



## Numerical Study of Step Geometry Effects on Gaseous Sonic Transverse Injection in Supersonic Crossflow

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Zahedzadeh M.<sup>1</sup> MSc,  
Omami F.\*<sup>1</sup> PhD

#### How to cite this article

Zahedzadeh M, Omami F. Numerical Study of Step Geometry Effects on Gaseous Sonic Transverse Injection in Supersonic Crossflow. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(4):1075-1084.

<sup>1</sup>Aerospace Engineering Department, Mechanical Engineering Faculty, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: Tarbiat Modares University, Nasr Bridge, Jalal-Al-Ahmad Highway, Tehran, Iran.  
Phone: +98 (21) 82883948  
Fax: +98 (21) 88269296  
fomami@modares.ac.ir

#### Article History

Received: September 07, 2018  
Accepted: November 18, 2018  
ePublished: May 01, 2019

### ABSTRACT

Fuel-air mixing is one of the challenging issues in supersonic velocities that is mostly used in scramjet engine combustors. Sufficient mixing between the supersonic airstream and the fuel jet is critical for designing of scramjet engines, and this is due to the very short residence timescale for the mixture in supersonic flows. Various studies and investigations have been conducted on enhancing the fuel-air mixture. One way to improve fuel-air mixture is to employ step before the injection point, so a low-speed recirculation zone is created before the injection point and causes to improve fuel-air mixture. Employing step causes to increase stagnation pressure loss and we should compromise between mixing efficiency and stagnation pressure loss. In this paper, the effects of step on Gaseous sonic transverse injection in supersonic crossflow are investigated numerically. Two-dimensional Reynolds Averaged Navier-Stokes equations and  $k-\omega$  sst turbulence model and the perfect gas equation have been solved, using Fluent software. The results of the numerical solution are compared and validated with available experimental data. Numerical results showed good agreement with the experimental values. Then, the effects of varying step heights and distance of step from injection point on Mach disc height and stagnation pressure loss are considered numerically.

**Keywords** Scramjet; Transverse Injection; Pressure Ratio; Shock Wave; Numerical Simulation

### CITATION LINKS

[1] Scramjet engines: The first ... [2] Numerical simulation of wall injection with cavity ... [3] Sustained combustion with Ramp-Cavity ... [4] An experimental and numerical study on the combustion ... [5] Hyper-X Post-Flight Trajectory ... [6] X-43A vehicle design and ... [7] The X-51A scramjet engine flight demonstration ... [8] Numerical study of supersonic gas flow ... [9] Investigation on the flameholding mechanisms in ... [10] Advanced injection and mixing techniques for ... [11] Fluid phenomena in scramjet combustion ... [12] Historical survey on enhanced mixing ... [13] Transverse jet in supersonic ... [14] Experimental study of effective factors ... [15] Numerical investigation of transverse sonic ... [16] Numerical investigation of supersonic injection ... [17] Numerical investigation of the nonreacting and reacting ... [18] Optical study of sonic and supersonic jet penetration from ... [19] Mole-fraction imaging of transverse injection ... [20] Observations of supersonic ... [21] Formation of surface trailing counter-rotating ... [22] Generation of upper trailing counter-rotating vortices ... [23] Transverse injection of a jet from the surface of a flat ... [24] Influences of the turbulence model and the slot width ... [25] Penetration of jets injected behind backward ... [26] Laser-induced-fluorescence visualization ... [27] Transverse injection into Mach 2 flow behind a ... [28] Experimental investigation of single jet and dual jet injection ... [29] Numerical exploration of staged transverse injection ... [30] Influence of jet-to-crossflow pressure ratio on nonreacting ... [31] Certain investigations of numerical simulation ... [32] Shape effect of cavity flameholder on mixing zone ... [33] Experimental study on mixing phenomena in supersonic ... [34] Compressible Turbulence Model consistency for separated ... [35] A comparison of turbulence models for a supersonic ... [36] Comparison of first and second order turbulence models ... [37] An introduction to turbulent flows and its ... [38] Fluid mechanics ... [39] Boundary-layer theory ... [40] Numerical simulation of supersonic flowfield ... [41] Computational study of transverse slot injection ...

## مطالعه عددی تاثیر حضور پله در حوزه جریان پاشش گازی صوتی عمودی در جریان هوای عرضی مافوق صوت

مصطفی زاهدزاده MSc

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

فتح‌اله ائی \* PhD

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

### چکیده

مخلوط شدن مناسب سوخت و هوا یکی از مسایل چالش برانگیز در سرعت‌های مافوق صوت بوده که بیشترین کاربرد آن نیز در محفظه‌های احتراق موتورهای اسکرم‌جت است. در طراحی موتورهای اسکرم‌جت، اختلاط کافی بین جریان هوای مافوق صوت و جت سوخت پاشش شده یک مساله حیاتی است زیرا به دلیل زمان اقامت خیلی کوتاه مخلوط در جریان مافوق صوت، پایداری احتراق بسیار مشکل است. تاکنون مطالعات و تحقیقات گسترده‌ای برای بهبود اختلاط سوخت و هوا در این حوزه جریان صورت پذیرفته است. یکی از راهکارهای ارائه شده برای بهبود اختلاط سوخت و هوا، ایجاد پله قبل از نقطه پاشش است که با ایجاد یک ناحیه بازچرخشی سرعت پایین قبل از نقطه پاشش موجب افزایش راندمان اختلاط می‌شود. البته باید اشاره نمود که استفاده از پله همراه با آفت فشار سکون است که باید مصالحه‌ای بین افزایش راندمان اختلاط و آفت فشار سکون صورت پذیرد. در کار حاضر تاثیر حضور پله بر حوزه پاشش گازی صوتی عمودی در جریان هوای عرضی مافوق صوت به صورت عددی بررسی شده است. در ابتدا معادلات دو بُعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفستگی دو معادله‌ای  $k-\omega$  SST و معادله حالت گاز کامل با استفاده از نرم افزار فلوئنت حل شده‌اند و نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی با داده‌های تجربی مقایسه و صخه‌گذاری شده‌اند. سپس با تغییر دو پارامتر هندسی ارتفاع پله و فاصله پله از نقطه پاشش، تاثیر این دو پارامتر بر ارتفاع دیسک ماخ و آفت فشار سکون بررسی شده است.

**کلیدواژه‌ها:** اسکرم‌جت، پاشش متقاطع، نسبت فشار، موج ضربه‌ای، شبیه‌سازی عددی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۶/۱۶

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۲۷

\* نویسنده مسئول: fommi@modares.ac.ir

مافوق صوت استفاده می‌شوند که البته استفاده از سوخت هیدروژن رایج‌تر است. معمولاً سوخت هیدروژن برای کاربردهای فضایی و سوخت‌های هیدروکربنی بیشتر برای کاربردهای نظامی مناسب هستند، زیرا شرایط انبارداری آنها نسبت به هیدروژن آسان‌تر است. مکانیزم واکنش سوخت هیدروژن حدود ۱۰ برابر سریع‌تر از سوخت‌های هیدروکربنی دیگر است و ضربه ویژه بالاتری نیز فراهم می‌نماید [3, 4]. به عنوان یک نمونه عملی استفاده از موتور اسکرم‌جت می‌توان به پرنده ایکس-۴۳ در پروژه ناسا اشاره نمود که در شکل ۱ تصویری از آن مشاهده می‌شود. این پرنده توانست با استفاده از موتور اسکرم‌جت به طور موفقیت آمیزی حدود ۱۱ ثانیه در عدد ماخ حدود ۹/۶ یا تقریباً ۷۰۰۰ مایل بر ساعت در ارتفاع ۱۱۰۰۰۰ پایی پرواز نماید [5, 6]. یک نمونه وسیله دیگر با پیش‌رانش اسکرم‌جت در آزمایش موفقیت آمیز پرنده ایکس-۵۱ صورت گرفته است. در شکل ۲، تصویری از پرنده ایکس-۵۱ مشاهده می‌شود که در زیر بال یک هواپیمای بی-۵۲ نصب شده است. پرنده ایکس-۵۱ یک وسیله با موتور اسکرم‌جت و به طور یکپارچه با بوستر موشکی است. این پرنده رکورد بیشترین مدت زمان پروازی با موتور اسکرم‌جت را شکست و توانست به مدت ۲۱۰ ثانیه با موتور اسکرم‌جت پرواز نماید. پرنده ایکس-۵۱ در اولین پروازش توانست به عدد ماخ پروازی ۵ در ارتفاع ۷۰۰۰۰ پایی دست یابد [7, 8].



شکل ۱) پرنده ایکس-۴۳ ناسا با موتور اسکرم‌جت [6]



شکل ۲) پرنده ایکس-۵۱ با موتور اسکرم‌جت به همراه بوستر سوخت جامد آن [7]

البته دستیابی به یک احتراق پایدار و کارآمد در موتور اسکرم‌جت بسیار دشوار است که به دلیل زمان اقامت بسیار کوتاه مخلوط سوخت و هوا درون محفظه احتراق بوده که از مرتبه میلی‌ثانیه است [9]. به دلیل بهبود فرآیند مخلوط شدن سوخت و هوا، تاکنون سیستم‌های پاشش سوخت فراوانی پیشنهاد و بررسی شده‌اند.

### ۱- مقدمه

پاشش متقاطع یک جت گاز به درون یک جریان گاز مافوق صوت، روشی متعارف برای کنترل بردار تراست موتورهای موشک و همچنین روشی برای طراحی سیستم اختلاط سوخت و هوا در محفظه احتراق موتورهای اسکرم‌جت است که به احتمال زیاد در آینده نزدیک، موتور اسکرم‌جت یکی از موثرترین موتورهای پروازهای ماورای صوتی خواهد شد [1]. موتور اسکرم‌جت یک تکنولوژی نوپدیدبخش است که می‌تواند سیستم‌های حمل و نقل کارآمدی را به وجود آورد تا نیازی به حمل اکسیدکننده نداشته باشند و در نتیجه این وسایل می‌توانند سوخت بیشتری را با خود حمل نمایند و وزن ناخالص برخاست وسیله می‌تواند کاهش یابد. همچنین برخی از محدودیت‌های پیش‌رانشی موتورهای موشک معمولی را نیز ندارد. یکی دیگر از ویژگی‌های موتورهای اسکرم‌جت این است که هیچ گونه قطعات متحرک دَوّاری مشابه توربین و کمپرسور موتورهای توربینی ندارند. همچنین به دلیل این که موتورهای پرواز در سرعت‌های خیلی زیاد طراحی می‌شوند، معمولاً نسبت به موتورهای معمولی دیگر طول‌تر هستند و باید با سازه پرنده ترکیب شوند و به صورت یکپارچه در آیند [2]. هم سوخت هیدروژن و هم سوخت‌های هیدروکربنی در کاربردهای احتراق

مومنوم را روی عمق نفوذ با استفاده از تصویربرداری شیلیبرن بررسی نموده‌اند [20]. سان و هو تشکیل جفت گردابه‌های ناهمسان‌گرد پایین‌دست یک جت صوتی در جریان عرضی مافوق صوت را با استفاده از شبیه‌سازی عددی مستقیم بررسی نموده‌اند [21, 22]. ولکوف و همکاران، پاشش متقاطع درون جریان مافوق صوت روی یک صفحه تخت را به صورت عددی با حل معادلات ناویر-استوکس دو بُعدی به همراه مدل آشفتگی  $k-\omega$  SST بررسی نموده‌اند [23]. هوآنگ و همکاران تاثیر مدل‌های آشفتگی و عرض شکاف را بر حوزه جریان پاشش متقاطع در جریان‌های مافوق صوت بررسی نموده‌اند [24].

عمق نفوذ جت‌های عمودی بعد از پله‌ها در جریان مافوق صوت توسط یاماچی و همکاران بررسی شده است [25]. مک‌دنیل و گریور [26] و همچنین مک‌دنیل و همکاران [27] به طور تجربی اختلاط متقاطع جریان سرد جت‌های صوتی را در جریان مافوق صوت بررسی نموده‌اند. آنها پاشش دومرحله‌ای بعد از پله را در جریان آزاد با عدد ماخ ۲ به صورت تجربی بررسی نموده‌اند. لیو و همکاران به بررسی تجربی پاشش جت تنها و پاشش جت دوتایی در یک محفظه احتراق مافوق صوت پرداخته‌اند. آنها مشاهده نمودند که پاشش جت دوتایی، عمق نفوذ سوخت بیشتری ایجاد می‌نماید و فاصله بهینه‌ای برای مکان جت‌ها وجود دارد که در آن فاصله عمق نفوذ جت سوخت بیشینه است [28]. سریرام و چاکروبرتی پاشش عمودی درون جریان مافوق صوت بعد از یک پله را به صورت عددی بررسی نموده‌اند [29]. هوآنگ و همکاران، تاثیر نسبت فشار جت به جریان عرضی را بر محفظه احتراق اسکرمت جت دارای پله در شرایط جریان واکنش‌پذیر و غیرواکنش‌پذیر بررسی نموده‌اند [30]. ساتنکاران و همکاران، به تحقیق روی شبیه‌سازی عددی در محفظه احتراق مافوق صوت با تزریق متقاطع دومرحله‌ای بعد از یک پله با گودال پرداخته‌اند. پاشش سوخت به درون یک محفظه احتراق مافوق صوت با یک گودال یکی از روش‌های موثر برای پایدارسازی و نگهداری شعله در بازه وسیعی از شرایط عملکردی است [31]. مرادی و همکاران نیز تاثیر شکل گودال شعله نگهدار را بر ناحیه اختلاط جت هیدروژن در جریان مافوق صوت بررسی نموده‌اند. آنها تاثیر استفاده از گودال‌های با شکل‌های دوزنقه‌ای، مستطیلی و دایره‌ای را روی توزیع سوخت بررسی نموده‌اند. نتایج آنها نشان داد که گودال دوزنقه‌ای شکل کارآمدتر از شکل‌های دیگر در نگهداری ناحیه احتراق است [32].

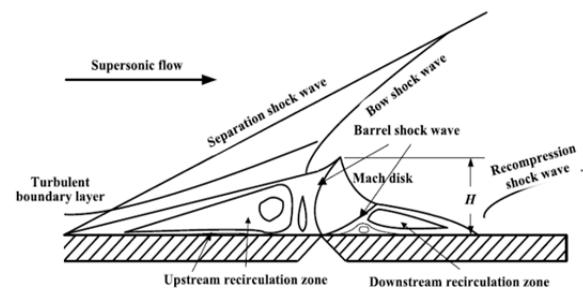
در کار حاضر، ابتدا شبیه‌سازی عددی پاشش جت گازی صوتی با چهار نسبت فشار متفاوت انجام شده است و نتایج حل عددی با داده‌های تجربی مقایسه و صحت‌گذاری شده‌اند. سپس تاثیر ایجاد پله قبل از نقطه پاشش با تغییر دو پارامتر ارتفاع پله و فاصله پله از نقطه پاشش بررسی شده است. در نهایت، ارتفاع دیسک ماخ و افت فشار سکون برای ساختارهای مختلف به دست آمده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

## ۲- مدل فیزیکی

مدل تجربی مورد مطالعه توسط آسو و همکاران [33]، برای صحت‌گذاری روش حل عددی حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. آزمایشات تجربی آنها دقت مکانی خوبی از داده‌های فشار دیواره دارد و بازه وسیعی از نسبت‌های فشار تزریق را پوشش می‌دهد. در این آزمایشات، صفحات منتهای (با دیواره‌های کناری) برای جریان دو بُعدی استفاده شده است و به دلیل نسبت منطری خیلی کوچک مدل فیزیکی، می‌توان آن را به صورت دو بُعدی در نظر گرفت.

پاشش به صورت موازی، عمودی و زاویه‌دار از دیواره، پاشش بعد از سطح شیب‌دار (رمپ)، رمپ آیرودینامیک، استفاده از پایه‌ها، تیغه‌ها و تیرک‌ها، تعبیه گودال (حفره) روی دیواره و استفاده از انژکتورهای جت چندتایی، جت‌های هوای میکرو، انژکتورهای پالسی و تولیدکننده‌های امواج ضربه‌ای و همچنین ترکیبی از طرح‌های متنوع بررسی شده‌اند [10-13]. در بعضی ساختارها گاهی یک پله در محفظه احتراق اسکرمت جت به دلیل ایجاد پایداری و تثبیت شعله به کار می‌رود. استفاده از یک محفظه احتراق با پاشش عمودی در پایین‌دست یک پله در محفظه احتراق، یکی از ساده‌ترین طراحی‌ها برای بهبود اختلاط سوخت و هوا و پایدارسازی شعله در محفظه احتراق یک موتور اسکرمت جت است. پاشش عمودی به درون جریان مافوق صوت بعد از یک پله در محفظه احتراق نسبتاً پیچیده است.

تزریق جت به صورت متقاطع یکی از پیشرفته‌ترین روش‌ها برای سیستم تزریق سوخت است. برای رسیدن به نسبت سوخت به هوای دلخواه می‌توان از تغییرات نسبت مومنوم و زوایای پاشش قابل تنظیم یا حتی از یک نوع انژکتور پیچشی استفاده نمود. موارد ذکر شده را می‌توان دلیلی بر قابلیت بسیار بالای این نوع جریان در رسیدن به کیفیت مطلوب مخلوط هوا و سوخت در نظر گرفت [14]. با برخورد جریان هوای آزاد با جریان ثانویه، یک موج ضربه‌ای کم‌انرژی قوی، جلوی نقطه پاشش، ایجاد می‌شود و پس از آن یک موج ضربه‌ای بشکه‌ای به وجود می‌آید. همچنین قبل از نقطه پاشش، جدایش لایه مرزی صورت می‌پذیرد که به دلیل تداخل لایه مرزی و موج ضربه‌ای است. یک موج ضربه‌ای نیز از جدایش لایه مرزی به وجود می‌آید که در ادامه به موج ضربه‌ای کم‌انرژی متصل می‌شود [15]. جت صوتی از طریق یک فن پرائتل-مایر، منبسط و سپس توسط موج ضربه‌ای بشکه‌ای و دیسک ماخ متراکم شده است. در پایین‌دست جت، جریان به موازات سطح دیواره می‌چرخد و یک موج ضربه‌ای بازترکمی تولید می‌شود. همچنین دو ناحیه بازچرخشی قبل و بعد از نقطه پاشش تشکیل شده است [16]. شکل ۳ نمای شماتیک پاشش متقاطع جت صوتی در جریان عرضی مافوق صوت را نشان می‌دهد [17].



شکل ۳) نمای شماتیک پاشش متقاطع جت صوتی در جریان عرضی مافوق صوت [17]

در اینجا اشاره مختصری به برخی مطالعات صورت گرفته در حوزه پاشش جت متقاطع در جریان عرضی مافوق صوت می‌شود. هرش و همکاران، عمق نفوذ جت هلیوم به درون جریان آزاد با ماخ ۲ را بر یک صفحه تخت با استفاده از تصاویر شیلیبرن اندازه‌گیری نموده‌اند [18]. آبیوت و همکاران به مطالعه اختلاط مافوق صوت در محفظه احتراق پرداخته و اندازه‌گیری کسر مولی را در شرایط تجربی انجام داده‌اند [19]. پایاموسچو و همکاران، اثر عدد ماخ جریان آزاد، عدد ماخ جت، نسبت فشار استاتیک، نسبت چگالی و نسبت

$$P = \rho RT \quad (5)$$

معادلات آشفته‌گی نیز به صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho u_j k - (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \tau_{til} S_{ij} - \beta^* \rho \omega k \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho u_j \omega - (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) = P_\omega - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (7)$$

که در این معادلات  $P_\omega$  و  $F_1$  به صورت زیر هستند:

$$P_\omega \equiv 2\gamma\rho(S_{ij} - \omega S_{nn} \delta_{ij}/3)S_{ij} \approx \gamma\rho\Omega^2 \quad (8)$$

$$F_1 = \tanh \left\{ \left( \min \left[ \max \left[ \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}, \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right] \right)^4 \right\} \quad (9)$$

که در معادله ۹،  $CD_{k\omega}$  به صورت زیر است:

$$CD_{k\omega} = \max \left[ \frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right] \quad (10)$$

از موارد کاربرد این مدل می‌توان به شبیه‌سازی جریان‌های دارای گردآیدان فشار معکوس، جریان‌های حول ایرفویل‌ها، جریان‌های داخل کانال، جریان‌های برشی و جریان‌های دارای امواج ضربه‌ای اشاره نمود[37].

#### ۴- تولید شبکه و بررسی استقلال از شبکه

شبکه‌بندی مناسب در شبیه‌سازی عددی دارای اهمیت زیادی است. در این کار از یک شبکه سازمان‌یافته با سلول‌های مستطیلی استفاده شده و شبکه در اطراف انژکتور و نزدیک به دیواره‌ها ریز شده است.

برای محاسبه فاصله اولین سلول از دیواره برای یک مقدار  $y^+$ ، ابتدا عدد رینولدز با استفاده از رابطه ۱۱ محاسبه می‌شود.

$$Re = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} \quad (11)$$

سپس از یک رابطه تجربی برای تخمین تابع ضریب اصطکاکی استفاده می‌شود. در مراجع مختلف، روابط تجربی زیادی برای تخمین تابع ضریب اصطکاکی پیشنهاد شده است که به عنوان مثال می‌توان از رابطه ۱۲ که از قانون توان-یک-هفتم پرانتل برای لایه مرزی آشفته به دست آمده است یا روابط ۱۳ و ۱۴ استفاده نمود، [38].

برای جریان خارجی روی صفحه تخت [38]:

$$C_f = \frac{0.027}{Re^{1/7}} \quad (12)$$

برای جریان داخلی [39]:

$$C_f = 0.079 * Re^{-0.25} \quad (13)$$

برای جریان خارجی [39]:

$$C_f = 0.058 * Re^{-0.2} \quad (14)$$

سپس نرخ تنش برشی روی دیواره با استفاده از رابطه ۱۵ تخمین زده می‌شود.

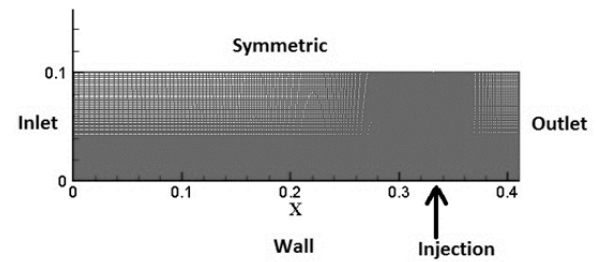
$$\tau_w = \frac{C_f \rho U_\infty^2}{2} \quad (15)$$

با داشتن نرخ تنش برشی، امکان محاسبه سرعت اصطکاکی از رابطه ۱۶ فراهم می‌شود.

$$U_f = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (16)$$

در نهایت اندازه فاصله اولین سلول نزدیک به دیواره توسط رابطه ۱۷ تخمین زده می‌شود.

فاصله از لبه حمله صفحه تا خط مرکزی مجرای تزریق  $l=330/5$  میلی‌متر و عرض شکاف پاشش  $W=1$  میلی‌متر بوده و فاصله از خط مرکزی مجرای تزریق تا مرز خروجی برابر با  $80/5$  میلی‌متر در نظر گرفته شده است. خواص جریان هوای ورودی به این صورت است که عدد ماخ جریان آزاد برابر با  $3/75$ ، فشار استاتیک برابر با  $11090$  پاسکال و دمای استاتیک برابر با  $78/43$  کلوین است. عدد ماخ جت تزریق شده یک بوده و دمای استاتیک آن  $249$  کلوین است. نسبت فشارهای جت به جریان اصلی هوا برای صحنه‌گذاری مطابق با مقادیر تجربی برابر با  $4/86$ ،  $10/29$ ،  $17/72$  و  $25/15$  در نظر گرفته شده‌اند. دمای دیواره پایینی  $300$  کلوین در نظر گرفته شده است و مرز بالایی به صورت متقارن محوری انتخاب می‌شود. شکل ۴ نمایی از شبکه و حوزه محاسباتی را نشان می‌دهد.



شکل ۴: نمایی از حوزه و شبکه محاسباتی

#### ۳- روش حل عددی

در این تحقیق، معادلات ناویر-استوکس رینولدز متوسط‌گیری شده بر پایه روش چگالی مبنا توسط نرم‌افزار FLUENT حل شده‌اند. معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، معادله مومنتوم در جهت‌های  $x, y$ ، معادله انرژی و معادله حالت گاز کامل هستند و همچنین از مدل آشفته‌گی دومعادله‌ای  $k-\omega$  SST برای مدل‌سازی آشفته‌گی استفاده شده است. مدل آشفته‌گی  $k-\omega$  SST ترکیبی از مدل آشفته‌گی  $k-\omega$  و  $k-\epsilon$  استاندارد در نواحی دور از دیواره است. مدل آشفته‌گی  $k-\omega$  SST معمولاً تخمین خوبی از لایه‌های اختلاط و جریان‌های جت را فراهم می‌نماید [34]. این مدل به این دلیل انتخاب شده است که در مقایسه با سایر مدل‌های دومعادله‌ای و مدل انتقال تنش رینولدز و  $k-\epsilon$ ، قابلیت خوبی در تخمین جدایش و مواجهه با گردآیدان‌های فشار معکوس و جریان‌های جدا شده دارد. در مقایسه با اکثر مدل‌های لزجت گردابه، حداقل برای مورد پاشش جت در جریان عرضی تراکم‌پذیر، مدل و  $k-\omega$ ، توانایی‌های تخمین بهتری از حوزه حل دارد [35, 36].

معادلات حاکم برای جریان دو بعدی به صورت زیر هستند: معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتوم در راستای  $x$ :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} - \text{div}(\mu \text{grad } u) = S_{Mx} \quad (2)$$

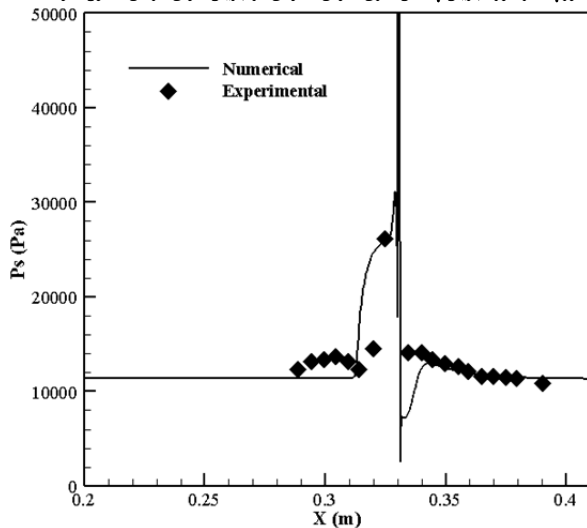
معادله مومنتوم در راستای  $y$ :

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + P)}{\partial y} - \text{div}(\mu \text{grad } v) = S_{My} \quad (3)$$

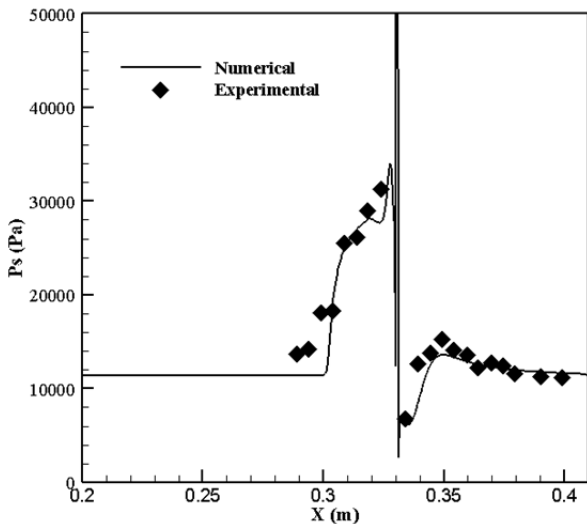
معادله انرژی:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e + P)u}{\partial x} + \frac{\partial(\rho e + P)v}{\partial y} - \text{div}(K \text{grad } T) - \Phi = S_e \quad (4)$$

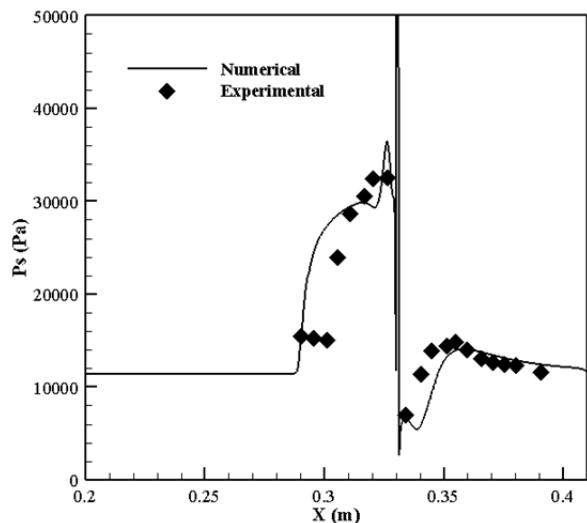
معادله حالت گاز کامل:



نمودار ۲) مقایسه نتایج حل عددی با داده‌های تجربی برای توزیع فشار استاتیکی روی دیواره در نسبت فشار ۴/۱۸۶



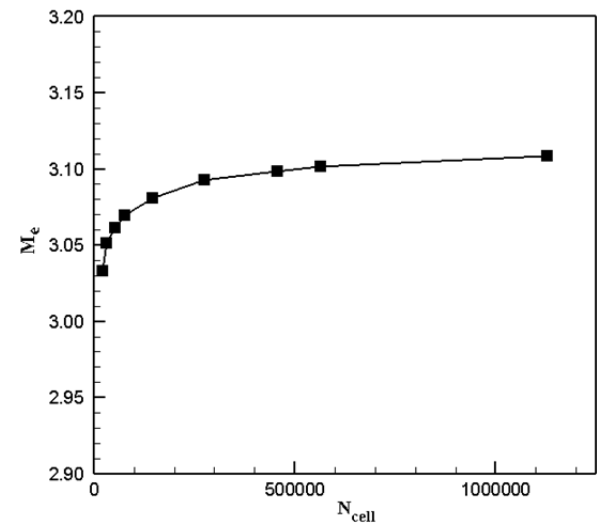
نمودار ۳) مقایسه نتایج حل عددی با داده‌های تجربی برای توزیع فشار استاتیکی روی دیواره در نسبت فشار ۱۰/۲۹



نمودار ۴) مقایسه نتایج حل عددی با داده‌های تجربی برای توزیع فشار استاتیکی روی دیواره در نسبت فشار ۱۷/۷۲

$$\Delta s = \frac{y^+ \mu}{U_f \rho} = \frac{y^+ \mu}{\rho U_\infty \sqrt{\frac{c_f}{2}}} \quad (17)$$

که در کار حاضر، فاصله ارتفاع اولین سلول از دیواره در نزدیکی نقطه پاشش برابر با ۰/۰۲ میلی‌متر و در نواحی دور از نقطه پاشش برابر با ۰/۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در ادامه، شبیه‌سازی‌ها برای تعداد شبکه‌های مختلف صورت پذیرفته است. هندسه مساله باید به نحوی شبکه‌بندی شود که تغییر شبکه با ازدیاد سلول‌ها و ناحیه‌های شبکه تأثیری روی نتایج شبیه‌سازی عددی نداشته باشد یا خطایی قابل چشم‌پوشی داشته باشد. در نمودار ۱، استقلال از شبکه برای تغییرات عدد ماخ با افزایش تعداد سلول‌های حوزه حل مشاهده می‌شود که در این نمودار،  $M_e$  میانگین عدد ماخ در مرز خروجی و  $N_{cell}$  تعداد سلول‌های محاسباتی است.



نمودار ۱) بررسی استقلال از شبکه

## ۵- نتایج

در این پژوهش، حوزه جریان تزریق ثانویه در جریان مافوق صوت محفظه احتراق موتور اسکریم‌جت به صورت عددی با استفاده از نرم‌افزار FLUENT شبیه‌سازی شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی با نتایج تجربی آسو و همکاران [33] صحه‌گذاری شده است. نمودارهای ۵-۲، مقایسه‌های توزیع فشار دیواره را برای نسبت فشارهای مختلف جت به جریان اصلی نشان می‌دهند و مشاهده می‌شود که نتایج به دست آمده از حل عددی تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارند. در نمودار ۶، کانتور تغییرات عدد ماخ برای نسبت فشار جت به جریان اصلی ۲۵/۱۵ نشان داده شده است. از آنجایی که جت صوتی تزریق شده به صورت یک مانع عمل می‌نماید، یک موج ضربه‌ای کم‌انرژی قوی قبل از مجرای تزریق تشکیل می‌شود و موج ضربه‌ای جدایش توسط گرادیان فشار منفی اعمال می‌شود.

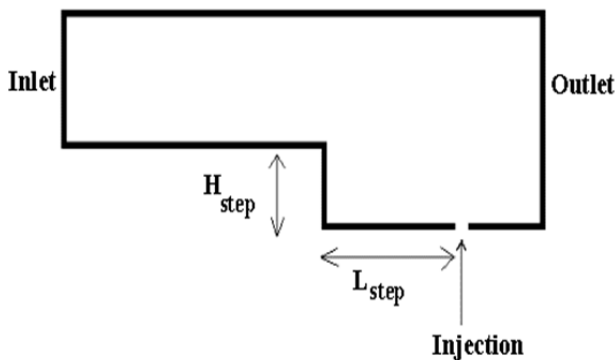
معمولاً از ارتفاع دیسک ماخ به عنوان پارامتری برای بررسی عمق نفوذ سوخت استفاده شده است و ارتفاع دیسک ماخ می‌تواند عمق نفوذ سوخت را در جریان مافوق صوت نشان دهد [40, 41]. در برخی منابع، وسط خط دیسک ماخ و در برخی منابع دیگر، ماکزیمم ارتفاع دیسک ماخ به عنوان ارتفاع دیسک ماخ معرفی شده است. محل ایجاد دیسک ماخ در نمودار ۷ مشاهده می‌شود و در کار حاضر، وسط خط دیسک ماخ به عنوان ارتفاع دیسک ماخ در نظر گرفته شده که با  $h_{MD}$  نشان داده شده است.

همان گونه که مشاهده شد، در ابتدا شبیه‌سازی و صحنه‌گذاری پاشش در یک کانال هموار صورت پذیرفت و در ادامه یک پله قبل از نقطه پاشش قرار داده شده و با تغییر ارتفاع پله و فاصله پله از نقطه پاشش، تاثیر این دو پارامتر بر ارتفاع دیسک ماخ و افت فشار سکون بررسی شده است. در شکل ۵، نمایی از هندسه جدید به همراه پله مشاهده می‌شود که  $H_{step}$  ارتفاع پله و  $L_{step}$  فاصله پله از نقطه پاشش است.

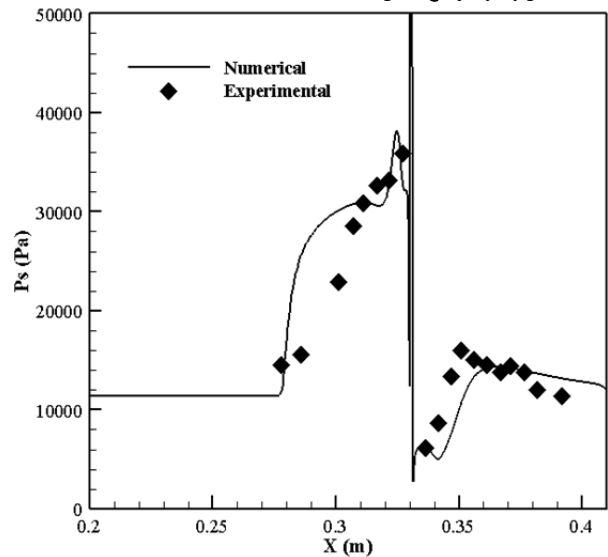
در این کار، شبیه‌سازی‌ها برای ۱۹ ارتفاع مختلف پله صورت پذیرفته که در این ۱۹ شبیه‌سازی، فاصله پله از نقطه پاشش برابر با مقدار ثابت ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در نمودار ۸ به عنوان نمونه، کانتور تغییرات عدد ماخ برای ارتفاع‌های پله صفر، ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میلی‌متری نشان داده شده است. در نمودارهای ۹ و ۱۰، تغییرات ارتفاع دیسک ماخ و تغییرات افت فشار سکون نسبت به تغییر ارتفاع پله مشاهده می‌شود. همان گونه که در نمودار ۹ مشاهده می‌شود، با افزایش ارتفاع پله، ارتفاع دیسک ماخ به طور پیوسته افزایش یافته است و با توجه به نمودار ۱۰ مشاهده می‌شود که با افزایش ارتفاع پله، تلفات فشار سکون ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است که در این شکل  $\Delta P_t$  تلفات فشار سکون و  $P_{t,ref}$  فشار سکون مرجع بوده که در اینجا فشار سکون در مقطع ورودی در نظر گرفته شده است. مشاهده می‌شود که کمترین تلفات فشار سکون در ارتفاع پله ۱۵ میلی‌متری رخ داده است.

تا اینجا تاثیر ارتفاع پله بر حوزه جریان بررسی شد و در ادامه، شبیه‌سازی‌ها برای فواصل مختلف پله از نقطه پاشش صورت پذیرفته است. در این کار تعداد ۲۰ فاصله پله مختلف، بررسی و در شبیه‌سازی‌ها ارتفاع پله برابر با مقدار ثابت ۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در نمودار ۱۱ به عنوان نمونه، کانتور تغییرات عدد ماخ برای چهار فاصله پله ۵، ۵۰، ۱۲۰ و ۳۰۰ میلی‌متری نشان داده شده است.

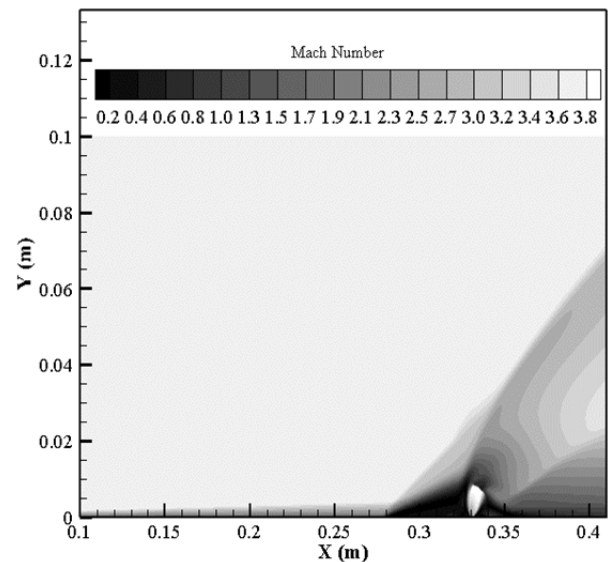
در نمودارهای ۱۲ و ۱۳، تغییرات ارتفاع دیسک ماخ و افت فشار سکون نسبت به تغییر فاصله پله از نقطه پاشش مشاهده می‌شود. در اینجا ارتفاع پله برابر با مقدار ثابت ۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده و شبیه‌سازی‌ها برای مقادیر مختلف فاصله پله از نقطه پاشش صورت پذیرفته است. با توجه به نمودار ۱۲، با افزایش فاصله پله از نقطه پاشش، ارتفاع دیسک ماخ ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته که بیشترین ارتفاع دیسک ماخ در فاصله ۱۲۰ میلی‌متری پله از نقطه پاشش حاصل شده است. تغییرات تلفات فشار سکون با تغییر فاصله از نقطه پاشش نیز در نمودار ۱۳ مشاهده می‌شود که کمترین تلفات فشار سکون در فاصله ۵۰ میلی‌متری پله از نقطه پاشش حاصل شده است.



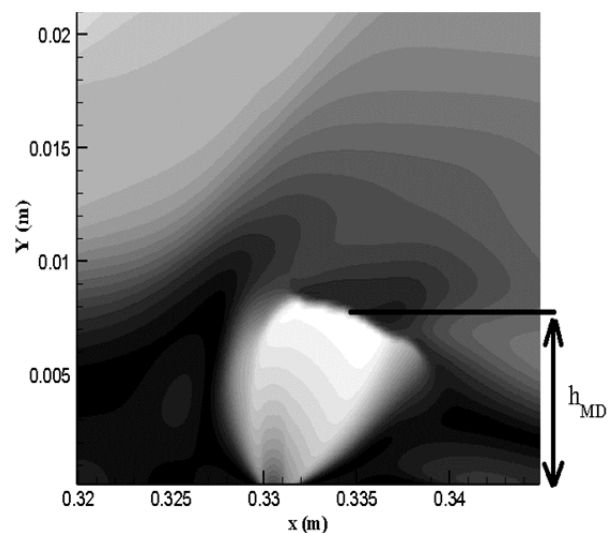
شکل ۵) نمای شماتیک از هندسه جدید با پله



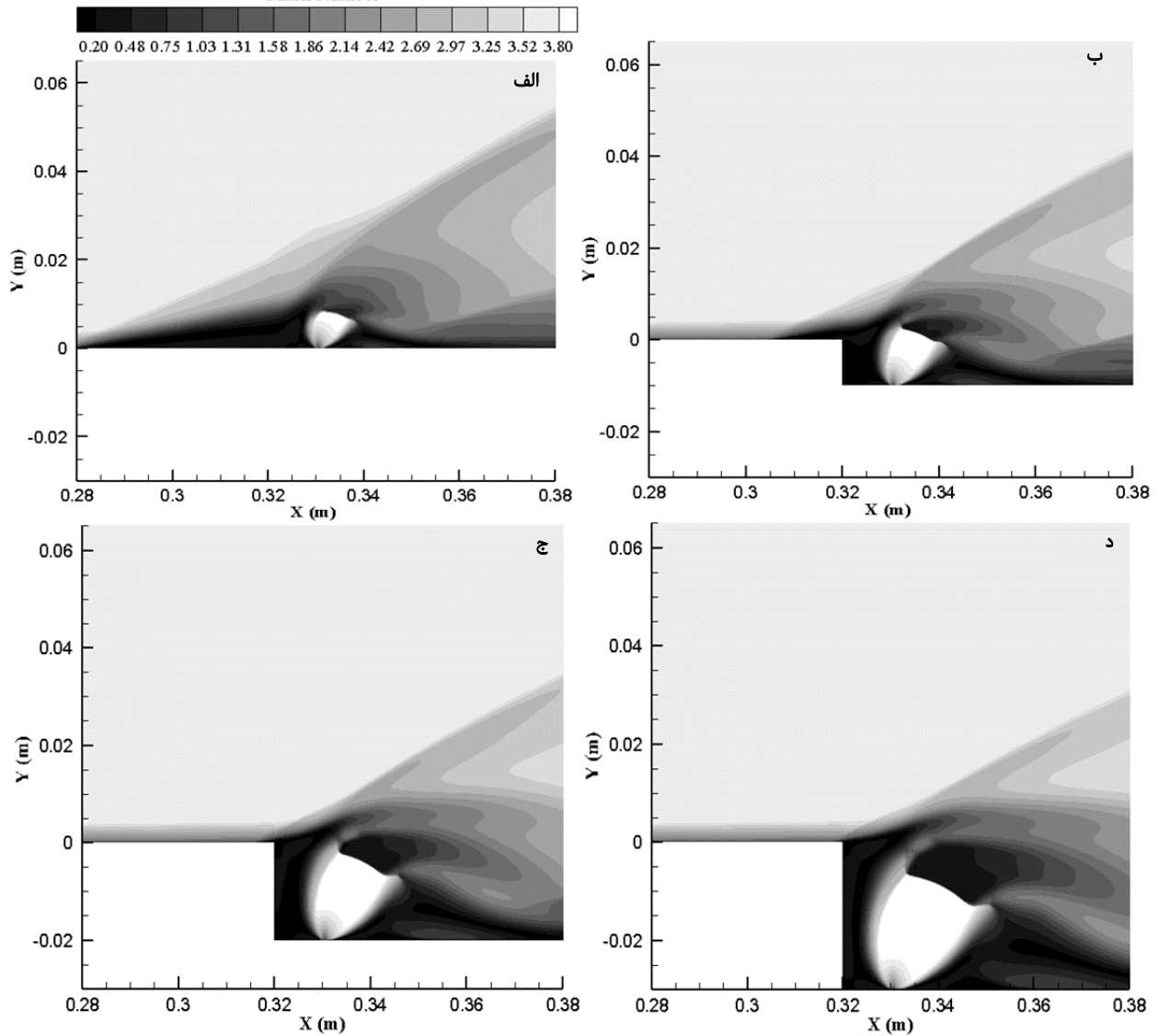
نمودار ۵) مقایسه نتایج حل عددی با داده‌های تجربی برای توزیع فشار استاتیک روی دیواره در نسبت فشار ۲۵/۱۵



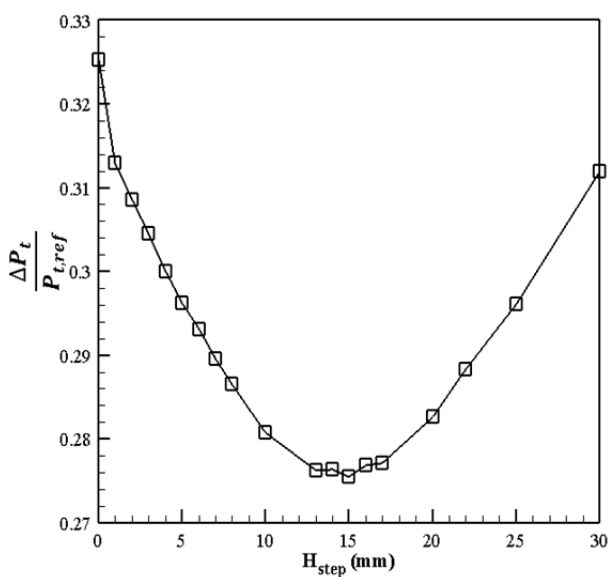
نمودار ۶) کانتور تغییرات عدد ماخ در نسبت فشار ۲۵/۱۵



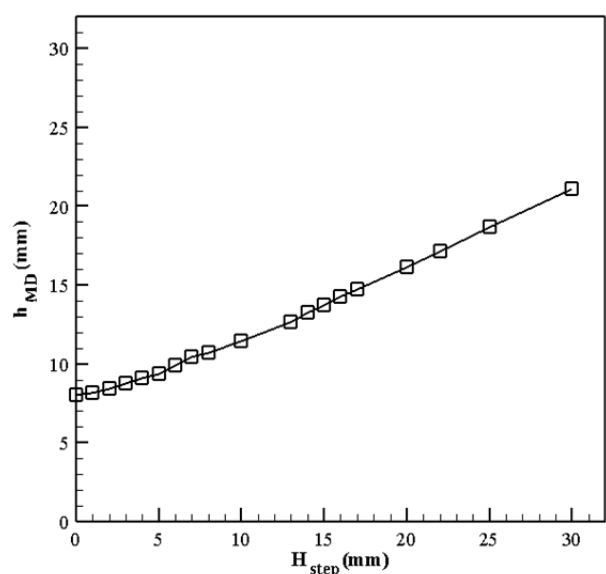
نمودار ۷) ارتفاع دیسک ماخ



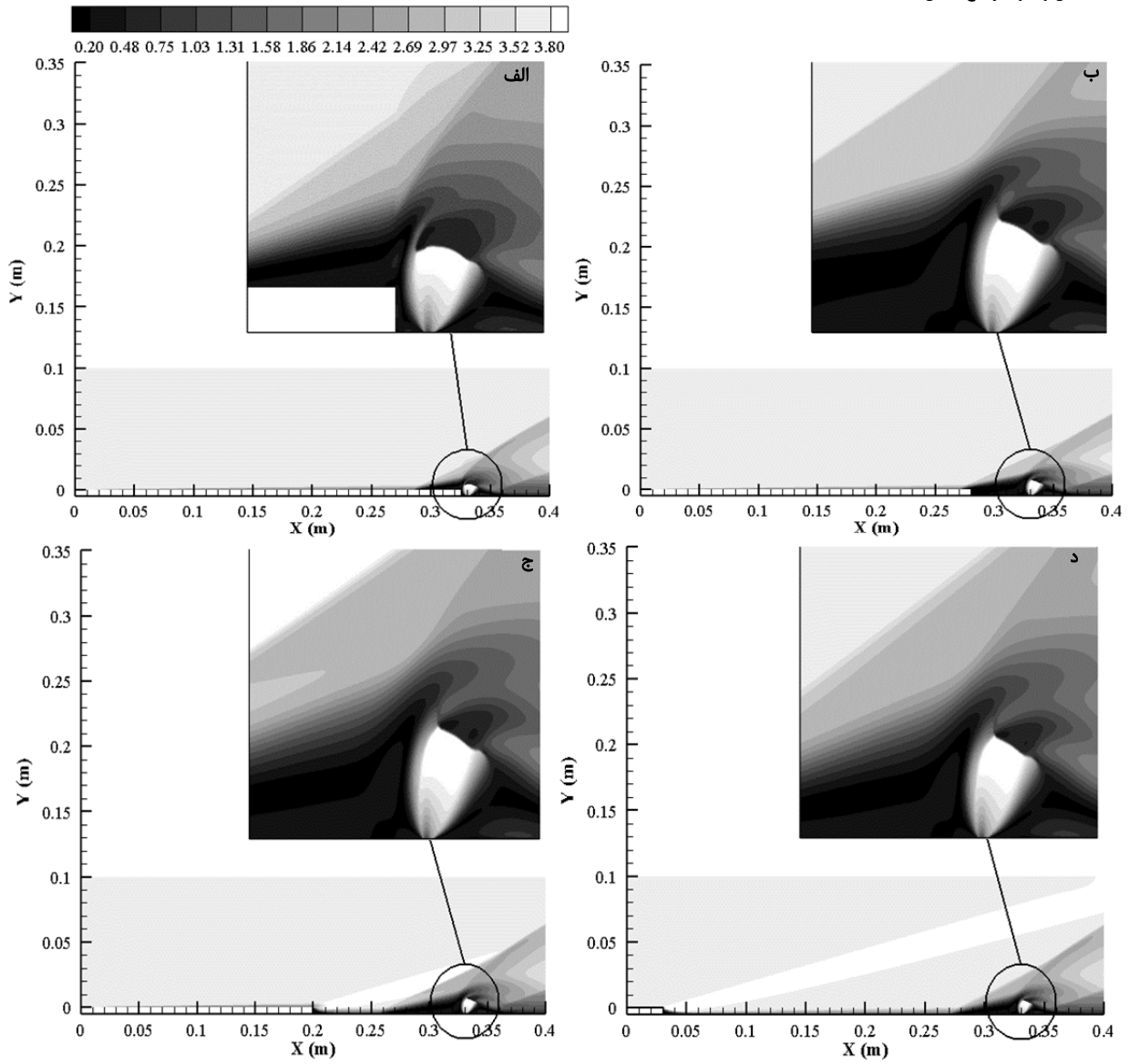
نمودار ۸) کانتر تغییرات عدد ماخ در چند ارتفاع پله مختلف: الف)  $h_{step}=0$  mm ، ب)  $h_{step}=1$  mm ، ج)  $h_{step}=2$  mm ، د)  $h_{step}=3$  mm



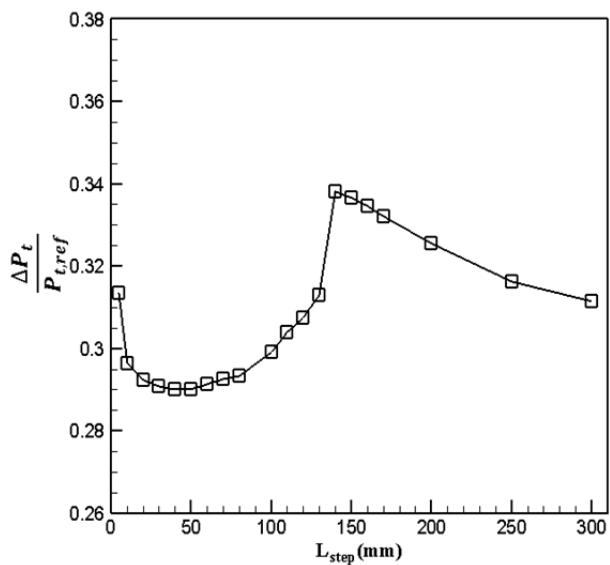
نمودار ۱۰) تغییرات افت فشار سکون در مقطع خروجی نسبت به تغییرات ارتفاع پله (فاصله پله از نقطه پاشش ۱۰ میلی‌متر است).



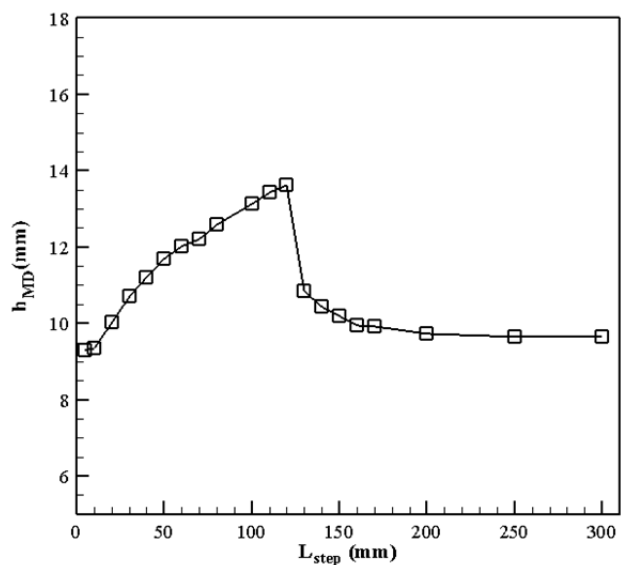
نمودار ۹) تغییرات ارتفاع دیسک ماخ نسبت به تغییرات ارتفاع پله (فاصله پله از نقطه پاشش برابر با ۱۰ میلی‌متر است).



نمودار ۱۱) کانتور تغییرات عدد ماخ در فواصل مختلف پله از نقطه پاشش: الف)  $h_{step} = 5\text{mm}$ ، ب)  $h_{step} = 12\text{mm}$ ، ج)  $h_{step} = 30\text{mm}$ ، د)  $h_{step} = 30\text{mm}$



نمودار ۱۳) تغییرات افت فشار سکون در مقطع خروجی نسبت به تغییرات فاصله پله از نقطه پاشش (ارتفاع پله ۵ میلی‌متر است).



نمودار ۱۲) تغییرات ارتفاع دیسک ماخ نسبت به تغییرات فاصله پله از نقطه پاشش (ارتفاع پله ۵ میلی‌متر است).



## منابع

- Curran ET. Scramjet engines: The first forty years. *Journal of Propulsion and Power*. 2001;17(6):1138-1148.
- Pandey KM, Reddy SK. Numerical simulation of wall injection with cavity in supersonic flows of scramjet combustion. *International Journal of Soft Computing Engineering (IJSCE)*. 2012;2(1):2231-2307.
- Moorthy JVS, Charyulu BVN, Amba Prasad Rao G. Sustained combustion with Ramp-Cavity enabled Scramjet Combustor. *ISME Journal of Thermofluids*. 2018;3(2):15-30.
- Kiani M, Houshfar E, Ashjaee M. An experimental and numerical study on the combustion and flame characteristics of hydrogen in intersecting slot burners. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2018;43(5):3034-3049.
- Karlgard CD, Tartabini PV, Blanchard RC, Kirsch M, Toniolo MD. Hyper-X Post-Flight Trajectory Reconstruction. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2006;43(1):105-115.
- Harsha P, Keel L, Castrogiovanni A, Sherrill R. X-43A vehicle design and manufacture. *AIAA/CIRA 13th International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, 16-20 May, 2005, Capua, Italy. Reston: AIAA; 2005.
- Hank J, Murphy J, Mutzman R. The X-51A scramjet engine flight demonstration program. *15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, 28 April-1 May, 2008, Dayton, Ohio. Reston: AIAA; 2008. p. 2540.
- Zahedzadeh M, Ommi F. Numerical study of supersonic gas flow in single expansion ramp nozzle. *Mechanical Journal of Tabriz University*. 2019;49(1):137-145. [Persian]
- Huang W, Pourkashanian M, Ma L, Ingham DB, Luo SB, Wang ZG. Investigation on the flameholding mechanisms in supersonic flows: Backward-facing step and cavity flameholder. *Journal of Visualization*. 2011;14(1):63-74.
- Bogdanoff DW. Advanced injection and mixing techniques for scramjet combustors. *Journal of Propulsion and Power*. 1994;10(2):183-190.
- Curran ET, Heiser WH, Pratt DT. Fluid phenomena in scramjet combustion systems. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1996;28(1):323-360.
- Seiner JM, Dash SM, Kenzakowski DC. Historical survey on enhanced mixing in scramjet engines. *Journal of Propulsion and Power*. 2001;17(6):1273-1286.
- Huang W. Transverse jet in supersonic crossflows. *Aerospace Science and Technology*. 2016;50:183-195.
- Jalili B, Ommi F, Nourazar S. Experimental study of effective factors on liquid jet trajectory and breakup in gaseous crossflow. *Modares Mechanical Engineering*. 2018;17(12):354-360. [Persian]
- Manna P, Chakraborty D. Numerical investigation of transverse sonic injection in a non-reacting supersonic combustor. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering*. 2005;219(3):205-215.
- Chenault CF, Beran PS, Bowersox RDW. Numerical investigation of supersonic injection using a Reynolds-stress turbulence model. *AIAA Journal*. 1999;37(10):1257-1269.
- Yan L, Huang W, Zhang TT, Li H, Yan XT. Numerical investigation of the nonreacting and reacting flow fields in a transverse gaseous injection channel with different species. *Acta Astronautica*. 2014;105(1):17-23.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این کار، پاشش متقاطع صوتی در جریان هوای مافوق صوت به‌صورت عددی شبیه‌سازی شده و نتایج حل عددی با داده‌های تجربی صحنه‌گذاری شده‌اند که مقایسه نتایج نشان‌دهنده تطابق خوب نتایج حل عددی و داده‌های آزمایشگاهی است. سپس یک پله قبل از نقطه پاشش به مدل هندسی، اضافه و با تغییر دو پارامتر هندسی ارتفاع پله و فاصله پله از نقطه پاشش، تاثیر این دو پارامتر بر ارتفاع دیسک ماخ و افت فشار سکون بررسی شده است. همان گونه که از نتایج حل عددی مشاهده می‌شود، در بازه مورد بررسی، با افزایش ارتفاع پله، ارتفاع دیسک ماخ همواره افزایش می‌یابد، ولی تلفات فشار سکون ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است و در نتیجه نقطه بهینه‌ای برای تلفات فشار سکون وجود دارد. همچنین مشاهده شد که با افزایش فاصله پله از نقطه پاشش، ارتفاع دیسک ماخ ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است و نقطه بهینه‌ای نیز برای تلفات فشار سکون وجود دارد.

**تشکر و قدردانی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**تاییدیه اخلاقی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**تعارض منافع:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**سهام نویسندگان:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**منابع مالی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

## ۷- پی‌نوشت

علامه	
$C_f$	ضریب اصطکاکی
$F_1$	تابع ترکیبی
$H_{step}$	ارتفاع پله (m)
$h_{MD}$	ارتفاع دیسک ماخ (m)
$K$	ضریب انتقال حرارت ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )
$k$	انرژی جنبشی آشفته‌گی ( $m^2s^{-2}$ )
$l$	طول (m)
$L_{step}$	فاصله پله از نقطه پاشش (m)
$M_e$	عدد ماخ خروجی
$N_{cell}$	تعداد سلول‌ها
$P$	فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$P_t$	فشار سکون ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$P_{t,ref}$	فشار سکون مرجع ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
Re	عدد رینولدز
$T$	دما (K)
$u_{\infty}$	سرعت جریان آزاد ( $ms^{-1}$ )
$u$	سرعت در راستای محوری ( $ms^{-1}$ )
$v$	سرعت در راستای عمودی ( $ms^{-1}$ )
$w$	عرض شکاف پاشش (m)
$y^+$	فاصله بی‌بعد از دیواره
علامه یونانی	
$\Delta P_t$	تلفات فشار سکون ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$\Delta s$	فاصله (m)
$\mu$	لزجت دینامیک ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\mu_t$	لزجت آشفته ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\sigma_k$	یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله k)
$\sigma_{\omega}$	یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله $\omega$ )
$\tau$	تنش برشی ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$\omega$	نرخ اضمحلال ویژه ( $ms^{-1}$ )
زیرنویس‌ها	
$f$	اصطکاکی
$j$	جت (پاشش)
$MD$	دیسک ماخ
$step$	پله
$t$	آشفته
$\infty$	شرایط جریان هوای آزاد

- 2011;61(1):3-11.
- 30- Huang W, Jin L, Yan L, Tan JG. Influence of jet-to-crossflow pressure ratio on nonreacting and reacting processes in a scramjet combustor with backward-facing steps. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2014;39(36):21242-21250.
- 31- Sankaran A, Sundararaj K, Santhanakrishnan R. Certain investigations of numerical simulation on supersonic combustor of staged transverse injection behind a backward facing step with cavity. *Asian Journal of Research in Social Sciences and Humanities*. 2017;7(2):603-614.
- 32- Moradi R, Mahyari A, Barzegar Gerdroodbary M, Abdollahi A, Amini Y. Shape effect of cavity flameholder on mixing zone of hydrogen jet at supersonic flow. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2018;43(33):16364-16372.
- 33- Aso S, Okuyama S, Kawai M, Ando Y. Experimental study on mixing phenomena in supersonic flows with slot injection. 29<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting, 7-10 January, 1991, Reno, Nevada, U.S.A. Reston: AIAA; 1991.
- 34- S r r S, Kosarev L. Compressible Turbulence Model consistency for separated high-speed flow regimes. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2017;54(4):840-862.
- 35- Payne JL, Roy CJ, Beresh SJ. A comparison of turbulence models for a supersonic jet in transonic crossflow. 39<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 8-11 January, 2001, Reno, Nevada, U.S.A. Reston: AIAA; 2001.
- 36- Viti V, Schetz J, Neel R. Comparison of first and second order turbulence models for a jet/3D ramp combination in supersonic flow. 43<sup>rd</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 10-13 January, 2005, Reno, Nevada, U.S.A. Reston: AIAA; 2005.
- 37- Shojaeefard MH, Tahani M. An introduction to turbulent flows and its modeling. 1<sup>st</sup> Edition. Tehran: Iran University of Science and Technology Press; 2012. [Persian]
- 38- White FM. Fluid mechanics. 7<sup>th</sup> Edition. New York: McGraw-Hill; 2011.
- 39- Schlichting H, Gersten K. Boundary-layer theory. 8th Edition. Berlin: Springer; 2003.
- 40- Amano RS, Sun D. Numerical simulation of supersonic flowfield with secondary injection. 24<sup>th</sup> International Congress of the Aeronautical Sciences, 29 August-3 September, 2004, Yokohama, Japan. Yokohama: ICAS; 2004.
- 41- Dharavath M, Manna P, Chakraborty D. Computational study of transverse slot injection in supersonic flow. *Defence Science Journal*. 2018;68(2):121-128.
- 18- Hersch M, Povinelli FP, Povinelli LA. Optical study of sonic and supersonic jet penetration from a flat plate into a Mach 2 airstream [Internet]. Washington DC: NASA; 1970 [cited 2018 Jul 14]. Available from: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19700012407>
- 19- Abbitt III JD, Hartfield RJ, McDaniel JC. Mole-fraction imaging of transverse injection in a ducted supersonic flow. *AIAA Journal*. 1991;29(3):431-435.
- 20- Papamoschou D, Hubbard DG, Lin M. Observations of supersonic transverse jets. 22<sup>nd</sup> Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, 24-26 June, 1991, Honolulu, HI, U.S.A. Reston: AIAA; 1991.
- 21- Sun M, Hu Z. Formation of surface trailing counter-rotating vortex pairs downstream of a sonic jet in a supersonic cross-flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 2018;850:551-583.
- 22- Sun MB, Hu ZW. Generation of upper trailing counter-rotating vortices of a sonic jet in a supersonic crossflow. *AIAA Journal*. 2018;56(3):1047-1059.
- 23- Volkov KN, Emel'yanov VN, Yakovchuk MS. Transverse injection of a jet from the surface of a flat plate into the supersonic flow over it. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2017;90(6):1439-1444.
- 24- Huang W, Liu WD, Li SB, Xia ZX, Liu J, Wang ZG. Influences of the turbulence model and the slot width on the transverse slot injection flow field in supersonic flows. *Acta Astronautica*. 2012;73:1-9.
- 25- Yamauchi K, Kitadani H, Masuya G, Tomioka S, Izumikawa M. Penetration of jets injected behind backward-facing step in supersonic stream. 35<sup>th</sup> Joint Propulsion Conference and Exhibit, 20-24 June, 1999, Los Angeles, CA, U.S.A. Reston: AIAA; 1999.
- 26- McDaniel JC, Graves Jr J. Laser-induced-fluorescence visualization of transverse gaseous injection in a nonreacting supersonic combustor. *Journal of Propulsion and Power*. 1988;4(6):591-597.
- 27- McDaniel JC, Fletcher DG, Hartfield RJ, Hollo SD. Transverse injection into Mach 2 flow behind a rearward-facing step: A 3-D, compressible flow test case for hypersonic combustor CFD validation. 3<sup>rd</sup> International Aerospace Planes Conference, 3-5 December, 1991, Orlando, FL, U.S.A. Reston: AIAA; 1991.
- 28- Liu Q, Baccarella D, McGann B, Lee T, Do H. Experimental investigation of single jet and dual jet injection in a supersonic combustor. 2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting, 8-12 January, 2018, Kissimmee, Florida, U.S.A. Reston: AIAA SciTech Forum; 2018.
- 29- Sriram AT, Chakraborty D. Numerical exploration of staged transverse injection into confined supersonic flow behind a backward-facing step. *Defence Science Journal*.