



## Derivation and Aeroelastic Analysis of a Rotating Airfoil Using Unsteady Loewy Aerodynamic and Flutter Suppression by PID Controller

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Shams Sh.\*<sup>1</sup> PhD,  
Esbati Lavasani R.<sup>1</sup> MSc

#### How to cite this article

Shams Sh, Esbati Lavasani R. Derivation and Aeroelastic Analysis of a Rotating Airfoil Using Unsteady Loewy Aerodynamic and Flutter Suppression by PID Controller. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(6):1347-1354.

<sup>1</sup>Aerospace Engineering Department, New Sciences & Technologies Faculty, University of Tehran, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: University of Tehran, Jala Al Ahmad Intersection, North Kargar Street, Tehran, Iran. Postal Code: 1439957131  
Phone: +98 (21) 86093202  
Fax: +98 (21) 88497324  
shahrokh.shams@ut.ac.ir

#### Article History

Received: August 29, 2018  
Accepted: December 17, 2018  
ePublished: June 01, 2019

### ABSTRACT

In this study, we derived the rotating airfoil aeroelastic system of equation considering Loewy aerodynamics. To this end, we define the local coordinate system on airfoil and reference coordinate on the hub. We define the free air velocity vector and the airfoil rotating speed vector according to the reference coordinate. So, the Kinetic and Potential energies are derived based on linear stiffness and linear damping according to the Hamiltonian principle. Wakes behind the rotating blades form into the helix. Therefore, we form the aeroelastic equation of motion with Loewy aerodynamic which compensates the wake effects. Stability analysis is performed by the well-known P-K method. Flutter speed and stability boundary are estimated. Comparing the results of stability analysis and the reference validates the applied method. Furthermore, we proposed the PID Control to suppress the flutter speed. Pitch angle is the PID controller input and command. The desired control criteria including settling time and error tolerance are selected to design PID controller. Unit step response shows that pitch angle response is under-damped. However, step response tracks input well. Besides, disturbance rejection by considering the gain from input to output to remain below the gain value is analyzed.

**Keywords** Aeroelasticity; Loewy Aerodynamic; PID Control; Flutter; Rotating Airfoil

### CITATION LINKS

[1] Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function [2] An efficient method for nonlinear aeroelasticity of slender wings [3] Aerodynamic performance enhancement analysis of horizontal axis wind turbines using a passive flow control method via split blade [4] General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter [5] Uber die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflugeln [6] Airfoil theory for non-uniform motion [7] A two-dimensional approximation to the unsteady aerodynamics of rotary wings [8] Challenges in modeling the unsteady aerodynamics of wind turbines [9] Aeroelastic analysis of a rotating wind turbine blade using a geometrically exact formulation [10] Aeroelastic modeling and dynamic analysis of a wind turbine rotor by considering geometric nonlinearities [11] Nonlinear aeroelastic characterization of wind turbine blades [12] Simulation of aeroelastic behavior in a composite wind turbine blade [13] Control of a nonlinear wing section using leading- and trailing-edge surfaces [14] Study of the conditions that cause chaotic motion in a two-dimensional airfoil with structural nonlinearities in subsonic flow [15] Unsteady blade element-momentum method including returning wake effects [16] Adding feedforward blade pitch control to standard feedback controllers for load mitigation in wind turbines [17] Actuator control of edgewise vibrations in wind turbine blades [18] Advanced control algorithms for reduction of wind turbine structural loads [19] Adaptive control over the permanent characteristics of a wind turbine [20] Fuzzy gain-scheduled active fault-tolerant control of a wind turbine [21] Two LQRI based blade pitch controls for wind turbines [22] Introduction to structural dynamics and aeroelasticity

## استخراج و تحلیل پایداری معادلات آیرودینامیک چرخان با آیرودینامیک ناپایا لویی و تعویق فلاتر با کنترلر PID

شاهرخ شمس\* PhD

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

رضا اثباتی‌لواسانی MSc

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران، ایران

## چکیده

در این پژوهش معادلات آیرودینامیک چرخان به کمک آیرودینامیک لویی استخراج شده است. بدین منظور دستگاه‌های مختصات متصل به ایرفویل و دستگاه مختصات مرجع متصل به هاب را تعریف می‌کنیم. سرعت وزش باد و سرعت دورانی ایرفویل را به صورت برداری در این دستگاه‌های مختصات به دست می‌آوریم. بدین ترتیب معادلات انرژی جنبشی و پتانسیل با فرض سختی و میرایی خطی با روش همیلتونین به دست می‌آیند. برای در نظر گرفتن دنباله مارپیچ پشت ایرفویل چرخان، آیرودینامیک ناپایای لویی را با معادلات سازه کوپل کرده و معادلات آیرودینامیک چرخان را به دست می‌آوریم. معادله آیرودینامیک حاصل با روش PK تحلیل پایداری شده و سرعت فلاتر تعیین می‌شود. با مقایسه نتایج پایداری با مرجع، صحت روش استخراج سیستم معادلات بررسی شده است. همچنین به منظور تعویق فلاتر، کنترلر PID بر سیستم معادلات آیرودینامیک اعمال شده است. زاویه گام را ورودی کنترلر در نظر می‌گیریم. با تعریف خواسته‌های مطلوب طراحی شامل خطا و زمان کنترلر، کنترلر PID طراحی و اعمال شده است. نتایج نشان می‌دهد که پاسخ پله واحد زاویه گام زیر-میرا است و خروجی به خوبی ورودی را دنبال می‌کند. به علاوه، رد اغتشاش با در نظر گرفتن با محدودسازی بهره‌ورودی به خروجی با کنترلر تعریف شده، برای قبل و بعد از سرعت فلاتر بررسی شده است.

**کلیدواژه‌ها:** آیرودینامیک، آیرودینامیک لویی، کنترلر PID، فلاتر، ایرفویل چرخان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۶/۰۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۲۶

نویسنده مسئول: shahrokh.shams@ut.ac.ir

## ۱- مقدمه

پدیده فلاتر پدیده‌ای ارتعاشی، ناشی از انتقال انرژی از سیال به سازه است. مطالعات زیادی در زمینه بررسی پایداری و فلاتر ایرفویل - بال در حالات خطی - غیرخطی و روش‌های حل مختلف وجود دارد [1-3]. ایرفویل در شرایط تراکم‌ناپذیر و ناپایا در حوزه فرکانسی و زمان توسط تئودورسن [4]، وگنر [5] و وان‌کارمن و سبیرز [6] فرموله شده است. این روش‌ها بر مبنای نظریه ایرفویل نازک ناپایا توسعه یافته‌اند و حل دقیق تحلیلی دارند. لویی تأثیر دنباله جریان در عملکرد آیرودینامیک در روتورها را با اعمال تصحیحات بر روش تئودورسن بررسی کرد [7]. نتایج نظریه لویی نشان می‌دهد که نتیجه اصلی لحاظ ورتیسیتته پشت پره، تقویت پاسخ لیفت ناپایا است [7]. لیشمان [8] مدل‌های آیرودینامیک قابل استفاده در توربین بادی را برشمرده است. از این رو رضایی و همکاران [9, 10] به ترتیب از آیرودینامیک شبه‌پایا و ناپایا در تشکیل معادلات آیرودینامیک استفاده کردند. در پژوهشی [11]، ایرفویل چرخان به عنوان بخشی از تیر در نظر گرفته شده است. با استخراج معادله آیرودینامیک شبه‌پایا، سرعت فلاتر به دست آمده است. از آنجایی که در توربین بادی، بارهای وارد بر پره و کارایی توربین بادی مستقیم از نیروی آیرودینامیک ناپایا و جریان هلیکال پشت پره تأثیر می‌پذیرند، استفاده از آیرودینامیک لویی در تشکیل معادلات آیرودینامیک مناسب به نظر می‌رسد [3]. در پژوهشی [12]، یک ایرفویل - فلپ سه‌درجه آزادی با آیرودینامیک ناپایای وگنر به کمک فضای حالت تحلیل

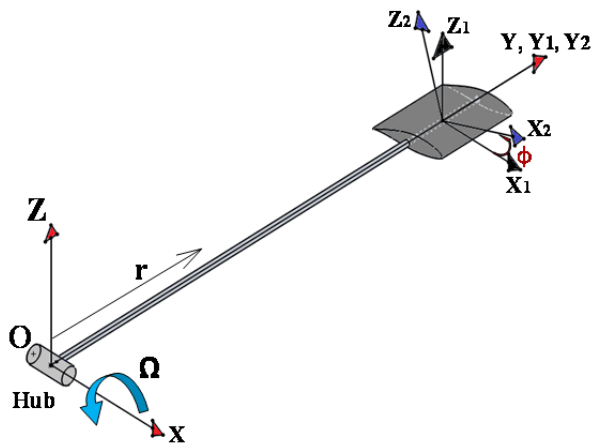
آیرودینامیک - پایداری شده است. بررسی منابع نشان می‌دهد آیرودینامیک شبه‌پایا و همچنین ناپایای تئودورسن در استخراج معادلات جایگاه ویژه‌ای دارند [13-15]. ترکیب معادلات سازه و آیرودینامیک خطی (تئودورسن یا لویی)، معادلات آیرودینامیک خطی را به دست می‌دهد. می‌دانیم با افزایش طول پره‌های توربین بادی، امکان وقوع فلاتر در انتهای طول پره وجود دارد. از این رو، روش‌های کنترلی مانند گام‌دهی (تغییر زاویه گام) در منابع در سرعت‌های بالا پیشنهاد شده است. برای تعویق فلاتر در سرعت کاری توربین بادی، روش طراحی ساده و مقاوم کنترل با روش کنترلی PI و تلفیق با برنامه‌ریزی بهره [16] ارائه شده است. روش دیگر، جلوگیری از ناپایداری و وقوع فلاتر در لبه پره تخمین حالات سیستم با فیلتر کالمن و روش تنظیم‌گر خطی - درجه دوم (LQR) [17] است. با روش استفاده از انتگرال برای حذف خطای حالت پایا (LQRI)، کنترلر فعالانه بر پره، قابل اعمال است [18]. در منابع از روش‌های کنترلی پیشرفته مانند کنترل تطبیقی، کنترل مد لغزشی و کنترل مقاوم نیز به منظور حفظ پایداری سیستم استفاده شده است [19-21].

هدف این پژوهش، استخراج معادله آیرودینامیک چرخان با در نظر گرفتن آیرودینامیک ناپایای لویی و اعمال روش کنترلی PID بر زاویه گام برای تعویق فلاتر است. بدین منظور، ایرفویل پره توربین بادی محور افقی با فنرهای کششی و پیچشی در جهت پلانچ و گام، مدل می‌شود. با توجه به دستگاه مختصات تعریف شده و استفاده از اصل همیلتونین، معادلات انرژی جنبشی و پتانسیل به دست می‌آیند. برای در نظر گرفتن جریان ناپایا، ورتیسیتته ناشی از سایر پره‌ها و ویک برگشتی از پره در چرخش قبلی، نیروهای آیرودینامیک را با در نظر گرفتن تابع کاهش لیفت لویی و با توجه به سرعت باد وارد بر ایرفویل می‌نویسیم. بدین ترتیب، در معادله آیرودینامیک تشکیل شده، علاوه بر تأثیر سرعت چرخش پره بر سرعت وارد بر ایرفویل، تأثیرات ناپایایی جریان و نیز ورتیسیتته برگشتی در معادلات آورده شده است. تحلیل آیرودینامیک با روش P-K انجام می‌شود. همچنین الگوریتمی برای اعمال روش کنترلر PID بر ایرفویل چرخان و بهبود عملکرد آن پیشنهاد شده است. روش کنترلی پیشنهادی بر معادله آیرودینامیک بازنویسی شده را در فضای حالت، اعمال و تأثیر کنترلر گام در رد اغتشاش قبل از وقوع فلاتر و تعویق فلاتر را بررسی می‌کنیم.

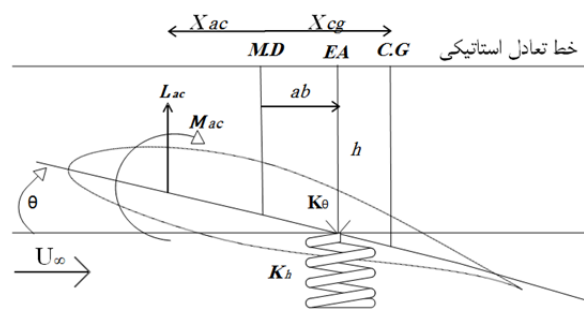
برای دستیابی به اهداف و نوآوری در این مقاله شامل استخراج معادلات آیرودینامیک ناپایای ایرفویل چرخان، طراحی کنترلر به منظور رد اغتشاش و تعویق فلاتر، مراحل زیر طی می‌شوند: در بخش ۲، معادلات حرکت استخراج شده‌اند. در بخش ۳، تابع کاهش نیروی برای آیرودینامیک لویی و نیروهای آیرودینامیک وارد بر پره ارائه شده‌اند. در بخش‌های ۴ و ۵ به ترتیب معادله آیرودینامیک چرخان، استخراج و صحت‌سنجی شده است. در بخش‌های ۶ و ۷، معادلات در فضای حالت، بازنویسی شده و کنترلر PID، ارائه و بر سیستم اعمال شده است. در بخش ۸ نیز نتایج ارائه شده است. حل مساله و گام‌های حل این پژوهش در شکل ۱ نشان داده شده است.

## ۲- معادله حرکت ایرفویل چرخان

معادلات آیرودینامیک حرکت ایرفویل چرخان با تعریف سیستم‌های مختصات (شکل ۲) و استفاده از اصل همیلتونین حاصل می‌شود. ایرفویل چرخان با دودرجه آزادی، پلانچ (h) و زاویه گام ( $\theta$ ) در نظر گرفته شد. سطح مقطع ایرفویل بر محور



شکل ۲) سیستم‌های مختصات



شکل ۳) درجات آزادی ایرفویل، h و theta

۳- تابع کاهش نیروی برآ ایرودینامیک لوی

مساله محاسبه بارگذاری آیرودینامیک بر ایرفویل ارتعاشی اولین بار توسط گلارت در سال ۱۹۲۹، ارایه و سپس در ۱۹۳۵ توسط تئودورسن حل شد. روش تئودورسن، پاسخ بارگذاری آیرودینامیک ناپایا بر ایرفویل دوبعدی را در جریان تراکم‌ناپذیر و غیرلزج به دست می‌دهد. نیروی وارد بر ایرفویل در رهیافت تئودورسن نوسانی هارمونیک است. در روش تئودورسن، تابع تبدیلی نیروی ورودی (زاویه حمله) را به پاسخ آیرودینامیک (توزیع فشار، لیفت و ممان پیچشی) مرتبط می‌کند. در روتورها رهیافت تئودورسن به دلیل نادیده‌گرفتن تاثیر برگشت دنباله ناشی از تیغه پس از یک دور چرخش و همچنین تاثیر دنباله پره‌ها بر یکدیگر، کارایی‌اش کم می‌شود. لوی [7] با در نظر گرفتن تعدادی صفحه پس از صفحه روتور، تابع تئودورسن را تصحیح کرد.

$$C'(k, h, m) = \frac{H_1^{(2)} + 2J_1 W(k, h, m)}{H_1^{(2)} + iH_0^{(2)} + 2[J_1 + iJ_0] W(k, h, m)} \quad (6)$$

که  $h = \frac{4\lambda}{\sigma}$  و  $W(k, h, m) = \frac{1}{e^{kh} Q e^{i2\pi m - 1}}$  است. بنابراین نیرو و گشتاور آیرودینامیک به‌طور روابط زیر است:

$$L = -\pi \rho b^2 \left( \ddot{h} + U \dot{\theta} - ab \ddot{\theta} - \frac{U}{\pi} T_4 \dot{\beta} - \frac{b}{\pi} T_1 \ddot{\beta} \right) + 2\pi \rho U b \left( C' \left\{ \dot{h} + U \theta + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\theta} + \frac{U}{\pi} T_{10} \beta + \frac{b}{2\pi} T_{11} \dot{\beta} \right\} \right) \quad (7)$$

الاستیک عمود است. رفتار ایرفویل با فنر و میراکننده خطی مدل شده است. حرکت عمودی پلانچ با  $h(t)$  با جهت مثبت به سمت پایین و چرخش حول محور الاستیک، زاویه گام با  $\theta$  با جهت مثبت ساعتگرد، درجات آزادی ایرفویل را تعیین می‌کنند (شکل ۳). چرخش ایرفویل حول هاب با سرعت زاویه‌ای  $\Omega$  نشان داده می‌شود. سرعت باد موثر بر ایرفویل  $U_{rel}$ ، برآیند سرعت چرخش ایرفویل ( $r\Omega$ ) و سرعت وزش باد ( $V_0$ ) است.

$$U_{rel} = \sqrt{V_0^2 + (r\Omega)^2} \quad (1)$$

سرعت مرکز جرم ایرفویل،  $V_G = [\Omega \quad \dot{\theta} \quad 0]^T$  بردار سرعت زاویه‌ای ایرفویل و ماتریس شامل ممان اینرسی  $\bar{H}_{G1} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$  معادله انرژی جنبشی را به دست می‌دهند.

$$T.E = \frac{1}{2} \int_{-b}^b [V_G(x)]^2 dm + \frac{1}{2} \bar{\omega} \bar{H}_G \bar{\omega} = \frac{1}{2} m \dot{h}^2 + \frac{1}{2} I_{ea} \dot{\theta}^2 - \Omega^2 b^2 \cos^2(\phi) m x_{\theta}^2 + \Omega^2 b^2 m x_{\theta}^2 + I_{xx}^c \Omega^2 + 2I_{xy}^c \Omega \dot{\theta}$$

انرژی پتانسیل از سختی فنر به شرح زیر حاصل می‌شود:

$$P.E = \frac{1}{2} k_h h^2 + \frac{1}{2} k_{\theta} \theta^2 \quad (3)$$

معادله حرکت با اعمال قانون همیتونین [22] و خطی‌سازی حول نقطه تعادل در راستای  $h$  و  $\theta$  به ترتیب به دست می‌آید.

$$m \ddot{h} + S_{ea} \dot{\theta} + k_{h1} h + c_{h1} \dot{h} = L \quad (4)$$

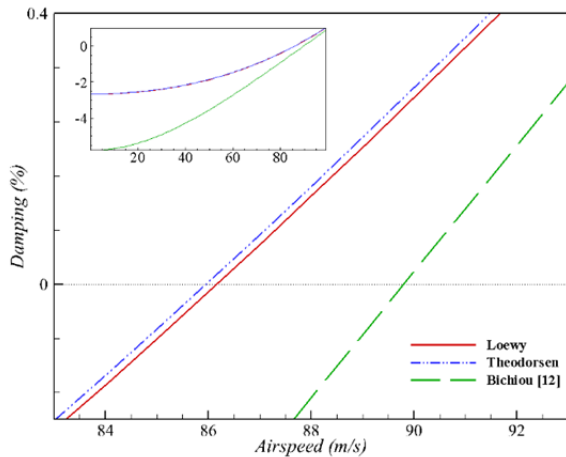
$$I_{ea} \ddot{\theta} + S_{ea} \dot{h} + 2mb^2 x_{\theta}^2 \ddot{\theta} + 2I_{yy}^c \dot{\theta} + k_{\theta 1} \theta + c_{\theta} \dot{\theta} + \Omega^2 b^2 m x_{\theta}^2 = M_{ea} \quad (5)$$

نیروهای ناپایستار آیرودینامیک، سمت راست معادلات آورده شده‌اند.

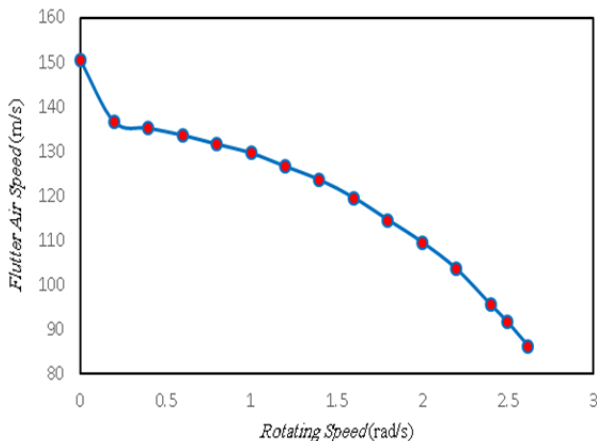


شکل ۱) سیستم‌های مختصات

اختلاف سرعت فلاتر کمی را بین دو روش ایجاد می‌کند. تاثیر تغییرات سرعت دورانی ایرفویل بر سرعت فلاتر در نمودار ۲ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود فلاتر در سرعت باد کمتری حادث می‌شود. بنابراین باید در اعمال کنترل برای به تعویق انداختن سرعت فلاتر، سرعت وزش باد آزاد کمتری معیار قرار داده شود. زیرا وجود ضریب لیفت کاهشی موجب کاهش میرایی آیرودینامیک نسبت به آیرودینامیک شبه پایا می‌شود و در نتیجه، سرعت ناپایداری کاهش می‌یابد.



نمودار (۱) مقایسه نمودار میرایی مرجع [12] و روش ارایه شده



نمودار (۲) تاثیر سرعت چرخشی بر سرعت فلاتر

#### ۶- کنترل PID

کنترلر PID از روش‌های کنترلی فراگیر و کاربردی در صنعت است، زیرا این کنترلرها قابلیت تنظیم در محل بهره‌برداری را دارند. کنترلر PID با تابع تبدیل به شکل زیر در دامنه پیوسته S تعریف می‌شود:

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (12)$$

که  $K_p$  بهره تناسبی،  $T_i$  به عنوان زمان عملکرد انتگرال و  $T_d$  به عنوان زمان عملکرد مشتق است.

به منظور تعویق فلاتر، روش تغییر زاویه گام را به کار می‌بریم. نمودار کنترلی را به شرح شکل ۴ تعریف می‌کنیم. به منظور اعمال کنترل، سیستم معادلات آیرولاستیسیته ۹ را با تغییر متغیر به فضای حالت می‌بریم.

$$q = \begin{bmatrix} h \\ \theta \end{bmatrix}; \quad y = \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} q \\ y \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$M_{ea} = -\rho b^2 \left[ -\pi ab \dot{h} + \pi Ub \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\theta} + \pi b^2 \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\theta} \right] + 2\pi \rho Ub^2 \left( a + \frac{1}{2} \right) \left( C' \left\{ \dot{h} + U\theta + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\theta} \right\} \right) \quad (8)$$

#### ۴- مدل آیرولاستیسیته ایرفویل چرخان

معادله حرکت آیرولاستیسیته خطی سیستم ایرفویل چرخان با تعریف درجات آزادی به صورت  $q(t) = [h(t) \ \theta(t)]^T$  و خطی‌سازی حول نقطه تعادل (پلانچ و زاویه گام هر دو صفر) به صورت رابطه زیر است:

$$M_{St-Ae} \ddot{q} + C_{St-Ae} \dot{q} + K_{St-Ae} q = 0 \quad (9)$$

که  $M_{St-Ae}$  ماتریس جرم،  $C_{St-Ae}$  ماتریس میرایی و  $K_{St-Ae}$  ماتریس سختی کل (سازه- آیرودینامیک) است. در تحلیل پایداری سیستم آیرولاستیسیته، حرکت ایرفویل نوسانی در نظر گرفته می‌شود:

$$h = \exp(ipt); \quad \theta = \exp(ipt) \quad (10)$$

که  $p = \sigma + i\omega$  است. از آنجایی که معادله، خطی و همگن است، دترمینان ضرایب را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$|-M_{St-Ae} p^2 + i C_{St-Ae} p + K_{St-Ae}| = 0 \quad (11)$$

مرز پایداری- فلاتر با روش P-K حاصل می‌شود. قسمت حقیقی  $\sigma$ ، میرایی و قسمت موهومی  $\omega$ ، فرکانس را نشان می‌دهد.

#### ۵- اعتبارسنجی و حل عددی

صحت معادلات استخراج شده و سرعت فلاتر با نتایج ذکر شده در منبعی به عنوان مرجع [11] مقایسه می‌شود. بدین منظور، براساس روند حل مرجع [11] با استفاده از داده‌های جدول ۱، اجرا و نتیجه حاصل با پاسخ سیستم معادله حرکت ایرفویل چرخان کوپل با آیرودینامیک ناپایای لویی مقایسه می‌شود.

جدول (۱) مشخصات ایرفویل چرخان [11]

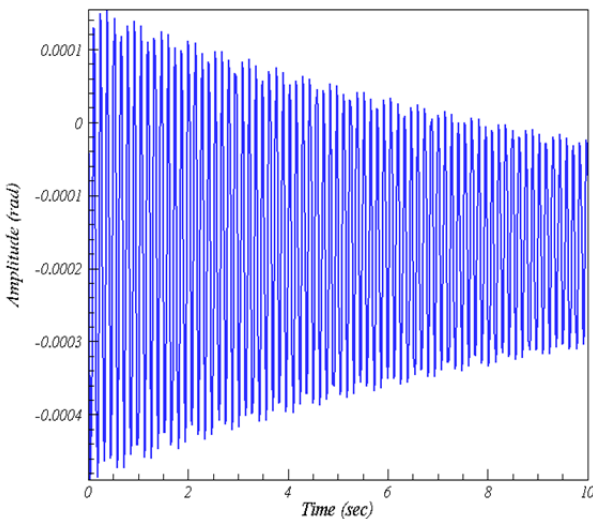
$I_{\theta} = 0.01347 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$m_w = 4.34 \text{ kg}$	$c_{l\alpha} = 2\pi$
$S_{\beta} = 0.00395 \text{ kgm}$	$k_h = 2818.4 \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$	$r=1$
$I_{\beta} = 0.000326 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$k_{\theta} = 37.34 \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$	$R=1.1$
$c_{\theta} = 0.0008 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$	$x_{\theta} = 0.5721$	$C=0.5$
$S_{\theta} = 0.08587 \text{ kgm}$	$\rho = 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\frac{r}{R} = 0.9$
$c_{\beta} = 0.0008 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$	$c_h = 2.21 \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$	-

در نمودار ۱، دیاگرام میرایی مد پیش نشان داده شده است. در مرجع [12] از نیروی آیرودینامیک شبه پایا استفاده شده است. ملاحظه می‌شود سرعت فلاتر روش مرجع برابر  $89/78$  متر بر ثانیه، با آیرودینامیک تئودورسن  $85/96$  متر بر ثانیه و با آیرودینامیک ناپایا/لویی  $86/17$  متر بر ثانیه است. در روش مرجع، از آیرودینامیک شبه پایا استفاده شده است، بنابراین اختلاف سرعت فلاتر  $4/2\%$ ، با آیرودینامیک ناپایای لویی مشاهده می‌شود. همچنین مطابق با نمودار ۱، سرعت فلاتر دو روش تئودورسن و لویی به یکدیگر نزدیک است. به دلیل بررسی آیرولاستیسیته ایرفویل، تاثیر کل رتبیسیته،

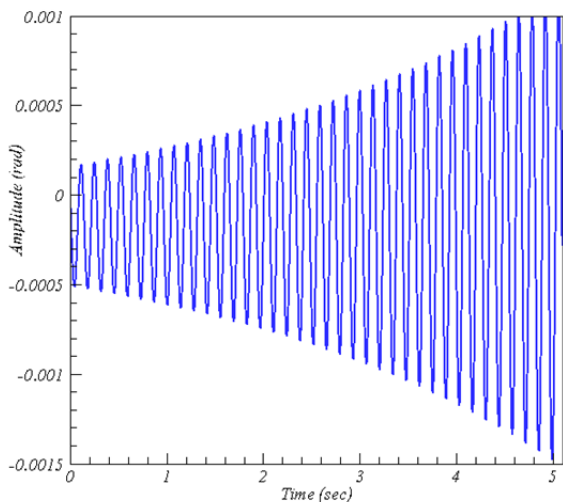
پس از سرعت فلاتر، پاسخ سیستم واگراست و سیستم طبق انتظار به سرعت ناپایدار می‌شود.

به منظور بررسی عملکرد کنترل PID، کنترل بر سیستم قبل از سرعت فلاتر نیز اعمال شده است. در نمودارهای ۵ و ۶، تأثیر کنترل PID بر دنبال کردن ورودی پله به وسیله خروجی و رد اغتشاش در سرعت  $v=85$  (متر بر ثانیه) ترسیم شده است. مشاهده می‌شود با افزایش ضریب بهره کمینه حلقه  $\alpha$ ، رد اغتشاش و زمان نشست سیستم بهبود می‌یابد. زمان مطلوب ردیابی ۲ ثانیه تعیین شده است. اما ملاحظه می‌شود برای برآورد کلیه نیازهای طراحی تعریف شده، زمان ردیابی ورودی نزدیک ۱۰ ثانیه برای ضریب بهره کمینه حلقه  $\alpha=5$  است.

همچنین مشاهده می‌کنیم با ضریب بهره کمینه حلقه  $\alpha=5$ ، سیستم می‌تواند اغتشاش خارجی را میرا کند. نمودارهای ۷ و ۸ نشان می‌دهند فرکانس طبیعی سیستم حلقه باز حدود  $\omega_n=46$  (رادیان بر ثانیه) است. این اشکال نشان می‌دهد سیستم آیرودینامیک تعریف شده دارای پیک تشدید در فرکانس طبیعی است.



نمودار ۳) پاسخ ورودی پله ( $\tau$ ) بر زاویه گام خروجی ( $y$ ):  $v=85$  (متر بر ثانیه) حلقه باز



نمودار ۴) پاسخ ورودی پله ( $\tau$ ) بر زاویه گام خروجی ( $y$ ):  $v=90$  (متر بر ثانیه) حلقه باز

$$[M]\dot{y} + [C]y + [K]q = 0 \quad (14)$$

$$\dot{X} = \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}C & -M^{-1}K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ y \end{Bmatrix} \quad (15)$$

که I ماتریس یک و 0 ماتریس صفر است. بدین ترتیب معادله حرکت در فضای حالت به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (16)$$

که  $A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}C & -M^{-1}K \end{bmatrix}$  و ماتریس‌های B و C براساس نیاز طراحی تعیین می‌شود.

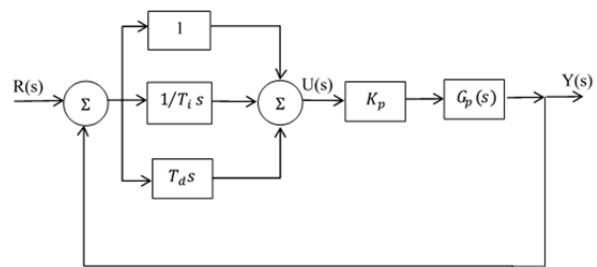
کنترل PID در این پژوهش در نرم افزار MATLAB انجام شده است. اجرای این روش کنترلی به شرح زیر است:

- ۱- تشکیل مدل تعمیم یافته فضای حالت (معادله‌های ۱۵ و ۱۶)
- ۲- استفاده از دستور "ltiblock.pid" برای ایجاد کنترلر PID قابل تنظیم

۳- تشکیل حلقه کنترل با دستور "feedback"

۴- تعیین هدف کنترلی ردیابی برای تعیین نیازهای ردیابی در حوزه فرکانس بین ورودی و خروجی تعیین شده با دستور "TuningGoal.Tracking". زمان پاسخ به ورودی ( $\tau$ ) برای مدل ارایه شده، ۲ ثانیه است. هدف کنترلی دیگر شامل حفظ کمینه و بیشینه بهره حلقه در باند فرکانس تعیین شده به ترتیب با دستورهای "TuningGoal.MinLoopGain/MaxLoopGain" است. کمینه بهره حلقه قبل از ۰/۵ رادیان بر ثانیه و برای بیشینه بهره حلقه نیاز کنترلی تحدید پهنای باند  $-20\text{dB/decade}$  پس از ۴ رادیان بر ثانیه است.

۵- تنظیم کنترلر PID براساس نیازهای کنترلی تعریف شده با دستور "systune" قابل انجام است. پاسخ سیستم کنترل شده به ورودی پله واحد ترسیم شده است.

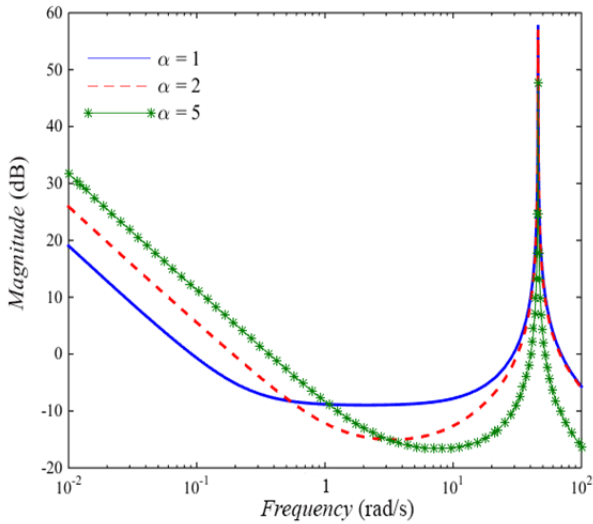


شکل ۵) نمودار کنترل PID ایرفویل چرخان

## ۷- نتایج سیستم کنترل

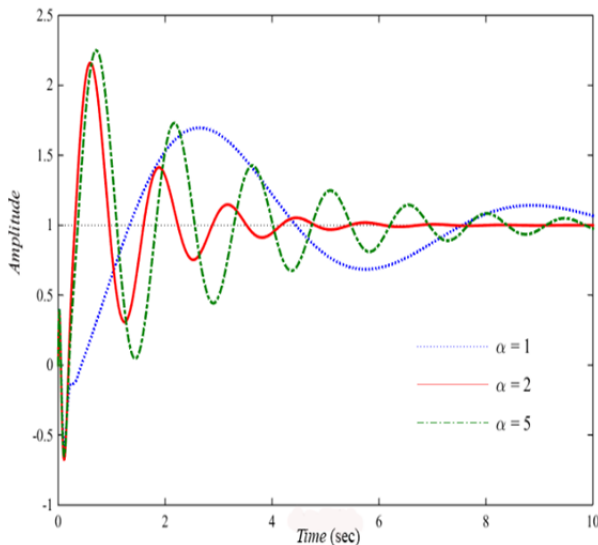
کنترل در سرعت باد ۸۵ و ۹۰ متر بر ثانیه به ترتیب قبل و بعد از سرعت فلاتر انجام می‌شود. سیستم یک ورودی- یک خروجی در نظر گرفته شده است. ورودی و خروجی سیستم را زاویه گام در نظر گرفته ایم  $B = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$  و  $C = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$ . با در نظر گرفتن ضریب بهره کمینه حلقه ۵، ۲، ۱،  $\alpha=1$ ، تأثیر افزایش بهره حلقه بسته در پهنای باند  $[0/5, 0/5]$  رادیان بر ثانیه نشان داده شده است.

پاسخ سیستم حلقه باز به ورودی پله بر زاویه گام در سرعت ۸۵ متر بر ثانیه کمتر از سرعت فلاتر در نمودار ۳ و در سرعت ۹۰ متر بر ثانیه بیشتر از سرعت فلاتر در نمودار ۴ نشان داده شده است. قبل از سرعت فلاتر سیستم، میرا و طی زمان به آهستگی میرا می‌شود.

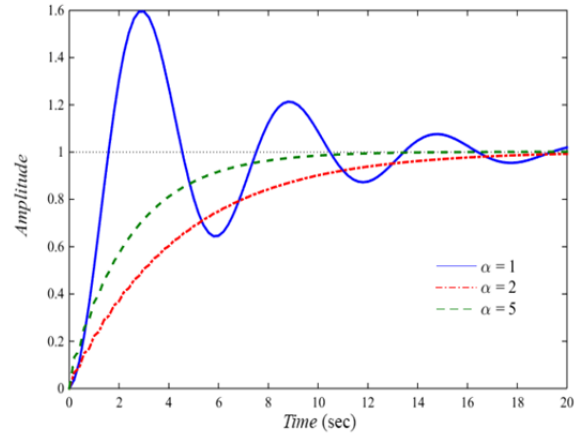


نمودار ۸) دیاگرام bode حلقه باز؛  $v=85$  (متر بر ثانیه)

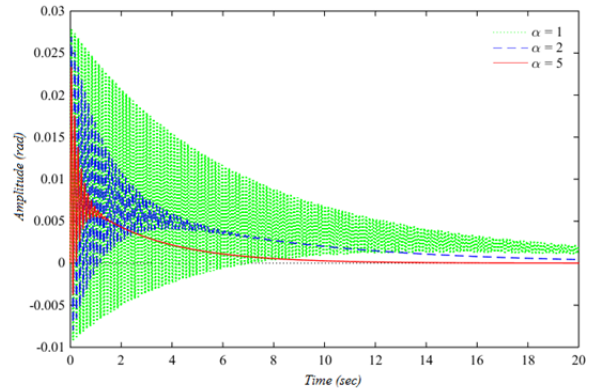
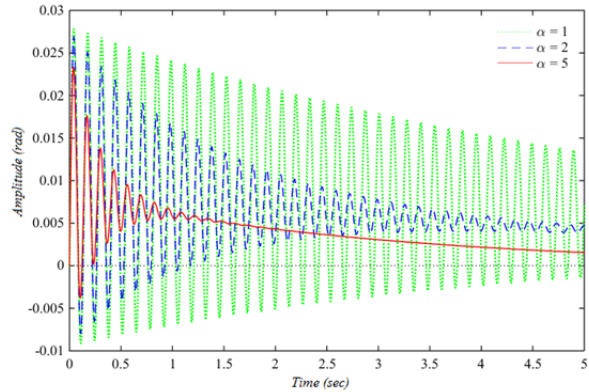
این بدین معناست که تابع تبدیل سیستم حلقه باز شامل عبارت مرتبه دوم با میرایی بسیار کم، به دلیل نزدیکی به سرعت فلاتر است. زمان نشست تعقیب ورودی پله برای  $\alpha=2$  و  $\alpha=5$  قبل از فلاتر به ترتیب در زمان ۱۱ و ۹ ثانیه و پس از فلاتر در زمان  $3/6$  و  $8/69$  ثانیه انجام می‌شود (نمودارهای ۵ و ۹). زمان نشست رد اغتشاش برای  $\alpha=2$  و  $\alpha=5$  در سرعت قبل از فلاتر در زمان  $6/97$  و  $12/9$  ثانیه و پس از سرعت فلاتر به ترتیب در زمان‌های  $4/21$  و  $9/16$  انجام می‌شود (نمودارهای ۶ و ۱۰). ملاحظه می‌شود قبل از فلاتر، افزایش ضریب بهره کمینه حلقه به کوتاه شدن زمان نشست می‌انجامد. اما در سرعت پس از فلاتر، ضریب بهره کمینه حلقه مناسب برابر با  $\alpha=2$  است. افزایش مقدار ضریب بهره کمینه حلقه به افزایش اضافه جهش و نوسانی شدن سیستم می‌انجامد. در نمودارهای ۱۱ و ۱۲، برآورده شدن هر سه مطلوب طراحی به ترتیب قبل و بعد از سرعت فلاتر بررسی شده است. نمودار اول نشان‌دهنده نیاز طراحی کنترل تعقیب در دامنه فرکانسی بین ورودی و خروجی است. در این نیاز طراحی، خطای نسبی بیشینه برحسب تابعی از



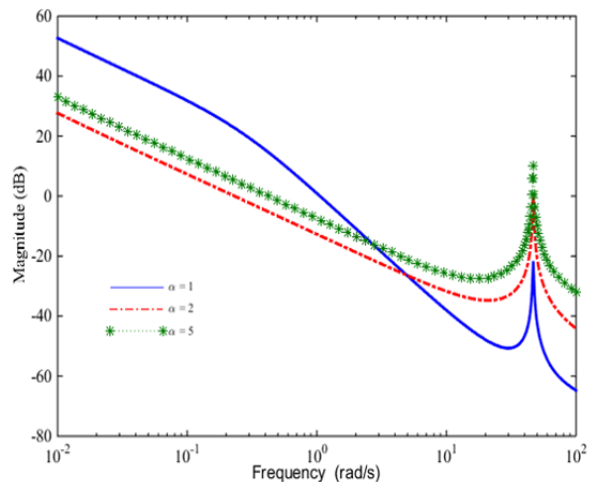
نمودار ۹) تعقیب ورودی پله؛  $v=90$  (متر بر ثانیه) کنترل PID



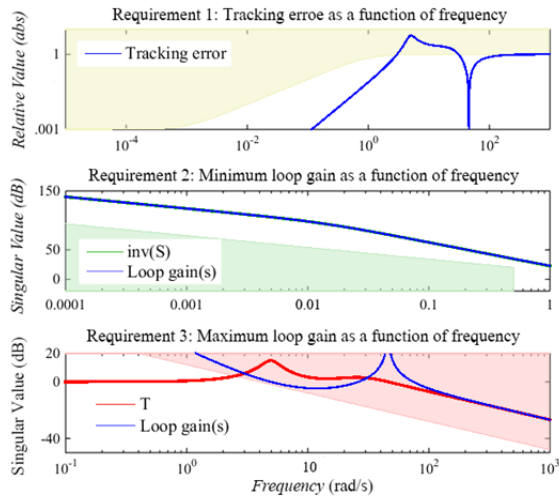
نمودار ۵) تعقیب ورودی پله،  $v=85$  (متر بر ثانیه) کنترل PID



نمودار ۶) رد اغتشاش تا ۵ و ۲۰ ثانیه؛  $v=85$  (متر بر ثانیه) کنترل PID



نمودار ۷) دیاگرام اندازه bode حلقه باز؛  $v=85$  (متر بر ثانیه)



نمودار ۱۲) خطای تعقیب، کمینه و بیشینه بهره حلقه؛  $v=90$  (متر بر ثانیه) کنترل PID

### ۸- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این پژوهش، معادله آیرودینامیک آیروفویل چرخان با در نظر گرفتن آیرودینامیک ناپایایی لوی استخراج شده است. معادله حرکت با در نظر گرفتن درجات آزادی گام و پلانچ معادلات حرکت با استفاده از اصل همیتونین استخراج شده است. نیروهای آیرودینامیک با جایگزینی تابع کاهش لیفت لوی در معادلات نیروی آیرودینامیک تئودورسن به دست آمده‌اند. حل معادلات آیرودینامیک به روش P-K نشان می‌دهد که آیرودینامیک لوی نسبت به روش آیرودینامیک شبه‌پایا، وقوع فلاتر را در سرعت کمتری تخمین می‌زند که ناشی از لحاظ جریان ناپایا در آیرودینامیک لوی است. همچنین اختلاف اندکی در سرعت فلاتر دو روش تئودورسن و لوی دیده می‌شود. به دلیل در نظر گرفتن اثر ویک ماریچ در روش لوی، سرعت فلاتر تخمینی روش تئودورسن کمتر از روش لوی است.

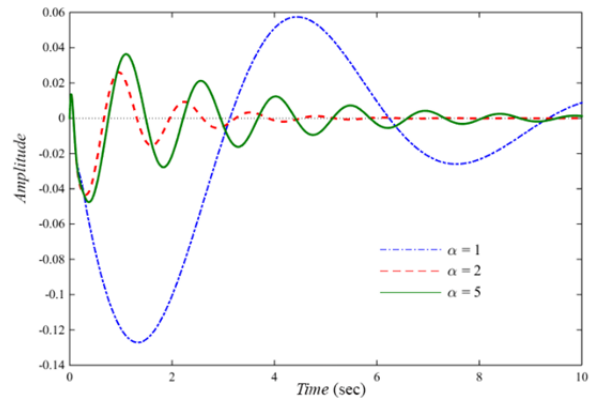
به منظور تحقق تعویق فلاتر، کنترلر PID با فرمان ورودی زاویه گام پیشنهاد و اجرا شد. بدین منظور، معادلات آیرودینامیک به فضای حالت برده شد. اعمال کنترلر PID قبل و بعد از وقوع فلاتر انجام شد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد کنترلر با استفاده از زاویه گام قادر به رد اغتشاش و همچنین تعویق فلاتر است. شبیه‌سازی نشان می‌دهد پاسخ زمانی سیستم کنترل شده از زمان در نظر گرفته شده در طراحی آهسته‌تر است. زمان نشست طولانی‌تر از مقدار در نظر گرفته شده در اهداف طراحی به دلیل وجود اهداف کنترلی بهره کمینه و بیشینه است. زیرا تحقق اهداف کنترلی نیاز به بهینه‌سازی اهداف در محدوده تعریف شده دارد. همچنین اعمال ضریب بهره کمینه حلقه و بررسی پاسخ کنترلی نشان می‌دهد در سرعت بیشتر از سرعت فلاتر، افزایش ضریب بهره منجر به پاسخ مناسب‌تر نمی‌شود. بلکه تعیین مقدار بهینه آن به بهره حلقه باز سیستم آیرودینامیک وابسته است.

**تشکر و قدردانی:** موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

**تأییدیه اخلاقی:** موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

**تعارض منافع:** موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

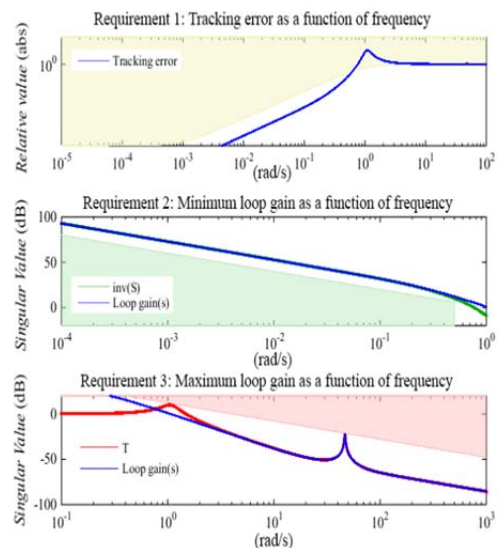
**سهم نویسندگان:** شاهرخ شمس (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/روش‌شناس/پژوهشگر اصلی (۵۰٪)؛ رضا اثباتی‌لوسانی (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۵۰٪)



نمودار ۱۰) رد اغتشاش؛  $v=90$  (متر بر ثانیه) کنترلر PID

منحنی آبی، مقادیر حاصل از کنترل و محدوده زرد، نشان‌دهنده محدوده فرکانسی ناقص نیاز طراحی است. نمودار دوم هر کدام از نمودارهای ۱۱ و ۱۲، نشان‌دهنده بهره حلقه کمینه در یک باند فرکانس تعیین شده است. این هدف کنترلی، بهره کمینه‌ای را بر پاسخ فرکانسی حلقه باز اعمال می‌کند. در نمودار دوم، منحنی آبی نشان‌دهنده بهره حلقه تنظیم شده است و در محدوده سبزرنگ نیاز طراحی برآورده نمی‌شود. در نمودار سوم نمودارهای ۱۱ و ۱۲ نیز نیاز طراحی بیشینه بهره حلقه کنترلی نشان داده شده است. منحنی آبی در این نمودارها نشان‌دهنده بهره حلقه تنظیم شده است و محدوده قرمز، بهره‌های ممنوع به دلیل نیازهای طراحی تعریف شده را معین می‌کند.

نمودارهای کنترلی نشان می‌دهد کنترلر طراحی شده قبل از سرعت فلاتر با ضریب  $\alpha=5$  به میرایی سیستم با اهداف کنترلی تعریف شده سرعت می‌دهد. پس از سرعت فلاتر با ضریب بهره کمینه حلقه  $\alpha=2$ ، کنترلر PID با اهداف کنترلی تعریف شده موفق به تعویق فلاتر می‌شود. بنابراین به کمک زاویه‌دهی گام مناسب و اعمال کنترلر PID می‌توان سرعت فلاتر را به تعویق انداخت. اهداف تعقیب و رد اغتشاش با محاسبه بهره حلقه باز امکان‌پذیر است. بدین ترتیب که بهره حلقه باز بیشتر از یک به معنی در نظر گرفتن مقدار آن در محدوده پهنای باند کنترل و بهره حلقه باز کمتر از یک به معنی در نظر گرفتن آن در خارج از پهنای باند کنترل است. در این صورت می‌توان اهداف کنترلی را تعیین و کنترلر را تنظیم کرد.



نمودار ۱۱) خطای تعقیب، کمینه و بیشینه بهره حلقه؛  $v=85$  (متر بر ثانیه) کنترلر PID

uniform motion. Journal of the Aeronautical Sciences. 1938;5(10):379-390.

7- Loewy RG. A two-dimensional approximation to the unsteady aerodynamics of rotary wings. Journal of the Aeronautical Sciences. 1957;24(2):81-92.

8- Leishman JG. Challenges in modeling the unsteady aerodynamics of wind turbines. 21st ASME Wind Energy Symposium, 14-17 January, 2002, Reno, Nevada, USA. New York: ASME; 2002.

9- Rezaei MM, Behzad M, Haddadpour H, Moradi H. Aeroelastic analysis of a rotating wind turbine blade using a geometrically exact formulation. Nonlinear Dynamics. 2017;89(4):2367-2392.

10- Rezaei MM, Zohoor H, Haddadpour H. Aeroelastic modeling and dynamic analysis of a wind turbine rotor by considering geometric nonlinearities. Journal of Sound and Vibration. 2018;432:653-679.

11- Bichiou Y, Abdelkefi A, Hajj MR. Nonlinear aeroelastic characterization of wind turbine blades. Journal of Vibration and Control. 2016;22(3):621-631.

12- Rafiee R, Tahani M, Moradi M. Simulation of aeroelastic behavior in a composite wind turbine blade. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2016;151:60-69.

13- Platanitis G, Strganac TW. Control of a nonlinear wing section using leading-and trailing-edge surfaces. Journal of Guidance Control and Dynamics. 2004;27(1):52-58.

14- Li D, Guo S, Xiang J. Study of the conditions that cause chaotic motion in a two-dimensional airfoil with structural nonlinearities in subsonic flow. Journal of Fluids and Structures. 2012;33:109-126.

15- Silva CT, Donadon MV. Unsteady blade element-momentum method including returning wake effects. Journal of Aerospace Technology and Management. 2013;5(1):27-42.

16- Dunne F, Pao LY, Wright AD, Jonkman B, Kelley N. Adding feedforward blade pitch control to standard feedback controllers for load mitigation in wind turbines. Mechatronics. 2011;21(4):682-690.

17- Staino A, Basu B, Nielsen SRK. Actuator control of edgewise vibrations in wind turbine blades. Journal of Sound and Vibration. 2012;331(6):1233-1256.

18- Petrović V, Jelavić M, Baotić M. Advanced control algorithms for reduction of wind turbine structural loads. Renewable Energy. 2015;76:418-431.

19- Solomin EV, Sirotkin EA, Martyanov AS. Adaptive control over the permanent characteristics of a wind turbine. Procedia Engineering. 2015;129:640-646.

20- Badihi H, Zhang Y, Hong H. Fuzzy gain-scheduled active fault-tolerant control of a wind turbine. Journal of the Franklin Institute. 2014;351(7):3677-3706.

21- Park S, Nam Y. Two LQRI based blade pitch controls for wind turbines. Energies. 2012;5(6):1998-2016.

22- Hodges DH, Alvin Pierce G. Introduction to structural dynamics and aeroelasticity. 15th Volume. Cambridge: Cambridge University Press; 2002.

## ۹- پی نوشت

## علائم

b	نصف طول وتر (متر)
C	ماتریس میرایی
c	طول وتر (متر)
$c_h$	میرایی پلانچ (kg/ms)
$c_\theta$	میرایی زاویه گام ( $\text{kgm}^2/\text{s}$ )
$I_\theta$	ممان اینرسی ( $\text{kgm}^2$ )
K	ماتریس سختی
M	ماتریس جرم
$m_w$	جرم ایرفویل
P.E	انرژی پتانسیل
q	متغیر کمکی انتقال به فضای حالت
R	طول پره
$S_\theta$	گشتاور اول جرم حول محور الاستیک
$S_p$	گشتاور اول جرم حول محور فلپ
r	محل قرار گیری ایرفویل
T.E	انرژی جنبشی
t	زمان
X	متغیر فضای حالت
y	متغیر کمکی انتقال به فضای حالت

## علائم یونانی

$\rho$	چگالی ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\theta$	زاویه گام
$\Omega$	سرعت زاویه‌ای چرخش ایرفویل

## زیر نویس

h	پلانچ
$\theta$	زاویه گام

## منابع

1- Shams Sh, Sadr Lahidjani MH, Haddadpour H. Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function. Thin Walled Structures. 2008;46(11):1192-1203.

2- Shams Sh, Sadr MH, Haddadpour H. An efficient method for nonlinear aeroelasticity of slender wings. Nonlinear Dynamics. 2012;67(1):659-681.

3- Moshfeghi M, Shams Sh, Hur N. Aerodynamic performance enhancement analysis of horizontal axis wind turbines using a passive flow control method via split blade. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2017;167:148-159.

4- Theodorsen T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter [Internet]. Boston: NACA; 1935 [cited cited 01 Jan 2018]. Available from: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19930090935>

5- Wagner, H. Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln. ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1925;5(1):17-35. [German]

6- Von Kármán T, Sears WR. Airfoil theory for non-