



## Analytical and Experimental Study of Sandwich Beams with Flexible Core and Composite Facings Reinforced with Carbon Nanotubes

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Adami Sh.<sup>1</sup> MSc,  
Rahmani O.\*<sup>1</sup> PhD,  
Ghasemi P.<sup>1</sup> MSc

#### How to cite this article

Adami Sh, Rahmani O, Ghasemi P. Analytical and Experimental Study of Sandwich Beams with Flexible Core and Composite Facings Reinforced with Carbon Nanotubes. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(4):801-813.

### ABSTRACT

Today, sandwich structures are being used in many applications. Understanding the behavior of these structures and their properties is necessary for proper and optimum design. Because of thin face sheet and low stiffness of foam core, sandwich beams are very sensitive when exposed to local loading. Due to their structure, carbon nanotubes (CNT) have excellent mechanical properties, which improve the mechanical properties of the polymer when added to polymer matrix. In this article, the indentation behavior of sandwich structure is studied experimentally and theoretically. ABAQUS software is used for modeling the indentation behavior of sandwich beam. Elastic modulus of epoxy resin reinforced with CNT with different weight fractions is obtained with use of Mori-Tanaka theory and also by fabrication and testing of the composite specimens. Results show that adding CNT up to 0.3 %wt improve the elastic modulus of composite, while weight fraction of CNT more than 0.3% decrease the mechanical properties. Finally, the results obtained from the analytical solution and ABAQUS modeling were compared with the results obtained from experimental tests of indentation of sandwich structures. An acceptable agreement was observed between the results.

**Keywords** Sandwich Structure; Indentation Behavior; Carbon Nanotube; Vlasov Theory; Shear Deformation Theory

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, University of Zanjan, Zanjan, Iran

#### \*Correspondence

Address: University of Zanjan, University Boulevard, Zanjan, Iran, Postal Code: 4537138791  
Phone: +98 (24) 33052810  
Fax: +98 (24) 32283204  
omid.rahmani@znu.ac.ir

#### Article History

Received: March 29, 2018  
Accepted: November 12, 2018  
ePublished: April 06, 2019

### CITATION LINKS

[1] Non-linear indentation behavior of foam core sandwich composite ... [2] Remarks on higher order sandwich stress ... [3] Indentation of composite ... [4] Indentation failure of ... [5] Limit analysis of a beam in bending immersed ... [6] Static indentation and unloading ... [7] Analytical modeling of indentation of ... [8] Indentation in lightweight composite ... [9] Analysis of composite sandwich beam with enhanced ... [10] Experimental and numerical analysis of sandwich composite ... [11] Bending analysis of composite sandwich plates using generalized differential ... [12] Flexural behaviour of structural fibre composite sandwich beams ... [13] Analytical solutions for bending, buckling and vibration responses of carbon nanotube-reinforced ... [14] Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with ... [15] Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced ... [16] Effects of adding multiwall carbon nanotubes ... [17] Nonlinear vibration and bending of sandwich plate ... [18] On bending, buckling and vibration responses of ... [19] Free vibration and bending behaviour of CNT reinforced ... [20] Modeling of carbon nanotubes, graphene and ... [21] Micromechanics of defects ... [22] The effect of nanotube waviness and agglomeration ... [23] Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced ... [24] Nonlinear low-velocity impact analysis of temperature-dependent ... [25] Modeling of effective elastic properties for polymer ... [26] A refined model for beams on elastic ... [27] Standard test method for tensile properties ... [28] Temperature-dependent elastic properties of single-walled ...

## مطالعه تحلیلی و تجربی رفتار استاتیک تیر ساندویچی رویه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با هسته انعطاف پذیر

شیرین آدمی MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

امید رحمانی PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

پرویز قاسمی MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

### چکیده

امروزه ساختارهای ساندویچی در زمینه‌های بسیاری مورد استفاده قرار می‌گیرند. شناخت رفتار این سازه‌ها و خواص مکانیکی آنها برای طراحی بهینه و درست مورد نیاز است. تیرهای ساندویچی به دلیل داشتن رویه نازک و همچنین هسته‌ای با سفتی کم در برابر بارهای محلی بسیار آسیب‌پذیر هستند. افزایش مقاومت خمشی رویه یکی از راه‌حل‌های کاربردی برای افزایش مقاومت تورفتگی ساختار ساندویچی است. نانولوله‌های کربنی به دلیل ساختاری که دارند دارای خواص مکانیکی بسیار خوبی هستند که افزودن آنها به ماتریس پلیمری سبب بهبود خواص مکانیکی پلیمر می‌شود. در این مقاله رفتار تورفتگی ساختار ساندویچی به صورت تئوری و تجربی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. همچنین با استفاده از نرم‌افزار آباکوس، تورفتگی ساختار ساندویچی شبیه‌سازی می‌شود. مدول الاستیک رزین اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با درصد جرمی‌های مختلف توسط ساخت و آزمون کشش نمونه‌های کامپوزیتی و همچنین با استفاده از تئوری موری-تاناکا به دست آمده است. تحقیقات نشان می‌دهند که افزودن نانولوله کربنی تا ۰/۳٪ جرمی، سبب بهبود مدول الاستیک کامپوزیت می‌شود. افزودن بیش از این مقدار سبب افت خواص مکانیکی می‌شود. نهایتاً نتایج به دست آمده از حل تحلیلی و مدلسازی آباکوس با نتایج به دست آمده از آزمون‌های تجربی برای رفتار تورفتگی ساختار ساندویچی با یکدیگر مقایسه شد. تطابق قابل قبولی بین نتایج به دست آمده مشاهده شد.

**کلیدواژه‌ها:** ساختار ساندویچی، رفتار تورفتگی، نانولوله کربنی، تئوری و لاسوف، تئوری تغییر شکل برشی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۰۹

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۲۱

\* نویسنده مسئول:omid.rahmani@znu.ac.ir

### ۱- مقدمه

عملکرد خوب مواد ساندویچی کامپوزیتی با وزن کم باعث شده است تا غالباً در کاربردهایی با تحمل بارهای مختلف در دهه‌های اخیر، بیشتر مورد استفاده قرار گیرند. مواد ساندویچی با صفحات کامپوزیتی باریک و هسته فوم با چگالی کم، نسبت به بارهای خارجی محلی حساس هستند. این بارها منجر به خیزهای محلی قابل توجهی در رویه بارگذاری شده به داخل هسته مواد ساندویچی کامپوزیتی و ایجاد تمرکز تنش بالایی می‌شوند. در نتیجه، حالتی تحت تنش و کرنش پیچیده چندجهته در ناحیه اعمال بار محلی به وجود می‌آید. اثر مهم دیگر بارهای خارجی محلی زیاد، تشکیل یک تورفتگی باقیمانده در صفحه رویه (یک نقص هندسی) است که می‌تواند به طور قابل توجهی ظرفیت تحمل بار را نسبت به حالت قبل از تورفتگی در ساختار ساندویچی کاهش دهد [1].

پاسخ تورفتگی پنل‌های ساندویچی برای اولین بار توسط میبیر-پیینینگ [2] با فرض خمش الاستیک خطی رویه بارگذاری شده مدل شد که روی یک بستر با مدول وینکلر قرار داشت. سادن [3] هسته را به عنوان یک بستر صلب-کامل پلاستیک فرض کرد. شعیب و سادن [4] با استفاده از رابطه زینگون [5]، بارهای شکست تورفتگی را

برای تیرهای ساندویچی با رویه‌های ترموپلاستیک تقویت شده با الیاف شیشه و هسته فوم پیش‌بینی کردند. زنگرت [6] مدلی براساس رفتار له‌شدن پیش‌رونده هسته فوم تحت فشار برای رفتار تورفتگی ساختار ساندویچی ارائه داد. ناوارو و همکاران [7] رفتار تورفتگی ساختار ساندویچی را براساس مدل بستری با دو پارامتر مورد بررسی قرار دادند که به مدول و لاسوف شناخته می‌شود.

سعادتی و صدیقی [8] تورفتگی تیر ساندویچی را با استفاده از تئوری مرتبه بالای تیر ساندویچی مدل‌سازی کردند. در این تئوری، هسته توسط تئوری الاستیسیته دو بُعدی و رویه‌ها با استفاده از تئوری کلاسیک تیر مدل‌سازی می‌شوند. داریوشی و صدیقی [9] با استفاده از تئوری غیرخطی مرتبه بالا، رفتار تیر ساندویچی را تحت بارگذاری خمش سه نقطه ارزیابی کردند. آنها رویه سازه ساندویچی را به صورت تیر تیموشنکو و هسته را به صورت یک جسم دو بُعدی با قابلیت فشردگی در راستای ضخامت مدل کردند و با استفاده از اصل حداقل‌سازی انرژی پتانسیل و روش نیوتن-رافسون، پاسخ تیر را به دست آوردند. این بررسی نشان داد که استفاده از تئوری غیرخطی، پیش‌بینی بهتری نسبت به تئوری خطی ارائه می‌دهد.

با استفاده از آزمون خمش چهار نقطه، رفتار خمشی تیرهای ساندویچی توسط طاهری بهروز و منصورینیک [10] به صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. آنها با استفاده از نرم‌افزار آباکوس، رفتار تیر را با فرض غیرخطی بودن رفتار آن، مدل و با نتایج تجربی مقایسه کردند.

خمش صفحات ساندویچی براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته و هارمونیک توسط یزدانی و همکاران [11] مورد بررسی قرار گرفته است. آنها با استفاده از حل عددی و مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج تحقیقات موجود نشان دادند که استفاده از این روش در حل مسایل پیچیده، سرعت همگرایی و دقت پاسخ را افزایش می‌دهد.

مانالو و همکاران [12] مکانیزم‌های تخریب و استحکام خمشی یک نوع تیر ساندویچی با ساختار جدید را بررسی کردند. آنها نمونه‌های ساخته شده را به دو صورت لبه‌ای و تخت توسط آزمون خمش چهار نقطه آزمایش کردند و نشان دادند که نمونه آزموده شده به صورت لبه‌ای، مقاومت بیشتری را به ازای خیز کمتر از خود نشان می‌دهد.

واتاناساکولپونگ و انگه‌کورن [13] رفتار تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را که روی یک بستر شامل لایه برشی و فنرهای وینکلر قرار داشت، براساس تئوری‌های تغییر شکل برشی مختلف مورد بررسی قرار دادند. در آنالیز دو بُعدی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی، پاسخ استاتیک این سازه‌ها با استفاده از روش المان محدود با تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول توسط ژرو و همکاران مطالعه شد [14].

شن [15] رفتار غیرخطی نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک‌دیواره را بررسی کرده است که تحت بارگذاری عرضی و دمایی قرار دارد. در موضوع بررسی شده، ورق کامپوزیتی به شکل تابعی در راستای ضخامت توسط نانوذرات تقویت شده است. شکریه و همکاران [16] اثر افزودن نانولوله‌های کربنی چندجداره با طول بلند را بر خواص مکانیکی رزین و کامپوزیت‌ها بررسی کردند. آنها مقادیر سفتی و استحکام کششی و خمشی را در راستای طولی و عرضی نمونه‌های تقویت شده با نمونه تقویت نشده مقایسه کردند و نشان دادند که حضور نانولوله‌ها، مکانیزم‌های تخریب را از راه‌های مختلف به تاخیر می‌اندازند و باعث بهبود خواص بیان شده می‌شوند، به طوری که با افزودن ۰/۵٪ نانولوله کربنی چند دیواره، استحکام کششی طولی ۳۴٪ افزایش می‌یابد.

و مدول برشی موثر طبق رابطه ۱ بیان می‌شوند.

$$E_{11} = \eta_1 V_{CNT} E_{11}^{CNT} + V_m E_m$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}} + \frac{V_m}{E_m} \quad (1)$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}} + \frac{V_m}{G_m}$$

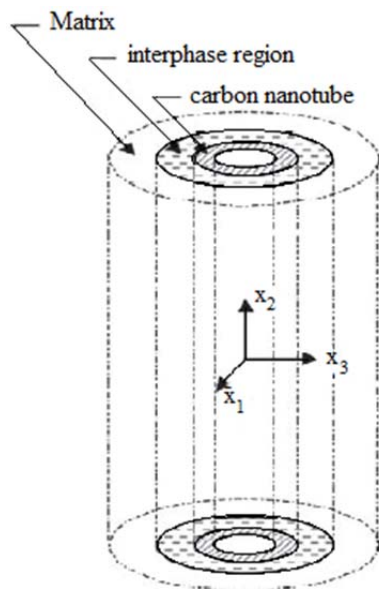
که در آن  $E_{11}^{CNT}$ ،  $E_{22}^{CNT}$  و  $G_{12}^{CNT}$  به ترتیب مدول یانگ و مدول برشی نانولوله کربنی و  $E_m$  و  $G_m$  خواص مربوط به ماتریس هستند. برای در نظر گرفتن خواص نانومواد، رابطه ۱ شامل  $\eta_1$ ،  $\eta_2$  و  $\eta_3$  است که پارامتر موثر نانولوله کربنی نامیده می‌شوند و با تطبیق دادن مدول الاستیک کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی بین نتایج شبیه‌سازی دینامیک مولکولی و نتایج عددی حاصل از قانون مخلوطها به دست می‌آیند.  $V_m$  و  $V_{CNT}$  کسر حجمی نانولوله کربنی و ماتریس هستند که طبق رابطه ۲ به یکدیگر مربوط می‌شوند.

$$V_{CNT} + V_m = 1 \quad (2)$$

از آنجایی که نسبت پواسون خیلی وابسته به مکان نیست، فرض می‌شود که  $\nu_{12}$  در طول ضخامت صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی ثابت بوده و عبارت از رابطه زیر است:

$$\nu_{12} = V_{CNT} \nu_{12}^{CNT} + V_m \nu_m \quad (3)$$

که  $\nu_m$  و  $\nu_{12}^{CNT}$  نسبت پواسون نانولوله کربنی و ماتریس است [15]. با استفاده از نتایج به دست آمده از رابطه ۱، نانولوله کربنی و فاز میانی آن را می‌توان به الیاف معادل تبدیل کرد. الیاف معادل، یک نانولوله کربنی بوده که داخل ماتریس قرار گرفته و فاز میانی آن توسط ماتریس پر شده است (شکل ۱) [20].



شکل ۱ ساختار الیاف معادل [20]

بنابراین یک ماده همسان‌گرد عرضی در صفحه عمود بر راستای الیاف است. حال باید خواص الاستیک مربوط به الیاف معادل برای مدل‌سازی رفتار کامپوزیت تقویت شده با نانولوله به دست آید. برای این کار از عکس قانون مخلوطها به شکل رابطه ۴

وانگ و شن [17] ارتعاشات و خمش غیرخطی ساختار ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را در محیط‌های حرارتی مورد مطالعه قرار دادند. تاگرا و همکاران [18] خمش، کمانش و ارتعاشات آزاد تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را روی بستر الاستیک بررسی کردند. مهم‌ترین جنبه مدل این بوده که اثرات برش با استفاده از سه پارامتر مجهول به عنوان تیر تیموشنکو و بدون در نظر گرفتن هیچ ضریب تصحیح برشی مورد مطالعه قرار گرفته است. مهار و پاندا [19] ارتعاشات آزاد و خمش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را با استفاده از سه تئوری تغییر شکل برشی در محیط حرارتی بررسی کردند. در این مطالعات فرض شد که خواص نانولوله‌های کربنی و ماتریس وابسته به دما است.

در این تحقیقات، رفتار تورفتگی ساختارهای ساندویچی با هسته فوم و رویه پلیمری تقویت شده با نانولوله کربنی به صورت تئوری و تجربی مورد مطالعه قرار گرفته است. برای به دست آوردن خواص مکانیکی پلیمر تقویت شده با نانولوله کربنی با آرایش‌های مختلف، از تئوری موری-تاناکا استفاده شده است. همچنین اثر کسر جرمی نانولوله‌های کربنی در خواص الاستیک پلیمر تقویت شده با نانولوله‌ها، با ساخت نمونه‌های کامپوزیتی با مقادیر مختلف از نانولوله‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- حل تئوری

رفتار تورفتگی ساختارهای ساندویچی توسط تئوری‌های مختلفی مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مقاله تئوری‌های ولاسوف و وینکلر و همچنین تئوری‌های تغییر شکل برشی مختلف برای بررسی رفتار تورفتگی تیر ساندویچی مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای بررسی تورفتگی، باید خواص مکانیکی رویه و هسته تیر ساندویچی معلوم باشند. به همین منظور، تئوری موری-تاناکا برای به دست آوردن خواص مکانیکی رزین اپوکسی تقویت شده با نانولوله کربنی استفاده شده است.

### ۲-۱- محاسبه خواص مکانیکی رویه

مدل‌سازی چندمقیاسی نانوکامپوزیت‌ها می‌تواند با استفاده از یک روش دومرحله‌ای انجام شود. در مرحله اول، خواص موثر الاستیک یک المان حجمی نماینده (RVE) که بیانگر پرکننده نانویی و محیط اطراف آن است، با استفاده از روش مدل‌سازی اتمی مناسب تعیین می‌شوند. المان حجمی نماینده مورد نظر در ادامه به صورت الیاف موثر با ابعاد مشابه، ولی با خواص یکنواخت به عنوان یک جسم همگن مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در مرحله دوم، از روش‌های میکرومکانیک همچون روش موری-تاناکا برای تعیین خواص مکانیکی نانوکامپوزیت‌ها در مقیاس ماکروسکوپ استفاده می‌شود. در این روش از الیاف موثر به عنوان الیاف تقویت‌کننده در ماتریس پلیمری استفاده می‌شود.

### ۲-۱-۲- به دست آوردن خواص الیاف معادل

سازه مورد مطالعه، یک ورق مستطیلی به طول  $a$ ، عرض  $b$  و ضخامت  $h$  است. این صفحه کامپوزیتی توسط نانولوله‌های کربنی تقویت شده و ماتریس همسان‌گرد است. مساله اصلی در ابتدا تعیین خواص موثر کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی است. از نظر مدل میکرومکانیک، خواص موثر مواد توسط تئوری موری-تاناکا یا قانون مخلوطها تخمین زده می‌شود. تئوری موری-تاناکا برای نانوذرات کاربرد دارد و قانون مخلوطها برای کاربرد در پیش‌بینی خواص کلی مواد و پاسخ‌های ساختارها در مقیاس ماکرو، ساده و آسان است. با توجه به قانون مخلوطها، مدول یانگ

$$C_r = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{v_{TL}}{E_L} & -\frac{v_{ZL}}{E_Z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{LT}}{E_L} & 1 & -\frac{v_{ZL}}{E_Z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{LZ}}{E_L} & -\frac{v_{TZ}}{E_T} & \frac{1}{E_Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TZ}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{ZL}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix}^{-1} \quad (7)$$

$$C_r = \begin{bmatrix} n_r & l_r & l_r & 0 & 0 & 0 \\ l_r & k_r + m_r & k_r - m_r & 0 & 0 & 0 \\ l_r & k_r - m_r & k_r + m_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_r \end{bmatrix} \quad (8)$$

در رابطه  $\gamma$ ،  $\frac{v_{TL}}{E_T} = \frac{v_{LT}}{E_L}$  است.  $E_L$  مدول طولی و  $E_T$  و  $E_Z$  مدول عرضی الیاف معادل هستند که طبق رابطه ۴- الف و ب محاسبه می‌شوند. چون ماده همسان‌گرد عرضی بوده،  $E_Z = E_T$  و  $G_{ZL} = G_{LT}$  است.  $G_{TZ}$  نیز مدول عرضی الیاف معادل است که طبق  $G_{TZ} = 1.2G_{LT}$  محاسبه می‌شود<sup>[24]</sup>. همچنین  $v_{ZL} = v_{LT}$  نسبت پواسون طولی الیاف معادل و  $v_{TZ}$  نیز نسبت پواسون عرضی الیاف معادل است که برای ماده همسان‌گرد عرضی طبق رابطه ۱۰ به دست می‌آید<sup>[25]</sup>:

$$G_{TZ} = \frac{E_T}{2(1 + v_{TZ})} \Rightarrow v_{TZ} = \frac{E_T}{2G_{TZ}} - 1 \quad (9)$$

$n_r, l_r, k_r, m_r$  و  $p_r$  ثابت‌های مدول الاستیک هیل هستند که از تساوی روابط ۷ و ۸ به دست می‌آیند.

### ۲-۳- کامپوزیت تقویت‌شده با نانولوله‌کربنی مستقیم با جهت‌گیری تصادفی

هنگامی که نانولوله‌های کربنی کاملاً به‌طور تصادفی در ماتریس جهت‌گیری شده باشند، کامپوزیت را می‌توان همسان‌گرد فرض کرد. مدول بالک ( $K$ ) و مدول برشی ( $G$ ) این کامپوزیت طبق رابطه ۱۰ به دست می‌آیند.

$$K = K_m + \frac{f_r(\delta_r - 3K_m\alpha_r)}{2(f_m + f_r\beta_r)} \quad (10)$$

$$G = G_m + \frac{f_r(\eta_r - 2G_m\alpha_r)}{2(f_m + f_r\beta_r)}$$

$$\beta_r = \frac{1}{5} \left\{ \frac{4G_m + 2k_r + l_r}{3(G_m + k_r)} + \frac{4G_m}{G_m + p_r} + \frac{2[G_m(3K_m + G_m) + G_m(3K_m + 7G_m)]}{G_m(3K_m + G_m) + m_r(3K_m + 7G_m)} \right\} \quad (11)$$

$$\delta_r = \frac{1}{3} \left[ n_r + 2l_r + \frac{(2k_r + l_r)(3K_m + 2G_m - l_r)}{G_m + k_r} \right]$$

$$E_L = \frac{E_{11}}{V_{EF}} - \frac{E_m V_m}{V_{EF}} \quad (4-الف)$$

$$E_T = \frac{E_{22}}{V_{EF}} - \frac{E_m V_m}{V_{EF}} \quad (4-ب)$$

$$G_{LT} = \frac{G_{12}}{V_{EF}} - \frac{E_m V_m}{V_{EF}} \quad (4-پ)$$

$$v_{LT} = \frac{v_{12}}{V_{EF}} - \frac{v_m V_m}{V_{EF}} \quad (4-ت)$$

که در آن  $E_L$  مدول طولی،  $E_T$  مدول عرضی،  $G_{LT}$  مدول برشی و  $v_{LT}$  نسبت پواسون الیاف معادل است.  $E_{11}$ ،  $E_{22}$ ،  $G_{12}$  و  $v_{12}$  نیز خواص موثر مربوط برای کامپوزیت تقویت‌شده با نانولوله است که طبق روابط ۱ و ۳ محاسبه شده‌اند.  $E_m$ ،  $G_m$  و  $v_m$  به‌ترتیب مدول کششی، مدول برشی و نسبت پواسون ماتریس هستند. همچنین  $V_{EF}$  کسر حجمی الیاف معادل و  $V_m$  کسر حجمی ماتریس است<sup>[20]</sup>.

### ۲-۱-۲- خواص نانوکامپوزیت تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی هم‌راستا

ماتریس پلیمری از جنس الاستیک خطی را در نظر بگیرید که توسط تعداد زیادی نانولوله کربن مستقیم با طول بی‌نهایت تقویت شده است. حجم المانی از این کامپوزیت را در نظر بگیرید که در معرض میدان تنش کلی یکنواخت ( $\sigma^0$ ) و کرنش کلی یکنواخت ( $\epsilon^0$ ) قرار گرفته است.

روش‌های زیادی برای تخمین خواص کامپوزیت وجود دارد. در این پژوهش از روش موری- تاناکا به دلیل سادگی و کاربردی بودن حتی در کسر حجمی‌های بالای تقویت‌کننده‌ها استفاده شده است. در روش موری- تاناکا فرض می‌شود که هر تقویت‌کننده در یک ماتریس خالص نامحدود جای‌گذاری شده که تحت تنش موثر ( $\Sigma_M$ ) یا کرنش موثر ( $\epsilon_m$ ) در دوردست قرار گرفته است. در نتیجه تانسور مدول الاستیک موثر ( $C$ ) کامپوزیت تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های مستقیم هم‌شکل به‌طور تحلیلی طبق رابطه ۵ بیان می‌شود.

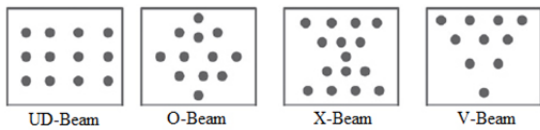
$$C = (c_m C_m + c_r C_r : A) : (c_m I + c_r A)^{-1} \quad (5)$$

که در آن، حروف بزرگ بیانگر تانسور مرتبه دو یا چهار هستند و علامت (:): بین دو تانسور بیانگر ضرب داخلی بین آنها است.  $I$  تانسور همانی مرتبه چهار است. اندیس  $m$  و  $r$  به‌ترتیب مربوط به ماتریس و فاز تقویت‌کننده هستند.  $c_m$  و  $c_r$  کسر حجمی و  $C_m$  و  $C_r$  مربوط به تانسور مدول الاستیک فازهای مربوطه هستند. تانسور مرتبه چهار  $A$ ، کرنش‌های  $\epsilon_r$  و  $\epsilon_m$  را از طریق رابطه  $\epsilon_r = A : \epsilon_m$  به یکدیگر مربوط می‌کند و طبق رابطه ۶ بیان می‌شود.

$$A = [I + S : (C_m)^{-1} : (C_r - C_m)]^{-1} \quad (6)$$

که  $S$  تانسور اشلبی بوده که به‌طور کامل در منبع مور<sup>[21]</sup> بیان شده است.

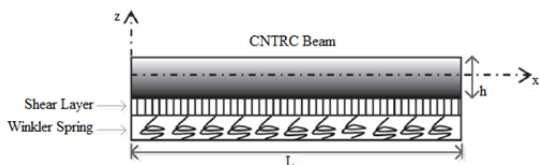
در کامپوزیت پلیمری مفروض، هر کدام از نانولوله‌ها به‌شکل یک رشته بلند با خواص الاستیک همسان‌گرد عرضی مدل شده است<sup>[22]</sup>. ماتریس الاستیک و همسان‌گرد با مدول الاستیک ( $E_m$ ) و نسبت پواسون ( $v_m$ ) در نظر گرفته شده است. مدول الاستیک هیل را می‌توان با مساوی قراردادن روابط ۷ و ۸ به دست آورد<sup>[23]</sup>.



شکل ۲) الگوهای مختلف تقویت‌کننده [13]

۲-۲- خمش تیر کامپوزیتی با تغییرات تابعی نانولوله‌های کربنی روی بستر پسترنک

در این بخش، خمش یک تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مستقیم، هم‌راستا و با تغییرات تابعی در راستای ضخامت به کمک روش حل ناویر مورد بررسی قرار گرفته است. این تیر روی بستر پسترنک قرار دارد که شامل لایه برشی و فنرهای وینکلر است (شکل ۳) [13]. برای مدل‌سازی رفتار تیر از تئوری تغییر شکل برشی استفاده شده است.



شکل ۳) هندسه تیر تقویت شده با نانولوله کربنی روی بستر الاستیک [13]

با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی، میدان جابه‌جایی، شامل جابه‌جایی محوری ( $u$ ) و جابه‌جایی عرضی ( $w$ ) است که به شکل روابط ۱۶ نوشته می‌شود.

$$u(x, z) = u_0 - z \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} + \psi(z) f_0(x) \quad (16)$$

$$w(x, z) = w_0(x)$$

که در آن،  $u_0$  و  $w_0$  جابه‌جایی محوری و عرضی در صفحه میانی تیر هستند. تابع شکل ( $\psi$ ) در رابطه ۱۶ برای بیان توزیع تنش برشی عرضی در طول ضخامت تیر استفاده می‌شود [13].  $f_0$  نیز کرنش برشی عرضی در هر نقطه از صفحه میانی است و طبق رابطه ۱۷ بیان می‌شود.

$$f_0(x) = \frac{\partial w_0(x)}{\partial x} - \phi_0(x) \quad (17)$$

در اینجا  $\phi_0$  گشتاور کلی پیچشی سطح مقطع در هر نقطه از صفحه میانی است.

با در نظر گرفتن انرژی کرنشی مجازی تیر، انرژی پتانسیل مجازی بستر الاستیک و کار مجازی انجام شده توسط نیروی عرضی و استفاده از اصل همپلتون، معادلات حاکم به صورت توابعی از جابه‌جایی به شکل رابطه ۱۸ به دست می‌آیند.

$$A_{11} \frac{d^2 u_0}{dx^2} - B_{11} \frac{d^3 w_0}{dx^3} + C_{11} \left( \frac{d^3 w_0}{dx^3} - \frac{d^2 \phi_0}{dx^2} \right) = 0$$

$$C_{11} \frac{d^2 u_0}{dx^2} - E_{11} \frac{d^3 w_0}{dx^3} + H_{11} \left( \frac{d^3 w_0}{dx^3} - \frac{d^2 \phi_0}{dx^2} \right) - A_{55} \left( \frac{dw_0}{dx} - \phi_0 \right) = 0 \quad (18)$$

$$\eta_r = \frac{1}{5} \left[ \frac{2}{3} (n_r - l_r) + \frac{8G_m p_r}{G_m + p_r} + \frac{8m_r G_r (3K_m + 4G_m)}{3K_m(m_r + G_m) + G_m(7m_r + G_m)} + \frac{2(k_r - l_r)(2G_m + l_r)}{3(G_m + k_r)} \right]$$

$$\alpha_r = \frac{3(K_m + G_m) + k_r - l_r}{3(G_m + k_r)}$$

در رابطه ۱۱،  $n_r, l_r, k_r, m_r$  و  $p_r$  همان ثابت‌های مدول الاستیک هیل هستند.  $K_m$  و  $G_m$  مدول بالک و برشی ماتریس هستند و طبق روابط ۱۲ محاسبه می‌شوند:

$$K_m = \frac{E_m}{2(1 - 2\nu_m)} \quad (12)$$

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}$$

در نهایت، مدول یانگ موثر و نسبت پواسون کامپوزیت عبارت از موارد زیر هستند [22]:

$$E = \frac{9KG}{3K + G} \quad (13)$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{6K + 2G}$$

۲-۱-۴- تیر نانوکامپوزیت با تغییرات تابعی نانولوله کربنی

خواص مکانیکی کامپوزیت تقویت شده با قراردادن کسر حجمی نانولوله‌ها طبق روابط ۱ به دست می‌آید. در تیرهای با تغییرات تابعی، کسر حجمی تقویت‌کننده تابع  $z$  است. در اینجا، چهار نوع هندسه مختلف برای توزیع نانولوله‌های کربنی در طول ضخامت تیر پلیمری در نظر گرفته شده‌اند که در شکل ۲ نشان داده شده است [13]. به ازای هر کدام از این چهار هندسه توزیع نانولوله‌ها، کسر حجمی طبق رابطه ۱۴ به دست می‌آید.

UD-Beam  $V_{CNT} = V_{CNT}^*$

O-Beam  $V_{CNT} = 2 \left( 1 - 2 \frac{|z|}{h} \right) V_{CNT}^* \quad (14)$

X-Beam  $V_{CNT} = 4 \frac{|z|}{h} V_{CNT}^*$

V-Beam  $V_{CNT} = \left( 1 + 2 \frac{|z|}{h} \right) V_{CNT}^*$

که در آن  $V_{CNT}^*$  کسر حجمی متوسط نانولوله کربنی است و طبق رابطه ۱۵ محاسبه می‌شود.

$$V_{CNT}^* = \frac{W_{CNT}}{W_{CNT} + \left( \frac{\rho_{CNT}}{\rho^m} \right) (1 - W_{CNT})} \quad (15)$$

در رابطه ۱۵،  $W_{CNT}$  کسر جرمی نانولوله کربنی است. با توجه به رابطه ۱۴ می‌توان دید که تیرهای O، X و V نوعی از تیرها با تغییرات تابعی هستند که مواد در آنها به‌طور پیوسته در طول ضخامت تغییر می‌کند. در حالی که در تیر UD، نانولوله‌ها به‌طور

$$\begin{aligned} s_{11} &= -A_{11}\alpha^2, s_{12}C_{11}\alpha^2, s_{13} = B_{11}\alpha^3 - C_{11}\alpha^3 \\ s_{21} &= -C_{11}\alpha^2, s_{22} = H_{11}\alpha^2 + A_{55} \\ s_{23} &= E_{11}\alpha^3 - H_{11}\alpha^3 - A_{55}\alpha \\ s_{31} &= C_{11}\alpha^3 - B_{11}\alpha^3, s_{32} \\ &= -H_{11}\alpha^3 + E_{11}\alpha^3 - A_{55}\alpha \quad (۲۴) \\ s_{33} &= -E_{11}\alpha^4 + H_{11}\alpha^4 + D_{11}\alpha^4 - E_{11}\alpha^4 \\ &\quad + A_{55}\alpha^2 \\ &\quad + K_w + K_s\alpha^2 \end{aligned}$$

از این رو، جابه‌جایی محوری ( $u$ ) و جابه‌جایی عرضی ( $w$ ) به کمک رابطه ۲۴ به دست می‌آیند.

### ۳-۲- مدل وینکلر

این مدل، هسته را به صورت سیستمی از فنرهای مستقل و الاستیک خطی در نظر می‌گیرد (شکل ۴) [7]. در نتیجه به دلیل مستقل بودن فنرها، از اثرات برشی صرف نظر شده است. سفتی فنرهای مدل وینکلر توسط تست‌های مختلف به دست می‌آید و تابع شرایط بارگذاری است. افراد مختلفی در تحقیقات خود از این مدل استفاده کرده و روابط مختلفی برای سفتی این بستر الاستیک فرض کرده‌اند. در ادامه دو نمونه از این روابط بیان می‌شوند: رابطه نیرو-خیز به صورت:

$$p = kw \quad (۲۵)$$

که در آن  $p$  نیروی فشاری بستر الاستیک،  $k$  سفتی فنرها و  $w$  خیز صفحه رویه است. برای بارگذاری محلی که به صورت بار متمرکز کوچک است، کل بستر پاسخ الاستیک دارد و معادله حاکم برای خیز صفحه رویه بدون در نظر گرفتن پاسخ پلاستیک به شکل رابطه ۲۶ است.

$$D_f \frac{d^4 w}{dx^4} + kw = 0 \quad (۲۶)$$

که در آن  $D_f$  صلبیت خمشی رویه است که از حاصلضرب مدول الاستیک رویه و ممان خمشی آن ( $E_f I_f$ ) به دست می‌آید. پارامتر  $k$  مدول الاستیک بستر یا سفتی بستر بوده و تنها پارامتری است که رفتار کل هسته را بیان می‌کند [7]. زنگرت و همکاران [6]، مقدار  $k$  را طبق رابطه ۲۷ تخمین زدند.

$$k = \frac{E_c b}{t_c} \quad (۲۷)$$

که در آن  $E_c$  مدول الاستیک هسته،  $t_c$  ضخامت هسته و  $b$  پهنای تیر است. با حل رابطه ۲۶، خیز تیر طبق رابطه ۲۸ به دست می‌آید.

$$w(x) = e^{-\lambda x} (A \sin \lambda x + B \cos \lambda x) + e^{\lambda x} (C \sin \lambda x + D \cos \lambda x) \quad (۲۸)$$

که در آن

$$\lambda^4 = \frac{k}{4D_f} \quad (۲۹)$$

ثابت‌های  $A, B, C, D$  با شرایط مرزی به دست می‌آیند. با توجه به شرط محدود بودن در بی‌نهایت و همچنین مقدار تورفتگی در محل بارگذاری، شرایط مرزی طبق رابطه ۳۰ بیان می‌شوند.

$$w(x \rightarrow \infty) = 0, \quad w'(x \rightarrow \infty) = 0 \quad (۳۰)$$

$$w(x = 0) = \alpha, \quad w'(x = 0) = 0$$

بنابراین حل الاستیک رفتار تیر به شکل رابطه ۳۱ بیان می‌شود.

$$w(x) = \alpha e^{-\lambda x} (\sin \lambda x + \cos \lambda x) \quad (۳۱)$$

$$\begin{aligned} C_{11} \frac{d^3 u_0}{dx^3} - E_{11} \frac{d^4 w_0}{dx^4} + H_{11} \left( \frac{d^4 w_0}{dx^4} - \frac{d^3 \phi_0}{dx^3} \right) \\ - B_{11} \frac{d^3 u_0}{dx^3} \\ + D_{11} \frac{d^4 w_0}{dx^4} - E_{11} \left( \frac{d^4 w_0}{dx^4} - \frac{d^3 \phi_0}{dx^3} \right) \\ - A_{55} \left( \frac{d^2 w_0}{dx^2} - \frac{d\phi_0}{dx} \right) + K_w w_0 - K_s \frac{d^2 \phi_0 w_0}{dx^2} - q = 0 \end{aligned}$$

که در آن  $A_{11}, A_{11}, A_{11}, A_{11}, A_{11}, A_{11}, A_{11}, A_{11}$  ضرایب مربوط به سفتی تیر هستند و در منبع *واتاناساکولپونگ و آنگهاکورن* [13] آمده است.  $K_w$  و  $K_s$  ثابت‌های فنر وینکلر و لایه برشی هستند که طبق روابط ۱۹ به دست می‌آیند.

$$K_w = \beta_w A_{110} / L^2 \quad (۱۹)$$

$$K_s = \beta_s A_{110}$$

که در آنها  $\beta_w$  و  $\beta_s$  ضرایب ثابت فنرهای مربوطه هستند. همچنین  $A_{110}$  سفتی کششی یا مقدار  $A_{11}$  مربوط به تیر ساخته شده از جنس ماده ماتریس است.

معادلات حاکم بر اساس تئوری تغییر شکل برشی کلی که در رابطه ۱۸ ارایه شد را می‌توان به صورت تحلیلی برای خمش تیر حل کرد. برای تیر با تکیه‌گاه ساده، حل ناوبر می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. توابع مجاز به صورت سری‌های مثلثاتی که شرایط مرزی را ارضا کنند، طبق رابطه ۲۰ بیان می‌شوند.

$$\begin{aligned} u_0(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos \alpha x \\ \phi_0(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n \cos \alpha x \quad (۲۰) \end{aligned}$$

$$w_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n \cos \alpha x$$

که در آنها  $U_n, \Phi_n, W_n$  پارامترهای مجهول هستند. برای تحلیل خمش، بار عرضی ( $q$ ) طبق رابطه ۲۱ بیان می‌شود.

$$q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \sin \alpha x \quad (۲۱)$$

که در آن  $Q_n$  مقدار بار است که طبق رابطه ۲۲ محاسبه می‌شود.

$$Q_n = \frac{2}{L} \int_0^L q(x) \sin \alpha x dx \quad (۲۲)$$

با جای‌گذاری روابط جابه‌جایی ۲۰ و تابع بار عرضی ۲۱ در معادلات حرکت ۱۸ می‌توان پارامترهای مجهول در رابطه ۲۰ را طبق رابطه ۲۳ به دست آورد.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_n \\ \Phi_n \\ W_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Q_n \end{Bmatrix} \quad (۲۳)$$

که در آن درایه‌های ماتریس رابطه ۲۴ به شکل زیر هستند:

$\gamma$  پارامتر تغییر شکل هسته بوده که یک ویژگی ساختار ساندویچی است و با یک روند تکراری به دست می‌آید. به این صورت که با در نظر گرفتن مقدار اولیه برای  $\gamma$ ، مقادیر  $k_1$  و  $k_2$  طبق رابطه ۳۵ محاسبه می‌شوند. سپس مقدار  $\gamma$  از رابطه ۳۶ و خیزی که در مرحله قبل پیدا شد، به دست می‌آید. این روند ادامه پیدا می‌کند تا اختلاف مقدار حدس زده شده و به دست آمده از یک مقدار مشخصی کمتر شود. حل کلی رابطه ۳۴ به صورت زیر است [7]:

$$w(x) = \frac{P}{2D_f(s_1 - s_2)} \left( \frac{e^{-\sqrt{s_2 x}}}{\sqrt{s_2}} - \frac{e^{-\sqrt{s_1 x}}}{\sqrt{s_1}} \right) \quad (42)$$

$$s_1 = \frac{k_1 - \sqrt{k_1^2 - 4k_2 D_f}}{2D_f} \quad s_2 = \frac{k_1 + \sqrt{k_1^2 - 4k_2 D_f}}{2D_f}$$

### ۳- ساخت نمونه‌ها

در این پژوهش، برای بررسی تجربی رفتار تورفتگی ساختارهای ساندویچی، ابتدا به طور جداگانه رویه و هسته آنها مورد بررسی قرار گرفته است. سپس با ساخت نمونه‌های ساندویچی، رفتار تورفتگی این ساختارها بررسی شده است. جنس هسته استفاده شده در این تحقیق، فوم پلی‌یورتان است. رویه‌ها نیز کامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چنددیواره با زمینه رزین اپوکسی هستند.

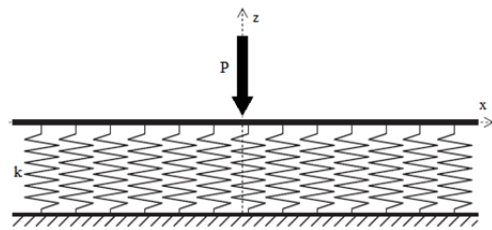
در اینجا از رزین اپوکسی RL440/HY441 با چگالی ۱/۱g/cm<sup>3</sup> استفاده شده است. همچنین نانولوله کربنی چنددیواره با قطر داخلی ۱۰-۱۵nm، قطر خارجی ۲۰-۱۰۰nm، طول ۳۰-۱۰۰μm و چگالی ۲/۱g/cm<sup>3</sup> مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

برای بررسی تاثیر میزان نانولوله‌های کربنی در رفتار الاستیک کامپوزیت، سه کسر جرمی متفاوت ۰/۵، ۰/۳ و ۰/۱ در ساخت کامپوزیت‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از مهم‌ترین مسایل در ساخت کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی، پخش شدن و اختلاط نانولوله‌ها در داخل ماتریس است. برای مخلوط کردن نانولوله‌ها در اپوکسی، از حمام التراسونیک با توان ۱۰۰ وات استفاده شد.

پس از محاسبه وزن نمونه‌های اپوکسی خالص، میزان نانولوله کربنی به ازای درصد جرمی‌های مختلف محاسبه شد. رزین اپوکسی و نانولوله‌ها داخل بشر ریخته شدند و ابتدا به مدت یک ساعت داخل حمام التراسونیک قرار گرفتند. سپس به مدت ۱۵ دقیقه با همزن مکانیکی و مجدداً به مدت یک ساعت در دستگاه التراسونیک مخلوط شدند تا از پخش شدن مناسب آنها اطمینان حاصل شود. پس از اتمام این مدت زمان، مواد با هاردنر به نسبت ۱۵٪ ترکیب و داخل قالب‌های سیلیکونی ریخته شدند. نمونه‌های کامپوزیتی در ابتدا به مدت ۷۲ ساعت در دمای اتاق قرار گرفتند. سپس به منظور تسریع در انجام عملیات پخت، ۴ ساعت در دمای ۷۵°C قرار گرفتند.

برای انجام تست‌های تورفتگی، چهار نمونه از هر ساختار ساندویچی با کسر حجمی مختلف نانولوله کربنی در رویه کامپوزیتی با ابعاد ۳×۲×۲۰۰mm ساخته شد. همچنین چهار نمونه نیز با رویه اپوکسی خالص ساخته شد. هسته ساختارهای ساندویچی فوم پلی‌یورتان با ابعاد ۲۰×۳۰×۲۰۰mm است.

پس از بررسی چسب‌های مختلف، برای چسباندن رویه کامپوزیتی به هسته فوم از چسب همه‌کاره اوهو محصول شرکت اوهو



شکل ۴) تیر روی بستر الاستیک تک پارامتری وینکلر [7]

### ۴-۲ مدل ولاسوف

مهم‌ترین عیب مدل وینکلر مستقل بودن فنرها از یکدیگر است. اولین تخمین از سفتی فنرها باید توسط تست‌های تجربی انجام شود. برای در نظر گرفتن برش عمودی هسته، ولاسوف مدل بستری با دو پارامتر را با استفاده از یک روند پیوسته و براساس اصل تغییرات توسعه داد.

در اینجا فرض می‌شود که جابه‌جایی عمودی در هسته، حاصل از جابه‌جایی صفحه رویه  $w(x)$  با تابع شکل مناسب  $\phi(z)$  باشد. از جابه‌جایی افقی هسته صرف نظر شده است  $(u(x, z) = 0)$ . بنابراین می‌توان رابطه ۳۲ را برای جابه‌جایی بیان کرد.

$$v(x, z) = w(x)\phi(z) \quad \phi(0) = 1 \quad \text{و} \quad \phi(-t_c) = 0 \quad (32)$$

با استفاده از روابط کرنش-جابه‌جایی و روابط ۳۲، انرژی کرنشی بر حسب تابع  $\phi(z)$  و خیز به شکل رابطه ۳۳ به دست می‌آید.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} D_f \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-L_c}^0 b \left( \frac{E_c(1-\nu_c)}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} w^2(x) \times \left( \frac{d\phi}{dz} \right)^2 + \frac{E_c}{2(1+\nu_c)} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \phi^2(z) \right) dz dx \quad (33)$$

با مینیمم کردن تابع انرژی نسبت به  $w$ ، معادله حاکم برای سیستم رویه/هسته به دست می‌آید.

$$D_f \frac{d^4 w}{dx^4} - k_1 \frac{d^2 w}{dx^2} + k_2 w = 0 \quad (34)$$

که در آن

$$k_1 = \frac{E_c b}{2(1+\nu_c)} \int_{-t_c}^0 \phi^2 dz \quad (35)$$

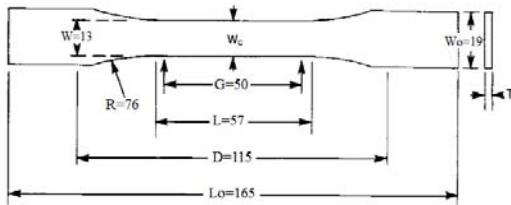
$$k_2 = \frac{E_c b(1-\nu_c)}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} \int_{-t_c}^0 \left( \frac{d\phi}{dz} \right)^2 dz$$

با توجه به یک مرجع [26]، رابطه تابع شکل با مینیمم کردن انرژی کرنشی نسبت به  $\phi$  به دست می‌آید.

$$\phi(z) = \frac{\sinh(\gamma(1-z/H))}{\sinh \gamma} \quad (36)$$

$$\gamma^2 = t_c^2 \frac{(1-2\nu_c) \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx}{2(1-\nu_c) \int_{-\infty}^{+\infty} w^2 dx}$$

از اتمام بارگذاری و باربرداری، مقداری کرنش باقیمانده ناشی از رفتار پلاستیک در نمونه تیر ساندویچی مشاهده می‌شود.



شکل ۵) ابعاد استاندارد نمونه تست کشش [27]



شکل ۶) ساختار ساندویچی حین تست تورفتگی

#### ۵- مدل‌سازی المان محدود

برای مدل‌سازی از نرم‌افزار آباکوس استفاده و مدل‌سازی به صورت دو بُعدی انجام شده است. برای بیان ماده رویه و هسته، چگالی ماده و نیز خواص الاستیک آن مورد نیاز بوده که خواص الاستیک نیز شامل مدول یانگ و ضریب پواسون ماده است. چگالی فوم پلی‌یورتان  $38/2 \text{ kg/m}^3$  بوده و مدول یانگ آن با توجه به تست فشار  $4/2875 \text{ MPa}$  لحاظ شده است. رفتار تورفتگی ساختار ساندویچی در یک مرحله مدل‌سازی شده است. برای سطح چسبندگی مدل چسب لحاظ نشده و از چسبندگی ایده‌آل به کمک ابزار Tie برای مدل‌کردن چسبندگی رویه به هسته استفاده شده است.

#### ۶- نتایج

##### ۶-۱- محاسبه مدول الاستیک الیاف معادل و کامپوزیت

خواص الیاف معادل برای نانولوله‌های کربنی تک‌دیواره با بردارهای کایرال مختلف با استفاده از تئوری موری- تاناکا مورد بررسی قرار گرفته است. خواص نانولوله‌های کربنی طبق یک منبع [28] در محاسبات مورد استفاده قرار گرفته‌اند. به ازای کسر حجمی  $V_{EF}=0/11$ ، مقدار ضرایب بازدهی که با استفاده از روش دینامیک مولکولی به دست آمده‌اند، عبارت از  $\eta_1=0/149$  و  $\eta_2=\eta_3=0/934$  هستند [15].

به طور کلی با توجه به نتایج به دست آمده در جدول ۱ می‌توان دید که مدول یانگ برای نانولوله‌های آرمچر بیشتر از نانولوله‌های زیگزاگ است. مدول الاستیک و ضریب پواسون ماتریس پلیمری به ترتیب عبارت از  $E_m=2/1 \text{ GPa}$  و  $\nu_m=0/34$  هستند. خواص الیاف با استفاده از این خواص محاسبه شده و در جدول ۲ آمده است.

مدول الاستیک و نسبت پواسون به دست آمده برای کامپوزیت پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک‌دیواره با کسر حجمی  $0/11$  که به صورت تصادفی داخل ماتریس پراکنده‌اند با استفاده از تئوری موری- تاناکا بر حسب ثوابت هیل مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج به دست آمده برای نانولوله‌های مختلف در جدول ۲ بیان شده است. خواص مکانیکی کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های

جی‌ام‌بی‌اچ آلمان استفاده شده است. این چسب دارای ویسکوزیته پایین (۳۰۰۰ پواز) و استحکام کششی آن ۷۰۰ نیوتن بر سانتی‌متر مربع است. پس از آغشته کردن سطح رویی فوم و سطح کامپوزیت، دو سطح روی هم و به مدت ۷۲ ساعت تحت فشار  $0/6$  کیلوپاسکال قرار گرفتند.

#### ۴- تست تجربی

برای بررسی رفتار تورفتگی ساختار ساندویچی و اثر میزان نانولوله‌های کربنی در آن تست تورفتگی انجام شده است. برای مطالعه این رفتار، خواص رویه و هسته مورد نیاز است. خواص فوم پلی‌یورتان توسط تست فشار فوم و خواص اپوکسی خالص و همچنین اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از تست کشش به دست می‌آیند. نحوه انجام این تست‌ها در ادامه بیان شده است.

##### ۴-۱- تست فشار فوم

به منظور به دست آوردن مدول الاستیک فوم پلی‌یورتان، تست فشار فوم طبق استاندارد ASTM C365 روی این فوم انجام می‌گیرد. با این روش تست می‌توان استحکام و مدول فشاری هسته را به دست آورد.

استحکام و مدول فشاری صفحه‌ای، خواص مکانیکی اصلی هسته‌های ساندویچ هستند که در طراحی پل‌های ساندویچی مورد مطالعه قرار می‌گیرند. مقدار تغییر شکل با انجام تست فشار به دست می‌آید و با استفاده از منحنی نیرو- تغییر شکل، محاسبه تنش فشاری و همچنین محاسبه مدول موثر هسته امکان‌پذیر است.

نمونه‌های فوم پلی‌یورتان به صورت مکعب‌هایی با ابعاد  $30 \text{ mm}$  هستند و روی فک پایینی دستگاه تست قرار گرفتند که به صورت بستر صلب است. فک بالای دستگاه با سرعت  $5 \text{ mm/min}$  به میزان  $10 \text{ mm}$  پیشروی کرد و میزان نیروی دستگاه در جابه‌جایی یکنواخت اندازه‌گیری شد. نمودار تنش- کرنش تست فشار فوم با استفاده از نمودار نیرو- جابه‌جایی داده شده توسط دستگاه به دست می‌آید. با توجه به شیب نمودار در ناحیه تغییر شکل الاستیک، مدول یانگ فوم پلی‌یورتان نیز به دست می‌آید.

با انجام تست فشار و محاسبه شیب نمودار تنش- کرنش به دست آمده، مقدار مدول الاستیک برای فوم پلی‌یورتان  $4/2875 \text{ MPa}$  به دست می‌آید.

##### ۴-۲- تست کشش کامپوزیت

تست کشش نمونه‌های کامپوزیتی طبق استاندارد تست کشش ASTM D638 انجام می‌شود که مربوط به به دست آوردن خواص کششی پلاستیک بوده و ابعاد نمونه تست در شکل ۵ نشان داده شده است [27].

ضخامت نمونه باید  $3 \pm 0/4 \text{ mm}$  باشد. برای انجام تست کشش، نمونه‌ها بین دو فک دستگاه کاملاً ثابت می‌شوند و یک اکستنسومتر به طول گیج نمونه متصل می‌شود تا میزان تغییر طول نمونه را تا مرحله شکست اندازه‌گیری کند.

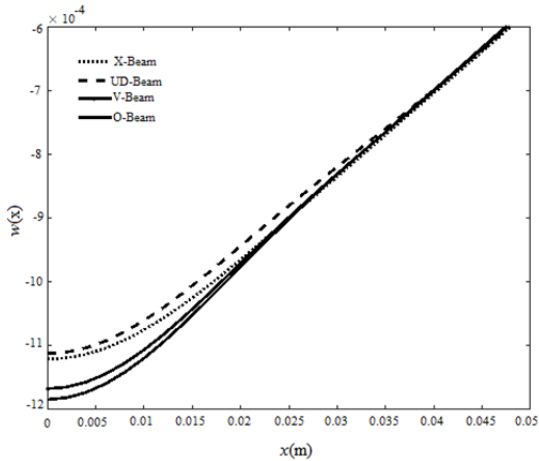
##### ۴-۳- تست تورفتگی ساختار ساندویچی

برای انجام تست تورفتگی ساختارهای ساندویچی، نمونه‌های ساندویچی به صورت شکل ۶ بین دو فک دستگاه قرار گرفتند. فک پایین دستگاه به صورت بستر صلب است و فک بالای آن با سرعت ثابت به پایین حرکت می‌کند.

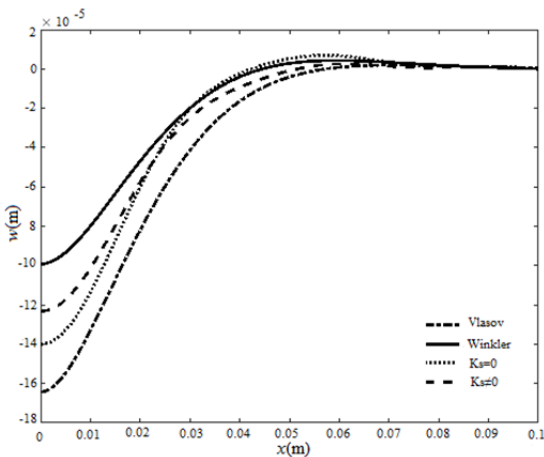
تیرهای ساندویچی به میزان  $10 \text{ mm}$  با سرعت ثابت  $5 \text{ mm/min}$  تحت بارگذاری تورفتگی و در ادامه تحت باربرداری قرار گرفتند. پس



الاستیک خطی و مستقل از یکدیگر هستند. بنابراین رفتار فوم را در دور از نقطه بارگذاری به خوبی پیش‌بینی نمی‌کنند. تئوری و لاسوف، رفتار هسته را توسط دو پارامتر بیان می‌کند و با استفاده از این دو پارامتر، برش عمودی هسته را در نظر می‌گیرد. در این دو تئوری، برای مدول الاستیک رویه، تنها مدول طولی در نظر گرفته شده است.



نمودار (۱) خیز در طول تیر برای حالت‌های مختلف رویه کامپوزیتی



نمودار (۲) مقایسه تئوری وینکلر، لاسوف و تغییر شکل برشی برای تیر با توزیع UD

در تئوری‌های مختلف برشی تیر، رویه به صورت تیر کامپوزیتی شامل مدول الاستیک طولی و عرضی و همچنین مدول برشی است. بنابراین اثرات برش رویه ساختار ساندویچی لحاظ شده است. هسته نیز به صورت بستر پسترنک در نظر گرفته شده که شامل دو پارامتر خطی و برشی است. در تئوری‌های برشی مختلف به دلیل این که اثرات تغییر شکل برشی در رویه کامپوزیتی نیز در محاسبه خیز در نظر گرفته می‌شود، مقدار خیز پیش‌بینی شده توسط این حل، کمتر از تئوری‌های لاسوف و وینکلر است. همچنین با توجه به نمودار ۲ می‌توان دید که با صرف نظر کردن از اثرات برشی بستر الاستیک ( $K_s=0$ )، مقدار خیز پیش‌بینی شده افزایش می‌یابد. تغییرات مقدار تورفتگی تیر ساندویچی به ازای تغییر ثابت برشی بستر پسترنک ( $K_s$ ) در نمودار ۳ نشان داده شده است. در نمودار ۳، ثابت فنرهای خطی بستر پسترنک ( $K_W$ ) ثابت و برابر با  $10^4$  در نظر گرفته شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، با افزایش ثابت برشی، مقدار تورفتگی تیر ساندویچی کاهش می‌یابد. هر چه

کربنی با توزیع تصادفی، با درصد حجمی‌های مختلف نانولوله‌های (۱۰،۱۰) نیز در جدول ۳ نشان داده شده است. همان طور که انتظار می‌رفت، با توجه به جدول ۳، با افزایش کسر حجمی الیاف در کامپوزیت، مدول الاستیک کامپوزیت افزایش می‌یابد.

جدول (۱) خواص الاستیک الیاف معادل

خواص	(۱۷،۰)	(۱۲،۱۲)	(۱۰،۱۰)	(۲۱،۰)
$E_L$ (GPa)	۸۹۶/۹۱۸۲	۱۲۷۲/۳۰	۱۲۹۹/۱	۸۷۶/۱۹۳۶
$E_T$ (GPa)	۴/۴۸۸۴	۴/۴۹۰۸	۴/۴۹۰۸	۴/۴۸۸۵
$G_L$ (GPa)	۱/۶۷۵۲	۱/۶۷۵۵	۱/۶۷۵۵	۱/۶۷۵۲

جدول (۲) خواص الاستیک کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی‌های مختلف

نانولوله کربنی	$E$ (GPa)	$\nu$
(۱۰،۱۰)	۲۶/۸۶۱۹	۰/۲۴۸۳
(۱۲،۱۲)	۲۶/۳۵۳۴	۰/۲۴۸۴
(۱۷،۰)	۱۹/۲۴۰۶	۰/۲۴۵۵
(۲۱،۰)	۱۸/۸۴۷۹	۰/۲۴۵۰

جدول (۳) خواص الاستیک کامپوزیت تقویت شده با نانولوله با درصد‌های حجمی مختلف

کسر حجمی	$E$ (GPa)	$\nu$
۰/۱۷	۲۸/۸۲۸۹	۰/۲۵۰۰
۰/۱۴	۲۷/۱۶۴۸	۰/۲۴۲۰
۰/۱۱	۲۶/۸۶۱۹	۰/۲۴۸۳

## ۶-۲- بررسی تیر ساندویچی با رویه کامپوزیتی تقویت شده با تغییرات تابعی

حال، تورفتگی ساختارهای ساندویچی مورد بررسی قرار می‌گیرد که دارای رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با تغییرات تابعی هستند. رویه‌های کامپوزیتی با تغییرات تابعی می‌توانند دارای آرایش‌های مختلفی باشند. خیز تیر ساندویچی با تغییرات تابعی مختلف در راستای ضخامت تیر، با استفاده از اصل کار مجازی و حل نویر توسط تئوری برشی مرتبه بالا به دست آمده و در نمودار ۱ رسم شده است.

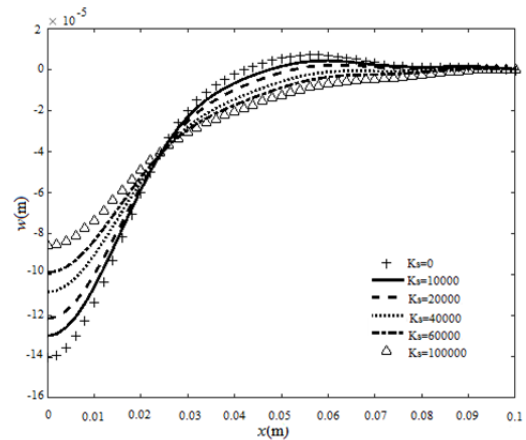
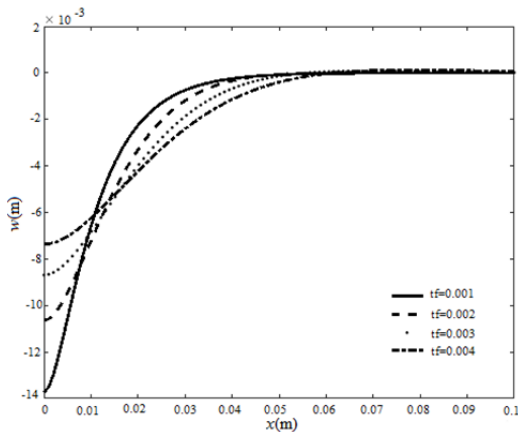
با توجه به نمودار ۱، به ازای مقدار نیروی مشخص، جابه‌جایی تیر O بیش از سایر حالت‌ها است. این امر می‌تواند به دلیل پراکندگی بیشتر نانولوله‌ها در مرکز تیر و کمتر شدن پراکندگی نانولوله‌های کربنی در بالا و پایین صفحات رویه باشد. در آرایش O میزان نانولوله‌های کربنی روی صفحه میانی دارای بیشترین مقدار است و با دور شدن از صفحه میانی، میزان کسر حجمی نانولوله‌ها کاهش می‌یابد. همین امر باعث می‌شود در لایه‌های دور از صفحه میانی، استحکام خمشی، کمتر و در نتیجه مقدار خیز بیشتر شود. تیر با آرایش X نیز چون کمترین درصد حجمی را در صفحه میانی و بیشترین کسر حجمی را در دورترین فاصله از صفحه میانی دارد، مقدار خیز به ازای نیروی مشخص، کمتر از سایر حالت‌ها است.

در این قسمت خیز به دست آمده برای تیر ساندویچی با رویه کامپوزیتی که نانولوله‌ها به صورت یکنواخت پراکنده‌اند، توسط تئوری و لاسوف و وینکلر و همچنین تئوری‌های برشی تیر که مقدار سفتی برشی فنرهای بستر الاستیک برابر با صفر و همچنین مخالف صفر فرض شده است، با یکدیگر مقایسه شده‌اند (نمودار ۲).

همان طور که در نمودار ۲ مشاهده می‌شود، مقدار خیز پیش‌بینی شده توسط تئوری و لاسوف کمتر از تئوری وینکلر است. همچنین می‌توان دید که دو تئوری و لاسوف و وینکلر مقدار خیز را بیشتر از تئوری‌های برشی تیر بیان می‌کنند. در تئوری وینکلر، فنرهایی که برای مدل‌سازی بستر الاستیک در نظر گرفته شده‌اند،

کاهش می‌یابد. همان طور که در این نمودار دیده می‌شود، بر خلاف تغییرات ضخامت رویه که در آن شیب نمودار به دلیل تغییر مقاومت خمشی رویه، دچار تغییر می‌شد، در تغییر ضریب پواسون هسته، شیب و تغییرات خیز تقریباً ثابت بوده و تنها مقدار آن دچار تغییر شده و نسبت تغییرات با فاصله از مرکز تیر ثابت است. نمودار تورفتگی تیر ساندویچی به‌ازای مدول الاستیک مختلف هسته به دست آمده و در نمودار ۶ نشان داده شده است. با توجه به این نمودار، مقدار تورفتگی تیر ساندویچی، با افزایش مدول الاستیک هسته کاهش می‌یابد. با افزایش مدول، بستر الاستیک در برابر خمش رویه، مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد و در نتیجه خیز رویه به‌ازای نیروی ثابت، کمتر می‌شود.

مقدار  $K_S$  بیشتر شود، سفتی فنرهای برشی بستر بیشتر می‌شود و مقاومت بیشتری در برش از خود نشان می‌دهند. در نتیجه در مقدار نیروی ثابت، با افزایش سفتی فنرهای برشی بستر الاستیک، مقدار خیز رویه کاهش می‌یابد.

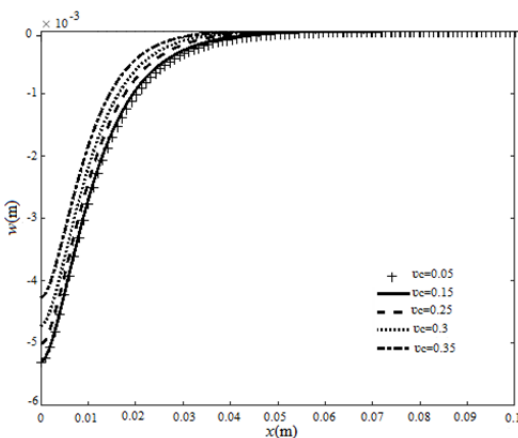


نمودار ۳) تغییرات خیز رویه کامپوزیتی با تغییر ثابت برشی بستر پسترنک

نمودار ۴) تورفتگی تیر ساندویچی به‌ازای ضخامت‌های مختلف رویه

### ۳-۶- مطالعه پارامتریک توسط مدل ولاسوف

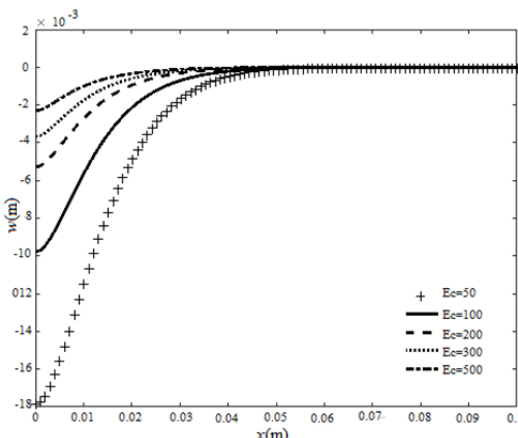
در این قسمت، اثر پارامترهای مختلف روی خیز تیر ساندویچی توسط مدل ولاسوف مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این محاسبات، تیر ساندویچی دارای رویه کامپوزیتی FG با توزیع نانولوله‌ها به شکل O است. ضخامت رویه، طول و عرض تیر به ترتیب ۱، ۳۰۰ و ۲۰mm در نظر گرفته شده است.



در ابتدا اثر تغییر ضخامت هسته در میزان تورفتگی تیر ساندویچی مطالعه می‌شود. مدل ولاسوف دارای یک روند حل تکراری است که با فرض مقدار اولیه برای  $\gamma$ ، ثابت‌های بستر ولاسوف محاسبه می‌شود و خیز تیر به دست می‌آید. با جای‌گذاری رابطه خیز در رابطه  $\gamma$ ، مقدار ثانویه به دست می‌آید. با تکرار روند، مقدار در نظر گرفته شده برای  $\gamma$  با مقدار محاسبه شده برابر می‌شود. با تغییر هندسه و ضخامت رویه و هسته، مقدار  $\gamma$  تغییر می‌کند.

نمودار ۵) تورفتگی تیر ساندویچی به‌ازای نسبت پواسون‌های مختلف هسته

در نمودار ۴، اثر تغییر ضخامت رویه در میزان تورفتگی تیر ساندویچی به‌ازای نیروی ثابت با استفاده از مدل ولاسوف نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، با افزایش ضخامت رویه، خیز تیر کاهش می‌یابد. هر چه ضخامت تیر رویه بیشتر باشد، مقاومت آن نیز در برابر خمش، بیشتر و میزان تورفتگی تیر ساندویچی کمتر می‌شود.



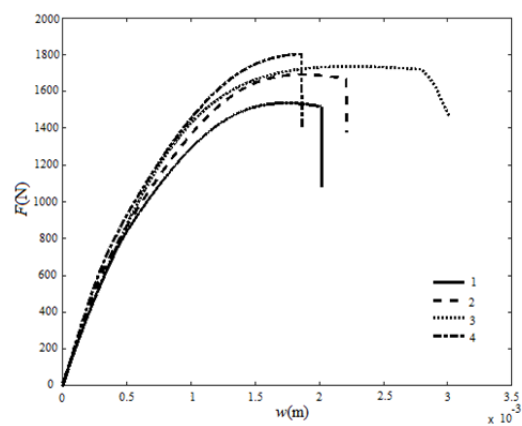
همچنین با کاهش ضخامت، رویه تغییرات خیز در اطراف ناحیه تحت فشار با نرخ بیشتری همراه است. بدین معنی که به دلیل مقاومت کم رویه، نقطه زیر فرورونده به شدت دچار لهیدگی می‌شود و اثر آن کمتر به نقاط مجاور منتقل می‌شود. برای مثال می‌توان مشاهده نمود که به‌ازای ضخامت یک میلی‌متر رویه، خیز تقریباً تا فاصله ۳۰ میلی‌متری از رویه تحت تاثیر قرار گرفته است. با افزایش ضخامت رویه، مقاومت خمشی آن نقش پررنگ‌تری را ایفا و نیرو و خیز وارده را به نقاط مجاور منتقل می‌کند.

نمودار ۶) تورفتگی تیر ساندویچی به‌ازای مدول الاستیک‌های مختلف هسته

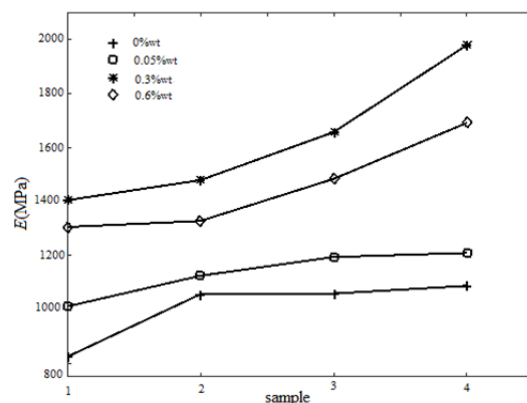
حال اثر مقدار نسبت پواسون هسته انعطاف‌پذیر در میزان تورفتگی تیر ساندویچی مورد بررسی قرار می‌گیرد (نمودار ۵). در نمودار ۵، با افزایش نسبت پواسون، خیز رویه کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش نسبت پواسون، نسبت کرنش عرضی به طولی در هسته افزایش می‌یابد و این دو مقدار به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند. در نتیجه مقاومت هسته در برابر خمش، افزایش و تورفتگی تیر ساندویچی

برای به دست آوردن خواص رویه کامپوزیتی، تست کشش طبق استاندارد ASTM D638 انجام شده و نمودارهای نیرو بر حسب جابه‌جایی به دست آمده است. با استفاده از این نمودارها، مدول یانگ برای کامپوزیت‌ها با کسر جرمی‌های مختلف نانولوله کربنی و همچنین برای اپوکسی خالص محاسبه شد. نمودار نیرو- جابه‌جایی به دست آمده از تست کشش به عنوان نمونه برای اپوکسی تقویت شده با ۰/۰۵٪ نانولوله کربنی برای چهار نمونه مختلف در نمودار ۷ نشان داده شده است.

نمودار نیرو- جابه‌جایی برای سایر کسر جرمی‌های نانولوله‌ها نیز به دست آمده است. نتایج حاصل از این آزمایش‌ها در نمودار ۸ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، مقدار مدول الاستیک به دست آمده از تست‌های کشش، برای اپوکسی خالص، کمترین مقدار است. با افزایش کسر جرمی نانولوله‌ها تا ۰/۳٪ میانگین مدول الاستیک افزایش می‌یابد، ولی در کسر جرمی ۰/۶٪، به دلیل این که نانولوله‌ها به طور کامل در رزین اپوکسی مخلوط نشده‌اند و مقداری از نانولوله‌ها به یکدیگر چسبیده و باعث ایجاد حباب‌های حاوی نانولوله شده‌اند، مدول الاستیک کامپوزیت افت کرده است.



نمودار ۷) نمودار تست کشش برای کامپوزیت حاوی ۰/۰۵٪wt نانولوله کربنی



نمودار ۸) مقدار مدول الاستیک برای کسر جرمی‌های مختلف نانولوله کربنی

به طور کلی می‌توان گفت که افزودن نانولوله به رزین اپوکسی تا کسر جرمی ۰/۳٪ باعث بهبود رفتار "کششی" کامپوزیت شده است. افزودن کسر جرمی‌های بالاتر از ۰/۳٪ نیز ممکن است باعث بهبود خواص کششی کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی شود.

این امر مستلزم استفاده از تجهیزات التراسونیک با توان نسبتاً بالاتری است تا عملیات پخش شدن نانولوله در درون رزین بهبود یابد. با این حال، در این تحقیق به دلیل استفاده از تجهیز التراسونیک با توان پایین، احتمال کلوخیدگی به‌ازای این میزان بالاتر رفته است که می‌تواند عامل افت خواص باشد.

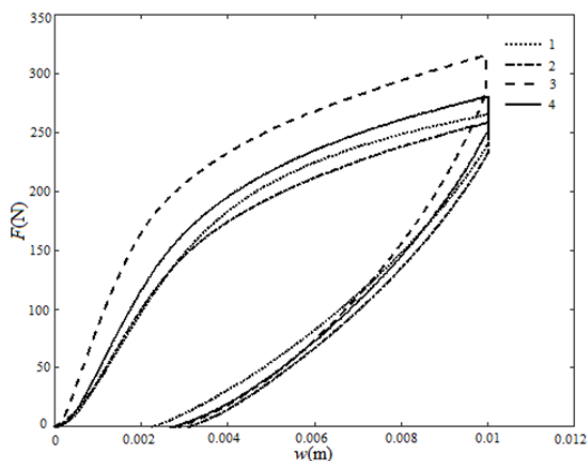
۴-۶-۲- تست تورفتگی

نتایج حاصل از تست‌های تورفتگی ساختارهای ساندویچی برای کسر جرمی ۰/۰۵٪ نانولوله‌ها در نمودار ۹ نشان داده شده است. نمودار ۹، منحنی نیرو- تورفتگی نمونه‌های تیر ساندویچی را نشان می‌دهد. در ابتدا که میزان تورفتگی‌ها کوچک بوده، پاسخ نیرو- تورفتگی خطی است. این رفتار تا شروع تغییر شکل پلاستیک (له‌شدن هسته فومی) ادامه می‌یابد. با یک نزول پیوسته سریع سفتی، منحنی غیرخطی می‌شود.

انتشار صدا (صدای ترک‌ها) که در مقادیر بالای تورفتگی مشاهده می‌شود، به دلیل شروع آسیب محلی در صفحه رویه در مجاورت خط تورفتگی است. پاسخ نیرو- جابه‌جایی نمونه تیر در مرحله برداشتن بارگذاری، رفتار غیرخطی کمتری در مقایسه با مرحله بارگذاری دارد. نتایج به دست آمده از تئوری و لاسوف، وینکلر و نتایج حاصل از مدل‌سازی آباکوس در نمودار ۱۰ نشان داده شده است. طبق این نمودار، مدل المان محدود با نتایج حاصل از تئوری و لاسوف و وینکلر انطباق خوبی را نشان می‌دهد. خیز حاصل از حل المان محدود در نقطه زیر بار میانگین دو تئوری را نتیجه داده و با دور شدن از آن به تئوری وینکلر نزدیک‌تر می‌شود.

در نهایت نتایج به دست آمده از تئوری‌های و لاسوف و وینکلر و همچنین نتایج حاصل از چهار نمونه ساختار ساندویچی با رویه کامپوزیتی حاوی ۰/۰۵٪ نانولوله کربنی در نمودار ۱۱ نشان داده شده است. با توجه به نمودار ۱۱، در نیروی یکسان، مدل وینکلر به دلیل فرض فنرهای خطی، تنها مقاومت خطی بستر الاستیک را در نظر می‌گیرد و از مقاومت برشی صرف نظر می‌کند. در نتیجه مقدار خیز به دست آمده با استفاده از تئوری وینکلر، بیشتر از و لاسوف خواهد بود.

این نمودار نشان می‌دهد که نتایج حاصل از حل تئوری و تست تجربی تطابق خوبی با یکدیگر دارند. همچنین می‌توان مشاهده نمود که نتایج تجربی به مدل و لاسوف نزدیک‌تر است و مدل و لاسوف رفتار تورفتگی تیر ساندویچی را به صورت بهتری در ناحیه خطی مدل می‌کند.



نمودار ۹) تورفتگی تیر ساندویچی رویه کامپوزیتی با ۰/۰۵٪wt نانولوله کربنی

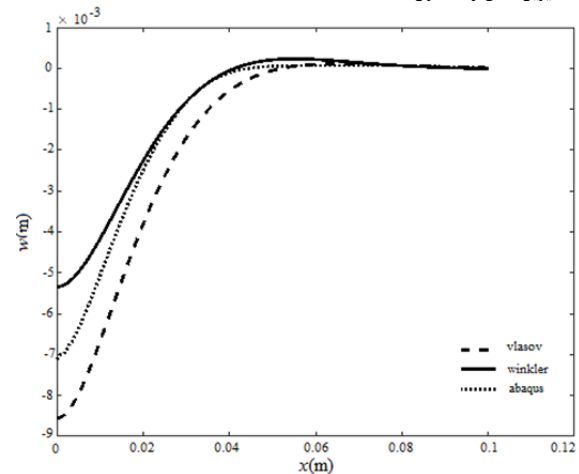
**تشکر و قدردانی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.  
**تاییدیه اخلاقی:** این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده است. همچنین برای بررسی یا چاپ به نشریه دیگری ارسال نشده است. ضمناً محتویات علمی مقاله حاصل فعالیت علمی نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسندگان است.

**تعارض منافع:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.  
**سهم نویسندگان:** شیرین آدمی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۶۰٪); امید رحمانی (نویسنده دوم)، روش‌شناس/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۲۵٪); پرویز قاسمی (نویسنده سوم)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر کمکی (۱۵٪)

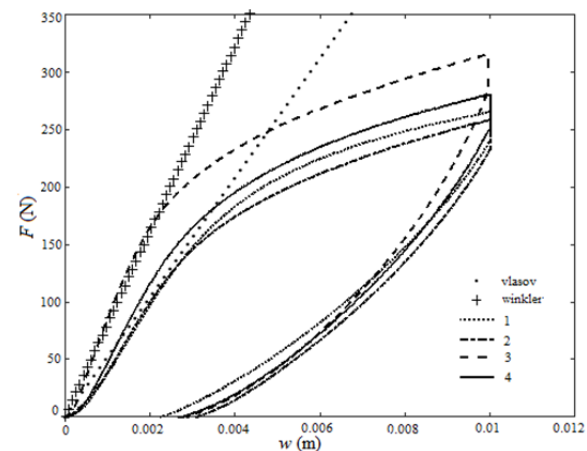
**منابع مالی:** بخشی از هزینه‌ها از محل حمایت دانشکده مهندسی دانشگاه زنجان از پایان‌نامه‌های تحصیلات تکمیلی انجام پذیرفته است.

### منابع

- 1- Rizov VI. Non-linear indentation behavior of foam core sandwich composite materials-A 2D approach. Computational Materials Science. 2006;35(2):107-115.
- 2- Meyer-Piening HR. Remarks on higher order sandwich stress and deflection analyses. In: Olsson KA, Reichard RP. Sandwich Constructions I. Warrington: Engineering Materials Advisory Services; 1989. p. 107-127.
- 3- Soden PD. Indentation of composite sandwich beams. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 1996;31(5):353-360.
- 4- Shuaeib FM, Soden PD. Indentation failure of composite sandwich beams. Composites Science and Technology. 1997;57(9-10):1249-1259.
- 5- Zingone G. Limit analysis of a beam in bending immersed in an elastoplastic medium. Meccanica. 1968;3(1):48-56.
- 6- Zenkert D, Shipsha A, Persson K. Static indentation and unloading response of sandwich beams. Composites Part B Engineering. 2004;35(6-8):511-522.
- 7- Navarro P, Abrate S, Aubry J, Marguet S, Ferrero JF. Analytical modeling of indentation of composite sandwich beam. Composite Structures. 2013;100:79-88.
- 8- Saadati M, Sadighi M. Indentation in lightweight composite sandwich beams. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering. 2009;223(6):825-835.
- 9- Dariushi S, Sadighi M. Analysis of composite sandwich beam with enhanced nonlinear high order sandwich panel theory. Modares Mechanical Engineering. 2015;14(16):1-8. [Persian]
- 10- Taheri-Behrooz F, Mansouri Nik M. Experimental and numerical analysis of sandwich composite beams under four-point bending. Modares Mechanical Engineering. 2017;17(1):241-252. [Persian]
- 11- yazdani M, Ghassemi A, Hedatati M. Bending analysis of composite sandwich plates using generalized differential quadrature method based on FSDT. Journal of Simulation and Analysis of Novel Technologies in Mechanical Engineering. 2013;6(1):47-62. [Persian]
- 12- Manalo AC, Aravinthan T, Karunasena W, Islam MM. Flexural behaviour of structural fibre composite sandwich beams in flatwise and edgewise positions. Composite Structures. 2010;92(4):984-995.
- 13- Wattanasakulpong N, Ungbhakorn V. Analytical solutions for bending, buckling and vibration responses



نمودار ۱۰) مقایسه میزان تورفتگی توسط تئوری ولاسوف، وینکلر و آباکوس



نمودار ۱۱) مقایسه نتایج روش‌های مختلف برای تورفتگی تیر ساندویچی

### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، رفتار تورفتگی تیرهای ساندویچی با استفاده از تئوری‌های مختلف و انجام آزمایش‌های تجربی مورد مطالعه قرار گرفته است. در تئوری‌های ولاسوف و وینکلر، عمده تمرکز روی مدل‌سازی خواص مربوط به بستر الاستیک (هسته فوم) بوده، در حالی که در بررسی تورفتگی با استفاده از تئوری‌های برشی تیر، اثر خواص و رفتار تیر کامپوزیتی روی تورفتگی تیر ساندویچی مورد مطالعه قرار گرفته است.

تئوری ولاسوف به دلیل در نظر گرفتن رفتار برشی هسته انعطاف‌پذیر، مقدار تورفتگی تیر ساندویچی را بیشتر از تئوری وینکلر پیش‌بینی می‌کند. تئوری‌های برشی، تیر رویه کامپوزیتی را به صورت یک ماده ارتوتروپیک در نظر می‌گیرند که دارای خواص متفاوت در جهت الیاف و عمود بر الیاف است. از این رو تئوری‌های برشی تیر، مقدار تورفتگی در ساختارهای ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی با تغییرات تابعی نانولوله‌های کربنی را کمتر از تئوری‌های وینکلر و ولاسوف پیش‌بینی می‌کنند. بدین علت که در این دو تئوری، تنها مدول طولی تیر کامپوزیتی در نظر گرفته شده است.

افزودن نانولوله‌های کربنی به رزین اپوکسی باعث بالارفتن مدول کششی آن می‌شود. ولی این بهبود خواص کششی، میان نمونه‌های بررسی‌شده تا کسر جرمی ۳/۰٪ اتفاق می‌افتد. یکی از دلایلی که سبب افت خواص کششی با افزودن بیش از ۳/۰٪ نانولوله کربنی به رزین اپوکسی می‌شود، مخلوط‌نشدن کامل و کلوخیدگی نانولوله‌ها داخل رزین است.

Berlin: Springer; 2014.

21- Mura T. Micromechanics of defects in solids. Volume 3. 2<sup>nd</sup> Edition. Leiden: Martinus Nijhoff Publishers;1987.

22- Shi DL, Feng XQ, Huang YY, Hwang KC, Gao H. The effect of nanotube waviness and agglomeration on the elastic property of carbon nanotube-reinforced composites. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 2004;126(3):250-257.

23- Yas MH, Heshmati M. Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotube under the action of moving load. *Applied Mathematical Modelling*. 2012;36(4):1371-1394.

24- Wang ZX, Xu J, Qiao P. Nonlinear low-velocity impact analysis of temperature-dependent nanotube-reinforced composite plates. *Composite Structures*. 2014;108:423-434.

25- Song YS, Youn JR. Modeling of effective elastic properties for polymer based carbon nanotube composites. *Polymer*. 2006;47(5):1741-1748.

26- Vallabhan CVG, Das YC. A refined model for beams on elastic foundations. *International Journal of Solids and Structures*. 1991;27(5):629-637.

27- ASTM D638-03. Standard test method for tensile properties of plastics [Internet]. West Conshohocken, PA: ASTM International; 2003 [cited 2018 Mar 01]. Available from:

<https://www.astm.org/DATABASE.CART/HISTORICAL/D638-03.htm>

28- Zhang CL, Shen HS. Temperature-dependent elastic properties of single-walled carbon nanotubes: Prediction from molecular dynamics simulation. *Applied Physics Letters*. 2006;89(8):081904.

of carbon nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundation. *Computational Materials Science*. 2013;71:201-208.

14- Zhu P, Lei ZX, Liew KM. Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory. *Composite Structures*. 2012;94(4):1450-1460.

15- Shen HS. Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Composite Structures*. 2009;91(1):9-19.

16- Shokrieh MM, Zeinedini A, Ghoreishi SM. Effects of adding multiwall carbon nanotubes on mechanical properties of Epoxy resin and Glass/Epoxy laminated composites. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;15(9):125-133. [Persian]

17- Wang ZX, Shen HS. Nonlinear vibration and bending of sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets. *Composites Part B Engineering*. 2012;43(2):411-421.

18- Tagrara SH, Benachour A, Bouiadjra MB, Tounsi A. On bending, buckling and vibration responses of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams. *Steel and Composite Structures*. 2015;19(5):1259-1277.

19- Mehar K, Panda SK. Free vibration and bending behaviour of CNT reinforced composite plate using different shear deformation theory. 5<sup>th</sup> National Conference on Processing and Characterization of Materials, 12-13 December, 2015, Rourkela, India. Bristol: IOP Publishing; 2016. p. 012014.

20- Tserpes KI, Silvestre N, editors. Modeling of carbon nanotubes, graphene and their composites. 1st Edition.