effects on quasi-steady solid rocket internal ballistic behaviour

تراست- زمان تاثیرگذار هستند. شکل ۱ اجزای اصلی یک موتور سوخت جامد را نشان می‌دهد.



شکل ۱) شماتیک موتور سوخت جامد

نرخ سوزش، سرعت پسروی سطح سوزش است که تابعی از اجزاء گرین، فشار محفظه، دمای اولیه، سرعت جریان روی سطح سوزش و غیره است. به دلیل پیچیدگی احتراق در موتور سوخت جامد، محاسبه نرخ سوزش، کار دشوار و زمان‌بری است. به همین دلیل معمولاً از مدل‌هایی نیمه‌تجربی برای تخمین نرخ سوزش استفاده می‌شود. اغلب، رابطه نرخ سوزش با فشار در یک دمای مشخص با کمک موتورهای آزمایشگاهی کوچک، حول نقطه کاری موتور با رابطه توانی مدل می‌شود و سپس اثر پارامترهای دیگر به‌خصوص دما و سرعت جریان به آن اعمال می‌شود.

آن قسمت از نرخ سوزش را که به دلیل وجود جریان گاز روی سطح سوزش ایجاد می‌شود، نرخ سوزش فرسایشی می‌نامند. سوزش فرسایشی معمولاً در شروع کار موتورهای دارای گرین استوانه‌ای که با سطح پورت به گلولی کوچک و طول به قطر زیاد، ایجاد می‌شود و منجر به افزایش فشار موتور در شروع، نسبت به پیش‌بینی‌هایی که صرفاً نرخ سوزش پایه را در نظر می‌گیرند، می‌شود. علاوه بر این به دلیل یکسان‌نبودن نرخ سوزش فرسایشی در همه نقاط سطح سوزش، پسروی گرین هم دچار تغییر می‌شود که اثر این تغییر تا انتهای زمان سوزش بر منحنی فشار و تراست قابل مشاهده است.

نظریه‌های مختلفی برای توجیه سوزش فرسایشی مطرح شده است. همچنین مدل‌های نیمه‌تجربی زیادی برای تخمین نرخ سوزش فرسایشی پیشنهاد شده است. لنویر و روبیلارد^[1]، با فرض آن که مقدار افزایش نرخ سوزش در اثر سوزش فرسایشی (\dot{T}_e) متناسب با ضریب انتقال حرارت جابجایی باشد، یک مدل برای به‌دست‌آوردن سوزش فرسایشی ارائه دادند. موکند^[2] و پائول^[2]، نیز یک مدل نیمه‌تجربی برای تخمین اثر سوزش فرسایشی ارائه دادند که به گفته آن‌ها، این مدل با خطای زیر ۱۰٪ برای بیشتر سوخت‌های موجود و عملیاتی قابل استفاده است. گرین^[3]، نیز با بررسی داده‌های تجربی، یک مدل نیمه‌تجربی براساس فلاکس جرمی برای اثر سوزش فرسایشی ارائه داد. کریبلر^[4]، مشاهده کرد که فلاکس جرمی آستانه (G_f) تابعی از فشار است و بر این اساس، مدلی برای سوزش فرسایشی ارائه کرد. هاسجاوا^[5] و همکاران^[5]، یک مدل دیگر برای سوزش فرسایشی ارائه کردند. گریتریکس^[6]، مدلی براساس نظریه

مدل جدید برای پیش‌بینی نرخ سوزش فرسایشی در موتور سوخت جامد

علیرضا محمدی^{PhD}

پژوهشکده سامانه‌های حمل و نقل فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران

محمد فراهانی^{PhD}

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

سجاد غدیری^{MSC}

پژوهشکده سامانه‌های حمل و نقل فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران

چکیده

در پژوهش حاضر یک مدل جدید برای محاسبه نرخ سوزش فرسایشی در موتورهای سوخت جامد پیشنهاد شده است. این مدل در واقع اصلاح‌شده مدل وانگ است و مهم‌ترین تغییری که در آن اعمال شده افزودن اثر تغییر فشار بر نرخ سوزش فرسایشی است. علاوه بر این برای محاسبه گرادیان سرعت روی سطح سوزش در کدهای یک‌بعدی، روابطی که تاثیر تراکم‌پذیری جریان، دمش گاز و زبری سطح در آن لحاظ شده است، ارائه شدند. برای ارزیابی مدل از نتایج تست یک موتور آزمایشگاهی ساخته شده در این تحقیق استفاده شد. در ضمن برای مقایسه کارایی و دقت این مدل نسبت به سایر مدل‌های موجود، از شش مدل سوزش فرسایشی دیگر که در مقالات موجود است در شبیه‌سازی موتور آزمایشی استفاده شد. مقایسه نتایج این شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که مدل حاضر دارای دقت بهتری نسبت به مدل‌های دیگر است. مزیت واردکردن تأثیر فشار در مدل وانگ نیز نشان داده شده است. از مزایای مدل ارائه شده آن است که برخلاف مدل‌های معروفی مانند مدل لنویر-روبیارد ضرایب تجربی وابسته به هندسه و نوع سوخت در آن وجود ندارد.

کلیدواژه‌ها: سوزش فرسایشی، رابطه نیمه‌تجربی نرخ سوزش، بالستیک داخلی، شبیه‌سازی شبه یک‌بعدی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۷/۲۹

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۱۴

* نویسنده مسئول: mohama_a@yahoo.com

۱- مقدمه

موتور سوخت جامد یک سیستم پیش‌ران‌ش شیمیایی است که دارای ساختار ساده با انرژی بر واحد حجم بالا است. با وجود اینکه در این نوع موتورها، کنترلی روی اشتعال و تراست وجود ندارد، با این حال در ماموریت‌هایی که تراست مورد نیاز بزرگ (مانند بوستر شاتل) یا ضربه کل کم باشد (موتورهای مرحله آخر)، برای کاهش هزینه یا کاهش جرم مرده، استفاده می‌شود.

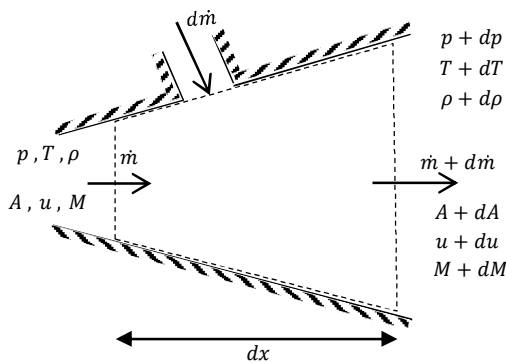
در این نوع موتور سوخت و اکسنده به‌صورت همگن در حالت جامد در کنار هم داخل مخزن عایق‌شده قرار دارند. با شروع احتراق، محصولات از سطح سوزش خارج شده و با سرعت گرفتن داخل نازل، تراست تولید می‌شود. شکل و هندسه اولیه پیش‌ران جامد که به آن گرین هم می‌گویند، مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده در تغییرات تراست نسبت به زمان است. هر چند عوامل دیگری چون سایش گلوگاه، نرخ سوزش، دانسیته سوخت، دمای شعله سوخت و جرم مولی آن، فشار محیط، نسبت انبساط نازل، انرژی سوخت هم در منحنی

زمان این تست برای مقایسه استفاده شد. همچنین در این تحقیق یک مدل یک‌بعدی براساس مدل وانگ و با استفاده از روابط مدل تپالیان و هاسجاوا ارائه شده است. نتایج این مدل تطابق خیلی خوبی با نتایج تجربی دارد. برای حل جریان در این تحقیق یک مدل یک‌بعدی پایا تهیه و استفاده شد.

۲- شبیه‌سازی بالستیک داخلی

جریان داخل موتور در شرایط کلی شامل پدیده‌های زیادی چون واکنش‌های شیمیایی، توربولانس، تراکم‌پذیری، جریان دوفازی و شرایط مرزی متحرک است. در مواردی مانند طراحی موتور که به تعداد تکرارهای زیادی برای رسیدن به طرح بهینه نیاز است، لحاظ کردن همه این پدیده‌ها در شبیه‌سازی موجب طولانی شدن زمان محاسبات می‌شود و مناسب ناست و اغلب با استفاده از فرضیات ساده‌کننده مانند فرضیات زیر معادلات حاکم ساده می‌شود.

- جریان یک‌بعدی فرض می‌شود و از مؤلفه‌های سرعت در جهت شعاعی و مماسی صرف نظر می‌شود.
 - احتراق در لایه بسیار نازکی نزدیک سطح سوخت رخ می‌دهد و می‌توان میدان جریان را به صورت غیرواکنشی در نظر گرفت.
 - گاز موجود در محفظه احتراق، ایده‌آل (با ظرفیت گرمایی ثابت) و تک‌فاز است.
 - جریان، غیرلزج و آدیاباتیک است.
 - نازل راکت همواره در حالت خفه‌شده (Choked) است.
 - سوخت موجود در گرین به صورت جسم صلب است و در اثر فشار، تغییر شکل نمی‌دهد.
 - به دلیل کوچک بودن سرعت پس‌روی سطح در برابر سرعت جریان، در هر لحظه، سطح ثابت در نظر گرفته می‌شود و پس‌روی آن در هر گام زمانی به صورت اصلاح قطر پورت اعمال می‌شود (فرض شبه پایا).
 - اثرات جریان ناپایا بر نرخ سوزش صرف نظر می‌شود.
- شکل ۲ مدل فیزیکی جریان مورد نظر



شکل ۲) مدل فیزیکی جریان مورد نظر

با استفاده از فرضیات مذکور، معادلات حاکم بر جریان در شکل دیفرانسیلی عبارتند از:

انتقال حرارت و معادله بقای انرژی برای سوزش فرسایشی پیشنهاد کرد. وانگ [7]، برای مدل کردن سوزش فرسایشی در CFD، یک مدل براساس آنالوژی رینولدز ارائه داد. لندسبوم [8]، مدل‌های نظری و نیمه‌تجربی موجود برای توصیف سوزش فرسایشی را مورد بازنگری قرار داد.

مدل‌های یک‌بعدی به دلیل زمان محاسبات خیلی کمتر نسبت به مدل‌های سه‌بعدی هنوز مناسب‌ترین روش برای تخمین بالستیک داخلی موتورهای سوخت جامد هستند. از مدل‌های ارائه شده در شبیه‌سازی‌های موتور استفاده زیادی می‌شود. از جمله، ویلکاکس و همکاران [9]، بالستیک داخلی دو موشک تاکتیکی را با مدل‌های صفر و یک بعدی حل کردند. در این پژوهش یک نوع روش دقیق برای محاسبه پس‌روی گرین ارائه شده و اعلام شده است که مدل یک‌بعدی با در نظر گرفتن اثرات سوزش فرسایشی، اگر با این مدل پس‌روی کوپل شود، نتایج قابل قبولی خواهد داشت. مدل استفاده شده برای اثر سوزش فرسایشی در این پژوهش، مدل لنویر و لوبیلارد است. جاود و همکاران [10]، از مدل یک‌بعدی پایا برای شبیه‌سازی بالستیک داخلی استفاده کردند و از مدل موکند/ برای در نظر گرفتن سوزش فرسایشی استفاده کردند. در این پژوهش، روش استفاده شده برای پس‌روی گرین مشابه روش پژوهش ویلکاکس است. کاولینی و همکاران [11]، معادلات یک‌بعدی ناپایا برای یک جریان غیرلزج و بی‌دررو را به کمک روش گسسته‌سازی با دقت مرتبه دوم ENO حل کردند. در پژوهش مذکور، مدل لنویر و لوبیلارد برای سوزش فرسایشی استفاده شده است. لامبرتی [12]، یک دسته معادلات شبه پایای یک‌بعدی حاکم بر جریان داخل محفظه احتراق ارائه داد که با مدل لنویر و لوبیلارد تلفیق شده‌اند. مشایخ و همکاران [13]، معادلات ارائه شده توسط لامبرتی را با روش لول‌ست برای پس‌روی گرین کوپل کردند اما اثرات سوزش فرسایشی را در نظر نگرفتند. کلاته و همکاران [14]، معادلات یک‌بعدی ناپایای اوپلر را به کمک روش گسسته‌سازی با دقت مرتبه دوم مکانی و روش رانج- کوتای چهار مرحله‌ای حل کردند. در این پژوهش از مدل گریتریکس و گاتلیب برای سوزش فرسایشی استفاده شده است. رضاییان و میرساجدی [15]، معادلات یک‌بعدی ناپایای اوپلر را با گسسته‌سازی شارها با روش AUSM حل کردند و مدل‌های لنویر و لوبیلارد و گریتریکس و گاتلیب را با هم مقایسه کردند. آن‌ها اعلام کردند مدل لنویر و لوبیلارد رفتار هموارتری در طول موتور از خود نشان می‌دهد. توکلی‌فر و فخاری [16]، مدل صفربعدی بالستیک داخلی را برای چند نوع گرین مختلف انجام دادند و نتایج را با تست‌های انجام شده مقایسه کردند. آن‌ها با استفاده از یک مدل ابتدایی برای سوزش فرسایشی، سعی کردند تأثیر این پدیده را نیز لحاظ کنند.

با مطالعه پیشینه موضوع، مشخص است که مقایسه جامعی میان روش‌های مدل‌سازی سوزش فرسایشی صورت نگرفته است. هدف از این انجام تحقیق در ابتدا مقایسه چند مدل معروف نرخ سوزش فرسایشی است. در این راستا چون داده تجربی در دسترس نبود یک موتور آزمایشگاهی طراحی، ساخته و تست شد و از منحنی فشار-

$$\dot{r} = \dot{r}_0 + \dot{r}_e = ap^n + f(M, T, \rho, \rho_p, d_p, \dots) \quad (11)$$

اندازه‌گیری نرخ سوزش پایه (\dot{r}_0) معمولاً به کمک موتورهای مقیاس کوچک یا گاهی با بمب‌های کرافورد انجام می‌شود. یک مرور و ارزیابی جامع پیرامون روش‌های اندازه‌گیری نرخ سوزش پایه در پژوهش^[19] موجود است. مقدار نرخ سوزش فرسایشی (\dot{r}_e) در مدل‌های نیمه‌تجربی مختلف، وابسته به عوامل مختلفی است و هرچه مدل پیچیده‌تر باشد، عوامل بیشتری برای تعیین آن نیاز است. یکی از مشکلات بیشتر این مدل‌ها آن است که تعدادی ضریب تجربی در آن روابط مطرح می‌شود که وابستگی این ضرایب به ابعاد هنوز کاملاً مشخص نیست. در این پژوهش میزان دقت ۷ مدل در شبیه‌سازی بالستیک داخلی مقایسه می‌شود. در ادامه، هر یک از مدل‌ها شرح داده خواهند شد.

۱-۳-۱ مدل گرین (Green)

گرین مدل زیر را پیشنهاد داد^[3]:

$$\dot{r} = \dot{r}_0 \left(1 + K \left(\frac{G}{G^*} - \left(\frac{G}{G^*} \right)_t \right) \right) H \left(\frac{G}{G^*} - \left(\frac{G}{G^*} \right)_t \right) \quad (12)$$

در رابطه فوق، G شار جرمی در هر مقطع، G^* به صورت شار جرمی در حالت بحرانی ($M = 1$) در یک کانال با سطح مقطع ثابت و بدون اصطکاک و انتقال حرارت همراه ورود جرم از دیوار کانال تعریف می‌شود، K ضریب تجربی و $H(x)$ تابع پله است و به‌ازای مقادیر مثبت x برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر است. برای سادگی، می‌توان از اثرات مقدار آستانه صرف نظر کرد:

$$\dot{r} = \dot{r}_0 \left(1 + K \frac{G}{G^*} \right) \quad (13)$$

می‌توان $\frac{G}{G^*}$ را برحسب عدد ماخ نوشت^[3]:

$$\frac{G}{G^*} = \frac{M}{1 + \gamma M^2} \left[2(\gamma + 1) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{0.5} \quad (14)$$

۲-۳-۱ مدل لنویر-روبیارد

این مدل، یک مدل پرکاربرد در میان مدل‌های سوزش فرسایشی است. رابطه ۱۵ بیانگر نرخ سوزش در این مدل است^[1]:

$$\dot{r} = \dot{r}_0 + \frac{\alpha G^{0.8}}{d_p^{0.2} e^{\frac{\beta \tau \rho_p}{G}}} \quad (15)$$

مقدار β در آزمایشات لنویر و روبیارد برابر ۵۳ اعلام شد اما در حالت کلی، برای هر سوخت از آزمایش به‌دست می‌آید. مقدار α از رابطه ۱۶ محاسبه می‌شود^[1]:

$$\alpha = \frac{0.0288 c_p \mu^{0.2} \text{pr}^{-0.667} (T_t - T_s)}{\rho_p c_s (T_s - T_i)} \quad (16)$$

در این رابطه، c_p ، μ و pr به‌ترتیب ظرفیت ویژه گرمایی سوخت در فشار ثابت، ضریب لزجت و عدد پرنتل جریان و T_i و c_s ، ρ_p و T_s چگالی، ظرفیت گرمایی ویژه و دمای اولیه سوخت در حالت جامد هستند. T_s نیز دمای سطح سوخت است. یک اصلاحیه روی این مدل به‌کمک روش بدینی (Beddini) انجام شد^[9]. در این اصلاحیه مقدار قطر هیدرولیکی (d_p) در معادله ۱۵ با $f(D)$ در معادله ۱۷ جایگزین می‌شود^[9]:

$$f(D) = 0.9 + 0.189 d_p \left[1 + 0.043 d_p (1 + 0.023 d_p) \right] \quad (17)$$

- معادله پیوستگی:

$$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dM}{M} + \frac{dA}{A} + \frac{dT}{2T} \quad (1)$$

- معادله بقای مومنتوم:

$$\frac{dp}{p} + \gamma M^2 \left(\frac{dM}{M} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} + (1 - \gamma) \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \right) = 0 \quad (2)$$

- معادله بقای انرژی:

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) M^2 \left(\frac{dM}{M} + \frac{dT}{2T} \right) = 0 \quad (3)$$

- معادله حالت:

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} + \frac{d\rho}{\rho} \quad (4)$$

علاوه بر معادلات ذکر شده، رابطه (۵) مقدار دبی جریان در هر مقطع را بیان می‌کند.

$$\dot{m} = \rho M \sqrt{\gamma R T A} \quad (5)$$

در روابط ۱ تا ۵، \dot{m} دبی جرمی عبوری، ρ چگالی گاز، و A برابر سطح مقطع جریان عبوری، γ نسبت ظرفیت گرمایی ویژه، p فشار، M عدد ماخ جریان، T دما و R ثابت گاز است. γ نیز برابر نسبت مؤلفه محوری سرعت جرم تزریق شده به سرعت جریان است. در حل جریان داخلی موتور سوخت جامد به‌دلیل کوچک بودن مؤلفه محوری سرعت در سطح سوزش، مقدار γ برابر صفر فرض می‌شود.

با حل معادلات ۱ تا ۴ به‌صورت دستگاه معادلات، مجهولات $\frac{dp}{p}$ و $\frac{dT}{T}$ و $\frac{d\rho}{\rho}$ و $\frac{dM}{M}$ برحسب $\frac{dA}{A}$ و $\frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$ به‌دست می‌آیند. با استفاده از روابط بین خواص استاتیک و سکون، معادله دیفرانسیل ۶ و معادله جبری ۷ به‌دست می‌آید^[17, 18].

$$\frac{dp_t}{p_t} = -\gamma M^2 \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \quad (6)$$

$$\dot{m} = \frac{M p_t A_p}{\sqrt{\frac{RT_t}{\gamma}}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(1 - \gamma)}} \quad (7)$$

معادله ۶، میزان افت فشار سکون در اثر تزریق جرم به جریان را نشان می‌دهد. نکته مهم در این معادله آن است که تغییر سطح ($\frac{dA}{A}$) تأثیری بر تغییرات فشار سکون ندارد. با استخراج عدد ماخ از رابطه ۷ و جای‌گذاری در رابطه ۶ یک معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول به‌دست می‌آید که به‌صورت رابطه ۸ قابل نوشتن است.

$$\frac{dp_t}{p_t} = f(p_t, \dot{m}) \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \quad (8)$$

تنها شرط مرزی که برای معادله ۸ وجود دارد، خفه‌بودن گلوبی نازل است:

$$p_{tL} = \frac{\dot{m}_L c^*}{A_{th}} \quad (9)$$

شرط ۹ در صورتی قابل استفاده است که دبی کل در انتها مشخص باشد. دبی کل وابسته به شکل گرین و نرخ سوزش در هر مقطع است و از رابطه انتگرالی ۱۰ به‌دست می‌آید.

$$\dot{m}_L = \dot{m}_{in} + \int_{A_b} \rho_p \dot{r} dA_b \quad (10)$$

در رابطه ۱۰، \dot{r} نرخ سوزش سوخت، ρ_p جرم حجمی سوخت، A_b سطح سوزش سوخت و \dot{m}_{in} دبی ورودی به ابتدای پورت سوخت است.

۳-۳ مدل‌سازی سوزش فرسایشی

رابطه ۱۱ برای بیان نرخ سوزش به‌کار می‌رود:

$$\dot{r} = 4.44599 \times 10^{-7} (Mp)^{0.71} \left(\frac{0.03048}{d_p} \right)^{0.2} \quad (27)$$

بین ماخ آستانه و ۰/۵، یک رژیم گذرا وجود دارد که نرخ سوزش در آن از رابطه ۲۸ محاسبه می‌شود.

$$\dot{r} = \dot{r}_0 \left[\frac{M}{M_t} \right]^x \left(\frac{0.03048}{d_p} \right)^{0.2} \quad (28)$$

مقدار x در پژوهش^[20] برحسب نرخ سوزش پایه و فشار گاز داخل پورت به‌صورت یک گراف ارائه شده است که رابطه ۲۹ فرم بسته و درون‌یابی شده آن را نشان می‌دهد.

$$x = \text{Ln}(0.02907 \dot{r}_0^{0.4961} p^{0.368}) \quad (29)$$

در رابطه فوق واحد فشار و نرخ سوزش به‌ترتیب bar و m/s است. این مدل نیز همانند مدل موکندا و پائول، ضرایب تجربی متغیر ندارد و این موضوع یک مزیت برای مدل سادرهولم است.

۳-۷- مدل وانگ

وانگ براساس آنالوژی رینولدز ضریب انتقال حرارت جابجایی را با گرادیان سرعت روی سطح سوخت مرتبط ساخت و به‌کمک داده‌های تجربی، چهار مدل برای سوزش فرسایشی ارائه کرد که دقت و اساس آن‌ها تقریباً یکسان است^[7]. بنابراین در اینجا دو مدل از این مدل‌ها بررسی می‌شود. در مدل اول، نرخ سوزش فرسایشی تابعی از نرخ سوزش پایه نیز هست:

$$\dot{r} = \dot{r}_0 (0.9237 + 3.289 \times 10^{-7} \left(\frac{du}{dy} \right)^{1.05}) \quad (30)$$

مقدار آستانه گرادیان سرعت در این مدل برابر ۱۲۹۰۰۰ (یک بر ثانیه) است. در مدل دوم نرخ سوزش فرسایشی مستقل از نرخ سوزش پایه بیان می‌شود. مقدار آستانه گرادیان سرعت در مدل دوم برابر ۱۳۸۰۰۰ (یک بر ثانیه) است و به‌ازای مقادیر بیشتر، نرخ سوزش از رابطه ۳۱ به‌دست می‌آید.

$$\dot{r} = \dot{r}_0 + (-7.06 \times 10^{-4} + 1.430 \times 10^{-9} \left(\frac{du}{dy} \right)^{1.108}) \quad (31)$$

برای استفاده از این مدل باید گرادیان سرعت روی سطح سوخت مشخص باشد و معادلات لایه مرزی باید حل شوند. بنابراین این مدل در کدهای یک‌بعدی قابل استفاده نیست.

۳-۸- مدل پیشنهادی

در اینجا یک مدل جدید براساس مدل وانگ که مناسب برای کدهای یک‌بعدی است معرفی می‌شود. در مدل هاسجاوا که نرخ سوزش فرسایشی تابعی از نرخ سوزش پایه است (مشابه مدل اول وانگ)، تأثیر فشار استاتیکی بر نرخ سوزش فرسایشی به‌صورت $p^{-0.7}$ اعمال شده است (رابطه ۲۰). اما مطابق نتایج تیلان^[21] برای مدل‌هایی مشابه مدل دوم وانگ، این تأثیر به‌صورت $p^{-0.2}$ لحاظ شده است. لذا مدل اول وانگ به‌کمک مدل هاسجاوا و مدل دوم وانگ به‌کمک نظر تیلان اصلاح می‌شود. روابط اصلاح‌شده (بعد اصلاحات مورد نیاز روی اطلاعات ارائه‌شده در مرجع^[7]) به‌ترتیب برای مدل اول و دوم به فرم زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\dot{r} = \dot{r}_0 (0.95 + 3.703 \times 10^{-6} \left(\frac{du}{dy} \right)^{1.05} p^{-0.7}) \quad (32)$$

۳-۳- مدل موکندا-پائول

موکندا و پائول رابطه‌ای جامع برای مدل کردن سوزش فرسایشی ارائه کردند و اعلام نمودند که خطای این مدل کمتر از ۱۰٪ است^[2]. از مزایای این مدل، نداشتن هیچ ضریب تجربی متغیر است.

$$\dot{r} = \dot{r}_0 [1 + 0.023 (g^{0.8} - g_t^{0.8}) H(g - g_t)] \quad (18)$$

مقدار g_t از داده‌های آماری، برابر ۳۵ پیشنهاد شد و g توسط رابطه ۱۹ تعریف می‌شود:

$$g = \left(\frac{G}{\rho_f \dot{r}_0} \right) \left(\frac{\rho_p \dot{r}_0 d_0}{1000 \mu} \right)^{-0.125} \quad (19)$$

۳-۴- مدل هاسجاوا و همکاران

هاسجاوا و همکاران، مدل زیر را پیشنهاد دادند:

$$\dot{r} = \dot{r}_0 [1 + K d_p^{-0.2} p^{-0.7} \{ G(1 - \frac{G_t}{G}) \}^{1.2} H(\hat{G} - \hat{G}_t)] \quad (20)$$

همچنین \hat{G} فلاکس جرمی بی‌بعد است و به‌صورت رابطه ۲۱ تعریف می‌شود. مقدار آستانه آن (\hat{G}_t) نیز برابر ۱۰ پیشنهاد شد^[5].

$$\hat{G} = \frac{G}{\rho_p \dot{r}} \quad (21)$$

۳-۵- مدل گریتریکس-گاتلیب

این مدل در واقعیت اصلاحیه روی مدل لنویر و روبیلارد است و همان فرض اساسی که مقدار نرخ سوزش فرسایشی متناسب با ضریب انتقال حرارت جابجایی است، در آن به‌کار رفته است. در این مدل، معادلات ۲۲ تا ۲۶ باید به‌صورت پیاپی حل شوند^[6]:

$$\frac{1}{f^2} = -2 \log_{10} \left(\frac{2.51}{f^2 Re_{dp}} + \frac{\epsilon/d_p}{3.7} \right) \quad (22)$$

$$f_{comp} = \frac{f}{1 + pr^{1/3} \frac{Y-1}{2} M^2} \quad (23)$$

$$h^* = \frac{k^2 c_p^2}{\mu^3} \frac{G f_{comp}}{8} = \frac{k}{d_p} Re_{dp} pr^{1/3} \frac{f_{comp}}{8} \quad (24)$$

$$h = C_p \rho_p \dot{r} \left[\exp \left(\frac{C_p \rho_p \dot{r}}{h^*} \right) - 1 \right] \quad (25)$$

$$\dot{r} = \dot{r}_0 + \frac{h(T_t - T_s)}{C_s \rho_p (T_s - T_i) - \rho_p \Delta H_s} \quad (26)$$

در این روابط، ϵ زبری مؤثر سطح، ΔH_s گرمای واکنش سطح، f ضریب اصطکاک (داری-ویبیش)، مقدار اصلاح‌شده این ضریب در اثر ملاحظات تراکم‌پذیری، pr عدد پرنتل و k ضریب هدایت گرمایی گازها، h^* ضریب انتقال حرارت جابجایی در حالت عدم وجود نفوذ و h مقدار اصلاح‌شده این ضریب به‌علت وجود نفوذ هستند.

۳-۶- مدل سادرهولم

در این پژوهش گزارش میکلسن و رویز^[20] از مدل سادرهولم به‌عنوان مرجع در نظر گرفته می‌شود. مطابق این گزارش، مدل سادرهولم رفتار سوزش فرسایشی را برحسب عدد ماخ جریان پورت به سه رژیم تقسیم می‌کند. در ماخ‌های کمتر از ماخ آستانه (M_t)، هیچ‌گونه اثر سوزش فرسایشی وجود ندارد. ماخ آستانه معادل سرعت ۲۶/۲ متر بر ثانیه و حدود ۰/۰۶ است. در ماخ‌های بالاتر از ۰/۵ نرخ سوزش، مستقل از نرخ سوزش پایه می‌شود و از رابطه ۲۷ به‌دست می‌آید.

استاتیک و معادله حالت بقیه متغیرها به دست می آید. مسئله دارای یک شرط مرزی (شرط خفگی نازل) است و آن هم وابسته به جریان داخل میدان حل است. بنابراین باید با روش شوتینگ (Shooting Method) [19] حل شود. بدین صورت که فشار کل در ابتدای گرین فرض می شود و اگر در انتهای گرین شرط خفگی برقرار نبود، فشار کل اصلاح می شود. بدین ترتیب الگوریتم حل جریان به شرح زیر می شود:

- ۱- حدس فشار سکون سر موتور؛
- ۲- تعیین دبی جرمی در ورودی پورت؛
- ۳- محاسبه عدد ماخ گره اول از رابطه ۷؛
- ۴- محاسبه فشار استاتیک، دمای استاتیک، سرعت جریان و نرخ سوزش برای گره اول؛
- ۵- به دست آوردن دبی جرمی تولیدی میان گره حاضر و گره بعد؛
- ۶- محاسبه فشار کل و عدد ماخ در گره بعدی از روابط ۷ و ۸؛
- ۷- به دست آوردن نرخ سوزش گره بعد از رابطه ۱۱؛
- ۸- برگشت به مرحله ۵. در صورتی که گره آخر است، به مرحله ۹ برو؛
- ۹- محاسبه فشار سکون گره آخر مورد نیاز برای خفه شدن گلویی از رابطه ۹؛
- ۱۰- اگر اختلاف دو مقدار به دست آمده برای فشار سکون گره آخر بیش از حد مجاز است، فشار سکون سر موتور اصلاح شود و شروع مجدد از گام ۲. اگر مقدار خطا قابل قبول است، برو به گام ۱۱؛
- ۱۱- محاسبه پس روی برای هر گره $(\dot{r}_i \Delta t)$ و سایش گلویی و کاهش طول گرین؛
- ۱۲- اگر سطح سوزش کل برابر صفر است، حل را تمام کن و در غیر این صورت، برو به گام ۱.

۵- طراحی موتور برای آزمایش سوزش فرسایشی

برای مشاهده اثر سوزش فرسایشی در ابعاد یک موتور کوچک و آزمایشگاهی، طراحی موتور باید به گونه ای باشد که به راحتی قابل ساخت باشد و در ضمن، فشار حداکثر موتور نباید از حد مجاز بیشتر شود. افزایش نسبت طول به قطر موتور و همچنین کاهش نسبت سطح پورت به گلویی $(\frac{A_p}{A_{th}})$ از عوامل تشدیدکننده اثر سوزش فرسایشی هستند. افزایش طول گرین اگرچه باعث تشدید اثر سوزش فرسایشی می شود، اما میزان سوخت مصرفی و در نتیجه، هزینه آزمایش را بالا می برد. با در نظر گرفتن این محدودیت، دو طرح با ساختارهای معرفی شده در شکل ۴ برای بررسی بیشتر انتخاب شدند. در این طرح ها، نسبت پورت به گلویی تقریباً برابر یک در نظر گرفته شده است تا اثر سوزش فرسایشی بیشینه شود. شبیه سازی سوزش فرسایشی در تمام طراحی ها با استفاده از مدل موکندا انجام شد. در طرح اول، یک موتور آزمایشی با طول مشخص که پیشانی سوخت آن از دو طرف می سوزد در نظر گرفته شده است. سوزش پیشانی سوخت باعث می شود که دبی جرمی تولیدی و در نتیجه، اثر سوزش فرسایشی بیشتر شود. به کمک کد توسعه داده شده و با افزایش طول گرین، مقدار طولی که در آن مدت زمان و شدت تأثیر سوزش

$$\dot{r} = \dot{r}_0 + (-5 \times 10^{-4} + 2.2893 \times 10^{-9} \left(\frac{du}{dy}\right)^{1.108} p^{-0.2}) \quad (33)$$

کنته مهم در این روابط آن است که اگر نرخ سوزش به دست آمده از نرخ سوزش پایه کمتر باشد، نرخ سوزش برابر نرخ سوزش پایه فرض می شود. همچنین واحد فشار در روابط فوق bar است.

در این پژوهش یک روش ساده برای محاسبه گرادیان سرعت روی سطح سوخت معرفی می شود. در اثر نفوذ جریان حاصل از احتراق به داخل جریان اصلی، ضریب اصطکاک کاهش می یابد. تنش روی دیواره به کمک رابطه ۳۱ به گرادیان سرعت و ضریب اصطکاک مرتبط می شود:

$$\tau_w = \mu \frac{du}{dy} = f_{transpired} \left(\frac{1}{8} \rho u^2\right) \quad (34)$$

در نتیجه برای محاسبه گرادیان سرعت روی دیواره کافی است، ارتباط ضریب اصطکاک در دو حالت وجود و عدم وجود نفوذ مشخص شود. برای چنین ارتباطی روابط متعددی در مراجع موجود است که در پژوهش حاضر رابطه /سبرن [22]، به دلیل سهولت و دقت بالا انتخاب می شود:

$$\frac{f_{transpired}}{f} = e^{-0.4023b} \quad (35)$$

که f از رابطه (۲۲) قابل محاسبه است و b پارامتر دمش (Blowing Parameter) نام دارد و برابر است با:

$$b = \frac{\rho_p \dot{r} / G}{f / 8} \quad (36)$$

به این ترتیب، برای استفاده از این مدل لازم است ابتدا ضریب اصطکاک از معادله ۲۲ به دست آمده و در صورت نیاز، با رابطه ۲۳ اثر تراکم پذیری به آن اعمال شود و سپس معادلات ۳۶ تا ۳۴ به ترتیب حل شوند. در نهایت نرخ سوزش از رابطه ۳۲ یا ۳۳ در یک فرآیند تکراری قابل محاسبه است (برای به دست آوردن b از رابطه ۳۶ باید نرخ سوزش معلوم باشد).

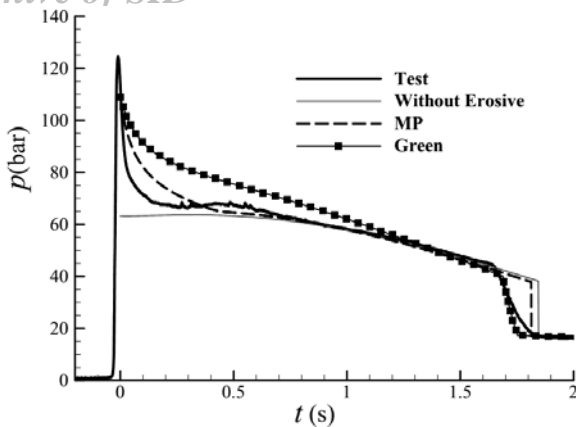
۴- حل عددی معادلات

برای حل جریان لازم است که معادلات دیفرانسیلی-انتهالی ۷، ۸ و ۹ حل شوند. به دلیل غیرخطی بودن آن ها باید از روش های عددی مانند اختلاف محدود استفاده شود. بدین منظور موتور مطابق شکل ۳ به المان های کوچک تقسیم می شود.

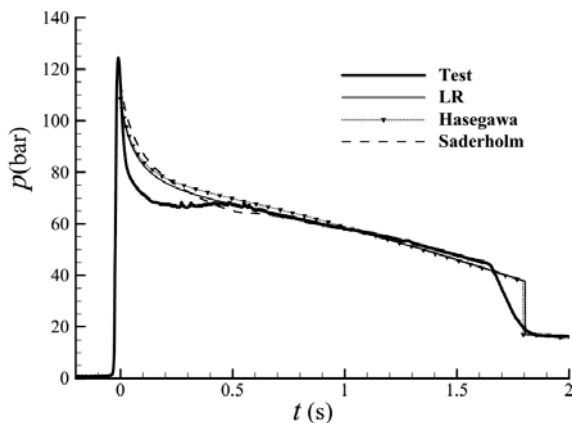


شکل ۳) المان بندی برای حل جریان داخل پورت

برای انفصال معادلات از روش مرتبه اول رو به جلو استفاده می شود. بعد از تعیین فشار کل و دبی در هر نقطه، عدد ماخ هم از رابطه ۷ محاسبه می شود. سپس با استفاده از روابط فشار و دمای سکون با



نمودار ۵) مقایسه نتایج تست و شبیه‌سازی با مدل‌های موکند-پاتول و گرین و بدون سوزش فرسایشی



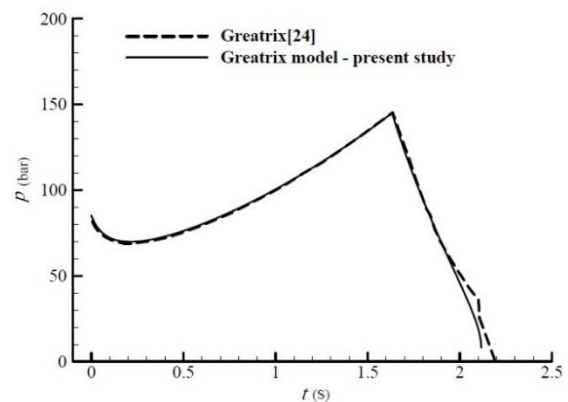
نمودار ۶) مقایسه نتایج حاصل از آزمایش موتور طراحی‌شده و شبیه‌سازی با مدل‌های لنویر-روبیلا، هاسجاوا و سادرهولم

مطابق نمودار ۵، مشاهده می‌شود که در نظر گرفتن پدیده سوزش فرسایشی، باعث می‌شود تا فشار بیشینه موتور حدوداً نصف مقدار واقعی آن دیده شود که در طراحی موتور سوخت جامد، به هیچ وجه قابل قبول نیست. مدل گرین، رفتار فشار را کاملاً متفاوت با سایر مدل‌ها پیش‌بینی کرده است و بالاترین میزان خطا را داراست؛ اما افت فشار ثانویه موتور را برخلاف سایر مدل‌ها به درستی پیش‌بینی کرده است. علت افت فشار ثانویه تمام‌شدن سوخت قسمت اول موتور (گرین سمت چپ در شکل ۵) است. در سایر مدل‌ها به دلیل وجود یک مقدار آستانه نسبتاً زیاد، نرخ سوزش در تمام گره‌های قسمت اول برابر نرخ سوزش پایه پیش‌بینی می‌شود و در نتیجه، سوخت قسمت اول به صورت همزمان در تمام گره‌ها تمام می‌شود و افت فشار ثانویه به صورت آبی رخ می‌دهد. مدل گرین به علت نداشتن حد آستانه، در قسمت اول سوخت، نرخ سوزش را برای هر گره مقداری متفاوت و بیشتر از نرخ سوزش پایه، پیش‌بینی می‌کند. در نتیجه، اتمام سوخت قسمت اول سریع‌تر و نامتوازن پیش‌بینی می‌شود، به همین علت افت ثانویه زودتر و به تدریج رخ می‌دهد. درستی این بحث با کاهش مقدار حدی مدل هاسجاوا از ۱۰ به مقدار پایینی مانند ۰/۱ قابل مشاهده است.

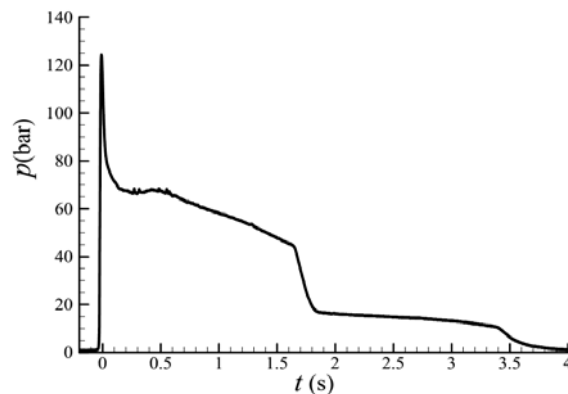
مدل‌های سوزش فرسایشی موجود رفتار فشار موتور از ثانیه دوم به بعد را با دقت خوبی پیش‌بینی می‌کنند. بنابراین برای ایجاد وضوح بیشتر در لحظات ابتدایی، در نمودارهای ۵ تا ۸ که نتایج حاصل از شبیه‌سازی با مدل‌های مختلف را نشان می‌دهند، تنها روند فشار در دو ثانیه اول نمایش داده می‌شود.

جدول ۱) مشخصات هندسی موتور و سوخت به کاررفته برای اعتبارسنجی^[24]

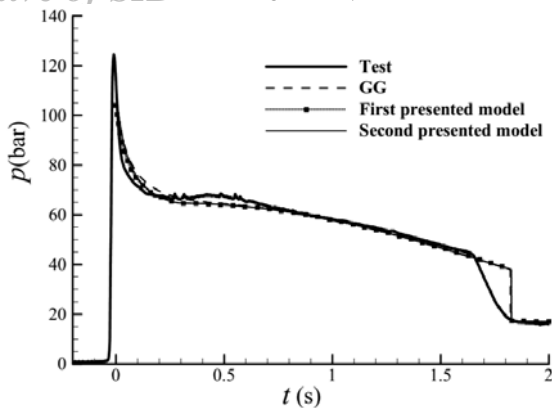
پارامتر	مقدار	واحد
طول گرین	۸۴	cm
قطر اولیه پورت	۲/۱	cm
قطر نهایی پورت	۶/۳۵	cm
قطر گلوبی نازل	۲/۰۳	cm
گرمای ویژه سوخت جامد	۱۵۰۰	J/kg-K
چگالی سوخت جامد	۱۷۴۰	kgm ⁻³
دمای شعله سوخت	۳۰۶۰	K
دمای سطح سوخت	۱۱۳۰	K
دمای اولیه سوخت	۲۹۴	K
گرمای ویژه گاز (در فشار ثابت)	۱۸۴۵	J/kg-K
ثابت گاز	۳۲۰	J/kg-K
نسبت گرمای ویژه گاز	۱/۲۱	
ضریب هدایت گرمایی گاز	۰/۲	W/m-K
ضریب لزجت گاز	۸/۸×۱۰	kg/m-s
زبری مؤثر سطح	۰/۴	mm
توان در رابطه نرخ سوزش (a)	۰/۰۵	cm/s-(kPa) ⁿ
ضریب در رابطه نرخ سوزش (n)	۰/۳۳	



نمودار ۳) مقایسه نتایج شبیه‌سازی پژوهش حاضر و شبیه‌سازی مرجع^[24]



نمودار ۴) نمودار فشار زمان مربوط به تست موتور طراحی‌شده



نمودار ۸) مقایسه نتایج حاصل از آزمایش موتور طراحی شده و شبیه‌سازی با مدل‌های گریتریکس-گاتلیب و مدل‌های ارائه شده

۷- نتیجه‌گیری

در این گزارش ابتدا یک الگوریتم جدید برای حل معادلات پایای حاکم بر بالستیک داخلی موتور سوخت جامد ارائه شد و با نتایج عددی معتبر موجود صحت‌سنجی شد. نتایج حاصل، حاکی از دقت بالای الگوریتم توسعه داده شده است. اثر سوزش فرسایشی نیز به کمک ۷ مدل مختلف شبیه‌سازی شد. یک مدل یک‌بعدی براساس مدل وانگ ارائه شد. در این مدل جدید اثر فشار بر سوزش فرسایشی نیز لحاظ شده است. یک موتور آزمایشگاهی نیز برای بررسی سوزش فرسایشی طراحی و ساخته شد. مطابقت خوبی میان نتایج آزمایش تجربی و شبیه‌سازی حاضر مشاهده شد. با مقایسه نتایج حاصل از آزمایش و شبیه‌سازی، مشخص شد مدل پیشنهادی دقت بالاتری از مدل‌های موجود دارد.

تشکر و قدردانی: نویسندگان بر خود لازم می‌دانند از تمامی اعضای پژوهشکده حمل و نقل فضایی که در مراحل مختلف ساخت موتور آزمایشگاهی همکاری کردند کمال تشکر و قدردانی را به عمل آورند. **تاییدیه اخلاقی:** نویسندگان متعهد می‌شوند که نتایج این مقاله در مجله دیگری چاپ نشده است یا در حال داوری نیست.

تعارض منافع: تمام نویسندگان منافع یکسانی از این مقاله دارند. **سهم نویسندگان:** علیرضا محمدی (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی (۴۰٪)؛ محمد فراهانی (نویسنده دوم)، پژوهشگر کمکی (۳۰٪)؛ سجاد غدیری (نویسنده سوم)، پژوهشگر کمکی (۳۰٪). **منابع مالی:** پژوهش حاضر از طرف پژوهشکده حمل و نقل فضایی تامین اعتبار شده است.

۸- فهرست علائم

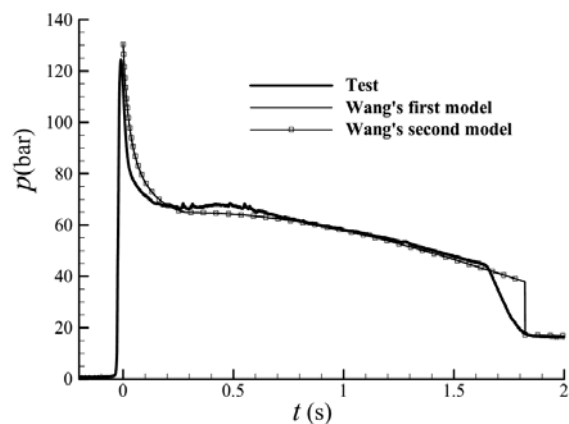
A	مساحت (m^2)
C^*	سرعت مشخصه (ms^{-1})
c_s	ظرفیت گرمایی سوخت جامد ($jk^{-1}k^{-1}$)
c_p	ظرفیت گرمایی گاز در فشار ثابت ($jk^{-1}k^{-1}$)
d	قطر (m)
f	ضریب اصطکاک دارسی-وایس
G	شار جرمی ($kgm^{-2}s^{-1}$)

مقدار فشار بیشینه پیش‌بینی شده به کمک مدل‌های لنویر-روبیلارد و موکند-پائول و سادرهولم تقریباً یکسان است و حدود ۱۳٪ کمتر از نتایج تست است. این اختلاف احتمالاً به دلیل در نظر نگرفتن اثرات نرخ سوزش ناپایا و اثر گرادیان زیاد فشار در شروع کار موتور است. در زمان عملکرد شبه پایای موتور، نتایج شبیه‌سازی‌ها مطابقت مناسبی با نتایج آزمایش دارد. لازم به ذکر است که ثوابت مدل‌های هاسجاوا و گرین و همچنین مقدار زبری سطح در مدل گریتریکس و مدل‌های پیشنهادی به گونه‌ای انتخاب شده است که فشار بیشینه حاصل از شبیه‌سازی با آن مدل‌ها و فشار بیشینه حاصل از مدل‌های دیگر یکسان باشد.

با توجه به نمودارهای ۵ و ۶ دقت شبیه‌سازی مدل‌های لنویر-روبیلارد، موکند-پائول، سادرهولم و هاسجاوا چندان تفاوتی ندارد. با این حال دقت مدل موکند-پائول اندکی بیشتر است.

نمودار ۷، نتیجه شبیه‌سازی به کمک مدل‌های وانگ (روابط ۳۰ و ۳۱)، بدون افزودن وابستگی فشاری نشان داده شده است. مطابق نمودار ۷، به کار بردن مدل‌های وانگ موجب بیش از حد پیش‌بینی شدن فشار اولیه موتور می‌شود. همان‌طور که اشاره شد، فشار پیش‌بینی شده توسط مدل باید کمتر از فشار تست باشد، زیرا اثرات گرادیان فشار و جریان ناپایا در شروع کار موتور روی نرخ سوزش در کد بالستیک داخلی حاضر لحاظ نشده است. همچنین نتایج حاصل از دو مدل یکسان است.

نمودار ۸ نتیجه شبیه‌سازی با مدل‌های پیشنهادی و همچنین نتیجه استفاده از مدل گریتریکس-گاتلیب را نشان می‌دهد. مطابق نمودار ۸، مدل گریتریکس و مدل‌های پیشنهادی روند کاهشی فشار موتور در آغاز کارش را به خوبی و بهتر از سایر مدل‌ها پیش‌بینی کرده‌اند. همچنین مدل‌های پیشنهادی از نظر دقت تفاوتی با هم ندارند و دقت آن‌ها بالاتر از مدل گریتریکس است. به علت آن که مدل گزارش شده توسط تپالیان اثر گرادیان سرعت را در نرخ سوزش فرسایشی در نظر گرفته است، استفاده از مدل اصلاح شده دوم (رابطه ۳۳) پیشنهاد می‌شود.



نمودار ۹) مقایسه نتایج حاصل از آزمایش موتور طراحی شده و شبیه‌سازی با مدل‌های وانگ

propellants-a revisit. Journal of Propulsion and Power. 2005;21(3):470-477.

9- Willcox MA, Brewster MQ, Tang KC, Stewart DS, Kuznetsov I. Solid rocket motor internal ballistics simulation using three-dimensional grain burnback. Journal of Propulsion and Power. 2007;23(3):575-584.

10- Javed A, Sundaram IA, Chakraborty D. Internal ballistic code for solid rocket motors using minimum distance function for grain burnback. Defence Science Journal. 2015;65(3):181-188.

11- Cavallini E, Favini B, Di Giacinto M, Serraglia F. Internal ballistics simulation of a NAWC tactical SRM. Journal of Applied Mechanics. 2011;78(5):051018.

12- Lamberty J. A report on the grain design and internal ballistic module of the improved solids performance program. 19th Aerospace Sciences Meeting, 1981 January 12-15, St. Louis, Missouri. Reston: AIAA; 1981.

13- Mashayek F, Farzad H, Ashgriz N. A geometry independent technique for solid propellant design. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 1996;210(3):209-220.

14- Kalate E, Heidari MR, Mirsajedi SM. Quasi one-dimensional simulation of two-phase flow in solid rocket motor. Journal of Energetic Materials. 2010;5(2):19-30. [Persian]

15- Rezaian Parsa E, Mirsajedi SM. Internal Ballistics simulation of solid rocket motor considering Erosive Burning Effects. Journal of Astronautical Science and Technology. 2012;5(2):74-79. [Persian]

16- Tavakolifar F, Fakhari MM. Experimental investigation and numerical simulation of solid fuel rocket engine internal ballistic. Journal of Solid and Fluids Mechanics. 2017;7(4):13-24. [Persian]

17- Murphy JM, Osborn JR, Zucrow MJ. An experimental investigation of the erosive burning characteristics of a nonhomogeneous solid propellant. AIAA Journal. 1965;3(3):523-525.

18- Kalyana Chakravarthy V, Iyer AS, Chakraborty D. Quasi-one-dimensional modeling of internal ballistics and axial acoustics in solid rocket Motors. Journal of Propulsion and Power. 2016;32(4):223-233.

19- Ghelichkhani MR, Mohammadi AR, Heidari MM. Burning rate measurement of solid propellant using subscale motors. Modares Mechanical Engineering. 2015;15(3):219-230. [Persian]

20- Mikkelsen CD, Roys GP. Application of the Saderholm erosive burning model to nozzleless solid propellant rocket motors. Journal of Spacecraft and Rockets. 1984;21(1):41-46.

21- Topalian V, Zhang J, Jackson TL, Isfahani AH. Numerical study of erosive burning in multidimensional solid propellant modeling. Journal of Propulsion and Power. 2011;27(4):811-821.

22- Osborn JR, Renie JP, Murphy JM. Effect of erosive burning on pressure and temperature sensitivity. Acta Astronautica. 1984;11(7-8):459-467.

23- Heister SD, Landsbaum EM. Analysis of ballistic anomalies in solid rocket motors. Journal of Propulsion and Power. 1991;7(6):887.

24- Greatrix DR. Scale effects on quasi-steady solid rocket internal ballistic behaviour. Energies. 2010;3(11):1790-1804.

مدل گریتریکس-گاتلیب	GG
تابع پله	H
ضریب ثابت در مدل‌های سوزش فرسایشی	K
مدل /تئویر- روبیلارد	LR
دبی جرمی (kgs^{-1})	\dot{m}
عدد ماخ	M
مدل موکند- پاتول	MP
فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	P
نرخ سوزش (ms^{-1})	\dot{r}
ثابت گاز ($\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	R
عدد پراتنل	Pr
دما (K)	T
سرعت (ms^{-1})	u
علایم یونانی	
چگالی (kgm^{-3})	ρ
نسبت گرمای ویژه	γ
ضریب لزجت ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)	μ
زبری سطح (m)	ϵ
زیرنویس‌ها	
پورت، سوخت (جامد)	P
شرایط آستانه (Threshold) یا خواص کل (سکون)	t
گلوبی	th
سطح سوخت	s
شمارنده، دمای اولیه	i
اولیه، نرخ سوزش پایه	0

منابع

1- Lenoir JM, Robillard G. A mathematical method to predict the effects of erosive burning in solid-propellant rockets. In: Reinhold Publishing Corporation. Symposium (international) on combustion. New York: Reinhold Publishing Corporation; 1957. pp. 663-667.

2- Mukunda HS, Paul PJ. Universal behaviour in erosive burning of solid propellants. Combustion and Flame. 1997;109(1-2):224-236.

3- Green LJ. Erosive burning of some composite solid propellants. Journal of Jet Propulsion. 1954;24(1):9-15.

4- Kreidler JW. Erosive burning-new experimental techniques and methods of analysis. Solid Propellant Rocket Conference, 1964 January 29-31, Palo Alto, California, U.S.A. Reston: AIAA; 1964. p. 155.

5- Hasegawa H, Hanzawa M, Tokudome SI, Kohno M. Erosive burning of aluminized composite propellants: X-ray absorption measurement, correlation, and application. Journal of Propulsion and Power. 2006;22(5):975-983.

6- Greatrix DR. Model for prediction of negative and positive erosive burning. Canadian Aeronautics and Space Journal. 2007;53(1):13-21.

7- Wang Q. Development of erosive burning models for CFD predictions of solid rocket motor internal environments. 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 2003 July 20-23, Huntsville, Alabama, United States. Reston: AIAA; 2003.

8- Landsbaum EM. Erosive burning of solid rocket