



Numerical Study of Microchannel Blockage Time in the Interaction of Two-Phase Flow with a Particle Using Lattice Boltzmann Method

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Ehsani R.¹ PhD,

Rahmati A.*¹ PhD

How to cite this article

Ehsani R, Rahmati A. Numerical Study of Microchannel Blockage Time in the Interaction of Two-Phase Flow with a Particle Using Lattice Boltzmann Method. Modares Mechanical Engineering. 2020;20(3):731-738.

¹Thermal Sciences & Fluid Mechanics Department, Mechanical Engineering Faculty, University of Kashan, Kashan, Iran

*Correspondence

Address: University of Kashan, Qotb-e Ravandi Boulevard, Kashan, Iran.
Postal code: 8731753153
Phone: +98 (31) 55913429
Fax: +98 (31) 55911121
ar_rahmati@kashanu.ac.ir

Article History

Received: February 20, 2019

Accepted: July 9, 2019

ePublished: March 01, 2020

ABSTRACT

Atherosclerosis is responsible for almost 35% of annual deaths in developed countries. The disease could be due to an artery blockage by the interaction of an externally second phase (air bubbles, medicine-carrying capsules) with a particle that is entered into the bloodstream. The effect of some of the important affecting parameters on the blockage time of a microchannel due to the impact of a particle collision with and a moving second phase is investigated using the lattice Boltzmann method and with programming Fortran 90. The authors tried to mimic the physic of the flow of a small artery by generating the same geometry and changing geometrical and physical parameters. In the present research, Lee and Lin Lattice Boltzmann multi-phase model is used beside the immersed boundary method. It is investigated that the small changes in Capillary flow have no meaningful effect on the interaction of the second phase and particle. But, the ratio of particle size to the channel width affects the blockage time in the microchannel. In fact, the blockage time will increase by an increase in the size of the particle. The initial size of the second phase to particle size ratio has the highest effect on the blockage time.

Keywords Lattice Boltzmann Method; Immersed Boundary Method; Lee and Lin Method; Two-Phase Flow-Particle Interaction

CITATION LINKS

[1] Food emulsions and foams: stabilization by particles [2] The effects of inorganic solid particles on water and crude oil emulsion stability [3] Inkjet printing as a deposition and patterning tool for polymers and inorganic particles [4] The role of particles in stabilising foams and emulsions [5] Factors controlling the stability of colloid-stabilized emulsions: I. An experimental investigation [6] From bijels to Pickering emulsions: A lattice Boltzmann study [7] Application of nanoparticles for chemical enhanced oil recovery [8] Managing particles and improving air quality in NSW [9] The Lattice Boltzmann method as a general framework for blood flow modelling and simulations [10] Direct numerical simulations of particle sedimentation with heat transfer using the Lattice Boltzmann method [11] A new predictive model for fragmenting and non-fragmenting binary droplet collisions [12] Phase transfer in a collision between a droplet and solid spheres [13] Collision behaviour of a smaller particle into a larger stationary droplet [14] Investigations on the impact of a drop onto a small spherical target [15] Lattice-Boltzmann modeling of collisions between droplets and particles [16] Diffuse interface modeling of three-phase contact line dynamics on curved boundaries: A lattice Boltzmann model for large density and viscosity ratios [17] A numerical study on droplet-particle collision dynamics [18] An immersed boundary-lattice Boltzmann method for single-and multi-component fluid flows [19] Simulation of interaction between a freely moving solid particle and a freely moving liquid droplet by lattice Boltzmann method [20] Lattice Boltzmann method for fluid flows [21] Dissipative and dispersive behaviors of lattice-based models for hydrodynamics [22] A stable discretization of the lattice Boltzmann equation for simulation of incompressible two-phase flows at high density ratio [23] Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems [24] Particulate flow simulation via a boundary condition-enforced immersed boundary-lattice Boltzmann scheme [25] A fast numerical method for solving the three-dimensional Stokes' equations in the presence of suspended particles [26] Calculation of two-phase Navier-Stokes flows using phase-field modeling [27] Displacement of a two-dimensional immiscible droplet in a channel [28] A lattice Boltzmann model for multiphase flows with large density ratio [29] Investigation of the flow around transverse cylinders [30] Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method [31] Geometrically mediated breakup of drops in microfluidic devices [32] Droplet dynamics passing through obstructions in confined microchannel flow

بررسی عددی زمان انسداد کامل میکروکانال در برهمکنش جریان دوفازی با یک ذره با استفاده از روش شبکه بولتزمن

رامین احسانی PhD

گروه حرارت و سیالات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

احمدرضا رحمتی* PhD

گروه حرارت و سیالات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

چکیده

انسداد رگ‌ها عامل حدود ۳۵٪ از مرگ و میر سالیانه در کشورهای توسعه‌یافته است. این انسداد می‌تواند زمانی روی دهد که در بخش سرخرگی دستگاه گردش خون، یک فاز دوم موجود در جریان (مانند حباب‌های هوا یا کپسول‌های حاوی دارو) با ذره‌ای که آن هم منشأ خارجی دارد، برخورد نماید. در مقاله حاضر، تأثیر برخی از مهم‌ترین پارامترهای موثر بر زمان انسداد کامل یک کانال که در آن یک ذره با فاز دوم در حال حرکت داخل فاز اصلی برخورد می‌کند، با استفاده از روش شبکه بولتزمن و با برنامه‌نویسی به زبان فرترن ۹۰ مورد بررسی قرار گرفته است. سعی شده تا با ایجاد هندسه مشابه و تغییر پارامترهای هندسی و فیزیکی، محیطی شبیه به آنچه ممکن است در یک رگ کوچک اتفاق افتد، شبیه‌سازی شود. بررسی حاضر از یک روش عددی شبکه بولتزمن با دو تابع توزیع که توسط *لی* و *لین* برای شبیه‌سازی یک جریان دوفازی معرفی شده، در کنار روش مرز غوطه‌ور استفاده می‌کند. مشخص شد که تغییرات کوچک عدد کاپیلاری تأثیر قابل توجهی بر رفتار برهمکنش میان فاز دوم و ذره نمی‌گذارد؛ اما نسبت اندازه ذره به عرض کانال می‌تواند بر زمان انسداد کامل کانال تأثیر گذاشته و در واقع با افزایش اندازه ذره، زمان انسداد کامل نیز افزایش پیدا کند. نسبت اندازه اولیه فاز دوم به اندازه ذره از بالاترین اهمیت در تعیین زمان انسداد کامل کانال برخوردار است.

کلیدواژه‌ها: روش شبکه بولتزمن، روش مرز غوطه‌ور، روش *لی* و *لین*، برهمکنش جریان دوفازی با ذره

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۴/۱۸

*نویسنده مسئول: ar_rahmati@kashanu.ac.ir

۱- مقدمه

در جریان‌های چندفازی با سیستم‌هایی سر و کار داریم که شامل فازهای مختلف سیال یا فازهای سیال و جامد به‌طور همزمان هستند. این سیال‌ها ممکن است شامل فازهای مختلف یک ماده مشابه، مانند یک مایع و بخارش یا مواد مختلف، مانند یک مایع و یک پایدار یا دو مایع باشد. دسته مهمی از جریان‌های دوفازی که به علت پیچیدگی بالا، کمتر بدان پرداخته شده، حضور ذرات جامد یا اجسام صلب یا تغییر شکل‌پذیر در داخل یک جریان دوفازی است. سیستم‌های گاز-جامد-ذره در صنایع مختلفی از جمله امولسیون‌سازی^[1]، بازیابی نفت خام^[2]، ساخت تجهیزات الکترونیکی^[3]، صنایع آرایشی و بهداشتی^[4]، صنایع غذایی^[5] و صنایع پتروشیمی^[6] مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای پیشبرد و به‌سازی این کاربری‌های حیاتی، داشتن درک کاملی از رفتار سطحی

ذرات و دینامیک آنها روی سطح یک سیال مساله‌ای کلیدی است. حضور ذرات خاک رس در امولسیون آب و نفت^[7]، مثال نمونه حائز اهمیت دیگری از این دسته جریان‌ها است. دامنه وسیع کاربرد این نوع جریان‌ها به مسائل زیستی مربوط به جریان خون نیز کشیده می‌شود. جایی که معمولاً حباب‌هایی از هوا یا سایر گازهای محلول در خون حاضر هستند و برهمکنش آنها با سایر اجزاء طبیعی و مصنوعی حاضر در جریان خون حوزه تحقیقاتی مهمی را ایجاد می‌کند. از جمله این مواد مصنوعی، می‌توان به ذرات بسیار ریزی اشاره کرد که در اثر آلودگی هوا و از طریق سیستم تنفسی وارد بدن می‌شوند. چنانچه این ذرات به اندازه کافی کوچک باشند (عموماً کوچکتر از ۲/۵ میکرومتر) می‌توانند به بافت‌های تبادل گازی در ریه رسیده و از آنجا وارد جریان خون شوند^[8]. قابل توجه است که انسداد رگ‌ها عامل حدود ۳۵٪ از مرگ و میر سالیانه در کشورهای توسعه‌یافته است^[9]. این انسداد می‌تواند زمانی روی دهد که یک فاز دوم موجود در جریان خون (مانند حباب‌های هوا یا کپسول‌های حاوی دارو) با ذره‌ای که آن هم منشأ خارجی دارد برخورد نماید.

تا به امروز، در مقایسه با سیستم‌های ذره-ذره^[10] و مایع-مایع^[11] تحقیقات بسیار کمتری در خصوص سیستم‌های ذره-مایع یا ذره-گاز صورت گرفته است. شن^[12]، اثر سرعت قطره، نسبت اندازه قطره به جسم جامد و اختلاف دما را بر الصاق مایع در طول برخوردهای ذره-قطره مورد بررسی قرار داد. در این بررسی مشخص شد که درصد الصاق مایع با افزایش سرعت برخورد، کاهش پیدا می‌کند. علاوه بر این مشخص شد که یک برخورد مرکز به مرکز در مقایسه با یک برخورد خارج از مرکز، سبب الصاق بیشتر مایع می‌شود. میترا و همکاران^[13]، اثر برخورد یک ذره جامد کوچک با یک قطره ساکن بزرگ را مورد بررسی قرار داده و متوجه شدند که نیروی کاپیلاری در کل فرآیند حکم‌فرما است. باکشی و همکاران^[14] آزمایش‌هایی را در خصوص برخورد یک ذره و یک قطره با قطر مشابه ترتیب دادند. تحقیق آنها، یکی از اولین بررسی‌هایی بود که قطر ذره و قطر قابل مقایسه و در نتیجه، فرآیند پوشش‌دهی قابل مشاهده بوده است.

گاک و گریدین^[15]، اثر برخی پارامترهای بدون بعد مانند عدد وبر، عدد کاپیلاری و نسبت قطر قطره به ذره را بر سینیتیک برخورد مرکز به مرکز بین یک قطره و یک ذره مورد بررسی قرار دادند و متوجه شدند که برخورد مرکزی حساسیتی به شکل ذره ندارد. فخاری و بولستر^[16]، برخورد یک قطره با یک سیلندر در اثر نیروی گرانش را شبیه‌سازی کرده و به این نتیجه رسیدند که قطر در برخورد با یک سیلندر آب‌دوست، تمایل دارد تا به آن بچسبد؛ در حالی که در صورت آب‌گریز بودن سطح سیلندر، قطره شکسته شده و از سطح جدا می‌شود.

ملاگرینوس و همکاران^[17]، به بررسی برخورد میان قطرات گازوئیل سنگین و ذرات جامد کاتالیست پرداختند. در این بررسی‌ها پدیده تغییر فاز و واکنش‌های سطحی شکست کاتالیز به حساب آورده شده‌اند. *لی* و همکاران^[18]، به بررسی یک جریان یک یا چند جزیی و برهمکنش آن با یک مرز غوطه‌ور با استفاده از روش شبکه بولتزمن

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha} \delta t, t + \delta t) - f_{\alpha}(x, t) = -\frac{f_{\alpha} - f_{\alpha}^{eq}}{2\tau} \Big|_{(x,t)} - \frac{f_{\alpha} - f_{\alpha}^{eq}}{2\tau} \Big|_{(x+e_{\alpha}\delta t, t+\delta t)} + \frac{\delta t}{2} (e_{\alpha i} - u_i) \frac{[\partial_i \rho c_s^2 - \rho \partial_i (\varphi - \kappa \partial_j^2 \rho)]}{c_s^2} \Gamma_{\alpha}(u) \Big|_{(x,t)} + \frac{\delta t}{2} (e_{\alpha i} - u_i) \frac{[\partial_i \rho c_s^2 - \rho \partial_i (\varphi - \kappa \partial_j^2 \rho)]}{c_s^2} \Gamma_{\alpha}(u) \Big|_{(x+e_{\alpha}\delta t, t+\delta t)} \quad (۳)$$

9

$$g_{\alpha}(x + e_{\alpha} \delta t, t + \delta t) - g_{\alpha}(x, t) = -\frac{g_{\alpha} - g_{\alpha}^{eq}}{2\tau} \Big|_{(x,t)} - \frac{g_{\alpha} - g_{\alpha}^{eq}}{2\tau} \Big|_{(x+e_{\alpha}\delta t, t+\delta t)} + \frac{\delta t}{2} \frac{(e_{\alpha i} - u_i) \partial_i \rho c_s^2}{c_s^2} [\Gamma_{\alpha}(u) - \Gamma_{\alpha}(0)] \Big|_{(x,t)} + \frac{\delta t}{2} \frac{(e_{\alpha i} - u_i) \partial_i \rho c_s^2}{c_s^2} [\Gamma_{\alpha}(u) - \Gamma_{\alpha}(0)] \Big|_{(x+e_{\alpha}\delta t, t+\delta t)} + \frac{\delta t}{2} (e_{\alpha i} - u_i) \frac{[\kappa \partial_i (\partial_k \rho \partial_k \rho) - \kappa \partial_j (\partial_i \rho \partial_j \rho)]}{c_s^2} \Gamma_{\alpha}(u) \Big|_{(x,t)} + \frac{\delta t}{2} (e_{\alpha i} - u_i) \frac{[\kappa \partial_i (\partial_k \rho \partial_k \rho) - \kappa \partial_j (\partial_i \rho \partial_j \rho)]}{c_s^2} \Gamma_{\alpha}(u) \Big|_{(x+e_{\alpha}\delta t, t+\delta t)} \quad (۴)$$

در معادلات (۳) و (۴)، u سرعت ماکروسکوپی، ρ چگالی و φ پتانسیل شیمیایی را نشان می‌دهد. همچنین f_{α}^{eq} و g_{α}^{eq} توزیع تعادلی بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$g_{\alpha}^{eq} = \omega_{\alpha} \left[\frac{p}{c_s^2} + \rho \left(\frac{e_{\alpha i} u_i}{c_s^2} + \frac{(e_{\alpha i} e_{\alpha j} - c_s^2 \delta_{ij}) u_i u_j}{2c_s^4} \right) \right] \quad (۵)$$

$$f_{\alpha}^{eq} = \omega_{\alpha} \rho \left[1 + \frac{e_{\alpha i} u_i}{c_s^2} + \frac{(e_{\alpha i} e_{\alpha j} - c_s^2 \delta_{ij}) u_i u_j}{2c_s^4} \right] \quad (۶)$$

که در اینجا:

$$\Gamma_{\alpha}(u) = \omega_{\alpha} \rho \left[1 + \frac{e_{\alpha i} u_i}{c_s^2} + \frac{(e_{\alpha i} e_{\alpha j} - c_s^2 \delta_{ij}) u_i u_j}{2c_s^4} \right] \quad (۷)$$

p فشار هیدرودینامیکی سیال است.

با محاسبه ممان‌های توابع توزیع ذرات، می‌توان کمیت‌های ماکروسکوپی چگالی ρ ، سرعت u و فشار p را به دست آورد:

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \quad (۸)$$

$$\rho u_i = \sum_{\alpha} e_{\alpha i} g_{\alpha} + \frac{\delta t}{2} \kappa \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_k} \frac{\partial \rho}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_i} \frac{\partial \rho}{\partial x_j} \right) \right] \quad (۹)$$

$$p = \sum_{\alpha} g_{\alpha} + \frac{\delta t}{2} u_i \frac{\partial \rho c_s^2}{\partial x_i} \quad (۱۰)$$

فرض می‌شود که زمان تخفیف τ به‌طور خطی و به‌وسیله معادله (۱۱) به چگالی در سطح میانجی مربوط است [23].

$$\tau = C \tau_1 - (1 - C) \tau_v \quad (۱۱)$$

که τ_1 و τ_v به ترتیب زمان‌های تخفیف فازهای مایع و بخار هستند و $C = (\rho - \rho_v^{sat}) / (\rho_1^{sat} - \rho_v^{sat})$ نشان‌دهنده میزان هر جزء است. به این ترتیب می‌توان مقدار ویسکوزیته سینماتیک را از طریق رابطه $\nu = \tau c_s^2 \delta t$ محاسبه نمود.

۲-۲-۲ اعمال روش مرز غوطه‌ور

روش مرز غوطه‌ور را می‌توان به‌عنوان ساده‌ترین روش در دسته روش‌های مش ثابت برای شبیه‌سازی برهمکنش سیالات و اجسام جامد در نظر گرفت [24]. این شیوه در اصل برای شبیه‌سازی مکانیک

پرداخته‌اند. این محققین از روش *شان* و چن در بررسی خود استفاده کرده و با کمک‌گرفتن از یک اپراتور بسط، سعی در فراهم‌نمودن کامل شرط عدم لغزش در مرز اجسام غوطه‌ور و سیال داشته‌اند. *یانگ* و چن [19] برخورد میان یک ذره جامد متحرک و یک قطره مایع متحرک را با استفاده از روش شبکه بولتزمن و با به‌کارگیری مدل *شان* و چن شبیه‌سازی نموده و دو رژیم جریان مختلف را بر اساس نتایج خود پیشنهاد نمودند.

در مقاله حاضر، تاثیر برخی از مهم‌ترین پارامترهای موثر بر مدت زمان انسداد کامل یک کانال که در آن یک ذره با فاز دوم در حال حرکت داخل فاز اصلی برخورد می‌کند، با استفاده از روش شبکه بولتزمن و با برنامه‌نویسی به زبان فرترن ۹۰ مورد بررسی قرار گرفته است. سعی شده است تا با ایجاد هندسه مشابه و تغییر پارامترهای هندسی و فیزیکی محیطی شبیه آنچه ممکن است در یک رگ کوچک اتفاق افتد، شبیه‌سازی شود. از نتایج این تحقیق می‌توان در بررسی دقیق‌تر انسداد رگ‌ها توسط عوامل خارجی و عوامل اثرگذار بر این فرآیند سود جست. علاوه بر این، می‌توان کاربردهایی برای این نتایج در طراحی بهتر تجهیزات آزمایشگاه‌های تشخیص طبی برای نیل به نتایج سریع‌تر و بهتر یافت.

۲- روش عددی

۲-۱- روش لی و لین برای شبیه‌سازی جریان دوفازی

روش شبکه بولتزمن یک ره‌یافت موزوسکوپی برای حل جریان‌های سیال است که با ارزیابی سیر تغییرات توابع توزیع ذرات در مراحل انتشار و برخورد روی یک شبکه گسسته عمل می‌کند [20]. با فرض دو سیال غیرقابل تراکم مخلوط‌نشده، معادله شبکه بولتزمن را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha} \delta t, t + \delta t) = f_{\alpha}(x, t) + \Omega(\alpha) \quad (۱)$$

که در اینجا، f_{α} تابع توزیع چگالی، δt گام زمانی و e_{α} سرعت شبکه را نشان می‌دهند. پارامتر برخورد $\Omega(\alpha)$ در حضور نیروهای خارجی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Omega(\alpha) = \frac{f_{\alpha}^{eq}(x,t) - f_{\alpha}(x,t)}{\tau} + \frac{\omega_{\alpha}}{c_s^2} \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) \left[(e_{\alpha i} - u_i) + \frac{(e_{\alpha i} u_i)}{c_s^2} \right] (\mu_{\phi} \nabla_{\phi} + F_b) \delta t \quad (۲)$$

در معادله (۲)، عبارت ω_{α} ضرایب وزنی و c_s سرعت صوت در روش شبکه بولتزمن هستند که مقدار آنها به مدل شبکه مورد استفاده بستگی دارد. برای مدل D2Q9 مقادیر این عبارتها از مرجع [21] قابل استخراج هستند. τ زمان تخفیف بدون بعد را نشان می‌دهد.

بررسی حاضر از یک روش عددی شبکه بولتزمن با دو تابع توزیع که توسط لی و لین [22] برای شبیه‌سازی یک جریان دوفازی معرفی شده است، استفاده می‌کند. در این مدل، یک تابع توزیع برای بازیابی فشار و اندازه حرکت مورد استفاده قرار می‌گیرد و تابع توزیع دومی نیز نسبت هر یک از اجزاء را مشخص می‌سازد. معادله شبکه بولتزمن هر یک از این توابع توزیع به صورت زیر است:

برای ارضای شرط مرزی عدم لغزش، سرعت به دست آمده سیال روی یک نقطه مرزی باید با سرعت دیواره در همان مکان یکسان باشد. از نگاه ریاضی:

$$U_B^l(X_B^l, t) = \sum_{ij} u^*(x_{ij}, t) D_{ij} \Delta x \Delta y + \sum_{i,j} \sum_l \delta u_B^l(X_B^l, t) D_{ij} \Delta s_l D_{ij} \Delta x \Delta y \quad (26)$$

یا به شکل ماتریسی آن

$$AX = B \quad (27)$$

که

$$A = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{11}^B & \delta_{12}^B & \dots & \delta_{1m}^B \\ \delta_{21}^B & \delta_{22}^B & \dots & \delta_{2m}^B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1}^B & \delta_{n2}^B & \dots & \delta_{nm}^B \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$B = \begin{pmatrix} U_B^1 \\ U_B^2 \\ \vdots \\ U_B^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^* \\ u_2^* \\ \vdots \\ u_n^* \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$X = \{\delta u_B^1, \delta u_B^2, \dots, \delta u_B^m\}^T \quad (30)$$

پانویس m تعداد نقاط لاگرانژی و n نقاط اویلری متناظر در اطراف مرز هستند. با محاسبه δu_B^l در سیستم، می توان آن را به نقاط اویلری سرایت داد و چگالی نیرو را از طریق رابطه (۳۱) محاسبه کرد.

$$F_b = 2\rho \delta u / \delta t \quad (31)$$

۳- نتایج

در کار حاضر، سعی شد تا برهمکنش میان فاز دوم حاضر در یک جریان مایع که می تواند نمادی از عوامل خارجی حاضر در جریان خون مانند کپسول های حاوی دارو باشد و یک ذره که ممکن است در اثر آلودگی هوا به داخل جریان خون راه پیدا کرده باشد، مورد بررسی قرار گیرد.

حباب ساکن دوبعدی یک مساله پایه برای اعتبارسنجی مدل های عددی مورد استفاده در جریان های دوفازی است که در بررسی حاضر نیز از آن استفاده شده است. یک حباب دایروی در مرکز محیط قرار داده شد و شرایط مرزی پرئودیک برای تمامی مرزها در نظر گرفته شدند. در نمودار ۱ اختلاف فشار به دست آمده از نتایج عددی و قانون لاپلاس در مقابل انحنای سطح، رسم شده اند. همان طور که در نمودار مشخص است، رابطه میان اختلاف فشار و انحنای سطح همانند کارکانگ و همکاران [27] و کارژانگ و همکاران [28] به صورت خطی بوده و بر نتایج قانون لاپلاس نیز منطبق هستند.

تصویری شماتیک از چنین مساله ای در شکل ۱ نشان داده شده است. فاز دوم در داخل فاز اول حرکت کرده و به ذره ای که در وسط کانال قرار داده شده، برخورد می کند. قطر ذره برابر با D و طول اولیه فاز دوم برابر با L در نظر گرفته می شوند. همچنین عرض کانال عبوری با W نشان داده شده است. برای به حداقل رساندن اثر ورودی و خروجی کانال، طول آن برابر با $6W$ است. بررسی ها نشان دادند که در صورت اختیار نمودن ابعاد 600×100 ، نتایج مستقل از شبکه خواهند بود. برای دستیابی به استقلال از شبکه، نتایج در شبکه هایی با ابعاد مختلف 360×80 ، 480×80 ، 600×100 و 720×120 مورد آزمون

رگ ها و جریان خون داخل آنها بنا شد، اما در ادامه کاربری های آن به جریان های دیگر نیز کشیده شد [25]. برای اعمال روش مرز غوطه ور در روش شبکه بولتزن، معادلات (۱) و (۲) به شکل زیر بازنویسی می شوند:

$$f_\alpha(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) - f_\alpha(x, t) = -\frac{1}{\tau} [f_\alpha^{eq}(x, t) - f_\alpha(x, t)] + F_\alpha \delta t \quad (12)$$

$$F_\alpha = \frac{\omega_\alpha}{c_s^2} \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) [(e_\alpha - u) + \frac{(e_\alpha \cdot u)}{c_s^2}] (\mu_\phi \nabla_\phi + F_b) \quad (13)$$

همچنین می توان نوشت:

$$\rho u = \sum_\alpha e_\alpha f_\alpha + \frac{1}{2} (\mu_\phi \nabla_\phi + F_b) \delta t \quad (14)$$

همان طور که از معادله ۱۴ مشخص است، عبارت سرعت از سه قسمت تشکیل می شود که یکی از آنها از تابع توزیع نشأت گرفته و دو قسمت دیگر به چگالی نیرو $(F = (\mu_\phi \nabla_\phi + F_b))$ برمی گردند. $\mu_\phi \nabla_\phi$ به نیروی سطح مشترک [26] و F_b به حضور مرز غوطه ور نسبت داده می شوند. این سه قسمت عبارت سرعت را می توان به شکل معادلات زیر تعریف نمود.

$$u_\rho = \frac{1}{\rho} \sum_\alpha e_\alpha f_\alpha \quad (15)$$

$$u_\phi = \frac{1}{2\rho} \mu_\phi \nabla_\phi \delta t \quad (16)$$

$$\delta u = \frac{1}{2\rho} F_b \delta t \quad (17)$$

در این صورت، سرعت کل از معادله زیر به دست می آید.

$$u = u_\rho + u_\phi + \delta u \quad (18)$$

در معادله (۱۸)، u سرعت کل، u_ρ سرعت از تابع توزیع چگالی بدون در نظر گرفتن حضور مرز غوطه ور، u_ϕ سرعت منتج از نیروی سطح مشترک و δu اصلاح سرعت برای شرط مرزی عدم لغزش را نشان می دهند. بر این اساس می توان نوشت:

$$u = u^* + \delta u \quad (19)$$

که،

$$u^* = u_\rho + u_\phi \quad (20)$$

مقدار δu روی نقاط اویلری (δu_B^l) را می توان با استفاده از تابع دلتای دیراک به دست آورد.

$$\delta u(x, t) = \int_\Gamma \delta u_B^l(X_B^l, t) \delta(x - X_B^l) ds \quad (21)$$

$\delta(x - X_B^l)$ در معادله (۲۱) از توزیع پیوسته کرنل (Dij) تخمین زده می شود [27]:

$$D(x_{ij} - X_B^l) = \frac{1}{h^2} \delta(x_{ij} - X_B^l) \delta(y_{ij} - y_B^l) \quad (22)$$

$$\delta(r) = \begin{cases} (1/4)[1 + \cos(\pi|r|/2)], & |r| \leq 2 \\ 0, & |r| > 2 \end{cases} \quad (23)$$

بنابراین معادله (۲۱) را می توان به صورت زیر نوشت:

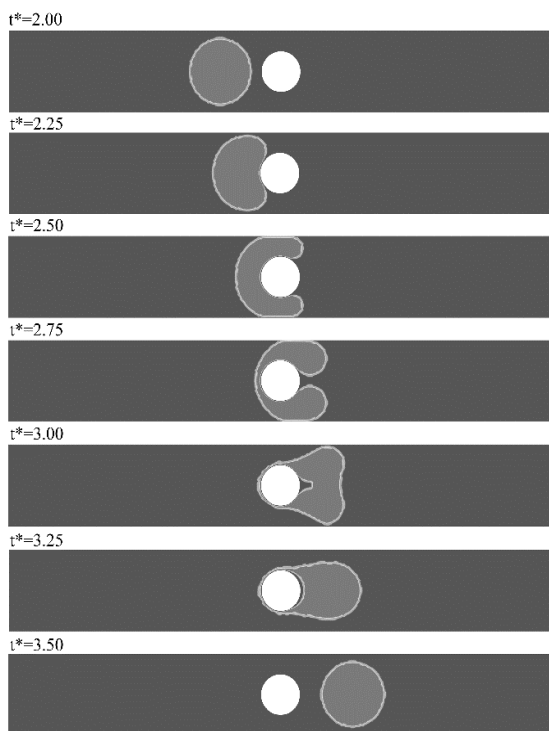
$$\delta u(x, t) = \sum_{l=1 \dots m} \delta u_B^l(X_B^l, t) D_{ij}(x_{ij} - X_B^l) \Delta s \quad (24)$$

Δs در معادله (۲۴)، طول کمان میان دو نقطه مرزی همسایه است. اکنون می توان معادله (۱۹) را به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$u(x_{ij}, t) = u^*(x_{ij}, t) + \delta u(x_{ij}, t) \quad (25)$$

به هم پیوستن اتفاق می افتد. در برخی حالت‌ها همچنین ممکن است اجزاء اقماری فاز دوم نیز تشکیل شوند. نکته دیگری که می‌توان بدان اشاره نمود، ایجاد ناحیه مرده در پشت ذره است که در مورد حالت حاضر در $t^* = 3/0$ قابل مشاهده است. اگر بخواهیم از نظر تهنشست به موضوع نگاه کنیم، همانند آنچه در بررسی لینک و همکاران [31] انجام شده، حالت‌هایی با تشکیل نواحی مرده کوچک‌تر، کاراتر خواهند بود.

مقایسه‌ای کیفی از نتایج به دست آمده ($Ca = 0/00043$) و نتایج آزمایشگاهی چانگ و همکاران [32] برای $Ca = 0/01$ در شکل ۳ آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، رفتار فاز دوم در دو حالت مشابه بوده و در هر دو مورد یک ناحیه مرده در پایین دست ذره ایجاد می‌شود.



شکل ۲) بررسی مکانیزم عبور فاز دوم از ذره، $Ca = 0/00043$ ، $D/W = 0/5$ ، $L/D = 1/0$

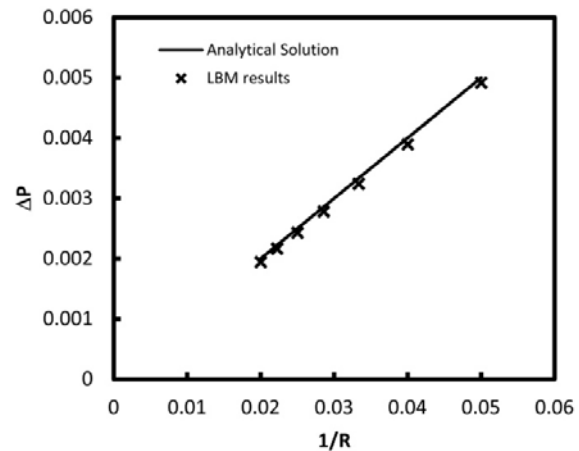


شکل ۳) مقایسه کیفی نتایج عدد کاپیلاری $Ca = 0.00043$ با نتایج چانگ و همکاران [32]

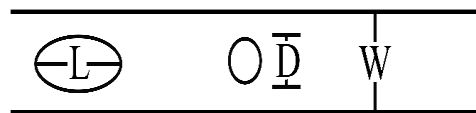
۱-۳- بررسی اثر عدد کاپیلاری (Ca)

اولین پارامتری که تاثیر آن بر مکانیزم و زمان انسداد کامل کانال مورد بررسی قرار می‌گیرد، عدد کاپیلاری است. نتایج برای دو عدد کاپیلاری مختلف در شکل ۴ نشان داده شده‌اند.

قرار گرفت و مشخص شد که اختلاف زمان آغاز انسداد کامل برای دو شبکه آخر ناچیز است. شرایط جریان کاملاً توسعه یافته با سرعت میانگین U در ورودی و خروجی اعمال گشته‌اند. نسبت لزجت دو فاز برابر با ۲۷ در نظر گرفته شده است.



نمودار ۱) اختلاف فشار داخل و خارج یک قطره بر حسب انحنای سطح



شکل ۱) تصویر شماتیک مساله مورد بررسی

برای اعتبارسنجی نتایج مربوط به اعمال روش مرز غوطه‌ور نیز مقدار ضریب پسای محاسبه شده روی یک سیلندر منفرد با نتایج ساکر و براوئر [29] و سیلوا و همکاران [30] در جدول ۱ مقایسه شده است. اختلاف میان نتایج کوچک است.

اعداد بدون بعد تاثیرگذار در این هندسه و شرایط جریان عدد کاپیلاری (Ca)، نسبت قطر ذره به عرض کانال (D/W) و نسبت طول اولیه فاز دوم به قطر ذره (L/D) هستند. عدد کاپیلاری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Ca = \mu_1 U / \sigma \quad (32)$$

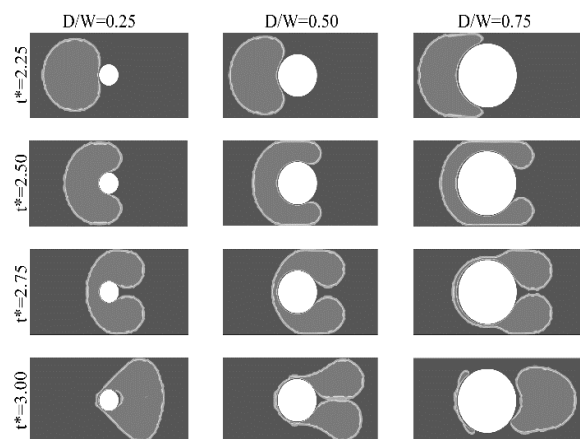
μ_1 لزجت فاز اول و σ کشش سطحی دو فاز هستند.

جدول ۱) مقایسه ضریب پسا روی یک سیلندر منفرد

بررسی	ضریب پسا
ساکر و براوئر [29]	۱/۳۶
سیلوا و همکاران [30]	۱/۳۷
کار حاضر	۱/۳۵

در ابتدا مروری بر مکانیزم این برهمکنش صورت می‌گیرد. مراحل مختلف مکانیزم برخورد در شکل ۲ قابل مشاهده است. فاز دوم در حین عبور از ذره تغییر شکل پیچیده‌ای را تجربه می‌کند. پس از تماس، جدایش فاز دوم توسط ذره آغاز شده و پس از عبور دو بخش ایجاد شده از ذره که همراه با انسداد کامل کانال نیز است، مرحله

رابطه مستقیمی میان نسبت اندازه ذره به عرض کانال و زمان انسداد کامل کانال حکم فرما است (جدول ۲). این بدان معنی است که حضور ذرات بزرگتر داخل رگ، می‌تواند باعث انسداد طولانی‌تر مسیر در زمان برهمکنش با فازهای دوم موجود در جریان خون شده و در نتیجه خطر بروز عوارض و بیماری‌های ناشی از آن را افزایش خواهد داد.

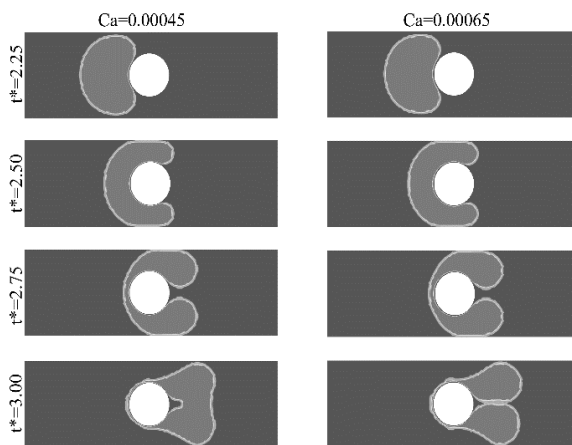


شکل ۵) تاثیر نسبت اندازه ذره به عرض کانال؛ $Ca = 0.00065$ و $L/D = 1/0$

جدول ۲) مقایسه زمان بی‌بعد شروع و خاتمه انسداد کامل برای نسبت‌های مختلف D/W

زمان بی‌بعد	D/W		
	۰/۷۵	۰/۵	۰/۲۵
شروع	۲	۲/۲	۲/۴
پایان	۲/۹	۳/۰	۳/۱
اختلاف	۰/۹	۰/۸	۰/۷

در اینجا، باید به یک تفاوت اساسی دیگر در نتایج مربوط به نسبت‌های مختلف اندازه ذره به عرض کانال اشاره نمود و آن این است که در نسبت‌های بزرگ‌تر امکان تشکیل اجزاء اقماری فاز دوم افزایش پیدا می‌کند. این واقعیت را می‌توان در شکل ۶ مشاهده نمود. بدین ترتیب می‌توان از این منظر به مساله نگاه کرد که وجود ذرات بزرگ‌تر می‌تواند منجر به شکست فازهای دوم موجود در جریان خون به اجزاء کوچک‌تر شده و در نتیجه شانس انسداد رگ‌های کوچک‌تر پایین‌دست موجود در شبکه سرخرگی را کاهش می‌دهد. همان‌طور که اشاره شد، چنانچه حباب‌های هوا یا قطرات مایع خارجی در جریان خون تشکیل شوند، بسته به حضور در شبکه سرخرگی یا سیاهرگی می‌توانند سبب بروز آسیب‌های جدی یا حتی مرگ شوند. از این رو ضروری است که در صورت تشکیل فازهای دوم در شبکه سرخرگی بتوان تمهیدی اندیشید تا اندازه آنها تا رسیدن به کوچک‌ترین مویرگ‌ها کوچک‌تر شده و در نتیجه بتوانند وارد شبکه سیاهرگی شده و با تصفیه در ریه، در نهایت از طریق بازدم از بدن خارج شوند.



شکل ۴) تاثیر عدد کاپیلاری بر مکانیزم و زمان تکمیل مراحل مختلف عبور، $L/D = 1$ و $D/W = 0.5$

همان‌طور که از شکل ۴ مشخص است، تغییرات کوچک عدد کاپیلاری تاثیری قابل‌توجهی بر مکانیزم و زمان تکمیل مراحل مختلف عبور ندارد. برای بررسی دقیق‌تر پارامتر اصلی مورد نظر، یعنی زمان انسداد کامل کانال، زمان دقیق شروع و خاتمه انسداد کامل در دو عدد کاپیلاری ۰/۰۰۰۴۵ و ۰/۰۰۰۶۵ با دقت بیشتری مورد مطالعه قرار گرفت و مشخص شد که زمان انسداد در حالت عدد کاپیلاری بزرگ‌تر تنها اندکی بیشتر از عدد کاپیلاری کوچک‌تر است.

۳-۲- بررسی اثر نسبت اندازه ذره به عرض کانال (D/W)

پارامتر دیگری که اثر آن بر مکانیزم و زمان انسداد کامل کانال مورد بررسی قرار گرفت، نسبت اندازه ذره به عرض کانال است. بدین منظور، سه نسبت مختلف D/W (۰/۲۵، ۰/۵، ۰/۷۵) در نظر گرفته شده‌اند. نتایج مربوط به شبیه‌سازی حالت‌های مختلف برای زمان‌های بدون بعد انتخاب‌شده در شکل ۵ آورده شده‌اند. بدیهی است که با توجه به یکسان‌بودن تمامی شرایط دیگر و پارامترها و تنها تغییر اندازه ذره، تاثیر ذره بر فاز دوم برای نسبت‌های بزرگ‌تر D/W زودتر آغاز شود.

در حالی که در زمان بی‌بعد $t^* = 2.25$ برخورد فاز دوم با ذره در $D/W = 0.25$ در حال آغاز است، برای $D/W = 0.75$ فاز دوم تقریباً نیمی از ذره را پوشانده است (شکل ۴). بنابراین به نظر می‌رسد که ذره با اندازه بزرگ‌تر، زمان انسداد کامل بیشتری را به دنبال خواهد داشت. اما، توجه به اتفاقات پایین‌دست ذره سبب ایجاد بدبینی به این تئوری خواهد شد.

زمان اتمام انسداد کامل برای $D/W = 0.75$ زودتر از دو حالت دیگر که نسبت D/W کوچک‌تری دارند، اتفاق می‌افتد (شکل ۵). بنابراین با قاطعیت نمی‌توان نتیجه‌گیری کرد که ذره بزرگ‌تر لزوماً زمان انسداد کامل بیشتری را به همراه دارد. برای روشن‌شدن مطلب، مطالعه دقیق‌تری بر زمان بی‌بعد شروع و خاتمه انسداد کامل در مورد حالت‌های مختلف نسبت اندازه ذره به عرض کانال صورت گرفته و نتایج در جدول ۲ آورده شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که

تشکیل اجزاء اقماری فاز دوم شود. البته که هرچه اندازه اولیه فاز دوم بزرگتر باشد، تعداد اجزاء تشکیل شده نیز بیشتر خواهد بود.

۴- نتیجه گیری

یکی از خطرناکترین حالت‌هایی که در برهمکنش اجزاء خارجی حاضر در جریان خون که در اثر عوامل محیطی و غیرطبیعی وارد بدن انسان‌ها می‌شوند، با یکدیگر و با اجزاء طبیعی خون ممکن است به وجود آید، انسداد کامل رگ‌ها یا مویرگ‌ها حتی برای مدت زمان کوتاه است. چراکه این شرایط می‌تواند عواقب وخیمی به همراه داشته باشد یا حتی منجر به مرگ شود. آنچه در این میان نقشی حیاتی ایفا می‌کند، مدت زمان انسداد رگ‌ها است. در بررسی حاضر، اثر چند پارامتر مهم بر مدت زمان احتمالی انسداد رگ‌ها در نتیجه چنین برهمکنش‌هایی با استفاده از روش شبکه بولتزنم و با برنامه‌نویسی به زبان فرتن ۹۰ مورد ارزیابی قرار گرفته است. مشخص شد که تغییرات کوچک عدد کاپیلاری تاثیر قابل توجهی بر رفتار برهمکنش میان فاز دوم و ذره نمی‌گذارد و از آنجایی که تاثیر تغییرات ناگهانی ضربان قلب و سرعت گردش خون در رگ‌های کوچک عمده‌ا حساس نمی‌شود، نمی‌توان عدد کاپیلاری را به عنوان پارامتری اثرگذار در این جریان در نظر گرفت. اما نسبت اندازه ذره به عرض کانال می‌تواند بر زمان انسداد کامل کانال تاثیر گذاشته و در واقع با افزایش اندازه ذره، زمان انسداد کامل نیز افزایش پیدا کند. پارامتر دیگری که مورد بررسی قرار گرفت، نسبت اندازه اولیه فاز دوم به اندازه ذره بوده که مشخص شد تاثیر بسزایی در زمان انسداد کامل کانال دارد. در واقع به نظر می‌رسد که اندازه یا حتی تعداد اجزاء فاز دوم واردشونده به جریان، از بالاترین اهمیت در تعیین زمان انسداد کامل کانال برخوردار است.

تشکر و قدردانی: موردی توسط نویسندگان بیان نشده است.

تاییدیه اخلاقی: نویسندگان متعهد می‌شوند که نتایج این مقاله در مجله دیگری چاپ نشده است.

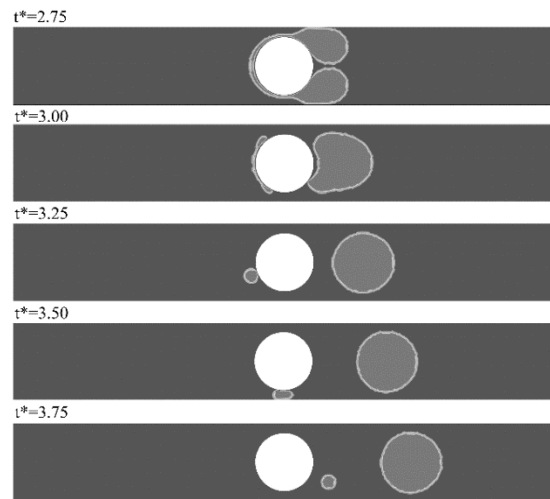
تعارض منافع: هر دو نویسنده منافع یکسانی از این مقاله دارند.

سهم نویسندگان: رامین احسانی (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی (۵۰٪)؛ احمدرضا رحمتی (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی (۵۰٪)

منابع مالی: موردی توسط نویسندگان بیان نشده است.

منابع

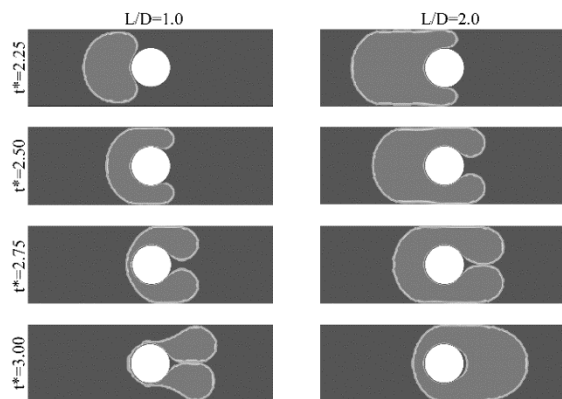
- 1- Dickinson E. Food emulsions and foams: stabilization by particles. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*. 2010;15(1-2):40-49.
- 2- Sullivan AP, Kilpatrick PK. The effects of inorganic solid particles on water and crude oil emulsion stability. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2002;41(14):3389-3404.
- 3- Tekin E, Smith PJ, Schubert US. Inkjet printing as a deposition and patterning tool for polymers and inorganic particles. *Soft Matter*. 2008;4(4):703-713.



شکل ۶) تشکیل اجزاء اقماری در $D/W = 0.75$ ، $Ca = 0.0065$ و $L/D = 1.0$

۳-۳- بررسی تاثیر نسبت اندازه اولیه فاز دوم به اندازه ذره (L/D)

آخرین پارامتر مورد بررسی، نسبت اندازه اولیه فاز دوم به اندازه ذره است. بدین منظور، دو مقدار $1/0$ و $2/0$ L/D مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. نتایج مرتبط با این دو حالت در شکل ۷ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۷) اثر نسبت اندازه اولیه فاز دوم به اندازه ذره، $Ca = 0.0065$ و $D/W = 0.5$

با افزایش نسبت اندازه اولیه فاز دوم به اندازه ذره، شروع فرآیند برخورد زودتر اتفاق می‌افتد (شکل ۷). اولین نکته‌ای که به چشم می‌خورد، وجود ناحیه مرده کوچکتر در تمام زمان‌ها برای نسبت بزرگتر طول اولیه فاز دوم به اندازه ذره است. همچنین، همان طور که انتظار می‌رود، با افزایش اندازه اولیه فاز دوم، مدت زمان انسداد کامل کانال در اثر برهمکنش آن با ذره نیز افزایش می‌یابد. با بررسی دقیق مکانیزم برخورد دو حالت فوق، مشخص شد که دو برابر شدن نسبت اندازه اولیه فاز دوم به اندازه ذره، زمان انسداد کامل کانال را تا ۶۰٪ افزایش خواهد داد. این میزان می‌تواند عواقب خطرناکی را در صورت انسداد یک رگ در حالتی مشابه در داخل بدن انسان به همراه داشته باشد. علاوه بر این، در بررسی نتایج مشاهده شد که افزایش نسبت ذره به عرض کانال تا 0.75 نیز می‌تواند منجر به

- 18- Li Z, Favier J, D'Ortona U, Poncet S. An immersed boundary-lattice Boltzmann method for single-and multi-component fluid flows. *Journal of Computational Physics*. 2016;304:424-440.
- 19- Yang B, Chen Sh. Simulation of interaction between a freely moving solid particle and a freely moving liquid droplet by lattice Boltzmann method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2018;127(Part B):474-484.
- 20- Chen Sh, Doolen GD. Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1998;30(1):329-364.
- 21- Qian YH, Chen SY. Dissipative and dispersive behaviors of lattice-based models for hydrodynamics. *Physical Review E*. 2000;61(3):2712-2716.
- 22- Lee T, Lin CL. A stable discretization of the lattice Boltzmann equation for simulation of incompressible two-phase flows at high density ratio. *Journal of Computational Physics*. 2005;206(1):16-47.
- 23- Swift MR, Orlandini E, Osborn WR, Yeomans JM. Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems. *Physical Review E*. 1996;54(5):5041-5052.
- 24- Wu J, Shu C. Particulate flow simulation via a boundary condition-enforced immersed boundary-lattice Boltzmann scheme. *Communications in Computational Physics*. 2010;7(4):793-812.
- 25- Fogelson AL, Peskin CS. A fast numerical method for solving the three-dimensional Stokes' equations in the presence of suspended particles. *Journal of Computational Physics*. 1988;79(1):50-69.
- 26- Jacqmin D. Calculation of two-phase Navier-Stokes flows using phase-field modeling. *Journal of Computational Physics*. 1999;155(1):96-127.
- 27- Kang Q, Zhang D, Chen Sh. Displacement of a two-dimensional immiscible droplet in a channel. *Physics of Fluids*. 2002;14(9):3203-3214.
- 28- Zheng HW, Shu C, Chew YT. A lattice Boltzmann model for multiphase flows with large density ratio. *Journal of Computational Physics*. 2006;218(1):353-371.
- 29- Sucker D, Brauer H. Investigation of the flow around transverse cylinders. *Wärme-und Stoffübertragung*. 1975;8(3):149-158. [German]
- 30- Lima E Silva AL, Silveira-Neto A, Damasceno JJ. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *Journal of Computational Physics*. 2003;189(2):351-370.
- 31- Link DR, Anna SL, Weitz DA, Stone HA. Geometrically mediated breakup of drops in microfluidic devices. *Physical Review Letters*. 2004;92(5):054503.
- 32- Chung Ch, Lee M, Char K, Ahn KH, Lee SJ. Droplet dynamics passing through obstructions in confined microchannel flow. *Microfluidics and Nanofluidics*. 2010;9(6):1151-1163.
- 4- Hunter TN, Pugh RJ, Franks GV, Jameson GJ. The role of particles in stabilising foams and emulsions. *Advances in Colloid and Interface Science*. 2008;137(2):57-81.
- 5- Tambe DE, Sharma MM. Factors controlling the stability of colloid-stabilized emulsions: I. An experimental investigation. *Journal of Colloid and Interface Science*. 1993;157(1):244-253.
- 6- Jansen F, Harting J. From bijels to Pickering emulsions: A lattice Boltzmann study. *Physical Review E*. 2011;83(4):046707.
- 7- Rashidi A, Solaimany Nazar A, Radnia H. Application of nanoparticles for chemical enhanced oil recovery. *Iranian Journal of Oil & Gas Science and Technology*. 2018;7(1):1-19.
- 8- New South Wales Environment Protection Authority. Managing particles and improving air quality in NSW. Chatswood: Environment Protection Authority; 2013.
- 9- Melchionna S, Pontrelli G, Bernaschi M, Bisson M, Halliday I, Spencer TJ, et al. The Lattice Boltzmann method as a general framework for blood flow modelling and simulations. In: Collins MW, Koenig CS, editors. *Micro and nano flow systems for bioanalysis*. New York: Springer; 2013. pp. 153-170.
- 10- Yang B, Chen Sh, Liu K. Direct numerical simulations of particle sedimentation with heat transfer using the Lattice Boltzmann method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;104:419-437.
- 11- Munnannur A, Reitz RD. A new predictive model for fragmenting and non-fragmenting binary droplet collisions. *International Journal of Multiphase Flow*. 2007;33(8):873-896.
- 12- Shen Z. Phase transfer in a collision between a droplet and solid spheres [Dissertation]. Newark: New Jersey Institute of Technology; 2008.
- 13- Mitra S, Doroodchi E, Pareek V, Joshi JB, Evans GM. Collision behaviour of a smaller particle into a larger stationary droplet. *Advanced Powder Technology*. 2015;26(1):280-295.
- 14- Bakshi Sh, Roisman IV, Tropea C. Investigations on the impact of a drop onto a small spherical target. *Physics of Fluids*. 2007;19(3):032102.
- 15- Gac JM, Gradoń L. Lattice-Boltzmann modeling of collisions between droplets and particles. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2014;441:831-836.
- 16- Fakhari A, Bolster D. Diffuse interface modeling of three-phase contact line dynamics on curved boundaries: A lattice Boltzmann model for large density and viscosity ratios. *Journal of Computational Physics*. 2017;334:620-638.
- 17- Malgarinos I, Nikolopoulos N, Gavaises M. A numerical study on droplet-particle collision dynamics. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2016;61(Part B):499-509.