



## Aeroelastic Analysis of a Double-Sweep Wing with the Metal/Composite Sections

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Shams Sh.<sup>\*1</sup> PhD,  
Keshtgar M.<sup>2</sup> MSc,  
Mansouri M.<sup>1</sup> MSc

#### How to cite this article

Shams Sh, Keshtgar M, Mansouri M. Aeroelastic Analysis of a Double-Sweep Wing with the Metal/Composite Sections. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(4):927-935.

### ABSTRACT

In this paper, we investigate the aeroelastic behavior of double-sweep metal and symmetric composite layup wings. Various strategies have been proposed to suppression of instability such as using the composite materials in structure. The wing is considered as a cantilever beam with 3 degrees of freedom of bending/ bending/ torsional. For aerodynamic modeling, the quasi-steady and unsteady flow theory in the time domain is used based on the Wagner function and the process of calculation of the flutter velocity is provided in form of software code. Finally, the effect of the ratio of length of the isotropic on the total length of the wing as well as the swept angle of the composite section on the flutter speed have been investigated. The results show that with increasing the length of ratio of the metal part to the total length up to 0.9, the speed of instability increases and after that position, it decreases. Also, negative sweep angle of the swept part of wing increases the speed of instability than the positive sweep angle of the composite part. The results show the best angle of fiber is 30 degrees in range of negative sweep angle, having the highest speed of instability. Also, studies show that with increasing the negative sweep angle from -90 to 0 degrees at different angles of fiber, the speed of instability decreases till to -20 degrees of sweep angle and, then, increases slightly. With increasing the sweep angle from 0 to 80 degrees at different angles of fiber, the speed of instability decreases.

**Keywords** Speed of Instability; Aeroelastic; Isotropic; Composite; Sweep

<sup>1</sup>Aerospace Engineering Department, New Sciences & Technologies Faculty, University of Tehran, Tehran, Iran

<sup>2</sup>Aerospace Engineering Department, Aerospace Engineering Faculty, K.N. Toosi University, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: New Sciences and Technologies Faculty, University of Tehran, North Kargar Street, Tehran, Iran, Postal Code: 1439957131  
Phone: +98 (21) 86093202  
Fax: +98 (21) 88497324  
shahrokh.shams@ut.ac.ir

#### Article History

Received: November 6, 2018  
Accepted: December 1, 2018  
ePublished: April 06, 2019

### CITATION LINKS

[1] Flutter and divergence aeroelastic characteristics for composite forward swept cantilevered wing [2] Aeroelastic tailoring-creative use of unusual materials [3] Static aeroelastic control using strain actuated adaptive structures [4] Static aeroelastic behaviour of an adaptive laminated piezoelectric composite wing [5] Non-linear non-planar oscillations of a cantilever beam under lateral base excitations [6] Experimental verification of the importance of the nonlinear curvature in the response of a cantilever beam [7] A parametric identification technique for single-degree-of-freedom weakly nonlinear systems with cubic nonlinearities [8] Vibration tailoring of advanced composite lifting surfaces [9] Nonlinear composite beam theory [10] Three dimensional nonlinear vibration of composite beam-I [11] Aeroelastic instability of aircraft composite wings in an incompressible flow [12] Natural frequencies of uniform cantilever beams of symmetrical cross-section [13] Aeroelastic instability of a composite wing with a powered-engine [14] Investigating the aeroelastic behavior of flexible composite wings with high aspect ratio with nonlinear geometric behavior in incompressible flow [15] Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function [16] An efficient method for nonlinear aeroelasticity of slender wings [17] Limit-cycle oscillations in high-aspect-ratio wings [18] Comprehensive model of anisotropic composite aircraft wings suitable for aeroelastic analyses [19] Flutter of a swept aircraft wing with a powered engine [20] Investigating the effects of sweep angles on the boundary dynamic instability using Peters pattern

## تحلیل آیرودلاستیک بال سوئیپ دوگانه با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی

شاخه شمس\* PhD

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

محمد کشتگر MSc

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین

طوسی، تهران، ایران

محمد منصوری MSc

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

### چکیده

در این مقاله به بررسی رفتار آیرودلاستیک یک بال دو قسمتی که هر قسمت دارای یک زاویه سوئیپ است و از دو قسمت فلزی و کامپوزیتی با لایه چینی متقارن ساخته شده می‌پردازیم. راهکارهای مختلفی برای به‌تأخیرانداختن ناپایداری آیرودلاستیسیته ارائه شده است. یکی از این راهکارها استفاده از کامپوزیت در سازه است. بال هواپیما به‌صورت یک تیر یک‌سرگردار که از تغییر طول محوری آن صرف نظر شده و دارای ۳ درجه آزادی خمشی/خمشی/پیچشی است، در نظر گرفته شده است. به‌منظور مدل‌سازی آیرودینامیک از تئوری جریان ناپایا در حوزه زمان براساس تابع وگنر استفاده می‌شود و فرآیند محاسبه سرعت وقوع ناپایداری با کمک کد نرم‌افزاری تهیه شده، انجام می‌شود. در نهایت تأثیر نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال و همچنین زاویه عقبگرد قسمت کامپوزیتی روی سرعت وقوع ناپایداری بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش طول قسمت فلزی به طول کل تا مقدار ۰/۹ ابتدا سرعت وقوع ناپایداری افزایش می‌یابد و سپس کاهش خواهد یافت، همچنین زاویه عقبگرد منفی نسبت به زاویه عقبگرد مثبت قسمت کامپوزیتی تأثیر بهتری روی سرعت وقوع ناپایداری دارد. براساس این نتایج بهترین زاویه عقبگرد منفی زاویه ۳۰ درجه است که در این زاویه سرعت وقوع ناپایداری بیشترین مقدار را داراست. همچنین بررسی‌ها نشان می‌دهد که با افزایش زاویه عقبگرد منفی از ۰-۹۰ درجه در زوایای الیاف مختلف سرعت وقوع ناپایداری تا زاویه عقبگرد ۲۰- کاهش و سپس کمی افزایش می‌یابد. با افزایش زاویه سوئیپ از صفر تا ۸۰ درجه در زوایای الیاف مختلف سرعت وقوع ناپایداری کاهش می‌یابد.

کلیدواژه‌ها: سرعت ناپایداری، آیرودلاستیک، ایزوتروپ، کامپوزیت، عقبگرد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۸/۱۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۱۰

\*نویسنده مسئول: shahrokh.shams@ut.ac.ir

### ۱- مقدمه

آیرودلاستیک حوزه مطالعاتی است که از کنار هم قرارگرفتن چند شاخه از علم هوافضا به وجود آمده است. در واقع، تداخل نیروی اینرسی، سازه (الاستیک) و آیرودینامیک باعث به‌وجودآمدن سیستمی با عنوان سیستم الاستیک شده است. چندین دهه فرضیه کلاسیک با فرض خطی بودن آیرودینامیک و سازه ارائه شده بود و در مقایسه با نتایج ارتعاشات آیرودلاستیسیته، نتایج قابل قبولی را نشان داد و مسایلی همچون بررسی اثر تند باد، اغتشاشات جوی، تحریک‌های خارجی هواپیماها، با توجه به این فرضیه‌ها حل شدند و نتایج آنها با نتایج آزمایش‌های پروازی همخوانی داشتند. انعطاف‌پذیری سازه هواپیما یکی از راهکارهایی بوده که در طراحی هواپیماهای جدید مورد توجه قرار گرفته است. برای این منظور، ابتدا باید عواملی که باعث افزایش کیفیت پاسخ دینامیک و استاتیک می‌شود، شناسایی شود و مورد بررسی قرار گیرد. یکی از راه‌هایی که می‌توان کیفیت پاسخ استاتیک و دینامیک را افزایش داد، استفاده از مواد مرکب در سازه هوایی است. مواد مرکب این خاصیت را دارند که همبند الاستیک مناسب و دلخواه با انتخاب صحیح زوایای لایه‌ها ایجاد شوند.

الگوی تیر کامپوزیتی یک‌بُعدی با دو متغیر مستقل (تغییر مکان خمشی و دوران پیچشی) برای یک مقطع مربعی ایده‌آل‌سازی شده توسط لواتاتی در سال ۱۹۸۵ ارائه شده است<sup>[1]</sup>. در این الگو، سختی‌های خمشی و پیچشی بال با معادل‌سازی لایه چینی پوسته کامپوزیتی محاسبه می‌شوند و با فرض صلبیت در جهت وتر بال، معادلات خطی دینامیک سازه مدل تیر کامپوزیتی به دست می‌آید. ضرایب معادلات، تابعی از زاویه چیدمانی لایه‌ها و نسبت حجمی الیاف و رزین به دست می‌آیند. وی برای محاسبه این ضرایب با استفاده از تئوری کلاسیک ضخامت لایه‌لایه، رابطه بین ممان خمشی با انحنای ورق را حساب کرد. ویسشار طی مقاله‌ای<sup>[2]</sup> ارتباط سه پارامتر سختی خمشی ( $EI$ )، سختی پیچشی و سختی همبند خمش-پیچش ( $K$ ) با مولفه‌های ماتریس و سختی کل تیرهای کامپوزیتی نازک را بیان کرد. در مطالعات اولیه، سازه بال به‌صورت تیر غیرایزوتروپ با استفاده از ترکیب تیر خمشی اوپلر<sup>[3,4]</sup> برنولی و تیر پیچشی سنت ونان مدل شده بود. محققان در پژوهش‌هایی<sup>[5-10]</sup> با استفاده از یک فرمولاسیون نیوتنی، معادلات حرکت غیرمسطح تیرهای کامپوزیتی را با فرض ثابت بودن طول محور اصلی تیر و فرض تغییر طول محور اصلی تیر به دست آوردند. آنها از اثرات تغییر شکل برشی صرف نظر کردند و سپس معادلات عمومی حاصل را تا درجه سه بسط دادند. آنها متذکر شدند که برای تیرهای کامپوزیتی با لایه چینی نامتقارن به‌علت وجود همبندی کشش-خمش و کشش-پیچش، فرض ثابت بودن طول محور اصلی تیر صادق نیست و در ادامه با اضافه کردن تغییر شکل برشی، الگوی خود را توسعه دادند. اولین بار تیموشنکو اثر تغییر شکل برشی عرضی را در مدل‌سازی تیر وارد کرد<sup>[11]</sup>. در پژوهشی دیگر<sup>[12]</sup> رفتار آیرودلاستیک بال کامپوزیتی با لایه چینی خاص مورد مطالعه قرار گرفته است. آموزگار و ایرانی در سال ۲۰۱۳، ناپایداری بال کامپوزیتی تک‌لایه را که دارای موتور بود، براساس تغییر زاویه الیاف تک‌لایه، موقعیت قرارگیری موتور و نیروی پیشران مورد بررسی قرار دادند<sup>[13]</sup>.

شمس<sup>[14]</sup> و شمس و همکاران<sup>[14, 15]</sup>، رفتار آیرودلاستیک بال‌های کامپوزیتی انعطاف‌پذیر با نسبت منطری بالا (با رفتار غیرخطی هندسی) در جریان تراکم‌ناپذیر را بررسی و طی آن فرض کردند که لایه چینی به‌صورت متقارن است و اثر تغییر محوری طول را نادیده گرفتند. همچنین در این مطالعه‌ها کرنش‌ها کوچک و جابه‌جایی‌ها و دوران‌ها بزرگ فرض شده است<sup>[14-16]</sup>. شمس<sup>[14]</sup> برای اطمینان از مطالعه خود، کار خود را با مطالعه پاتیل و همکاران<sup>[17]</sup> اعتبارسنجی کرده است. پاتیل و همکاران<sup>[17]</sup> نوسانات چرخه محدود در یک بال کامپوزیتی با زاویه الیاف صفر درجه با نسبت منطری بالا را بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهد که مکانیزم شروع نوسانات چرخه محدود به تغییر ویژگی‌های ساختاری بال بستگی دارد. در مطالعه حاضر، سعی شده است که کار شمس<sup>[14]</sup> برای ترم‌های خطی به‌منظور بررسی سرعت وقوع ناپایداری، تکرار شود. در چند سال اخیر، کارهایی در زمینه تحلیل بال با زاویه عقبگرد انجام شده است که در ادامه به برخی از آنها پرداخته می‌شود. در پژوهشی در سال ۱۹۹۸ واگرایی یک بال کامپوزیتی با زاویه سوئیپ رو به جلو بررسی شد<sup>[18]</sup>. مزیدی و فاضل‌زاده در سال ۲۰۰۹، تأثیر زاویه عقبگرد بال بر ناپایداری دینامیک بال و موتور متصل به آن را بررسی کردند<sup>[19]</sup>. همچنین گلپرور و همکاران، تأثیر زاویه سوئیپ روی مرز ناپایداری دینامیک بال را با استفاده از الگوی آیرودینامیک پیترز بررسی کردند<sup>[20]</sup>.

در صورتی که در روابط کرنش- شعاع انحنای اثر تغییر طول محوری و کرنش‌های محوری وابسته به محور اصلی تیر در نظر گرفته شوند، انرژی تیر، ترکیبی از انرژی‌های کرنشی کششی، خمشی و پیچشی و همبندی کشش- خمش و پیچش مطابق با رابطه ۸ خواهد بود.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \{\epsilon^T\} [K] \{\epsilon\} dx = U_m + U_{mf} + U_f \quad (۸)$$

که در رابطه ۸، بردار  $\{\epsilon\}$  و ماتریس  $K$  به شکل رابطه ۹ بیان می‌شوند.

$$[K] = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B]^T & [D] \end{bmatrix}, \tilde{\epsilon} = \begin{Bmatrix} e \\ \epsilon_{\xi\eta} \\ \epsilon_{\zeta\xi} \\ \rho_\xi \\ \rho_\eta \\ \rho_\zeta \end{Bmatrix} \quad (۹)$$

که در رابطه ۹،  $e$ ،  $\epsilon_{\xi\eta}$  و  $\epsilon_{\zeta\xi}$  به ترتیب کرنش‌های برشی و کرنش محوری در نقطه  $(\xi, 0, 0)$  هستند. بردار  $\rho$  بردار شعاع انحناست که در روابط ۱۰-۱۲ بر حسب درجات آزادی به آن اشاره شده است. ماتریس  $A$  وابسته به انرژی کرنشی، ماتریس  $B$  وابسته به انرژی همبندی کشش- خمش و پیچش و ماتریس  $D$  وابسته به انرژی خمشی و پیچشی بردار شعاع انحناست. در این مطالعه به علت عدم وجود نیروهای محوری و فرض عدم تغییر طول محور اصلی تیر از انرژی وابسته به ماتریس‌های  $A$  و  $B$  در معادلات صرف نظر شده است و فقط اثر انرژی خمشی و پیچشی تیر الگوسازی می‌شود که با فرض نازک بودن تیر با لایه چینی متقارن سازگاری دارد.

$$\rho_\xi = \frac{-v_x u_{xx} + (1+u_x)v_{xx}}{1-w_x^2} w_x - \theta_x \quad (۱۰)$$

$$\rho_\eta = \frac{v_x u_{xx} - (1+u_x)v_{xx}}{\sqrt{1-w_x^2}} \sin\theta - \frac{w_{xx}}{\sqrt{1-w_x^2}} \cos\theta \quad (۱۱)$$

$$\rho_\zeta = \frac{-v_x u_{xx} + (1+u_x)v_{xx}}{\sqrt{1-w_x^2}} \cos\theta - \frac{w_{xx}}{\sqrt{1-w_x^2}} \sin\theta \quad (۱۲)$$

در صورتی که در روابط کرنش- شعاع انحنای عبارات شعاع انحنای مرتبه بالاتر از یک (به علت کوچک بودن کرنش‌های وابسته به این عبارات) صرف نظر شود، روابط ۱۳-۱۵ حاصل می‌شوند.

$$\epsilon_{11} = \zeta\rho_\eta - \eta\rho_\zeta \quad (۱۳)$$

$$\epsilon_{12} = -\zeta\rho_\xi \quad (۱۴)$$

$$\epsilon_{13} = +\eta\rho_\xi \quad (۱۵)$$

درایه‌های ماتریس  $D$  برای مواد کامپوزیتی به صورت رابطه ۱۶ است که هر یک از آنها از روابط (پ ۱) تا (پ ۵)، که در بخش پی‌نوشت ارائه شده است، به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} D_{11} &= GJ & D_{12} &= -K12_\zeta & D_{13} &= 0 \\ D_{22} &= K11_\zeta & D_{23} &= 0 & D_{33} &= K11_\eta \end{aligned} \quad (۱۶)$$

برای قسمت ایزوتروپ نیز ماتریس  $D$  به شکل رابطه ۱۶ بوده، با این تفاوت که مقادیر درایه‌های ماتریس با قسمت کامپوزیتی، متفاوت و  $D_{12} = 0$  است. در ادامه انرژی جنبشی به صورت روابط ۱۷-۱۹ به دست می‌آید.

$$K = \frac{1}{2} \int_0^l \int \int \{\rho_m \vec{v} \cdot \vec{v} d\eta d\zeta\} dx \quad (۱۷)$$

$$\vec{v} = \dot{u}\hat{e}_x + \dot{v}\hat{e}_y + \dot{w}\hat{e}_z + (\zeta w_\eta - \eta w_\zeta)\hat{e}_\xi - \zeta w_\xi \hat{e}_\eta + \eta w_\xi \hat{e}_\zeta \quad (۱۸)$$

$$K = \frac{1}{2} \int_0^l \int \int \{\rho_m [\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w}] \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix}\} +$$

براساس بررسی منابع، به عنوان یک نوآوری در این مقاله، با شبیه‌سازی و استخراج معادلات حرکت یک بال دوتکه که هر بخش دارای سوئیپ جداگانه و جنس ماده متفاوت (کامپوزیت یا فلز) است، به بررسی رفتار آیروالاستیک این سازه پرداخته می‌شود. همچنین کاربرد آیرودینامیک تراکم‌ناپذیر در بازه وسیعی از منابع نشان داده شده است. چنانکه کاربرد بال دوتکه کامپوزیتی- فلزی به عنوان یک concept جدید، کاربردهای فراوانی در رژیم‌های مختلف جریان دارد. لازم به ذکر است که از این نوع بال در طراحی‌های جدید مانند F35 و JAS39 و همچنین بالچه‌های موشک، به منظور کاهش وزن سازه استفاده می‌شود. از کاربردهای دیگر این نوع بال می‌توان به کاهش وزن و کنترل ارتعاشات و فلاتر بال هواپیماهای بدون سرنشین با ماخ پروازی حدود ۰.۳ اشاره کرد.

## ۲- معادلات حاکم بر حرکت

### ۲-۱- مدل سازه

با توجه به معادلات تیرهای نازک با فرض عدم تغییر طول محور اصلی تیر تنش‌های  $\sigma_{22}$ ،  $\sigma_{33}$  و  $\sigma_{23}$  صفر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین کرنش‌های  $\epsilon_{22}$ ،  $\epsilon_{33}$  و  $\epsilon_{23}$  به کرنش‌های  $\epsilon_{11}$ ،  $\epsilon_{12}$  و  $\epsilon_{13}$  به صورت رابطه ۱ وابسته خواهند شد.

$$\begin{Bmatrix} \hat{e}_\xi \\ \hat{e}_\eta \\ \hat{e}_\zeta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\psi & -\cos\alpha\sin\psi & \sin\alpha \\ \sin\theta\sin\alpha\cos\psi + \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta\sin\alpha\sin\psi + \cos\theta\cos\psi & -\sin\theta\cos\alpha \\ -\cos\theta\sin\alpha\cos\psi + \sin\theta\sin\psi & \sin\theta\sin\alpha\sin\psi + \sin\theta\cos\psi & \cos\theta\cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{Bmatrix} \quad (۱)$$

با توجه به شکل ۱، روابط تغییر مکان نقاط  $P$ ،  $P^*$ ،  $Q$  و  $Q^*$  تیر به صورت روابط ۵-۲ نوشته می‌شوند.

$$\vec{R} = \vec{OP} = x\hat{e}_x \quad (۲)$$

$$\vec{R}^* = \vec{OP}^* = \vec{OP} + \vec{PP}^* = (x+u)\hat{e}_x + v\hat{e}_y + w\hat{e}_z \quad (۳)$$

$$\vec{r} = \vec{OQ} = \vec{OP} + \vec{PQ} = x\hat{e}_x + \eta\hat{e}_y + \zeta\hat{e}_z \quad (۴)$$

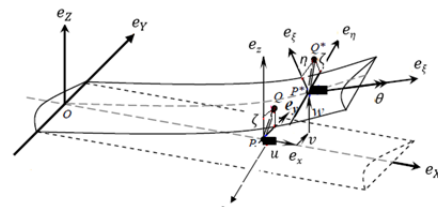
$$\vec{r}^* = \vec{OQ}^* = \vec{OP} + \vec{PP}^* + \vec{P}^*Q^* = (x+u)\hat{e}_x + v\hat{e}_y + w\hat{e}_z + \eta\hat{e}_\eta + \zeta\hat{e}_\zeta \quad (۵)$$

براساس اصل همیلتون، ابتدا باید انرژی‌های پتانسیل و جنبشی و همچنین کار نیروی مجازی طبق رابطه ۶ به دست آید.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta L + \delta W) dt = 0, \quad L = K - U \quad (۶)$$

در رابطه ۶،  $U$  انرژی پتانسیل،  $K$  انرژی جنبشی و  $W$  کار نیروی غیرپایستار خارجی است.

Undeformed axis:  $e_x, e_y, e_z$   
Deformed axis:  $e_\xi, e_\eta, e_\zeta$



شکل ۱) درجات آزادی تیر انعطاف پذیر [۱۴]

در تحلیل تیرهای الاستیک، انرژی پتانسیل برابر با انرژی کرنشی تیر و به صورت رابطه ۷ در نظر گرفته می‌شود.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \int \int (\sigma_{11}\epsilon_{11} + \sigma_{12}\epsilon_{12} + \sigma_{13}\epsilon_{13} d\eta d\zeta) dx \quad (۷)$$

از طرفی با استفاده از روش گالرکین که براساس تکنیک حداقل کردن باقیمانده وزنی با استفاده از شکل مودهایی است که با شرایط مرزی طبیعی را ارضا کنند، با ضرب هر یک از معادلات ۳۱-۳۵ در شکل مود مربوطه و سپس انتگرال گیری روی طول تیر می توان معادلات را به شکل روابط ۳۱ و ۳۲ نوشت.

$$\int_0^l \phi_{Xr} \frac{\partial C_{Xr}}{\partial t} dx + \int_0^l \frac{d\phi_{Xr}}{dx} \left( \frac{\partial C_{Xr}'}{\partial t} - C_{Xr}' \right) dx - \int_0^l \frac{d^2 \phi_{Xr}}{dx^2} (C_{Xr}''') dx + [\phi_{Xr} (C_{Xr}' - \frac{\partial C_{Xr}'}{\partial t} - \frac{\partial C_{Xr}''}{\partial x}) - \frac{d\phi_{Xr}}{dx} C_{Xr}''']_0^l = \int_0^l \phi_{Xr} Q_x dx \quad (31)$$

$$\int_0^l \phi_{\theta r} \left( \frac{\partial C_{\theta r}}{\partial t} - C_{\theta r} \right) dx + \int_0^l \frac{d\phi_{\theta r}}{dx} C_{\theta r}' dx + [\phi_{\theta r} C_{\theta r}']_0^l = \int_0^l \phi_{\theta r} Q_{\theta} dx \quad (32)$$

شکل مودهایی خطی خمشی و خمشی در نظر گرفته شده برای تیر یک سرگیردار به صورت معادله های ۳۳-۳۵ هستند.

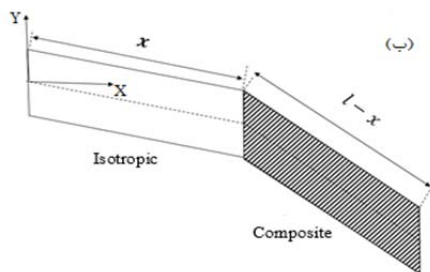
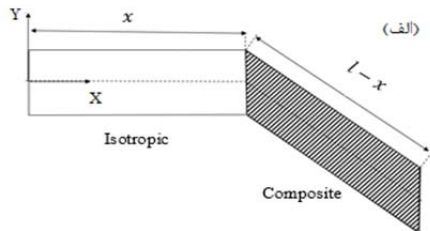
$$v_i = \cosh(\alpha_i x) - \cos(\alpha_i x) - \beta_i [\sinh(\alpha_i x) - \sin(\alpha_i x)] \quad (33)$$

$$w_i = \cosh(\alpha_i x) - \cos(\alpha_i x) - \beta_i [\sinh(\alpha_i x) - \sin(\alpha_i x)] \quad (34)$$

$$\theta_i = \sqrt{2} \sin(\gamma_i x) \quad (35)$$

به عنوان مثال برای مود اول، مقادیر  $\alpha_i$ ،  $\beta_i$  و  $\gamma_i$  به صورت رابطه ۳۶ است.

$\alpha_i = 1.8751$      $\beta_i = 1.5708$      $\gamma_i = 0.734096$   
 از آنجایی که تیر مدل شده شامل دو قسمت می شود، بنابراین حدود انتگرال به دو قسمت صفر تا  $x$  و  $x$  تا  $l$  (طول تیر) تقسیم می شود که در شکل ۲- الف نشان داده شده است. همچنین نمای کلی بال دوتکه با یک قسمت فلزی سوئیپ دار و یک قسمت کامپوزیتی سوئیپ دار در شکل ۲- ب نمایش داده شده است.



**شکل ۲** بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه سوئیپ و بال با یک قسمت فلزی سوئیپ دار و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه سوئیپ؛ الف) بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه سوئیپ، ب) بال با یک قسمت فلزی سوئیپ دار و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه سوئیپ

**۲-۲- مدل نیرو و ممان های آیرودینامیک**

از آنجایی که بارهای وارده بر سازه، دینامیک و آیرودینامیک

$$\left\{ \begin{matrix} \zeta w_{\eta} - \eta w_{\zeta} \\ -\zeta w_{\xi} \\ \eta w_{\xi} \end{matrix} \right\} + 2\{\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w}\} [T] \left\{ \begin{matrix} \zeta w_{\eta} - \eta w_{\zeta} \\ -\zeta w_{\xi} \\ \eta w_{\xi} \end{matrix} \right\} d\eta d\zeta \quad (19)$$

در رابطه ۱۹،  $w_{\zeta}$  و  $w_{\eta}$ ،  $w_{\xi}$  به صورت روابط ۲۰-۲۲ به دست می آید.

$$w_{\xi} = \frac{-v_x \dot{u}_x + (1+u_x) \dot{v}_x}{1-w_x^2} w_x - \dot{\theta} \quad (20)$$

$$w_{\eta} = \frac{v_x \dot{u}_x - (1+u_x) \dot{v}_x}{\sqrt{1-w_x^2}} \sin \theta - \frac{\dot{w}_x}{\sqrt{1-w_x^2}} \cos \theta \quad (21)$$

$$w_{\zeta} = \frac{-v_x \dot{u}_x + (1+u_x) \dot{v}_x}{\sqrt{1-w_x^2}} \cos \theta - \frac{\dot{w}_x}{\sqrt{1-w_x^2}} \sin \theta \quad (22)$$

فرم کلی اصل همیلتون پس از انتگرال گیری جزء به جزء به صورت رابطه (پ ۶) خواهد بود که در بخش پی نوشت ارائه شده است. همچنین شرایط مرزی حاکم بر این سیستم در بخش پی نوشت ارائه شده که به صورت رابطه (پ ۷) و (پ ۸) است.

پیش از حل معادلات لازم است معادلات به دست آمده را با روشی نظیر روش تیلور بسط داد. در این پژوهش، معادلات تا درجه یک بسط داده شده که بسط معادلات ۲۷-۲۳ در ادامه آورده شده است.

$$Q_u = -\frac{\partial}{\partial t} (-S_{m\eta} v_{tx} - S_{m\zeta} w_{tx} + m u_t) \quad (23)$$

$$Q_v = -\frac{\partial}{\partial t} (m v_t + S_{m\zeta} \theta_t) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} (J_{m\eta} v_{tx} - S_{m\eta} u_t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (-D_{33} v_{xx} + D_{23} w_{xx} + D_{13} \theta_x) \quad (24)$$

$$Q_w = -\frac{\partial}{\partial t} (m w_t - S_{m\eta} \theta_t) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} (J_{m\zeta} w_{tx} - S_{m\zeta} u_t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (-D_{23} v_{xx} - D_{22} w_{xx} - D_{12} \theta_x) \quad (25)$$

$$Q_{\theta} = -\frac{\partial}{\partial t} (S_{m\zeta} v_t - S_{m\eta} w_t + J_{m\xi} \theta_t) - \frac{\partial}{\partial x} (D_{13} v_{xx} - D_{12} w_{xx} - D_{11} \theta_x) \quad (26)$$

با فرض این که  $Q_u = 0$  است، رابطه ۲۳ به صورت رابطه ۲۷ تبدیل می شود.

$$u_t = \frac{1}{m} (S_{m\eta} v_{tx} + S_{m\zeta} w_{tx}) \quad (27)$$

معادلات ۲۷-۲۳ به شکل معادله انتگرالی دیفرانسیلی بوده که با کمک روش حل عددی پس از جداسازی متغیرها قابل حل است. با فرض این که در راستای محور تیر، نیروی محوری صفر است، معادله ۲۷ را می توان با جایگزینی در معادلات ۲۶-۲۳ به سه معادله کاهش داد.

فرض کنید  $\phi_{Xr}$  و  $r$  امین شکل مود خطی در جهت  $x$  باشد، با استفاده از تکنیک جداسازی متغیرها و روش جمع آثار مودها، درجات آزادی سیستم مذکور را می توان به صورت حاصل ضرب توابع زمانی و مکانی به صورت معادله ۲۸-۳۰ نوشت.

$$v(t, x) = \sum_{i=1}^{N_v} \zeta_i(t) v_i(x) \quad (28)$$

$$w(t, x) = \sum_{i=1}^{N_w} \eta_i(t) w_i(x) \quad (29)$$

$$\theta(t, x) = \sum_{i=1}^{N_{\theta}} \beta_i(t) \theta_i(x) \quad (30)$$



قسمت فلزی با زاویه سوئیپ صفر درجه و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه سوئیپ متغیر مورد تحلیل آیرولاستیک قرار می‌گیرد.

### ۳- اعتبارسنجی

به منظور اعتبارسنجی، بال کامپوزیتی هیل با خصوصیات مکانیکی و ابعادی مشخص مطابق با جدول‌های ۱ و ۲ با نتایج کار پاتیل و همکاران [17] طبق جدول ۳ در شرایط اولیه مختلف مقایسه شده و براساس آن، نتایج از همخوانی خوبی برخوردار است. با توجه به قابل قبول بودن نتایج مطالعه حاضر، حال به سراغ تحلیل ناپایداری آیرولاستیک بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت از جنس کامپوزیت و زاویه سوئیپ پرداخته می‌شود. در ادامه به بررسی تاثیر طول قسمت کامپوزیتی در مقایسه با قسمت فلزی و همچنین تاثیر زاویه سوئیپ قسمت کامپوزیتی بر سرعت وقوع ناپایداری پرداخته خواهد شد.

جدول ۱) خصوصیات مکانیکی ماده [17]

نوع ماده	پارامتر	مقدار
هوا	چگالی ( $kg/m^3$ )	۰/۰۸۸۸۹
	$E_{11}(pa)$	۲e۱۱
	$E_{22} = E_{33}(pa)$	۵e۹
	$G_{12} = G_{13}(pa)$	۵e۸
کامپوزیت	$G_{23}(pa)$	۵e۸
	$v_{12} = v_{13}$	۰/۲۵
	$v_{23}$	۰/۳
	Number of layer	۱
ایزوتروپ	$D_{11}(pa)$	۱e۴
	$D_{22}(pa)$	۲e۴
	$D_{33}(pa)$	۴۰e۴
	$D_{12}(pa)$	۰

جدول ۲) مشخصات ابعادی بال [17]

پارامتر	مقدار
$L(m)$	۱۶
$a$	۰
$C(m)$	۱
جرم واحد طول قسمت کامپوزیتی ( $kg/m$ )	۰/۷۵
$J_{m\zeta}(kg.m)$	۵e-۴
$J_{m\eta}(kg.m)$	۹۹/۵e-۳

جدول ۳) نتایج اعتبارسنجی بال کامپوزیتی هیل

جابه‌جایی عمودی اولیه	سرعت وقوع ناپایداری	
	کار حاضر	پژوهش [17]
۰.۰۲	۳۲.۷۱	۳۲.۲
۲	۳۰	۳۰
۴	۲۸.۱۳	۲۸

### ۴- نتایج

همان طور که در بخش ۲-۲ گفته شد، در این پژوهش دو حالت برای بال دوتکه در نظر گرفته شده است. حالت اول مربوط به بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی بدون زاویه سوئیپ است که در بخش ۴-۱ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این حالت، تاثیر نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال روی سرعت وقوع ناپایداری بررسی خواهد شد. در بخش ۴-۲ و در حالت دوم، یک بال با یک قسمت فلزی با زاویه سوئیپ صفر درجه و یک قسمت

هستند، لذا با استفاده از فرضیات معقول آنها و شبیه‌سازی بارهای آیرودینامیک، محققان زیادی روابط ساده‌شده‌ای ارائه نموده‌اند. از بین این فرضیات می‌توان به فرضیه پیستون، فرضیه نواری، روش‌های مبتنی بر جریان پتانسیل و غیره اشاره کرد. استفاده از هر یک از روش‌ها بستگی به مساله مورد بررسی نیز دارد. با توجه به این که در این پژوهش از فرضیه آیرودینامیک نواری استفاده شده، ابتدا به بررسی اجمالی این فرضیه پرداخته شده است. فرضیات حاکم بر تئوری آیرودینامیک نواری عبارت از موارد زیر است:

- ۱- جریان، پتانسیل یعنی غیرلزج و غیرچرخشی باشد.
- ۲- برش‌های نوارها موازی جریان باشند. به عبارت دیگر، رفتار جریان در هر نوار مستقل از دیگری است.
- ۳- از تئوری ایرفویل‌های نازک برای محاسبه ضرایب آیرودینامیک استفاده می‌شود.

برای بررسی مسایل واگرایی، استفاده از فرضیه‌های آیرودینامیک پایا کافی است، در حالی که برای بررسی مسایل ناپایداری دینامیک باید از فرضیه‌های آیرودینامیک ناپایا استفاده نمود. بر این اساس، در این پژوهش از نیروی آیرودینامیک جریان ناپایای تراکم‌ناپذیر حول بال در حوزه زمان براساس تابع وگنر در انتگرال دوهمال استفاده می‌شود. براساس این فرض، نیروها و ممان آیرودینامیک به‌صورت زیر است. با توجه به این که بال دارای یک قسمت با زاویه عقبگرد است، شکل نیروها و ممان‌های آیرودینامیک به‌صورت روابط ۳۷ و ۳۸ خواهد شد.

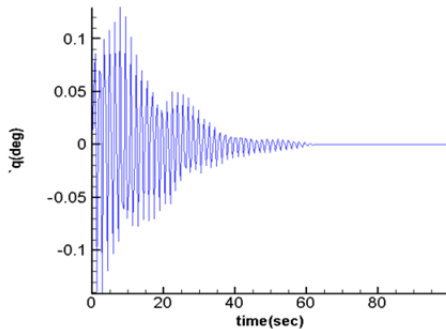
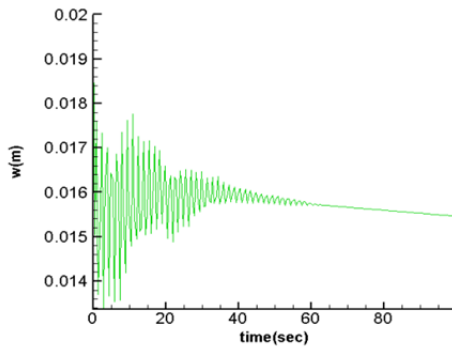
$$L = \pi \rho b^2 [\dot{w} - ab\ddot{\theta} \cos \Lambda - ab\ddot{w}_x \sin \Lambda] - 2\pi \rho Ub \left[ w(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) (\theta(0) \cos \Lambda - w_x(0) \sin \Lambda) \right] \dot{\varphi}(t) + 2\pi \rho Ub (\varphi(0) \dot{w} + b \left( \frac{1}{2} - a \right) [\varphi(0) + \frac{1}{1-2a} (\dot{\theta} \cos \Lambda - \dot{w}_x \sin \Lambda) + \dot{\varphi}(0) w] + [U\varphi(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\varphi}(0)] (\theta \cos \Lambda - w_x \sin \Lambda) - 2\pi \rho Ub (\lambda_{w1} e^{-\varepsilon_1 t} \int_0^t w(\sigma) e^{\varepsilon_1 \sigma} d\sigma + \lambda_{w2} e^{-\varepsilon_2 t} \int_0^t w(\sigma) e^{\varepsilon_2 \sigma} d\sigma) + 2\pi \rho Ub (\lambda_{\theta 1} e^{-\varepsilon_1 t} \int_0^t (\theta(\sigma) \cos \Lambda - w_x(\sigma) \sin \Lambda) e^{\varepsilon_1 \sigma} d\sigma + \lambda_{\theta 2} e^{-\varepsilon_2 t} \int_0^t (\theta(\sigma) \cos \Lambda - w_x(\sigma) \sin \Lambda) e^{\varepsilon_2 \sigma} d\sigma \quad (37)$$

$$M_{e.a} = \pi \rho b^3 \left[ a\ddot{w} - b \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) (\ddot{\theta} \cos \Lambda - \ddot{w}_x \sin \Lambda) \right] - 2\pi \rho Ub^2 \left( \frac{1}{2} + a \right) [w(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) (\theta(0) \cos \Lambda - w_x(0) \sin \Lambda)] \dot{\varphi}(t) + 2\pi \rho Ub^2 \left( \frac{1}{2} + a \right) (\varphi(0) \dot{w} + b \left( \frac{1}{2} - a \right) [\varphi(0) + \frac{1}{1-2a} (\dot{\theta} \cos \Lambda - \dot{w}_x \sin \Lambda) + \dot{\varphi}(0) w] + [U\varphi(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\varphi}(0)] (\theta \cos \Lambda - w_x \sin \Lambda)) - 2\pi \rho Ub^2 \left( \frac{1}{2} + a \right) (\lambda_{w1} e^{-\varepsilon_1 t} \int_0^t w(\sigma) e^{\varepsilon_1 \sigma} d\sigma + \lambda_{w2} e^{-\varepsilon_2 t} \int_0^t w(\sigma) e^{\varepsilon_2 \sigma} d\sigma) + 2\pi \rho Ub^2 \left( \frac{1}{2} + a \right) (\lambda_{\theta 1} e^{-\varepsilon_1 t} \int_0^t (\theta(\sigma) \cos \Lambda - w_x(\sigma) \sin \Lambda) e^{\varepsilon_1 \sigma} d\sigma + \lambda_{\theta 2} e^{-\varepsilon_2 t} \int_0^t (\theta(\sigma) \cos \Lambda - w_x(\sigma) \sin \Lambda) e^{\varepsilon_2 \sigma} d\sigma \quad (38)$$

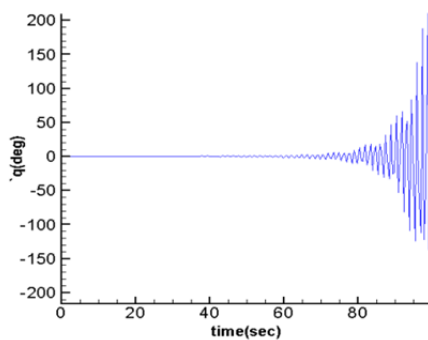
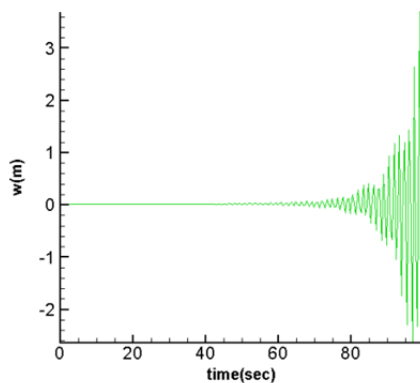
در این پژوهش دو حالت برای بال دوتکه در نظر گرفته شده است. حالت اول مربوط به بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی بدون زاویه سوئیپ است. در حالت دوم، یک بال با یک

جدول ۵) نحوه تغییرات سرعت وقوع ناپایداری و جرم بال دوتکه در نسبت‌های طول قسمت فلزی به طول کل بال مختلف

نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال	جرم	سرعت وقوع ناپایداری
۰	۱۲	۳۴.۲
۰.۲	۱۴.۴	۳۴.۴
۰.۴	۱۶.۸	۳۴.۶
۰.۶	۱۹.۲	۳۵.۱
۰.۸	۲۱.۶	۳۶.۳
۰.۹	۲۲.۸	۳۶.۹
۱	۲۴	۳۳.۷



نمودار ۱) قبل از وقوع ناپایداری آیروالاستیک در شرایط  $w_0 = 0.02$  و  $U=34.7$  در بال با نسبت طول قسمت فلزی به طول کلی برابر با ۰.۲



نمودار ۲) آغاز وقوع ناپایداری آیروالاستیک در شرایط  $w_0 = 0.02$  و  $U=34.8$  در بال با نسبت طول قسمت فلزی به طول کلی برابر با ۰.۲

کامپوزیتی با زاویه سوئیپ متغیر، مورد تحلیل آیروالاستیک قرار می‌گیرد و اثرات تغییر زاویه سوئیپ و زاویه الیاف قسمت کامپوزیتی روی سرعت وقوع ناپایداری بررسی می‌شود. در این تحلیل، مطابق با آنچه در بخش ۱-۲ بیان شد، از نیروی آیرودینامیک جریان ناپایای تراکم‌ناپذیر حول بال در حوزه زمان براساس تابع وگنر در انتگرال دوهمامل استفاده شده است.

**۴-۱- بررسی پایداری آیروالاستیک خطی بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی بدون زاویه سوئیپ**

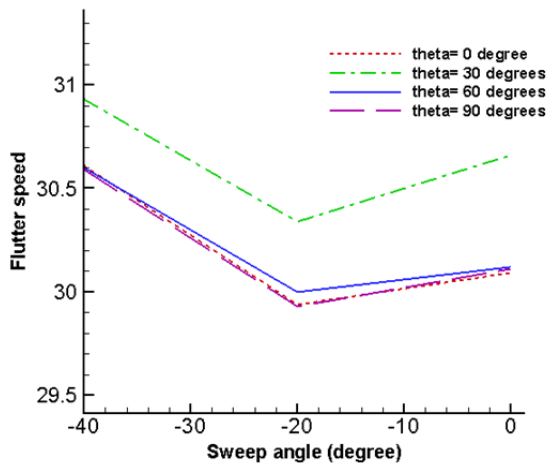
در این بخش، پایداری آیروالاستیک خطی بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه دلخواه (به‌طور مثال ۹۰ درجه) بدون زاویه سوئیپ بررسی خواهد شد. خصوصیات مکانیکی و مشخصات ابعادی بال در قسمت فلزی و کامپوزیتی مطابق با جدول‌های ۱ و ۲ و سایر فرضیات مربوط به این قسمت طبق جدول ۴ است. در ادامه، یک بال با نسبت طول قسمت فلزی به طول کل برابر ۰.۲ در شرایط اولیه  $w_0 = 0.02$  قبل و حین وقوع و وقوع ناپایداری در نمودارهای ۱ و ۲ نشان داده شده است. روش کار به این صورت است که ناپایداری در سرعت‌های مختلف بررسی می‌شود. قبل از سرعت وقوع ناپایداری، دامنه ناپایداری در تمام درجات آزادی پس از گذشت زمان کم می‌شود، اما به محض گذشت از سرعت وقوع ناپایداری، دامنه ناپایداری‌ها با گذشت زمان افزایش می‌یابد. همان‌طور که در نمودار ۱ مشخص است، دامنه ناپایداری‌ها قبل از سرعت وقوع ناپایداری یا گذشت زمان کم می‌شود، اما با افزایش سرعت و گذر از سرعت وقوع ناپایداری (که در اینجا ۳۴.۸ است)، دامنه ناپایداری‌ها با گذشت زمان افزایش می‌یابد. نمودار ۳ به بررسی تاثیر طول قسمت کامپوزیتی در مقایسه با قسمت فلزی می‌پردازد. براساس این نمودار، سرعت وقوع ناپایداری افزایش و سپس کاهش می‌یابد، به طوری که هر چه طول قسمت فلزی تا ۰.۹ طول بال افزایش یابد، سرعت وقوع ناپایداری افزایش می‌یابد و پس از آن هر چه طول قسمت فلزی افزایش یابد، سرعت وقوع ناپایداری کاهش می‌یابد. براساس جدول ۵ که در آن نحوه تغییرات سرعت فلاتر و جرم بال دوتکه در نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال مختلف بررسی شده، با افزایش نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال، جرم کل بال، جرم کل بال افزایش یافته است. براساس جدول ۵، در حالتی که بال تمام کامپوزیتی است (که نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال برابر با صفر است)، جرم ۱۲ کیلوگرم است، ولی با افزایش نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال تا حالت بال تمام فلزی (که نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال برابر با یک است)، جرم به ۲۴ کیلوگرم افزایش می‌یابد. بنابراین به نظر می‌رسد در کاربردهایی که جرم، نقش تعیین‌کننده‌ای در طراحی بال دارد، هر چه طول قسمت کامپوزیتی بیشتر باشد، طراح بیشتر به هدف خود که سبک‌تر شدن بال است، نزدیک می‌شود. از طرف دیگر، اگر جرم پارامتر تعیین‌کننده در طراحی نباشد، استفاده از یک قسمت کامپوزیتی می‌تواند سرعت وقوع ناپایداری را افزایش دهد.

جدول ۴) خصوصیات بال دوتکه با نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال مختلف

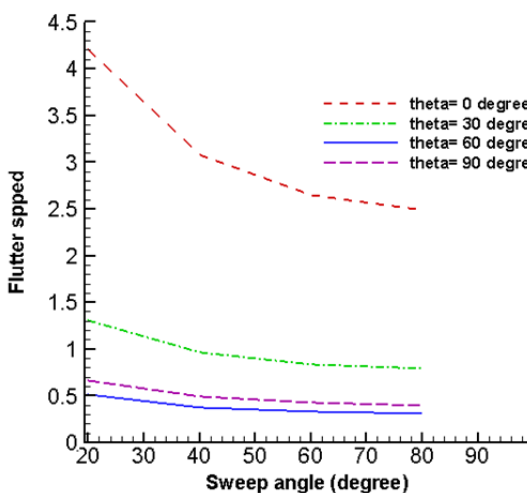
مقدار	پارامتر
-۱۰	نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال
۹۰	زاویه الیاف کامپوزیت
۰	زاویه سوئیپ قسمت کامپوزیتی
۰.۷۵	جرم واحد طول قسمت کامپوزیتی جرم واحد طول قسمت کامپوزیتی ( $kg/m$ )
۱/۵	جرم واحد طول قسمت فلزی جرم واحد طول قسمت کامپوزیتی ( $kg/m$ )

ناپایداری در زاویه الیاف ۳۰ درجه بیشترین مقدار خود را دارد. همچنین مطابق با نمودار ۵ که در واقع همان نمودار ۴ در نمایی بزرگتر بوده، نشان می‌دهد که زاویه الیاف ۳۰ درجه مناسب‌ترین زاویه است. همچنین در بازه زاویه عقبگرد بین ۴۰- تا صفر درجه، زاویه ۲۰- درجه کمترین سرعت وقوع ناپایداری را دارد. همچنین مطابق با نمودار ۶، با افزایش زاویه عقبگرد از صفر تا ۸۰ درجه، سرعت وقوع ناپایداری افزایش می‌یابد. از مقایسه دو نمودار ۴ و ۶ مشخص است که زاویه عقبگرد مثبت تاثیر نامطلوبی روی سرعت وقوع ناپایداری خواهد گذاشت، به طوری که بال در سرعت بسیار پایین‌تری، دچار ناپایداری خواهد شد. مطابق با نمودار ۶، با افزایش زاویه عقبگرد مثبت از صفر تا ۸۰ درجه، سرعت وقوع ناپایداری کاهش خواهد یافت. همچنین زاویه الیاف صفر درجه بهترین زاویه ممکن برای بال هیبریدی با زاویه عقبگرد مثبت خواهد بود.

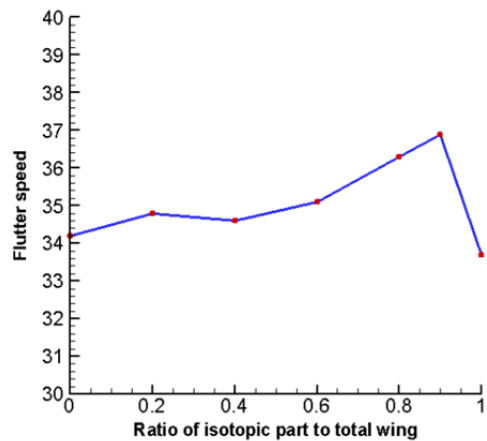
در ادامه، رفتار سازه جهت  $V, W, \theta$ ، قبل و حین سرعت وقوع ناپایداری در نمودار ۷ در زاویه عقبگرد ۲۰- درجه در شرایط اولیه در  $W_0 = 1$  در جریان ناپایا نشان داده شده است که براساس آن با افزایش سرعت یکی از درجات آزادی با افزایش زمان افزایش، وقوع ناپایداری اتفاق می‌افتد.



**نمودار ۵)** تاثیر زاویه عقبگرد منفی قسمت کامپوزیتی به سرعت وقوع ناپایداری در زوایای الیاف مختلف در جریان ناپایا در نمایی بزرگتر در بازه زاویه‌ای بین ۴۰- تا صفر درجه



**نمودار ۶)** تاثیر زاویه عقبگرد مثبت قسمت کامپوزیتی به سرعت وقوع ناپایداری در زوایای الیاف مختلف در جریان ناپایا



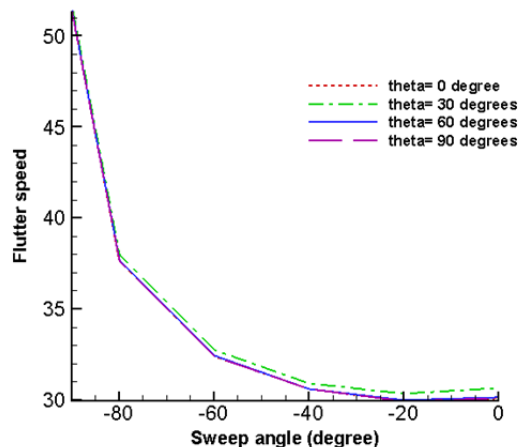
**نمودار ۳)** نمودار سرعت وقوع ناپایداری بر حسب نسبت طول قسمت فلزی به نسبت طول کل بال

#### ۲-۴- بررسی پایداری آیرودینامیک خطی بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه سوئیپ

در این قسمت، پایداری آیرودینامیک خطی بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه سوئیپ بررسی شده است. در این بال، نصف بال از جنس فلز (ایزوتروپ) و نصف دیگر آن از جنس کامپوزیت و دارای زاویه عقبگرد است. خصوصیات مادی و مشخصات ابعادی بال در دو قسمت ایزوتروپیک و کامپوزیتی مطابق با جدول‌های ۱ و ۲ و سایر فرضیات مطابق با جدول ۶ بوده و خصوصیات جریان به صورت ناپایا در نمودار ۴ در نظر گرفته شده و تغییرات سرعت وقوع ناپایداری در زوایای عقبگرد مختلف ارایه شده است.

**جدول ۶)** خصوصیات بال دوتکه با زوایای سوئیپ مختلف در قسمت کامپوزیتی

مقدار	پارامتر
۰.۵	نسبت طول قسمت فلزی به طول کل بال
۹۰-۶۰-۳۰-۰	زاویه الیاف کامپوزیت
-۹۰-۸۰	زاویه سوئیپ قسمت کامپوزیتی



**نمودار ۴)** تاثیر زاویه عقبگرد منفی قسمت کامپوزیتی به سرعت وقوع ناپایداری در زوایای الیاف مختلف در جریان ناپایا

همان طور که در نمودار ۴ مشخص است، با افزایش زاویه عقبگرد منفی از ۹۰- تا صفر درجه، سرعت وقوع ناپایداری کاهش پیدا می‌کند. نکته قابل توجه در نمودار ۵ این است که سرعت وقوع

منابع مالی: این تحقیق، هیچ گونه منابع مالی دریافت نکرده است.

۶- پی نوشت

نحوه به دست آمدن هر یک از درایه های ماتریس D:

$$GJ = GJa22_{\xi} + GJb22_{\xi} + GJa33_{\xi} + GJb33_{\xi}$$

$$GJa22_{\xi} = \sum \frac{1}{12} a^3_i \bar{Q}_{22}^i dh_i \quad GJa33_{\xi} = \sum \frac{1}{3} a_i \bar{Q}_{33}^i dh_i^3$$

$$GJb22_{\xi} = \sum \frac{1}{3} b_i \bar{Q}_{22}^i dh_i^3$$

$$GJb33_{\xi} = \sum \frac{1}{12} b_i^3 \bar{Q}_{33}^i dh_i \quad (۱ پ)$$

$$K12_{\zeta} = E1a12_{\zeta^2} + E1b12_{\zeta^2}$$

$$E1a12_{\zeta^2} = \sum \frac{1}{12} a^3_i \bar{Q}_{12}^i dh_i$$

$$E1b12_{\zeta^2} = \sum \frac{1}{3} b_i \bar{Q}_{12}^i dh_i^3 \quad (۲ پ)$$

$$K11_{\zeta} = E1a11_{\zeta^2} + E1b11_{\zeta^2}$$

$$E1a11_{\zeta^2} = \sum \frac{1}{12} a^3_i \bar{Q}_{11}^i dh_i$$

$$E1b11_{\zeta^2} = \sum \frac{1}{12} a^3_i \bar{Q}_{12}^i dh_i \quad (۳ پ)$$

$$K11_{\eta} = E1a11_{\eta^2} + E1b11_{\eta^2}$$

$$E1a11_{\eta^2} = \sum \frac{1}{3} a_i \bar{Q}_{11}^i dh_i^3$$

$$E1b11_{\eta^2} = \sum \frac{1}{12} b^3_i \bar{Q}_{11}^i dh_i \quad (۴ پ)$$

$$dh_i^n = h_{i+1}^n - h_i^n \quad (۵ پ)$$

فرم کلی اصل همیلتون پس از انتگرال گیری جزء به جزء:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l [Q_u \delta u + Q_v \delta v + Q_w \delta w + Q_{\theta} \delta \theta] + C_{\theta} \delta \theta -$$

$$\left( \frac{\partial C_u}{\partial t} \delta u + \frac{\partial C_v}{\partial t} \delta v + \frac{\partial C_w}{\partial t} \delta w + \frac{\partial C_{\theta}}{\partial t} \delta \theta \right) -$$

$$\left( \frac{\partial C_{u'}}{\partial x} \delta u + \frac{\partial C_{v'}}{\partial x} \delta v + \frac{\partial C_{w'}}{\partial x} \delta w + \frac{\partial C_{\theta'}}{\partial x} \delta \theta \right) +$$

$$\frac{\partial^2 C_{u'}}{\partial x \partial t} \delta u + \frac{\partial^2 C_{v'}}{\partial x \partial t} \delta v + \frac{\partial^2 C_{w'}}{\partial x \partial t} \delta w +$$

$$\left( \frac{\partial^2 C_{u''}}{\partial x^2} \delta u + \frac{\partial^2 C_{v''}}{\partial x^2} \delta v + \frac{\partial^2 C_{w''}}{\partial x^2} \delta w \right) dx dt +$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \{ (C_{u''} \delta u_x + C_{v''} \delta v_x + C_{w''} \delta w_x) |_0^l + C_{\theta'} \delta \theta |_0^l$$

$$+ [(C_{u'} -$$

$$\frac{\partial C_{u'}}{\partial t} - \frac{\partial C_{u''}}{\partial x}] \delta u |_0^l + [(C_{v'} - \frac{\partial C_{v'}}{\partial t} - \frac{\partial C_{v''}}{\partial x}] \delta v |_0^l +$$

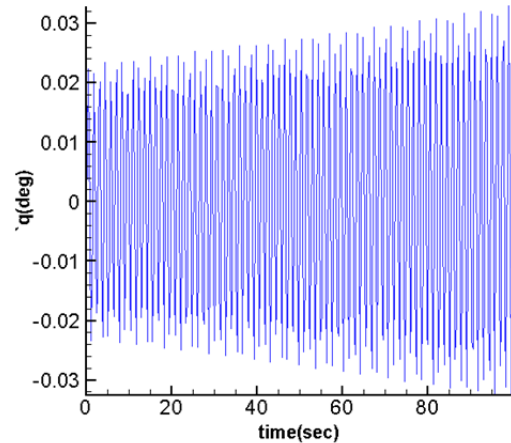
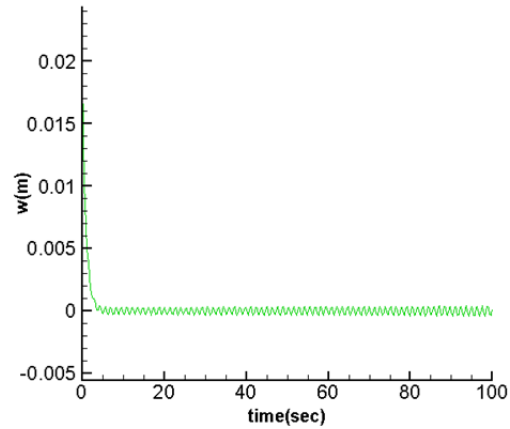
$$[(C_{w'} - \frac{\partial C_{w'}}{\partial t} - \frac{\partial C_{w''}}{\partial x}] \delta w |_0^l \} dt \quad (۶ پ)$$

شرایط مرزی حاکم بر سیستم:

$$B.C1: \left[ (C_{X'} - \frac{\partial C_{X''}}{\partial x} - \frac{\partial C_{X'}}{\partial t}) \delta X \right] |_0^l = 0 \quad (۷ پ)$$

$$B.C2: (C_{X''} \delta X_x) |_0^l = 0 \quad (۸ پ)$$

منابع



نمودار (۷) آغاز وقوع ناپایداری آبروالاستیک در شرایط  $U=29.93$ ,  $w_0 = 0.02$  در دو قسمت فلزی و کامپوزیتی و زاویه عقبگرد ۲۰-درجه

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، ابتدا یک بال با یک قسمت فلزی و یک قسمت کامپوزیتی بدون زاویه سوئیپ مورد بررسی قرار گرفت. زاویه الیاف قسمت کامپوزیتی به صورت دلخواه ۹۰ درجه در نظر گرفته شده است. طبق نمودار ۶، در صورتی که در قسمت کامپوزیت زاویه عقبگرد وجود نداشته باشد، با افزایش طول قسمت فلزی، ابتدا سرعت وقوع ناپایداری افزایش و سپس کاهش پیدا می کند. در بخش بعدی، یک بال با یک قسمت فلزی بدون زاویه عقبگرد و یک قسمت کامپوزیتی با زاویه عقبگرد مثبت و منفی با چهار زاویه الیاف دلخواه در جریان ناپایا مورد تحلیل قرار گرفته است. مطابق با نمودارهای ۴ و ۶، با افزایش زاویه عقبگرد مثبت و منفی در قسمت کامپوزیتی، سرعت وقوع ناپایداری کاهش می یابد. همچنین زاویه عقبگرد مثبت، تاثیر نامطلوبی روی سرعت وقوع ناپایداری دارد و سرعت وقوع ناپایداری را کاهش می دهد. براساس نمودار ۵، از بین چهار زاویه دلخواه الیاف، بهترین زاویه ۳۰ درجه و براساس نمودار ۶، بهترین زاویه الیاف زاویه صفر درجه است.

تشکر و قدردانی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

تاییدیه اخلاقی: این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده است. همچنین برای بررسی یا چاپ به نشریه دیگری ارسال نشده است. ضمناً محتویات علمی مقاله حاصل فعالیت علمی نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسندگان است.

تعارض منافع: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

سهام نویسندگان: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.



12- Jacobsen LS. Natural frequencies of uniform cantilever beams of symmetrical cross- section. *Journal of Applied Mechanics*, A-1. 1938;5.

13- Amoozgar MR, Irani S, Vio GA. Aeroelastic instability of a composite wing with a powered-engine. *Journal of Fluids and Structures*. 2013;36:70-82.

14- Shams Sh. Investigating the aeroelastic behavior of flexible composite wings with high aspect ratio with nonlinear geometric behavior in incompressible flow [Dissertation]. Tehran: Amirkabir University of Technology; 2008. [persian]

15- Shams Sh, Sadr Lahidjani MH, Haddadpour H. Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function. *Thin Walled Structures*. 2008;46(11):1192-1203.

16- Shams Sh, Sadr Lahidjani MH, Haddadpour H. An efficient method for nonlinear aeroelasticity of slender wings. *Nonlinear Dynamics*. 2012;67(1):659-681.

17- Patil MJ, Hodges DH, Cesnik CES. Limit-cycle oscillations in high-aspect-ratio wings. *Journal of Fluids and Structures*. 2001;15(1):107-132.

18- Karpouzian G, Librescu L. Comprehensive model of anisotropic composite aircraft wings suitable for aeroelastic analyses. *Journal of Aircraft*. 1994;31(3):703-712.

19- Mazidi A, Fazlzadeh SA. Flutter of a swept aircraft wing with a powered engine. *Journal of Aerospace Engineering*. 2009;23(4):243-250.

20- Golparvar H, Nasrollahzade M, Hosseinian A. Investigating the effects of sweep angles on the boundary dynamic instability using Peters pattern. 10<sup>th</sup> International Conferece of Iranian Aerospace Society, 1-3 March, 2011, Tehran, Iran. Tehran: Iranian Aerospace Society; 2011. [Persian]

1- Lottati I. Flutter and divergence aeroelastic characteristics for composite forward swept cantilevered wing. *Journal of Aircraft*. 1985;22(11):1001-1007.

2- Weisshaar TA. Aeroelastic tailoring-creative use of unusual materials. 28<sup>th</sup> Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 6-8 April, 1987, Monterey, California, U.S.A. Reston: AIAA; 1987.

3- Lazarus KB, Crawley EF, Bohlmann JD. Static aeroelastic control using strain actuated adaptive structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 1991;2(3):386-410.

4- Ehlers SM, Weisshaar TA. Static aeroelastic behaviour of an adaptive laminated piezoelectric composite wing. 31<sup>st</sup> Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2-4 April, 1990, Long Beach, California, U.S.A. Reston: AIAA; 1990.

5- Pai PF, Nayfeh AH. Non-linear non-planar oscillations of a cantilever beam under lateral base excitations. *International Journal of Non Linear Mechanics*. 1990;25(5):455-474.

6- Anderson TJ, Nayfeh AH, Balachandran B. Experimental verification of the importance of the nonlinear curvature in the response of a cantilever beam. *Journal of Vibration and Acoustics*. 1996;118(1):21-27.

7- Malatkar P, Nayfeh AH. A parametric identification technique for single-degree-of-freedom weakly nonlinear systems with cubic nonlinearities. *Journal of Vibration and Control*. 2003;9(3-4):317-336.

8- Weisshaar TA, Foist BL. Vibration tailoring of advanced composite lifting surfaces. *Journal of Aircraft*. 1985;22(2):141-147.

9- Bauchau OA, Hong CH. Nonlinear composite beam theory. *Journal of Applied Mechanics*. 1988;55(1):156-163.

10- Pai PF, Nayfeh AH. Three dimensional nonlinear vibration of composite beam-I. Equation of motion. *Nonlinear Dynamics*. 1990;1(6):477-502.

11- Haddadpour H, Kouchakzadeh MA, Shadmehri F. Aeroelastic instability of aircraft composite wings in an incompressible flow. *Composite Structures*.