



Finite Element Model Based on Shear-Lag Theory for Prediction of Creep Stress in Al/Sic Composite

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Mokhtari P.¹ MSc,
Mohammadpour Fattahi A.*¹ PhD

How to cite this article

Mokhtari P, Mohammadpour Fattahi A. Finite Element Model Based on Shear-Lag Theory for Prediction of Creep Stress in Al/Sic Composite. Modares Mechanical Engineering, 2020;20(2):279-286.

ABSTRACT

In the present study, the finite element method based on the shear-lag model was used for stress analysis as well as deformation of the creep stable state of short fiber composites under axial loading. A perfect fiber/matrix interface is assumed and the steady-state creep behavior of the matrix is described by Norton numerical model. Special boundary conditions applied to the unit cell model and imaginary fiber technique has been used. Then ANSYS software is used for the calculation of all stresses and strains at the fiber/matrix interface and the outer surface of the unit cell. Then the results were verified and the values of axial and shear stresses at different points of the composite were investigated. The results show that the composite unit cell can be used as a composite representative for stress analysis. Also, the use of an imaginary fiber technique is a useful and reliable way to achieve a stress transfer model. This Model has sufficient accuracy and contrary to previous studies can predict all stresses and strains in all points.

Keywords Shear-Lag; Finite Element; Creep; Al/Sic Composite

¹Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran

*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran. Postal Code: 5157944533
Phone: +98 (41) 31966153
Fax: +98 (41) 31966153
a.fattahi@iaut.ac.ir

Article History

Received: August 23, 2018
Accepted: May 7, 2019
ePublished: February 01, 2020

CITATION LINKS

[1] Second stage creep of SiC Whisker/6061 aluminum composite at 573K [2] A two-dimensional stress transfer model for platelet reinforcement [3] Analytical and numerical analyses for two-dimensional stress transfer [4] Young's modulus of unidirectional discontinuous-fiber composite [5] FEM study of the second stage creep behavior of Al6061/SiC metal matrix composite [6] Effects of fiber aspect ratio evaluated by elastic analysis in discontinuous composites [7] A new analytical shear-lag based model for prediction of the steady state creep deformations of some short fiber composites [8] On the use of shear-lag methods for analysis of stress transfer in unidirectional composites [9] On the use of planar shear-lag methods for stress-transfer analysis of multilayered composites [10] Generalized shear-lag analysis including imperfect interfaces [11] Analytical study on elastic transition in short-fiber composites for plane strain case [12] Theoretical study of stress transfer in platelet reinforced composites [13] Thermomechanical stress analysis in platelet reinforced composites with bonded and debonded platelet end [14] Micromechanical modeling for prediction of the creep behavior of fibrous composite materials [15] The elasticity and strength of paper and other fibrous materials [16] Elasticity: Theory, applications, and numerics

ارائه مدل المان محدود مبتنی بر تئوری عقب‌افتادگی برشی برای پیش‌بینی تنش ناشی از خزش کامپوزیت Al/SiC

پویا مختاری MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

اصغر محمدپور فتاحی* PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

چکیده

در پژوهش حاضر روش المان محدود براساس مدل تحلیلی عقب‌افتادگی برشی برای تحلیل تنش و همچنین پیش‌بینی تغییر شکل حالت پایدار خزش کامپوزیت‌های فیبر کوتاه تحت بارگذاری محوری استفاده شد. اتصال کامل بین فیبر و ماتریس فرض شده و رفتار حالت پایدار خزشی ماتریس با مدل عددی نورتون توصیف شد. شرایط مرزی اختصاصی به مدل سلول واحد اعمال شده و تکنیک فیبر مجازی مورد استفاده قرار گرفته و از نرم‌افزار ANSYS برای محاسبه تمامی تنش‌ها و کرنش‌ها در محل اتصال تقویت‌کننده به زمینه و سطح خارجی سلول واحد استفاده شد. در ادامه نتایج صحت‌سنجی شده و مقادیر تنش‌های محوری و برشی در نقاط مختلف ماده مرکب ترسیم و بحث و بررسی شدند. نتایج نشان دادند که از سلول واحد کامپوزیت می‌توان به عنوان نماینده ماده مرکب در تحلیل تنش استفاده کرد. همچنین استفاده از تکنیک تقویت‌کننده مجازی، راهکاری مفید و قابل اطمینان برای رسیدن به مدل انتقال تنش است. مدل تحقیق حاضر علاوه بر دارا بودن دقت کافی، برخلاف پژوهش‌های قبلی امکان پیش‌بینی تمامی تنش‌ها و کرنش‌ها را در تمام نقاط تقویت‌کننده و زمینه دارد.

کلیدواژه‌ها: عقب‌افتادگی برشی، المان محدود، خزش، کامپوزیت Al/SiC

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۶/۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۱۷

*نویسنده مسئول: a.fattahi@iaut.ac.ir

تحلیلی یا روش عددی اجتناب‌ناپذیر است. در طول چند دهه اخیر، روش‌های تحلیلی و مدل‌های عددی متفاوت برای پیش‌بینی مرحله دوم خزش و حالت تنش در کامپوزیت‌های فیبر کوتاه گسترش یافته‌اند.

موریموتو و همکاران رفتار خزشی کامپوزیت زمینه آلومینیوم تقویت‌شده با ۱۵ درصد حجمی الیاف سیلیکون کارباید را به صورت تجربی و تحلیلی مورد بررسی قرار داده‌اند. به منظور محاسبه اطلاعات ورودی دقیق برای حل تحلیلی، آزمایش‌هایی انجام شده و پارامترهای مختلف استخراج شد. براساس این داده‌ها و استفاده از مدل خزش تایا-لیلپولت، نرخ خزش مرحله دوم محاسبه شد [1].

سوو مواد مرکب با تقویت‌کننده کوتاه را برای حالت تنش صفحه‌ای، براساس تئوری عقب‌افتادگی برشی بررسی کرده و تنش متوسط تقویت‌کننده و تنش برشی محل اتصال تقویت‌کننده و زمینه را به دست آورد و اثر چسبندگی انتهای تقویت‌کننده به زمینه را بررسی نمود [2-4].

مُندعلی و همکاران به بررسی مرحله دوم خزش کامپوزیت آلومینیوم تقویت‌شده با الیاف سیلیکون کارباید به روش المان محدود و با به‌کاربردن پارامتر جدیدی برای جدایش زمینه و تقویت‌کننده در مدل‌سازی پرداختند [5].

کیم تأثیر چسبندگی و عدم چسبندگی انتهای تقویت‌کننده به زمینه را بررسی دوباره کرده و در مدل جدید مبتنی بر تئوری عقب‌افتادگی برشی، تأثیر ابعاد و نسبت حجمی تقویت‌کننده بر توزیع تنش محوری تقویت‌کننده و تنش برشی محل اتصال تقویت‌کننده و زمینه را بررسی نمود [6].

در سال‌های اخیر مدل تحلیلی جدیدی بر پایه تئوری عقب‌افتادگی برشی برای پیش‌بینی رفتار خزشی برخی از کامپوزیت‌های الیاف کوتاه با استفاده از روش تکنیک فیبر مجازی توسط مندعلی و همکاران ارائه شده است [7].

نیرن با استفاده از تئوری عقب‌افتادگی برشی و توابع تقریبی تنش نشان داد که مدل عقب‌افتادگی برشی ابزار مناسبی برای تحلیل تنش مواد مرکب می‌تواند باشد در صورتی که به‌طور صحیح در مسائل مناسب به‌کار گرفته شود. او مدل‌های مختلفی را برای مواد مرکب استوانه‌ای و مواد مرکب صفحه‌ای چندلایه براساس مدل عقب‌افتادگی برشی ارائه داد و بعدها برای تنش و کرنش صفحه‌ای با استفاده از توابع شکلی اختیاری و مدل عقب‌افتادگی برشی مدلی را ارائه نمود و اثر اتصال غیرکامل تقویت‌کننده و زمینه را بررسی کرده و توانست علاوه بر تنش میانگین عمودی تقویت‌کننده، تنش جهت دیگر تقویت‌کننده را نیز استخراج نماید [8-10].

فتاحی و مندعلی به تحلیل تنش مواد مرکب با تقویت‌کننده کوتاه صفحه‌ای در حالت الاستیک تحت بارگذاری تک‌محوری پرداختند. در این پژوهش از روش تکنیک تقویت‌کننده مجازی برای سلول واحد استفاده شده و محل اتصال تقویت‌کننده به زمینه بدون جدایش در نظر گرفته شده و در نهایت نتایج تحلیلی به دست آمده با روش مدل‌سازی المان محدود اعتبارسنجی شده است [11]. در ادامه

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر کامپوزیت‌های تقویت‌شده با فیبر در صنایع مختلف به‌علت ویژگی‌هایی مانند سادگی ساخت، استحکام زیاد، ضریب صلبیت بالا در کنار دانسیته پایین و قیمت مناسب بسیار مورد استفاده قرار گرفته‌اند. به‌طور کلی خزش عبارت است از تغییر فرم پلاستیک پیوسته و دائم با آهنگ آهسته جامد تحت تنش ثابت کمتر از حد تسلیم که با گذشت زمان در یک ماده رخ می‌دهد. به‌کارگیری مؤثر کامپوزیت‌های فیبر کوتاه در تنش‌های زیاد و دماهای محیط نیازمند دانستن مشخصات خزش و تغییر مکانیزم آن‌ها است. از طرفی مطالعه رفتار خزشی قطعات ساخته شده از کامپوزیت‌ها نیز یکی از مسائل مهم در تخمین عمر و کارکرد صحیح این اجزاء است. تحقیقات گسترده برای تعیین خصوصیات خزش کامپوزیت‌های فیبر کوتاه انجام شده است، اما طیف گسترده مواد موجود تشکیل‌دهنده کامپوزیت‌ها، ارزیابی تجربی خصوصیات خزشی این مواد را دچار مشکل کرده است. بنابراین، استفاده از روش

خزش استاندارد پیشنهاد شده‌اند. اولین قدم که در تمامی روش‌ها مشترک است، جداکردن کرنش الاستیک و کرنش غیرالاستیک (خزش) از همدیگر است. به‌طور کلی کرنش خزشی حاصل از بارگذاری ثابت را می‌توان به‌عنوان تابعی از تنش، زمان و دما در نظر گرفت:

$$\varepsilon = \varepsilon_E + \varepsilon_C \quad (1)$$

در این پژوهش طبق رابطه (۱) برای وابستگی کرنش خزشی به تنش از رابطه نورتون و برای وابستگی به زمان از رابطه بیلی و وابستگی به دما، از قانون آرینوس استفاده شده است.

$$\varepsilon_C = C_N \sigma^n \exp\left(-\frac{\Delta H}{RT}\right) \quad (2)$$

که ضرایب ثابت C_N متعلق به رابطه نورتون و ضریب b متعلق به رابطه بیلی و ضریب A برای قانون آرینوس است. برای پرهیز از زیادشدن پارامترهای معادله، با استفاده از آزمایش‌های تجربی اثر این ضرایب در یک ضریب ثابت متناسب شده است که با B_N مشخص می‌شود. به‌دلیل ثابت‌بودن دمای کاری (که برابر با ۵۷۳ درجه کلوین یا ۳۰۰ درجه سلسیوس است)، رابطه (۲) برای شرایط دما ثابت به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon_C = B_N \sigma^n t^m \quad (3)$$

رابطه فوق به قانون بیلی-نورتون مشهور است که استفاده از آن برای تحلیل خزش بسیار عمومیت دارد. برای تغییرات تنش، شکل از سرعت کرنش را به‌کار می‌بریم:

$$\dot{\varepsilon}_C = \frac{d\varepsilon_C}{dt} = m B_N t^{m-1} \sigma^n \quad (4)$$

با توجه به اینکه در قطعات نیروگاهی، قطعات آهنی و قطعات کامپوزیتی بیشتر عمر قطعه در مرحله دوم خزش سپری می‌شود، بنابراین برای طراحی قطعه از این مرحله استفاده می‌کنند. بنابراین تحلیل و بررسی در این تحقیق نیز صرفاً در چارچوب مرحله دوم خزش یا همان خزش حالت پایدار است. در خزش مرحله دوم برخلاف مرحله اول و سوم خزش، رابطه زمانی با کرنش تقریباً خطی است، بنابراین $m=1$ فرض مناسبی است. ساده‌ترین شکل از روابط بالا عبارت است از:

$$\dot{\varepsilon}_C = B_N \sigma^n \quad (5)$$

که ضریب n تابع جنس قطعه بوده و در فرآیند مدل‌سازی اثر تنش نقش مهمی ایفا می‌کند، همچنین ضریب ثابت B_N که ثابت مواد بوده و برای جنس‌های مختلف دارای مقادیر متفاوت است. در مرحله دوم خزش نرخ کرنش خزشی برابر با مینیمم نرخ کرنش خزشی است یا به عبارت دیگر نرخ کرنش خزشی حالت پایدار است. اندیس در عبارت $\dot{\varepsilon}_{SS}$ ، نشان‌دهنده کلمه ناحیه پایدار است که اشاره دارد به مرحله دوم خزش که به خزش حالت پایدار معروف است. برای تعیین ضریب n رابطه نورتون داریم:

$$\dot{\varepsilon}_C \propto \dot{\varepsilon}_{SS} \quad (7)$$

$$\dot{\varepsilon}_C = \frac{d\varepsilon_C}{dt} = m B_N t^{m-1} \sigma^n \quad (8)$$

$$\log \dot{\varepsilon}_{SS} \propto n \log \sigma \quad (9)$$

آنها به بررسی تئوری انتقال تنش در مواد مرکب با تقویت‌کننده‌های کوتاه صفحه‌ای تحت بارهای مکانیکی [12] و حرارتی [13] پرداختند. به‌منظور رسیدن به مدل تحلیل تنش ماده مرکب با تقویت‌کننده کوتاه صفحه‌ای، ابتدا تک‌سلول ماده مرکب به‌عنوان نماینده ماده مرکب انتخاب شد. معادلات تعادل برای حالت تنش صفحه‌ای از الاستیسیته به‌دست آمده و معادلات جابجایی‌ها حل شده است. از الاستیسیته دوبعدی، روابط کرنش و تنش برحسب جابجایی‌ها استخراج شد و با کمک تکنیک تقویت‌کننده مجازی و با اعمال شرایط مرزی و معادلات حالت، مقادیر جابجایی‌ها، کرنش‌ها و تنش‌ها در تمام نقاط به‌دست آمدند.

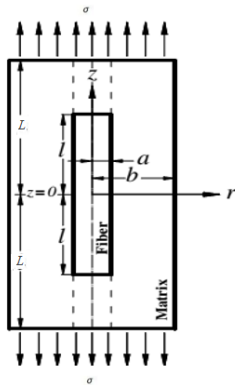
احمدی و عطایی به پیش‌بینی رفتار خزشی مواد مرکب الیافی با استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی پرداخته‌اند. نقش خزش در تغییر توزیع تنش برحسب زمان مورد بررسی قرار گرفت و خواص ماکرومکانیکی کامپوزیت برای بارگذاری‌های جانبی و محوری برای نسبت‌های حجمی متفاوت ارائه شده است [14].

در پژوهش حاضر روش المان محدود براساس مدل تحلیلی عقب‌افتادگی برشی برای تحلیل تنش و همچنین پیش‌بینی تغییر شکل حالت پایدار خزش کامپوزیت‌های فیبر کوتاه تحت بارگذاری محوری استفاده شده است. بین فیبر و ماتریس، اتصال کامل فرض شده و رفتار حالت پایدار خزشی ماتریس با مدل عددی نورتون توصیف شد. شرایط مرزی اختصاصی به مدل سلول واحد اعمال شده و تکنیک فیبر مجازی مورد استفاده قرار گرفته است. از نرم‌افزار ANSYS برای محاسبه تمامی تنش‌ها و کرنش‌ها در محل اتصال تقویت‌کننده به زمینه و سطح خارجی سلول واحد استفاده شد. نتایج نشان داد که از سلول واحد کامپوزیت، می‌توان به‌عنوان نماینده ماده مرکب در تحلیل تنش استفاده کرد. همچنین استفاده از تکنیک تقویت‌کننده مجازی، راه‌کاری مفید و قابل اطمینان برای رسیدن به مدل انتقال تنش است. مدل تحقیق حاضر علاوه‌بر دارابودن دقت کافی، برخلاف پژوهش‌های قبلی امکان پیش‌بینی تمامی جابجایی‌ها، تنش‌ها و کرنش‌ها را در تمام نقاط تقویت‌کننده و زمینه دارد.

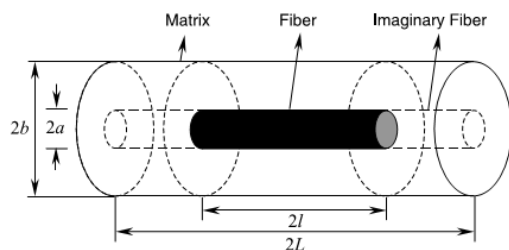
۲- خزش

خزش به تغییر شکل وابسته به زمان ماده‌ای که تحت تأثیر بار ثابت قرار داشته باشد، گفته می‌شود. خزش عامل شکست بیشتر قطعات در دمای بالای کاری است. این دما برای تمامی مواد یکسان نبوده و تقریباً بالاتر از ۰/۴ دمای ذوب مطلق ماده در نظر گرفته می‌شود [1]. مطالعه رفتار خزشی قطعات ساخته‌شده از کامپوزیت‌ها یکی از مسائل مهم در تخمین عمر و کارکرد صحیح این اجزاء است. به‌طور کلی در کامپوزیت‌ها بروز پدیده خزش به عواملی مانند دمای کاری، رفتار الاستیک تقویت‌کننده، رفتار خزشی زمینه و خواص مکانیکی مواد تشکیل‌دهنده کامپوزیت و سایر عوامل دیگر بستگی دارد. بیشترین عمر قطعه در مرحله دوم خزش (خزش حالت پایا) سپری می‌شود. روابط حاکم تک‌محوری ساده‌شده بسیاری برای تشریح

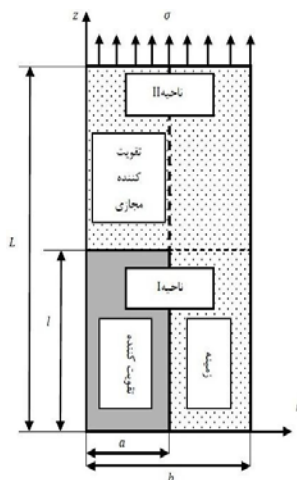
تکنیک تقویت‌کننده مجازی، تک‌سلولی از المان حجمی شکل ۲ را به صورت دوبعدی در نظر گرفته و مطابق شکل ۳ به دو ناحیه I و II تقسیم می‌شود. بر این اساس راه حل مساله برای ناحیه I که شبیه یک کامپوزیت با تقویت‌کننده ممتد پیوسته است پایه حل کامپوزیت قرار گرفته است. در واقع حل ناحیه II که کاملاً از جنس زمینه است، با استفاده از روابط حاصل از حل ناحیه I و با فرض اینکه بخشی از زمینه این ناحیه که در امتداد تقویت‌کننده واقعی است به عنوان تقویت‌کننده مجازی با خواص زمینه قلمداد می‌شود، به دست خواهد آمد. سپس با اعمال شرایط مرزی مناسب مانند برابری تنش‌های محوری و برشی انتهای تقویت‌کننده ناحیه I و ابتدای تقویت‌کننده مجازی ناحیه II می‌توان ثابت‌های به وجود آمده از حل هر ناحیه را به دست آورده و توابع تنش برشی، تنش محوری و دیگر پارامترها را در هر دو فاز زمینه و تقویت‌کننده و در کلیه نقاط سلول واحد محاسبه کرد.



شکل ۱) شماتیک نشان‌دهنده هندسه تک‌سلول



شکل ۲) المان حجمی کامپوزیت



شکل ۳) تقسیم‌بندی سلول واحد کامپوزیت به دو ناحیه I و II

$$n = \frac{d(\log \epsilon_{ss})}{d(\log \sigma)} \quad (10)$$

یکی از رابطه‌های وابستگی کرنش خزشی به تنش معادله دورن است که رابطه کرنش خزشی با تنش به صورت تابع نمایی است. این معادله همچنین دارای ضرایب ثابت مواد B_D و D است.

$$\dot{\epsilon}_c = D \exp\left(\frac{\sigma}{B_D}\right) \quad (11)$$

معادله دورن در تحلیل مسائل خزش کامپوزیت‌ها کاربرد زیادی داشته و کارهای تحقیقاتی زیادی براساس این معادله در مطالعه و بررسی تغییر شکل کامپوزیت‌های فیبر کوتاه انجام گرفته است و مقدار این ضرایب ثابت این مواد $D = \exp(-24/7)$ و $B_D = 6/47$ است [7].

از طرفی تنش کاری در این پژوهش، همانند سایر مطالعات قبلی انجام گرفته، ثابت و برابر با ۸۰ مگاپاسکال است [7]. در چنین شرایطی که همه پارامترهای معادله دورن موجود است، مقادیر کرنش خزشی را برای بازه ۷۵ تا ۸۵ مگاپاسکال محاسبه کرده و سپس به کمک کرنش خزشی به دست آمده از معادله دورن، ضریب n معادله نورتون با استفاده از رابطه (۱۰) به دست می‌آید که برابر با ۱۲/۳۴۵ است. به کمک ضریب n به دست آمده و با دانستن مقادیر کرنش خزشی و مقدار تنش مساله، تنها پارامتر مجهول یعنی ضریب ثابت B_N برای بازه ۷۵ تا ۸۵ مگاپاسکال به دست می‌آید که عبارت است از $B_D = 1/41 \times 10^6$ که ضریب ثابت مواد است.

۳- مدل عقب‌افتادگی برشی

ساده‌ترین و معروف‌ترین مدل در تشریح مکانیزم انتقال تنش مواد مرکب، تئوری عقب‌افتادگی برشی یک‌بعدی است. این مدل ابتدا توسط کاکس در سال ۱۹۵۲ ارائه شد [15]. در این تئوری بار اعمال شده به زمینه، مستقیماً به تقویت‌کننده وارد نمی‌شود، بلکه به وسیله زمینه و از طریق سطوح در تماس تقویت‌کننده و زمینه به آن اعمال می‌شود. یکی از مدل‌های صفحه‌ای، مدلی است که توسط سوو با رویکرد مدل عقب‌افتادگی برشی ارائه شد. سوو، همانند مدل‌های قبل از خود یک تک‌سلول ماده مرکب با تقویت‌کننده کوتاه صفحه‌ای را برای تحلیل انتخاب کرد که شماتیک مدل دوبعدی آن در شکل ۱ نشان داده شده است. تقویت‌کننده با ضخامت $2a$ و طول $2l$ در مرکز یک زمینه با ضخامت $2b$ و طول $2u$ قرار گرفته و مختصات کارترین $x-y$ برای تمام محاسبات در نظر گرفته شده است. تنش σ_0 به ماده مرکب در جهت y وارد می‌شود. جزئیات شکل تقویت‌کننده در راستای عرضی با اغماض، با مدل دوبعدی نشان داده شده است. با توجه به هندسه متقارن در صفحه $x-y$ ، تنها یک چهارم سلول واحد در تحلیل‌ها نیاز است. صفحه تقویت‌کننده به صفحه زمینه در $x=a$ چسبیده است و انتهای تقویت‌کننده به زمینه در $y=l$ می‌تواند چسبیده یا بدون چسبندگی باشد.

برای به دست آوردن میدان تنش در کامپوزیت، ابتدا یک المان حجمی از آن مانند شکل ۲ در نظر گرفته شده، سپس با استفاده از تئوری عقب‌افتادگی برشی و تکنیک تقویت‌کننده مجازی به بررسی و تحلیل معادلات پرداخته می‌شود. به منظور حل مساله به کمک

ناحیه II می‌توان ضرایب مجهول معادلات جابجایی، کرنش و تنش را در هر دو ناحیه تقویت‌کننده واقعی و مجازی و همچنین کلیه نقاط سلول واحد را محاسبه کرد. با توجه به شکل ۴ شرایط مرزی مساله در سطح خارجی سلول واحد روی خط $x=b$ عبارت است از:

$$u^m(b, y) = \tilde{u}^m(b, y) \quad (۲۷)$$

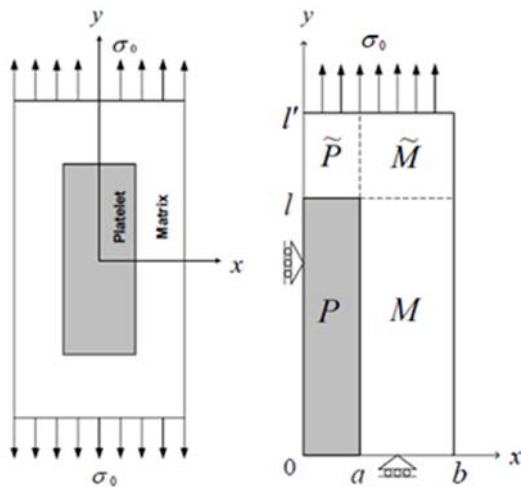
$$\tau_{xy}^m(b, y) = \tilde{\tau}_{xy}^m(b, y) = 0 \quad (۲۸)$$

$$w^m(x, 0) = w^p(x, 0) = 0 \quad (۲۹)$$

$$\tau_{xy}^m(x, 0) = \tau_{xy}^p(x, 0) = 0 \quad (۳۰)$$

$$\tilde{w}^m(x, L) = \tilde{w}^p(x, L) = 0 \quad (۳۱)$$

$$\tilde{\tau}_{xy}^m(x, L) = \tilde{\tau}_{xy}^p(x, L) = 0 \quad (۳۲)$$



شکل ۴) شماتیک نشان‌دهنده یک چهارم سلول واحد با تقویت‌کننده کوتاه صفحه‌ای

در روابط فوق، u جابجایی در راستای x ، w جابجایی در راستای y و τ_{xy} تنش برشی در صفحه x - y در ناحیه تقویت‌کننده واقعی و \tilde{u} جابجایی در راستای x ، $\tilde{\tau}_{xy}$ تنش برشی در صفحه x - y در ناحیه تقویت‌کننده مجازی است. نشانه‌های m و p بیانگر مقادیر پارامترهای فوق در ناحیه زمینه و تقویت‌کننده است. شرایط مرزی در محل اتصال زمینه و تقویت‌کننده $x=a$ عبارت است از:

$$\varepsilon_{yy}^m(a, y) = \varepsilon_{yy}^p(a, y) \quad (۳۳)$$

$$\sigma_{xx}^m(a, y) = \sigma_{xx}^p(a, y) \quad (۳۴)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{yy}^m(a, y) = \tilde{\varepsilon}_{yy}^p(a, y) \quad (۳۵)$$

$$\tilde{\sigma}_{xx}^m(a, y) = \tilde{\sigma}_{xx}^p(a, y) \quad (۳۶)$$

که ε_{yy} کرنش در راستای y و σ_{xx} تنش محوری در راستای x است. علامت \sim نشانگر این مقادیر در ناحیه تقویت‌کننده مجازی است. شرایط مرزی در انتهای تقویت‌کننده $y=l$ عبارت است از:

$$\bar{\sigma}_{yy}^m(x, l) = \bar{\sigma}_{yy}^p(x, l) \quad (۳۷)$$

$$\bar{\sigma}_{yy}^p(x, l) = \bar{\sigma}_{yy}^m(x, l) \quad (۳۸)$$

$$\tau_{yy}^m(x, l) = \tau_{yy}^p(x, l) \quad (۳۹)$$

$$\tau_{yy}^p(x, l) = \tau_{yy}^m(x, l) \quad (۴۰)$$

$$w^m(x, l) = \tilde{w}^m(x, l) \quad (۴۱)$$

معادلات حاکم بر مساله در حالت تقارن محوری و برحسب جابه‌جایی در مختصات قطبی در روابط (۱۲) و (۱۳) ارائه شده‌اند [16]:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = 0 \quad (۱۲)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \tau_{rz} = 0 \quad (۱۳)$$

روابط نرخ کرنش-جابجایی در روابط (۱۴) تا (۱۷) ارائه شده‌اند:

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} \quad (۱۴)$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{u}}{r} \quad (۱۵)$$

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \quad (۱۶)$$

$$\dot{\gamma}_{rz} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial r} \quad (۱۷)$$

معادلات ساختاری برای تغییر شکل خزشی مواد زمینه در جهت مختصات قطبی به شرح زیر هستند:

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\dot{\varepsilon}_e}{2\sigma_e} [2\sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_z] \quad (۱۸)$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{\varepsilon}_e}{2\sigma_e} [2\sigma_\theta - \sigma_r - \sigma_z] \quad (۱۹)$$

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\dot{\varepsilon}_e}{2\sigma_e} [2\sigma_z - \sigma_r - \sigma_\theta] \quad (۲۰)$$

$$\dot{\gamma}_{rz} = \frac{3\dot{\varepsilon}_e}{\sigma_e} \tau_{rz} \quad (۲۱)$$

همچنین σ_e تنش معادل است که به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6\tau_{rz}^2]^{\frac{1}{2}} \quad (۲۲)$$

با جایگزینی رابطه (۲۱) در (۱۱) می‌توان نرخ کرنش معادل یعنی $\dot{\varepsilon}_e$ را محاسبه کرد:

$$\dot{\varepsilon}_e = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta)^2 + (\dot{\varepsilon}_\theta - \dot{\varepsilon}_z)^2 + (\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_r)^2 + 6\dot{\varepsilon}_{rz}^2]^{\frac{1}{2}} \quad (۲۳)$$

برای محاسبه تنش‌های محوری و برشی در ناحیه I ابتدا از رابطه (۱۳) که معادله تعادل در جهت z است نسبت به r از صفر تا a برای تقویت‌کننده موثر انتگرال گرفته می‌شود که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{1}{\pi a^2} \int_0^a \frac{\partial \sigma_{zz}^f}{\partial z} (2\pi r) dr + \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}^f) (2\pi r) dr = 0 \quad (۲۴)$$

متوسط تنش محوری در مقطع تقویت‌کننده در رابطه (۲۵) ارائه شده است:

$$\bar{\sigma}_{zz}^f(z) \equiv \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a \sigma_{zz}^f(r, z) (2\pi r) dr \quad (۲۵)$$

استفاده از رابطه (۲۵) در رابطه (۲۴)، رابطه (۲۶) را نتیجه می‌دهد:

$$\frac{d\bar{\sigma}_{zz}^f}{dz} = -\frac{2}{a} \tau_i \quad (۲۶)$$

رابطه اخیر موسوم به معادله عقب‌افتادگی برشی است که τ_i تنش برشی در سطح اتصال بین تقویت‌کننده و زمینه است. از این رابطه می‌توان تمام تنش‌ها را براساس تنش برشی محل اتصال تقویت‌کننده و زمینه به دست آورد. طبق نظریه عقب‌افتادگی برشی انتقال تنش از زمینه به تقویت‌کننده توسط تنش برشی محل اتصال تقویت‌کننده و زمینه انتقال می‌یابد.

با اعمال شرایط مرزی مناسب مانند برابری تنش‌های محوری و برشی انتهای تقویت‌کننده ناحیه I و ابتدای تقویت‌کننده مجازی

حجمی تقویت‌کننده برابر با $V_f = 0.15$ و نسبت منطری آن $s = 7/4$ $\frac{L}{a} =$ است. با فرض $a = 10 \text{ mm}$ [5, 7] مشخصات هندسی سلول واحد مورد استفاده در این پژوهش به صورت جدول ۲ خواهد بود.

جدول ۲) مشخصات هندسی سلول واحد (مقادیر برحسب میلی‌متر هستند)

a	b	l	L
۱۰	۲۰	۷۴	۱۱۶

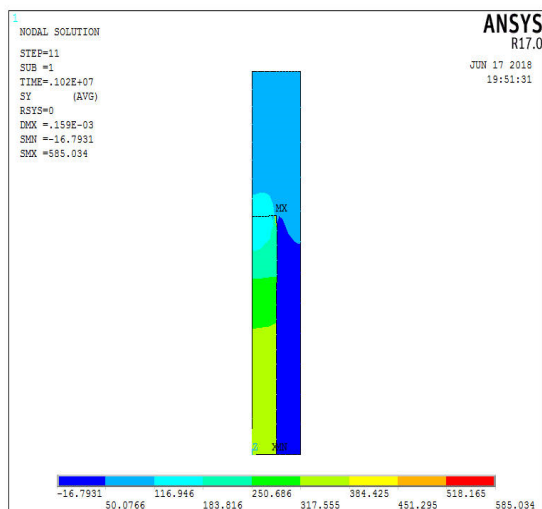
۴- مدل‌سازی به روش المان محدود

با توجه به وجود شرط تقارن محوری در مدل سلول واحد، باید رفتار المان Axisymmetric باشد و از طرفی المان باید قابلیت تحلیل خزش را داشته باشد. مدل ایجاد شده در نرم‌افزار ANSYS به شکل یک چهارم سلول واحد بوده و از المان Solid183 برای مش‌بندی و تحلیل مدل کمک گرفته شده است. مدل تحقیق براساس شکل ۲ به صورت استوانه سه‌بعدی است. فرضیاتی که برای انجام تحلیل در نظر گرفته شده عبارتند از:

- حالت پایای تنش و کرنش خزشی در نظر گرفته شده است.
- تغییرات الاستیک خطی در قیاس با تغییرات غیرخطی (خزش) ناچیز بوده و قابل صرف نظر کردن است.
- رفتار تقویت‌کننده در طول زمان انجام تحلیل الاستیک خطی فرض شده ولی زمینه دارای رفتار غیرخطی (خزش) خواهد بود.
- اتصال تقویت‌کننده به زمینه به صورت ایده‌آل در نظر گرفته شده است، یعنی تقویت‌کننده به زمینه در محل اتصال کاملاً چسبیده است.
- ویژگی‌های مکانیکی تقویت‌کننده و زمینه (مدول الاستیک، ضریب پواسون) ایزوتروپیک هستند.

۵- نتایج و بحث

همان‌طور که قبلاً ذکر شد با توجه به شرط دمایی، تنها زمینه دارای رفتار خزشی است. یک نمونه کانتور تنش محوری (در راستای محور y) در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵) کانتور تنش محوری در راستای محور y

$\bar{\sigma}_{yy}^p$ و $\bar{\sigma}_{yy}^m$ مقادیر تنش‌های متوسط زمینه و تقویت‌کننده در ناحیه تقویت‌کننده واقعی و $\bar{\sigma}_{yy}^p$ و $\bar{\sigma}_{yy}^m$ مقادیر این تنش‌ها در ناحیه تقویت‌کننده مجازی است.

۴- مواد مورد استفاده

کامپوزیت آلومینیوم تقویت‌شده با الیاف سیلیکون‌کارباید (Al6061/SiC) برای بررسی در این پژوهش استفاده شده است. علت‌های اصلی استفاده از آلومینیوم به‌عنوان زمینه در کامپوزیت‌های زمینه فلزی، وزن کم، مقاومت محیطی بالا، نقطه ذوب مناسب و خواص مکانیکی مناسب است. سیلیکون‌کارباید نیز که از نوع تقویت‌کننده‌های الیاف‌کوتاه به‌شمار می‌آید، مدول الاستیک بالا، مقاومت به خوردگی بالا، مقاومت به اکسیداسیون بالا و استحکام گرمایی خوب دارد. از ویژگی‌های ممتاز این ماده نقطه ذوب بالا است که باعث می‌شود بهترین انتخاب در ابزارهای الکترونیکی که با توان بالا و در دمای بالا کار می‌کنند و همچنین ابزارهای برش و سایش باشد. همچنین در قطعات دیرگداز و اجزای گرم‌کننده مثل المنت‌ها کاربرد زیادی دارد. نقش تقویت‌کننده در کامپوزیت‌های زمینه فلزی افزایش استحکام و سختی و ظرفیت گرمایی کامپوزیت به‌واسطه جلوگیری از تغییر شکل زمینه است. همان‌طور که گفته شد اگر ماده در دمایی برای مدتی معین تحت تنش ثابت قرار داشته باشد دچار خزش می‌شود. این دما برای تمامی مواد یکسان نبوده و بالاتر از $0.4 T_M$ دمای ذوب مطلق ماده در نظر گرفته می‌شود [1].

$$T \geq 0.4 T_M \quad (42)$$

دمای کاری مورد نظر در این تحقیق ثابت و برابر با 573°C درجه کلوین یا 300°C درجه سلسیوس است [1]. با توجه به دمای ذوب زمینه یعنی آلومینیوم (660°C درجه سلسیوس)، در دمای کاری مورد نظر این تحقیق، خزش اتفاق خواهد افتاد ولی با توجه به ماهیت ماده تقویت‌کننده یعنی سیلیکون‌کارباید که یک سرامیک‌های غیراکسیدی است و دمای ذوب بالایی (حدود 2730°C درجه سلسیوس) دارد، می‌توان از خزش تقویت‌کننده در دمای کاری صرف نظر کرد. در نتیجه در طول این تحقیق تقویت‌کننده تنها دارای رفتار الاستیک بوده اما ماده زمینه علاوه بر رفتار الاستیکی، رفتار خزشی نیز از خود نشان می‌دهد. هر دو ماده زمینه و تقویت‌کننده دارای ویژگی‌های مکانیکی ایزوتروپیک هستند. ویژگی‌های مکانیکی مواد مورد استفاده در این تحقیق، در جدول ۱ مشخص شده است.

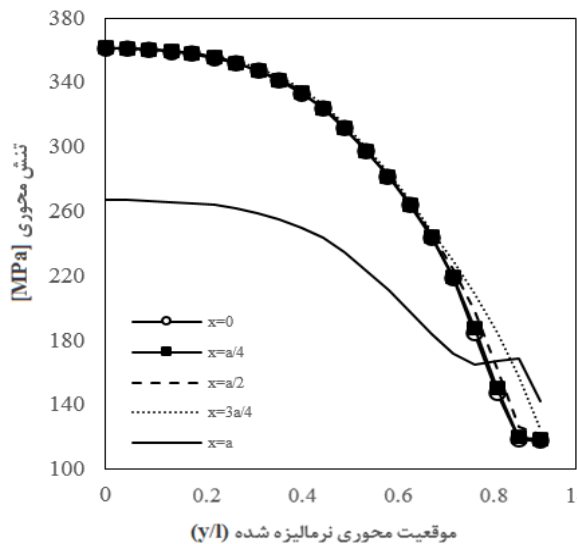
جدول ۱) خواص مکانیکی ماده کامپوزیت Al/SiC [1]

نوع ماده	ضریب پواسون	مدول الاستیک (GPa)
آلومینیوم	۰/۳۴۵	۶۸/۳
سیلیکون‌کارباید	۰/۱۷	۴۷۰

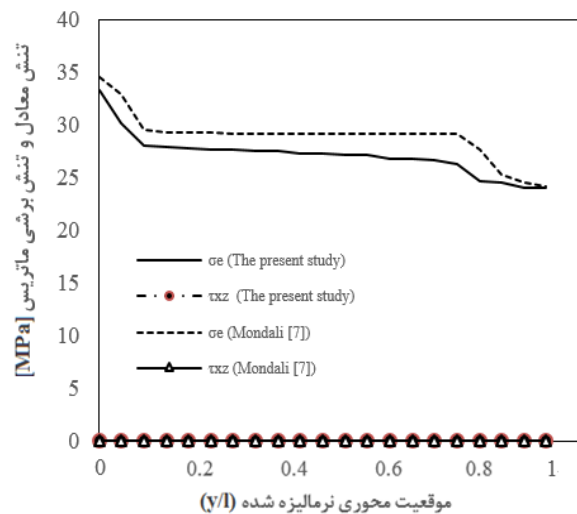
مشخصات هندسی سلول واحد در شکل ۵ آمده است که یک تقویت‌کننده استوانه‌ای با شعاع a و طول ۲l داخل زمینه استوانه‌ای هم‌محور با شعاع خارجی b و طول ۲l قرار گرفته است. نسبت

و زمینه ($x = a$) مقدار این تنش کاهش می‌یابد. نکته قابل توجه در این نمودار، این است که حداکثر تنش محوری در وسط تقویت‌کننده ($x=0$) اتفاق می‌افتد و مقدار آن چندین برابر تنش اعمال‌شده خارجی است.

در سطح خارجی سلول واحد ($x=b$) مقادیر عددی تنش معادل (σ_e) و تنش برشی (τ_{xz}) مطابق نمودار ۴ نشان داده شده است. نتایج این پژوهش با نتایج کار مندعلی و همکاران [7] نزدیک بوده و در سطح خارجی سلول واحد، مقدار تنش معادل (σ_e) تقریباً ثابت و تنش برشی (τ_{xz}) برابر با صفر است.



نمودار ۳) تغییرات تنش محوری σ_y بر تقویت‌کننده



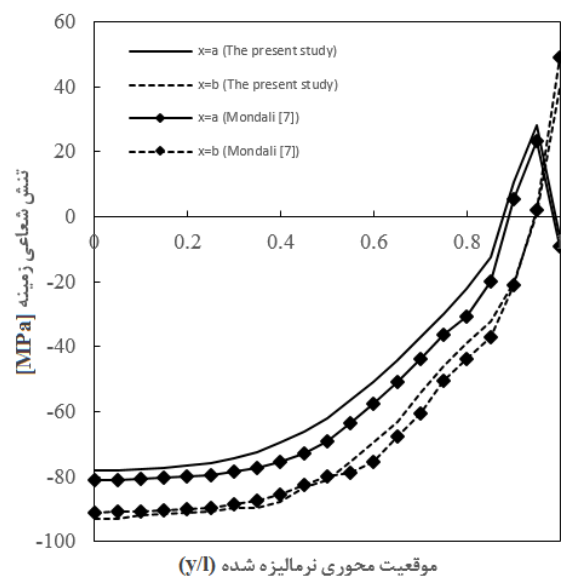
نمودار ۴) تغییرات تنش معادل σ_e و تنش برشی τ_{xz} در سطح خارجی سلول واحد

مقدار عددی تنش برشی τ_{xy} برای ماتریس در منطقه II در محل اتصال تقویت‌کننده به زمینه ($x=a$)، در نمودار ۵ نشان داده شده است. تفاوت اندکی بین نتایج این تحقیق و نتایج تحقیق مندعلی و همکاران دیده می‌شود که با نزدیک شدن به انتهای سلول واحد، این اختلاف کمتر شده و مقدار تنش برشی نزدیک به صفر می‌شود.

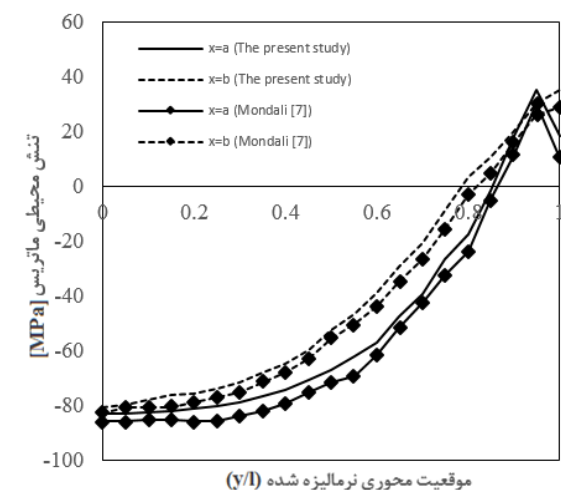
مشاهده می‌شود که ماکزیمم تنش محوری در مرکز تقویت‌کننده اتفاق افتاده و با نزدیک شدن به سطح خارجی سلول واحد یعنی $x=b$ و $y=L$ از مقدار آن کاسته می‌شود.

نمودارهای ۱ و ۲، مقایسه نتایج عددی این پژوهش با نتایج پژوهش مندعلی و همکاران [7] را برای تنش شعاعی (σ_x) و تنش محیطی (σ_z) را در محل اتصال تقویت‌کننده به زمینه ($x=a$) و سطح خارجی سلول واحد ($x=b$) نشان می‌دهد. تطابق خوبی بین نتایج دیده می‌شود. با نزدیک شدن به انتهای تقویت‌کننده اختلاف نتایج کمی بیشتر شده است که می‌تواند ناشی از محدودیت مدل‌های عددی و همین‌طور رویکرد متفاوت این پژوهش باشد.

به‌منظور بررسی بیشتر رفتار تنش محوری σ_y بر تقویت‌کننده، از ۵ موقعیت مختلف در محدوده $0 \leq x \leq a$ در نمودار ۳ استفاده شده است.



نمودار ۱) تغییرات تنش شعاعی σ_x برحسب موقعیت محوری نرمالیزه‌شده



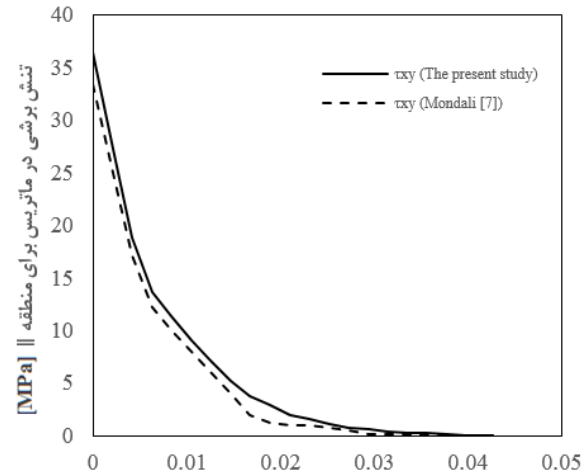
نمودار ۲) تغییرات تنش محیطی σ_z برحسب موقعیت محوری نرمالیزه‌شده

مقدار عددی تنش محوری (σ_y) در موقعیت‌های $x=0$ تا $x=3a/4$ تقریباً یکسان است ولی با نزدیک شدن به محل اتصال تقویت‌کننده

سهم نویسندگان: پویا مختاری (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری (۵۰٪)؛ اصغر محمدپور فتاحی (نویسنده دوم)، پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری (۵۰٪)
منابع مالی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

منابع

- 1- Morimoto T, Yamaoka T, Lilholt V, Taya M. Second stage creep of SiC Whisker/6061 aluminum composite at 573K. *Journal of Engineering Material & Technology*. 1988;110(2):70-76.
- 2- Hsueh CH. A two-dimensional stress transfer model for platelet reinforcement. *Composites Engineering*. 1994;4(10):1033-1043.
- 3- Hsueh CH, Fuller ER, Langer SA, Carter WC. Analytical and numerical analyses for two-dimensional stress transfer. *Materials Science and Engineering: A*. 1999;268(1-2):1-7.
- 4- Hsueh CH. Young's modulus of unidirectional discontinuous-fiber composite. *Composites Science & Technology*. 2000; 60(14):2671-2680.
- 5- Mondali M, Abedian A, Adibnazari S. FEM study of the second stage creep behavior of Al6061/SiC metal matrix composite. *Computational Materials Science*. 2005;34(2):140-150.
- 6- Kim HG. Effects of fiber aspect ratio evaluated by elastic analysis in discontinuous composites. *Journal of Mechanical Science & Technology*. 2008;22(3):411-419.
- 7- Mondali M, Abedian A, Ghavami A. A new analytical shear-lag based model for prediction of the steady state creep deformations of some short fiber composites. *Materials & Design*. 2009;30(4):1075-1084.
- 8- Nairn JA. On the use of shear-lag methods for analysis of stress transfer in unidirectional composites. *Mechanics of Materials*. 1997;26(2):63-80.
- 9- Nairn JA, Mendels DA. On the use of planar shear-lag methods for stress-transfer analysis of multilayered composites. *Mechanics of Materials*. 2001;33(6):335-362.
- 10- Nairn JA. Generalized shear-lag analysis including imperfect interfaces. *Advanced Composites Letters*. 2004;13(6):263-274.
- 11- Fattahi AM, Mondali M. Analytical study on elastic transition in short-fiber composites for plane strain case. *Journal of Mechanical Science & Technology*. 2013;27(11):3419-3425.
- 12- Fattahi AM, Mondali M. Theoretical study of stress transfer in platelet reinforced composites. *Journal of Theoretical & Applied Mechanics*. 2014;52(1):3-14.
- 13- Fattahi AM, Moaddab E, Bibishahrbanoei N. Thermomechanical stress analysis in platelet reinforced composites with bonded and debonded platelet end. *Journal of Mechanical Science & Technology*. 2015;29(5):2067-2072.
- 14- Ahmadi I, Ataei N. Micromechanical modeling for prediction of the creep behavior of fibrous composite materials. *Modares Mechanical Engineering*. 2016;16(8):249-260.
- 15- Cox HL. The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. *British Journal of Applied Physics*. 1952;3:72-79.
- 16- Sadd MH. *Elasticity: Theory, applications, and numerics*. Cambridge: Academic Press; 2014.



مسیر تعیین شده در محل اتصال تقویت کننده به زمینه (Y-l)
نمودار ۵) تغییرات تنش برشی τ_{xy} در محل اتصال در ناحیه تقویت کننده مجازی

در این پژوهش، یک روش المان محدود مبتنی بر مدل تحلیلی عقب افتادگی برشی برای تحلیل تنش و همچنین پیش بینی تغییر شکل حالت پایدار خزش کامپوزیت های فیبرکوتاه تحت بارگذاری محوری استفاده شد. سلول واحد به عنوان نماینده کل ماده مرکب به منظور تحلیل در نظر گرفته شد و شرایط مرزی اختصاصی به سلول واحد اعمال شده و تکنیک فیبر مجازی مورد استفاده قرار گرفت. از نرم افزار ANSYS برای محاسبه تمامی تنش ها و کرنش ها در محل اتصال تقویت کننده به زمینه و سطح خارجی سلول واحد استفاده شد و نتایج صحت سنجی شدند. در نهایت اهم نتایج این پژوهش عبارتند از:

- از سلول واحد کامپوزیت، می توان به عنوان نماینده ماده مرکب در تحلیل تنش استفاده کرد.
- استفاده از تکنیک تقویت کننده مجازی، راه کاری مفید و قابل اطمینان برای رسیدن به مدل انتقال تنش است.
- مدل تحقیق حاضر علاوه بر دارا بودن دقت کافی، برخلاف پژوهش های قبلی امکان پیش بینی تمامی تنش ها و کرنش ها را در تمام نقاط تقویت کننده و زمینه دارد.
- مقدار عددی تنش محوری با نزدیک شدن به محل اتصال تقویت کننده و زمینه کاهش می یابد. حداکثر تنش محوری در وسط تقویت کننده اتفاق می افتد و مقدار آن چندین برابر تنش اعمال شده خارجی است. همین طور مقدار این تنش با نزدیک شدن به محل اتصال تقویت کننده و زمینه کاهش می یابد.
- ماکزیمم مقدار تنش برشی در محل اتصال تقویت کننده و زمینه و در انتهای تقویت کننده است و در سطوح خارجی سلول واحد مقدار این تنش صفر است.

تشکر و قدردانی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

تأییدیه اخلاقی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

تعارض منافع: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.