



Modeling of Laminar Fully Developed Flow in the Presence of Mass and Heat Transfer inside the Fuel Cell Channel

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Maghsudi P.¹ MSc
Mirbozorgi S.A.¹ PhD,
Hassanzadeh H.*¹ PhD

How to cite this article

Maghsudi P, Mirbozorgi S.A, Hassanzadeh H. Modeling of Laminar Fully Developed Flow in the Presence of Mass and Heat Transfer inside the Fuel Cell Channel. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(6): 1363-1374.

¹Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, University of Birjand, Birjand, Iran

*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, University of Birjand, Birjand, Iran
Phone: +98 (56) 32202133
Fax: +98 (56) 32202133
h.hassanzadeh@birjand.ac.ir

Article History

Received: June 18, 2018
Accepted: December 24, 2018
ePublished: June 01, 2019

ABSTRACT

In this paper, the laminar and fully developed flow with heat and mass transfer in a fuel cell channel with rectangular cross-section is investigated. The rectangular channel is straight and has a porous wall and three non-porous walls. The governing equations including the momentum and energy equations solved by a two-dimensional code (quasi-three-dimensional), and the velocity, pressure and temperature distribution curve along the channel, and non-dimensional flow parameters such as the friction coefficient and the Nusselt number in different aspect ratios are calculated and plotted. For the flow, the non-slip boundary condition is used and for the heat transfer, the usual boundary conditions in the fuel cell is used, so that on the porous wall, the constant heat flux boundary condition is used and on three other non-porous walls, constant temperature boundary condition is used. The results show that for a given aspect ratio, the friction coefficient in the injection condition is greater than suction condition, and by increasing the amount of injection and suction, the difference between them increases. In addition, the value of friction coefficient for unit aspect ratio 1 (square cross-section) is minimal for suction and ejection. The value of the Nusselt number is minimal at unit aspect ratio for both suction and injection. Also, the distribution of velocity and temperature along the channel as well as the dimensionless distribution of these two parameters along with injection and suction and without it in different aspect ratios are plotted and discussed.

Keywords Fuel Cell; Mass Penetration; Flow Channels

CITATION LINKS

- [1] Three-dimensional multiphase flow computational fluid dynamics models for proton exchange membrane fuel cell: A theoretical development [2] Review of bipolar plates in PEM fuel cells: Flow-field designs [3] Optimisation of flow-field in polymer electrolyte membrane fuel cells using computational fluid dynamics techniques [4] Fuel cell fundamentals [5] Fully developed frictional and heat-transfer characteristics of laminar flow in porous tubes [6] Developing laminar flow and heat transfer in a square duct with one-walled injection and suction [7] Simulation of fully developed laminar heat and mass transfer in fuel cell ducts with different cross-sections [8] Combined forced and free flow in a vertical rectangular duct with prescribed wall heat flux [9] A two-dimensional simulation of developing laminar heat and mass transfer in fuel cell channels with uniform suction of O₂ and H₂ [10] Modeling heat and mass transfer in laminar forced flow between parallel plates with suction or injection boundary conditions [11] Numerical simulation of laminar flow development with heat and mass transfer in PEM fuel cell flow channels having oxygen and hydrogen suction at one channel wall [12] Pseudo 3D modeling of suction and injection effects on fully developed laminar flow and heat transfer in rectangular fuel cell channels [13] Fully developed mixed convection and flow reversal in a vertical rectangular duct with uniform wall heat flux [14] Convection heat transfer [15] Modeling of fully developed laminar flow with heat and mass transfer in fuel cell channels with different cross-sections [16] An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method [17] Laminar flow forced convection in ducts: A source book for compact heat exchanger analytical data [18] Heat and mass transfer in a square microchannel with asymmetric heating

مدل‌سازی جریان توسعه‌یافته آرام در حضور انتقال جرم و حرارت درون کانال پیل سوختی

پوریا مقصودی MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

سیدعلی میرزیرگی PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

حسن‌زاده* PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

چکیده

در این مقاله جریان آرام و توسعه‌یافته همراه با انتقال حرارت و جرم در یک کانال پیل سوختی با سطح مقطع مستطیلی مورد بررسی قرار گرفته است. کانال مستطیلی مستقیم بوده و دارای یک دیوار متخلخل و سه دیواره غیرمتخلخل است. معادلات حاکم شامل معادلات ممنتوم و انرژی هستند که توسط یک کد دو بُعدی (شبه سه بُعدی) حل شده و منحنی‌های توزیع سرعت، توزیع فشار و توزیع دما در طول کانال و پارامترهای بدون بُعد جریان مانند ضریب اصطکاک و عدد ناسلت در نسبت منطری‌های مختلف کانال محاسبه و ترسیم شده‌اند. برای جریان از شرط مرزی عدم لغزش و برای انتقال حرارت از شرط مرزی معمول در پیل سوختی استفاده شده است. به طوری که روی دیواره متخلخل از شرط مرزی شار حرارتی ثابت و روی سه دیواره غیرمتخلخل از شرط مرزی ثابت دما استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که برای یک نسبت منطری معین، ضریب اصطکاک در حالت تزریق بیشتر از مکش است و با افزایش میزان تزریق و مکش، اختلاف آنها بیشتر می‌شوند. علاوه بر این، مقدار ضریب اصطکاک برای نسبت منطری یک (سطح مقطع مربعی) چه برای تزریق و چه مکش حداقل است. عدد ناسلت هم برای تزریق و هم برای مکش در نسبت منطری واحد حداقل است. همچنین توزیع سرعت و دما در طول کانال و همچنین توزیع بی‌بُعد این دو پارامتر همراه با تزریق و مکش و بدون آن در نسبت منطری‌های مختلف ترسیم و مورد بحث قرار گرفته‌اند.

کلیدواژه‌ها: پیل سوختی، نفوذ جرم، کانال‌های جریان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۳/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۰/۰۳

* نویسنده مسئول: h.hassanzadeh@birjand.ac.ir

۱- مقدمه

پیل سوختی یک مبدل انرژی است که مستقیماً انرژی شیمیایی سوخت و اکسیدکننده را به الکتریکی تبدیل می‌کند و محدودیت سیکل کارنو را ندارد. ویژگی‌هایی از قبیل بازده بالا، آلاینده‌گی و سروصدای کم، شدت توان بالا، تنوع در منابع سوخت و غیره باعث شده است که پیل سوختی در دو دهه اخیر به عنوان گزینه مناسبی برای جایگزینی موتورهای حرارتی محسوب شود، ولی در حال حاضر، هزینه تولید در قیاس با ماشین‌های حرارتی، بالا و عمر آنها نسبتاً کم بوده، از این رو لازم است با مدل‌سازی، چالش‌های پیش روی توسعه آنها برطرف شود تا راه برای تجاری‌سازی آنها هموار شود.

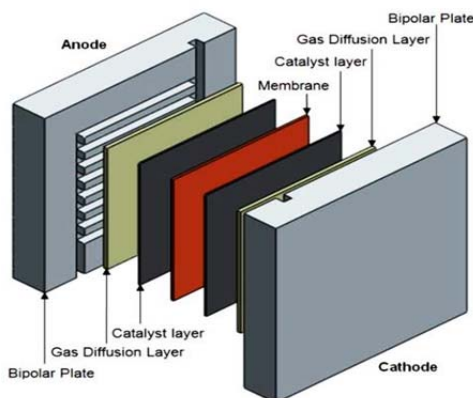
مطابق شکل ۱ [1]، هر پیل سوختی از دو الکترود، دولایه کاتالیست، الکترولیت برای تبادل یون و دو صفحه توزیع‌کننده سوخت و هوا تشکیل شده است. صفحات توزیع‌کننده سوخت و هوا دارای کانال‌های ظریفی هستند که وظیفه آنها از یک طرف، توزیع سوخت و هوا روی الکترودهای متخلخل و خارج کردن محصولات واکنش از پیل سوختی و از طرف دیگر، انتقال الکترون به مدار خارج و خنک‌سازی پیل سوختی است. از این رو، این صفحات تاثیر مهمی بر عملکرد پیل‌های سوختی دارند.

جریان خروجی از هر تک‌پیل سوختی، جریانی مستقیم با ولتاژ کم است، از این رو داشتن ولتاژی در محدوده عملی، لازم است

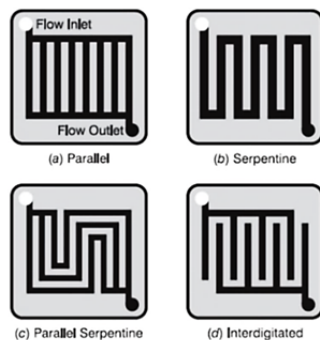
تک‌پیل‌ها را به صورت سری به یکدیگر متصل کنند که به این مجموعه پیل‌های سری شده، توده پیل سوختی می‌گویند. در یک توده پیل سوختی متشکل از ده‌ها تک‌پیل، صفحات توزیع‌کننده سوخت و هوا به صورت یکپارچه و پشت‌به‌پشت ساخته می‌شوند که به هر کدام از این صفحات، یک صفحه دوقطبی می‌گویند. در یک توده پیل سوختی، صفحات دوقطبی بیش از ۶۰٪ وزن و ۴۰٪ کل هزینه توده را تشکیل می‌دهند [2]، بنابراین بهینه‌سازی آنها نقش مهمی در کاهش قیمت و وزن توده پیل سوختی دارد.

صفحات توزیع‌کننده ایده‌ال، صفحاتی هستند که در آنها جریان سوخت و اکسیدکننده دارای حداقل افت فشار است تا سوخت و اکسیدکننده بتوانند به صورت یکنواخت روی الکترودهای متخلخل، توزیع و محصولات واکنش به راحتی از پیل خارج شوند [3]. کانال‌های جریان، دارای سطح مقطع‌های مختلفی هستند، ولی به دلیل سهولت ساخت، اکثراً سطح مقطع به صورت مستطیلی ساخته می‌شوند، هر چند کانال‌های با سطح مقطع‌های دیگری هم کم‌وبیش ساخته شده و مورد بررسی قرار گرفته‌اند [4].

در شکل ۲ [4]، صفحات توزیع‌کننده با کانال‌هایی با سطح مقطع مستطیلی در چهار الگوی موازی، مارپیچ، مارپیچ موازی و همبند نشان داده شده است. این الگوها، الگوهای ایده‌الی نیستند و هر کدام دارای مزایا و معایب مخصوص به خود هستند. برای مثال، الگوی جریان موازی دارای افت فشار کم، ولی قابلیت تخلیه آب ضعیفی است، در حالی که الگوی جریان مارپیچ، قابلیت تخلیه مناسب آب، ولی افت فشار زیادتری دارد. الگوی مارپیچ موازی از ویژگی‌های هر دو الگوی موازی و مارپیچ استفاده می‌کند و در نهایت، الگوی همبند دارای افت فشار زیادی است، ولی قابلیت تخلیه آب مناسبی دارد.



شکل ۱) ساختار یک تک‌پیل سوختی [2]



شکل ۲) نمونه‌ای از صفحات توزیع‌کننده جریان با کانال‌های مختلف: (a) کانال‌های موازی، (b) مارپیچ، (c) مارپیچ موازی، (d) همبند [4]

مکش و همچنین عدد ناسلت را برای شرایط مرزی، نسبت منطقی و شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌دهند که ضریب اصطکاک بدون بعد برای مکش و تزریق و بدون آن در نسبت منطقی واحد حداقل است. همچنین عدد ناسلت با افزایش نسبت منطقی افزایش می‌یابد.

در مجموعه مقالات بالا مشخصاً جریان سه‌بُعدی در کانال‌های پیل سوختی، در حضور انتقال جرم و حرارت به‌خصوص برای شرایط مرزی مرکب با جزئیات بررسی نشده است. در این مقاله، ضمن تعریف توسعه‌یافتگی هیدرودینامیک و حرارتی در حضور انتقال جرم و حرارت، نحوه انفعال معادله کلی حاکم بر مساله به روش حجم محدود و نحوه حل آن با یک کد دو‌بُعدی بحث شده است. علاوه بر بحث در مورد چگونگی تغییرات عدد ناسلت و ضریب اصطکاک برای نسبت منطقی‌های مختلف، چگونگی تغییرات فشار، توزیع سرعت و به‌خصوص توزیع دما برای شرایط مرزی ترکیبی پیل سوختی در طول کانال مورد بحث قرار گرفته است. نتایج این مقاله می‌تواند برای مدل‌سازی ترمودینامیک توده پیل سوختی بسیار مفید باشد که متشکل از ده‌ها پیل سوختی موازی بوده و مدل‌سازی آنها از طریق دینامیک سیالات محاسباتی بسیار وقت‌گیر و هزینه‌بر است.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم برای هندسه مساله، مطابق شکل ۳ شامل معادلات بقای جرم، ممنتوم و انرژی است که با مفروضات زیر حل می‌شوند:

- ۱- جریان، دایمی و خواص سیال، ثابت فرض شده است.
- ۲- جریان در تمام حالت‌ها، آرام و تراکم‌ناپذیر است.
- ۳- مطابق شکل ۳، نفوذ جرم فقط در راستای y وجود دارد، در حالی که جریان اصلی در راستای z وجود دارد و در راستای x جریانی وجود ندارد ($u = 0$).

۴- با توجه به فرض سوم، در فاصله $0 < y < b$ در عمل $\frac{\partial v}{\partial y} \neq 0$ است، اما با توجه به روش حل انتخابی ضرورت دارد که از مولفه سرعت v و تغییرات آن در راستای y در این فاصله (و نه در $y = 0$) صرف نظر شود. به عبارت دیگر، مساله در راستای y فاقد تغییرات مکانی فرض شده است. در عوض اثر شرط مرزی v_m معلوم (در معادله پیوستگی ظاهر می‌شود). انتقال جرم صورت‌گرفته از دیوار پایین کانال به کل سطح در مقطع جریان تقسیم می‌شود که کمی از واقعیت دور است، ولی به دلیل کوچک بودن مقدار v_m ، خطای قابل ملاحظه‌ای وجود ندارد.

۵- در حالت بدون نفوذ جرم، جریان سیال می‌تواند کاملاً توسعه‌یافته هیدرودینامیک باشد، لذا مولفه‌های سرعت جریان v و u صفر هستند. در صورت وجود نفوذ جرم می‌توان بر مبنای وجود حل تشابهی^[5]، تعریف جامع‌تری برای توسعه‌یافتگی میدان سرعت (مشابه بحث انتقال حرارت) ارائه نمود که در آن نسبت سرعت محلی در مقطع کانال به سرعت متوسط جریان در مقطع یعنی $\left(\frac{w}{w_b}\right)$ در طول کانال می‌تواند بدون تغییر ثابت باقی بماند. به عبارت دیگر، در حالت انتقال یکنواخت جرم در طول کانال، اگرچه $\frac{\partial w}{\partial z}$ مخالف صفر بوده، اما $\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{w}{w_b}\right)$ صفر است و این تعریف، تعریف جامع توسعه‌یافتگی میدان سرعت در حالت با انتقال یکنواخت جرم است. در حقیقت تعریف مرسوم توسعه‌یافتگی ($\frac{\partial w}{\partial z} = 0$) که در آن انتقال جرم از دیواره‌ها صفر بوده، حالت خاصی از تعریف جامع آن است.

با توجه به اهمیت جریان در کانال‌های واقع صفحات توزیع‌کننده، مقالات مختلفی در زمینه جریان در کانال‌ها منتشر شده است که در اینجا به تعدادی از این مقالات اشاره می‌شود. مشخصه‌های اصطکاک و انتقال حرارت در جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته در لوله‌های متخلخل با دمای ثابت دیواره برای محدوده اعداد رینولدز دیواره $20 < Re_m < 5$ - توسط کینی^[5] شبیه‌سازی شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تزریق جرم به کانال موجب افزایش ضریب اصطکاک و کاهش ضریب انتقال حرارت دیواره می‌شود. وانگ و همکاران^[6]، جریان در حال توسعه در یک کانال مربعی با یک دیواره متخلخل و شار حرارتی ثابت و سه دیواره غیرمتخلخل آدیاباتیک را در محدوده $20 < Re_m < 20$ - به صورت سه‌بُعدی شبیه‌سازی کرده‌اند. در این مقاله هر چند کانال به صورت سه‌بُعدی مدل‌سازی شده، ولی شرایط مرزی حرارتی به‌کاررفته با شرایط مرزی در پیل سوختی متفاوت است. یوان و همکاران^[7] جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته در مجراهایی با سطح مقطع‌های مستطیلی و دوزنقه‌ای با یک دیواره متخلخل و سه دیوار غیرمتخلخل را مورد بررسی قرار داده‌اند. این محققان با فرض جریان کاملاً توسعه‌یافته هیدرودینامیک و حرارتی و به صورت دو‌بُعدی معادلات حاکم را حل کرده و اثرات انتقال جرم روی جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته را با شرط مرزی حرارتی ترکیبی دمای ثابت و شار حرارتی ثابت مدل‌سازی کردند. ولی در این تحقیق هیچ گونه بحثی در مورد نحوه حل معادلات حاکم و چگونگی تغییرات پارامترهای جریان در طول کانال (مانند دما، سرعت و فشار و همچنین توسعه‌یافتگی هیدرودینامیک و حرارتی) در حضور انتقال جرم نشده است. بارتا و همکاران^[8]، جریان ترکیبی آزاد و اجباری در یک مجرای مستطیلی عمودی با شار حرارتی معین را مورد بررسی قرار دادند. این محققان حالت‌های مختلف شرط مرزی شار حرارتی ثابت را به صورت مقادیر متفاوت برای هر دیواره یا شرط مرزی عایق برای برخی دیواره‌ها را بررسی نمودند. نتایج حاصل از حل عددی به صورت توزیع بدون بعد سرعت و دما، ضریب اصطکاک فانینگ، عدد ناسلت، ضریب تصحیح شار ممنتوم و ضریب تصحیح انرژی جنبشی به صورت توابعی از نسبت منطقی کانال $\left(\frac{a}{b}\right)$ و نسبت عدد گراشف به عدد رینولدز $\left(\frac{Gr}{Re}\right)$ ارائه شده است.

حسن‌زاده و همکاران^[9] و حسن‌زاده و محرابیان^[10]، جریان غیرهمدمای آرام و در حال توسعه را همراه با مکش یکنواخت O_2 و H_2 را در کانال‌های متشکل از دو صفحه موازی به صورت دو‌بُعدی شبیه‌سازی کردند. در این تحقیق، معادلات پیوستگی، ممنتوم، انرژی و معادلات گونه‌های شیمیایی برای جریان هوا و سوخت مرطوب با مکش شار جرمی ثابت برای O_2 در کانال کاند و H_2 در کانال آند حل شده و چگونگی تغییرات توزیع سرعت، ضریب اصطکاک، عدد ناسلت محلی و متوسط روی دیوار متخلخل و دیواره‌های غیرمتخلخل و همچنین عدد شروود محلی و متوسط روی جداره‌های متخلخل در طول کانال مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین حسن‌زاده و همکاران^[11]، انتقال حرارت و جرم را در یک جریان آرام در حال توسعه‌یافته بین دو صفحه موازی با شرایط مرزی تزریق و مکش مورد بررسی قرار دادند و روابطی را برای عدد ناسلت، عدد شروود و ضریب اصطکاک بدون بعد در طول کانال ارائه کردند که می‌تواند برای مدل‌سازی جریان در توده پیل سوختی متشکل از ده‌ها تک‌پیل مفید باشد. دوستی/بوخیلی و همکاران^[12] نیز جریان در حال توسعه‌یافته در کانال مستطیلی همراه با تزریق و

سرعت متوسط محوری w_b را تغییر دهد. لذا اگر از معادله پیوستگی در راستای y از صفر تا b انتگرال گرفته شود، رابطه ۶ به دست می‌آید.

$$\int_0^b \frac{\partial w_b}{\partial z} dy = - \int_0^b \frac{\partial v}{\partial y} dy \quad (4)$$

$$\frac{\partial w_b}{\partial z} b = -v|_{y=b} + v|_{y=0} = v|_{y=0} \quad (5)$$

$$\frac{\partial w_b}{\partial z} = \frac{v_m}{b} \quad (6)$$

لذا این معادله، در روش حل عددی منتخب در این مقاله، به عنوان معادله پیوستگی استفاده می‌شود.

۱-۲- شرایط مرزی

برای حل معادله ممنتوم از شرط عدم لغزش روی چهار دیواره کانال، در دو حالت جریان همراه با انتقال جرم و بدون آن استفاده می‌شود:

$$w|_{x=0} = w|_{x=a} = w|_{y=0} = w|_{y=b} = 0 \quad (7)$$

در معادله بقای انرژی، از شرط مرزی شار ثابت روی دیواره متخلخل پایین کانال و از شرط مرزی دمای ثابت روی سه دیوار غیرمتخلخل دیگر کانال استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=b} = 0, \\ -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} &= q'' = cte \end{aligned} \quad (8)$$

۲-۲- معادلات کمکی

از پارامترهای مهم در تحلیل جریان در کانال‌ها، ضریب اصطکاک f و عدد ناسلت Nu است که اولی مرتبط با جریان و دومی مرتبط با انتقال حرارت است. حاصلضرب f و Re وابسته به سطح مقطع بوده و به عدد پوازیه معروف است. این عدد از موازنه نیروی ناشی از فشار و اصطکاک دیوار به دست می‌آید [14]. ضریب fRe به صورت زیر بیان می‌شود [15]:

$$fRe = \frac{2\bar{\tau}_w D_h}{\mu w_b} \quad (9)$$

در این رابطه، $\bar{\tau}_w$ تنش برشی متوسط محیطی دیواره کانال و f ضریب اصطکاک فائینگ است که به صورت نسبت تنش برشی محیطی به انرژی جنبشی واحد جرم سیال عبوری تعریف می‌شود. از موازنه نیروها (یا انتگرال‌گیری از معادله ممنتوم در راستای جریان اصلی) برای بخشی از یک کانال با طول dz ، عبارتی برای تنش برشی متوسط محیطی روی دیوار به دست می‌آید [15]:

$$\bar{\tau}_w = \frac{D_h}{4} \left[\left(-\frac{dp}{dz} \right) - 2\rho\beta w_b \frac{dw_b}{dz} \right] \quad (10)$$

در رابطه ۱۰، $\frac{dp}{dz}$ گرادیان فشار در راستای جریان اصلی و $\beta = \frac{w^2}{w_b^2}$ ضریب شار ممنتوم نامیده می‌شود [5]. با جای‌گذاری معادله در رابطه ۹، رابطه fRe به صورت رابطه ۱۱ به دست می‌آید:

$$fRe = \frac{D_h^2 (-dp/dz)}{2\mu w_b} - 4\beta Re_m \frac{a}{P} \quad (11)$$

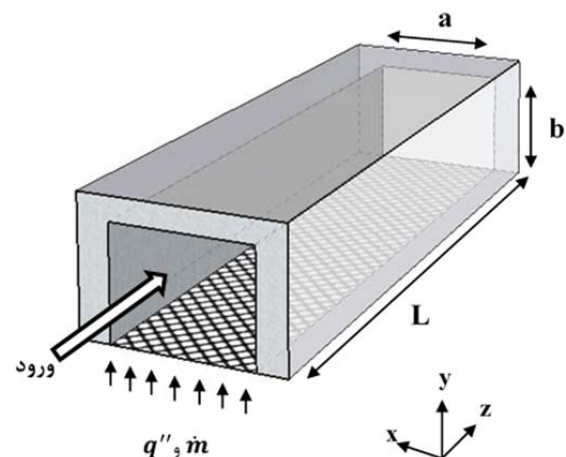
جمله اول معادله به صورت ضریب اصطکاک معادل گرادیان فشار محوری $(fRe)_p$ و جمله دوم به صورت ضریب اصطکاک ناشی از انتقال جرم $(fRe)_m$ تعریف می‌شود. بنابراین معادله را می‌توان به صورت رابطه ۱۲ نوشت:

۶- جریان در شرایط مرزی حرارتی مختلف، کاملاً توسعه‌یافته حرارتی است [11]. یعنی $\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{T-T_w}{T_b-T_w} \right) = 0$ بوده، لذا در این حالت $\frac{\partial T}{\partial z} \neq 0$ است.

۷- شرط مرزی حرارتی روی سه دیواره نفوذناپذیر کانال دمای ثابت و روی دیواره متخلخل پایین شار حرارتی ثابت q'' در نظر گرفته می‌شود. همچنین در حالت با نفوذ جرم، فرض می‌شود که دمای سیال منتقل شده به کانال با دمای دیواره یکسان است [11, 6] که در شرایط q'' ثابت، این دما از حل معادله انرژی به دست می‌آید.

۸- از جمله ناشی از تلفات لزجت در معادله انرژی، در مقایسه با سایر جملات صرف نظر می‌شود.

۹- با توجه به فرض توسعه‌یافتگی هیدرودینامیک و حرارتی، از جمله پخش محوری (در راستای z) در معادلات در مقایسه با جملات پخش در راستاهای دیگر صرف نظر شده است [11, 13]. جمله جابه‌جایی معادلات حاکم در امتداد z ، به صورت یک جمله چشمه بیان شده است و لذا معادلات حاکم سه‌بعدی می‌توانند با استفاده از یک کد دو‌بعدی حل شوند.



شکل ۳) شماتیک هندسه مساله مربوط به کانال جریان با یک دیوار متخلخل و سه دیواره غیرمتخلخل

با توجه به مفروضات بیان شده، معادلات حاکم به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial v}{\partial y} \quad (1)$$

$$\rho w \frac{\partial w}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \frac{dp}{dz} \quad (2)$$

$$w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

در این روابط w و v مولفه‌های سرعت، p فشار استاتیک سیال، T دمای سیال، ρ چگالی و μ لزجت دینامیک سیال است. $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ ضریب نفوذ حرارتی و x ، y و z مولفه‌های مختصات

کارتزین هستند. مشاهده می‌شود دو جمله $\rho w \frac{\partial w}{\partial z}$ و $w \frac{\partial T}{\partial z}$ به علت نفوذ جرم در معادلات حاکم ظاهر شده است.

لازم به ذکر است که برای سهولت، از تغییرات مکانی کمیت‌های مساله در راستای y صرف نظر شده است. بنابراین v_m فقط باید

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \left(\frac{w}{w_b}\right) \frac{dw_b}{dz} \quad (17)$$

از طرف دیگر، رابطه ۶ را می‌توان به صورت زیر برحسب عدد رینولدز دیوار و مشخصات سطح مقطع بیان کرد:

$$\frac{dw_b}{dz} = Re_m \frac{v a}{D_h A} \quad (18)$$

که $Re_m = v_m D_h / \nu$ عدد رینولدز دیواره نامیده می‌شود^[6]. با جای‌گذاری رابطه ۱۸ در رابطه ۱۷ داریم:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \left(\frac{w}{w_b}\right) Re_m \frac{v a}{D_h A} \quad (19)$$

طبق رابطه ۱۹، گرادیان w در امتداد z ، وابسته به مقدار w است.

ب- تعیین جمله $\frac{dp}{dz}$:-

با فرض اینکه گرادیان فشار محوری در نقطه $z = 0$ (یک نقطه شروع فرضی در ناحیه توسعه‌یافته در طول کانال) برابر $\left(-\frac{dp}{dz}\right)_0$ باشد، می‌توان نشان داد که گرادیان فشار محوری در هر نقطه از طول کانال در ناحیه توسعه‌یافته به صورت زیر است^[15]:

$$\left(-\frac{dp}{dz}\right)_{(z)} = \left(-\frac{dp}{dz}\right)_0 \left[1 + \frac{Re_m a}{Re_0 A} z\right] \quad (20)$$

با توجه به رابطه بالا، گرادیان فشار در طول کانال به‌طور خطی تغییر می‌کند که در حالت مکش ($Re_m < 0$) کاهش و با تزریق جریان ($Re_m > 0$) افزایش می‌یابد. همچنین در حالت کانال با دیواره غیرمتخلخل ($Re_m = 0$)، گرادیان فشار در طول کانال ثابت می‌ماند.

ج- تعیین جمله $\partial T / \partial z$:

در جمله سمت چپ معادله انرژی، گرادیان محوری دما یعنی $\partial T / \partial z$ وجود دارد که بایستی قبل از شروع حل برحسب تغییرات دمای متوسط توده سیال در امتداد جریان یعنی $\left(\frac{dT_b}{dz}\right)$ و نرخ انتقال حرارت از سایر دیواره‌ها، پارامترهای هندسی و غیره بیان شود. با موازنه انرژی برای یک طول دیفرانسیلی از کانال می‌توان نشان داد:

$$\frac{dT_b}{dz} = \frac{q'' a}{\rho C_p A w_b} + \frac{Re_m v a}{w_b D_h A} (\bar{T}_w - T_b) \quad (21)$$

که در آن T_b (دمای متوسط توده سیال جاری) به صورت رابطه ۲۲ تعیین می‌شود:

$$T_b = \frac{\int_0^b \int_0^a w T(x,y) dx dy}{w_b A} \quad (22)$$

و $\bar{T}_w = \frac{1}{a} \int_0^a T_w dx$ دمای متوسط محیطی دیواره متخلخل است. رابطه ۲۱، برای هر دو حالت با انتقال جرم و بدون انتقال جرم برای هر نوع شرط مرزی حرارتی روی دیواره‌ها صادق است. برای حل معادله ابتدا آن را به کمک روش حجم محدود منفصل می‌کنیم و نهایتاً دستگاه معادلات جبری به دست آمده با استفاده از روش تکراری ADI و ماتریس سه قطری TDMA در محیط برنامه‌نویسی FORTRAN، کدنویسی و حل می‌شوند^[16]. در شکل ۴، فلوجارت کلی حل اتخاذ شده در مقاله حاضر و در شکل ۵، فلوجارت نحوه حل معادله پواسون (برای نمونه برای دما) ترسیم شده است.

$$fRe = (fRe)_p + (fRe)_m \quad (12)$$

ضرایب β و fRe برای جریان توسعه‌یافته همراه با انتقال جرم با نرخ ثابت در طول کانال، مقادیر ثابت و وابسته به هندسه کانال و عدد رینولدز دیواره (Re_m) هستند^[5]. بنابراین جمله بدون بعد گرادیان فشار در راستای جریان اصلی $(fRe)_p$ در طول کانال، مقدار ثابتی است. طبق رابطه ۱۱، گرادیان فشار در طول کانال به صورت رابطه ۱۳ بیان می‌شود:

$$(-dp/dz) = (fRe)_p * \frac{2\mu}{D_h^2} w_b \quad (13)$$

رابطه ۱۳ نشان می‌دهد که گرادیان فشار با تغییر w_b در طول کانال تغییر می‌کند.

پارامتر بعدی، مرتبط با انتقال حرارت عدد ناسلت بوده که در حقیقت، گرادیان بدون بعد دما روی دیواره است و به صورت رابطه ۱۴ بیان می‌شود:

$$Nu = \frac{\bar{h} D_h}{k} = \frac{q'' D_h}{k(T_w - T_b)} \quad (14)$$

مشابه ضریب اصطکاک، عدد ناسلت را هم می‌توان به صورت دو عبارت، یکی عدد ناسلت بدون انتقال جرم و هم عدد ناسلت ناشی از انتقال جرم بیان کرد.

۳- روش حل معادلات

در روش حل حاضر، میدان محاسباتی سه‌بعدی توسط معادلات صرفاً دو‌بعدی حل می‌شوند. به عبارت دیگر، همه جملات موجود در بعد سوم مساله (z)، همواره در جمله چشمه معادلات قرار می‌گیرند. از این رو قبل از حل، لازم است جمله چشمه مربوط به هر معادله با توجه به نوع شرط مرزی آن استخراج شود و بعد از آن معادله دو‌بعدی پواسون برای هر کمیت مجهول حل شود.

برای حل معادلات حاکم دو‌بعدی، همه معادلات در قالب یک معادله کلی پواسون نوشته می‌شوند. این معادله مطابق رابطه ۱۵، شامل دو جمله نفوذ در راستاهای x و y و یک جمله چشمه است. منظور از حل شبه سه‌بعدی این است که با توجه به وابسته بودن جمله چشمه به مختصه z در معادله کلی پواسون، معادلات حاکم در امتداد z جداگانه برای چندین مقطع از ابتدا تا انتهای کانال حل می‌شود:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} + s_\phi = 0 \quad (15)$$

در معادله ۱۵، ϕ متغیر وابسته کلی، Γ ضریب پخش کلی و s_ϕ جمله چشمه بوده که عبارتی وابسته به z است. مطابق این رابطه، همه جملات به جز جملات پخش در راستاهای x و y در جمله چشمه قرار می‌گیرند.

الف- تعیین جمله $\rho w \frac{\partial w}{\partial z}$:

برای تعیین این جمله لازم است ابتدا عبارتی برای $\frac{\partial w}{\partial z}$ پیدا کنیم. از این رو از فرض توسعه‌یافتگی جریان در حضور انتقال جرم استفاده می‌کنیم^[15]:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{w}{w_b} \right) = 0 \quad (16)$$

که $w_b = \frac{1}{A} \int_0^b \int_0^a w dx dy$ سرعت متوسط جریان اصلی است. با بسط رابطه ۱۶ می‌توان عبارتی برای $\frac{\partial w}{\partial z}$ به صورت رابطه ۱۷ به

۴- اعتبارسنجی، نتایج و بحث

نتایج ارایه شده در این مقاله برای سیالی بر قرار است. خواص ترموفیزیک به کاررفته برای سیال هوا در جدول ۱ آورده شده است.

جدول (۱) خواص ترموفیزیک هوا

مقدار	کمیت
۰/۷۲	Pr
$۲/۷۸ \times ۱۰^{-۵}$	$\alpha [m^2/s]$
$۱/۰ \times ۱۰^{-۳}$	$C_p [J/kg.K]$
$۲/۷۸ \times ۱۰^{-۲}$	$k [W/m.K]$
$۲/۰ \times ۱۰^{-۵}$	$\nu [m^2/s]$
۱/۰	$\rho [kg/m^3]$
$۲/۰ \times ۱۰^{-۵}$	$\mu [kg/m.s]$

۴-۱- اعتبارسنجی روش حل عددی

در جدول ۲، ضریب اصطکاک و عدد ناسلت برای نسبت منطری $a/b=2$ در حالت بدون نفوذ جرم برای چند شبکه با تعداد گره‌های مختلف گزارش شده است. مطابق این جدول، ضریب اصطکاک، عدد ناسلت و عدد شروود از حل با شبکه ۶۹×۳۳ به بعد تغییرات چندانی ندارند، لذا همین تعداد سلول شبکه، مینا قرار داده شد و نتایج برای نسبت منطری‌های دیگر مطابق جدول ۳ نیز بر همین اساس استخراج شده است.

جدول (۲) تغییرات ضریب اصطکاک و عدد ناسلت با تغییر تعداد گره‌های شبکه

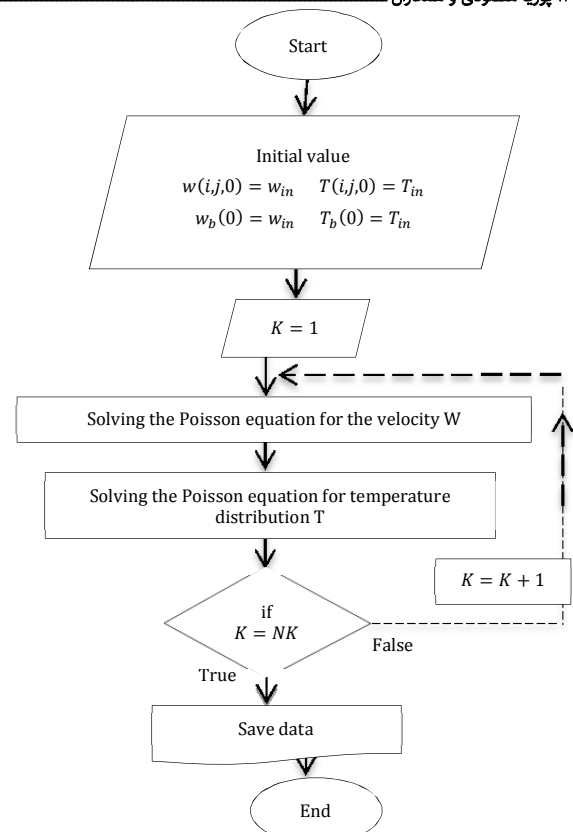
شبکه بندی	Nu_q	fRe
۳۰×۱۵	۴/۷۶۳	۱۵/۳۲۷
۳۸×۱۸	۴/۷۸۶	۱۵/۴۰۳
۴۶×۲۲	۴/۷۹۹	۱۵/۴۵۴
۵۶×۲۷	۴/۸۰۸	۱۵/۴۸۷
۶۹×۳۳	۴/۸۱۳	۱۵/۴۹۸
۸۳×۴۱	۴/۸۱۵	۱۵/۴۹۹
۱۰۸×۶۳	۴/۸۱۸	۱۵/۵۰۰

جدول (۳) اندازه تعداد گره‌های مناسب شبکه برای نسبت منطری‌های مختلف

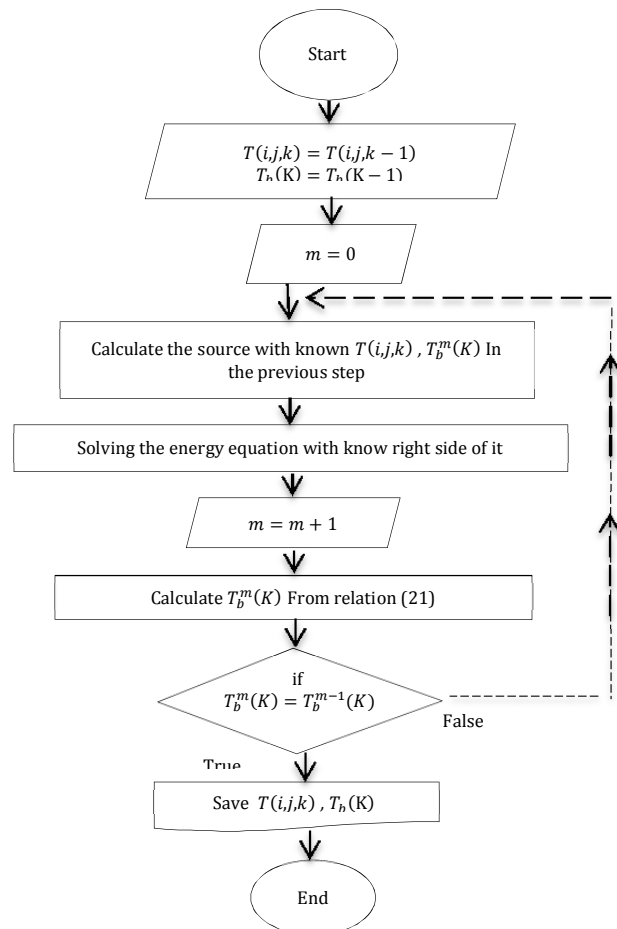
نسبت منطری	شبکه مناسب
۵:۱	۱۱۵×۲۲
۲:۱	۶۹×۳۳
۵:۴	۵۷×۴۴
۱:۱	۳۳×۳۳
۱:۲	۴۴×۵۷
۴:۵	۳۳×۶۹
۱:۵	۲۲×۱۱۵

به منظور ارزیابی کارایی و صحت روش حل عددی، نتایج حاصل از حل عددی در حالت بدون انتقال جرم و با انتقال جرم با نتایج ارایه شده در مقالات دیگر مقایسه شده است [4, 6, 7, 14].

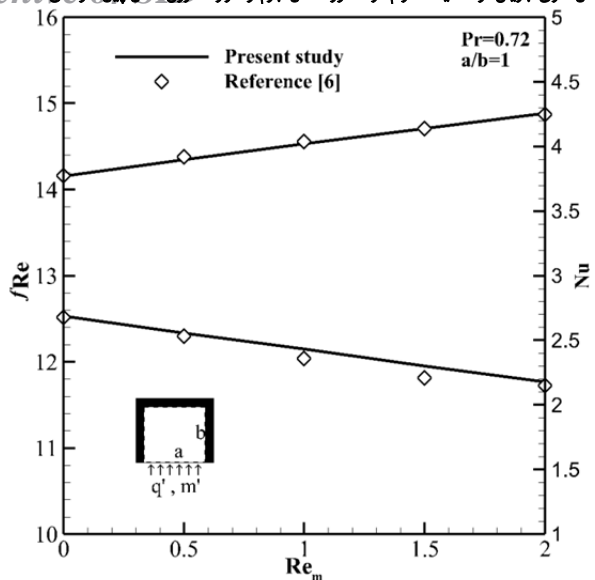
در نمودار ۱، منحنی تغییرات ضریب fRe بر حسب نسبت منطری در حالت بدون انتقال جرم با نتایج مرجع [4] مقایسه شده است که نتایج به دست آمده از دقت خوبی برخوردارند. در این نمودار، تغییرات fRe از سطح مقطع مستطیلی در نسبت منطری‌های بسیار کم (دو صفحه موازی بزرگ) شروع و تا سطح مقطع مربع با



شکل (۴) فلوچارت حل شبه سه بعدی مساله حاضر



شکل (۵) نحوه حل معادله پواسون (برای مثال حل معادله پواسون انرژی)



نمودار ۳) مقایسه تغییرات fRe و Nu برحسب نسبت منطری انتقال جرم با نتایج سه‌بعدی آقای وانگ و چنگ [6]

۲-۴- نتایج و بحث

مطابق رابطه ۲۰، در صورت وجود تزریق یا مکش ثابت در دیوار متخلخل، گرادیان فشار در طول کانال به‌طور خطی تغییر می‌کند [7]. با انتگرال‌گیری از رابطه ۲۰ در راستای طول کانال (راستای Z)، توزیع فشار در طول کانال به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta P = \left(-\frac{dp}{dz} \right)_0 \left[z - \frac{Re_m a}{Re_0 A} z^2 \right] \quad (23)$$

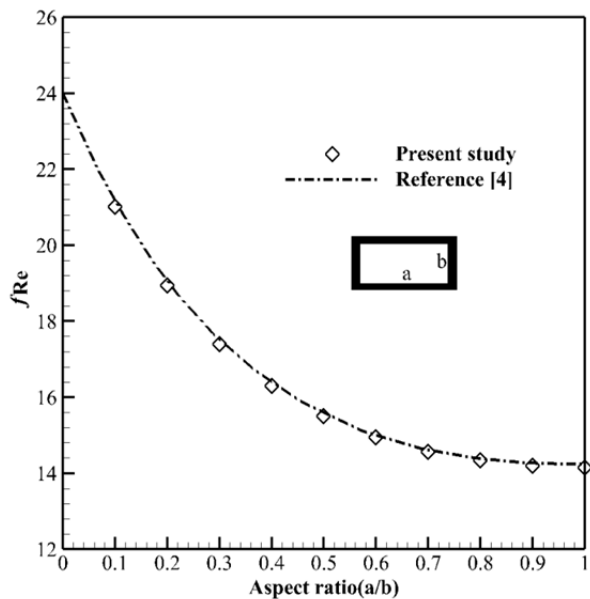
در نمودار ۴، منحنی تغییرات فشار بدون بعد برای حالت با انتقال جرم و بدون آن برای نسبت منطری یک ($a/b=1$) در طول کانال ترسیم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در حالت بدون انتقال جرم، فشار در طول کانال به‌صورت خطی کاهش می‌یابد، ولی در صورتی که تزریق یا مکش ثابتی وجود داشته باشد، فشار در طول کانال به‌طور غیرخطی کاهش می‌یابد. در حالت بدون انتقال جرم، سرعت محوری جریان، گرادیان فشار و همچنین تنش برشی در طول کانال دارای مقادیر ثابتی هستند، لذا ضریب اصطکاک فقط به نسبت منطری کانال وابسته است. نفوذ جرم (تزریق یا مکش) از دیواره پایین کانال باعث تغییر در سرعت جریان اصلی می‌شود و در نتیجه، سرعت متوسط و عدد رینولدز جریان اصلی به‌صورت تابعی از Z در طول کانال تغییر می‌کند. در صورت وجود تزریق یا مکش (بر خلاف حالت بدون انتقال جرم)، فشار سیال علاوه بر اصطکاک دیواره، متاثر از نیروهای اینرسی نیز بوده، لذا ضریب اصطکاک fRe علاوه بر گرادیان فشار و عدد رینولدز دیواره (Re_m) به هندسه مقطع کانال وابسته است [7].

در نمودار ۵، منحنی تغییرات ضریب اصطکاک برحسب عدد رینولدز دیواره در نسبت منظرهای مختلف ترسیم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در حالت تزریق، ضریب fRe افزایش و در حالت مکش کاهش می‌یابد. در حالت تزریق، سیال از دیواره متخلخل پایین به کانال وارد می‌شود و سرعت در جهت جریان اصلی افزایش می‌یابد. تزریق سیال باعث افزایش تنش برشی متوسط دیواره (τ_w) و سرعت متوسط محوری (w_b) در طول کانال می‌شود. اما از آنجایی که عامل تنش برشی، عامل غالب است، در نتیجه fRe که از معادله به دست می‌آید، نسبت به حالت بدون تزریق بیشتر است.

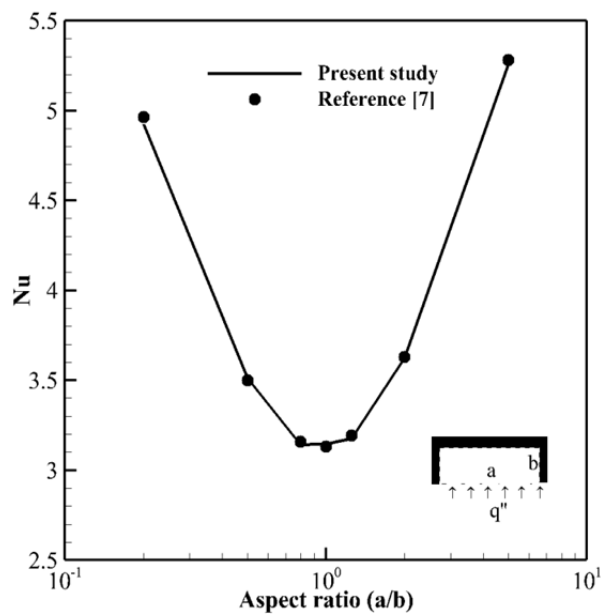
نسبت منطری یک ادامه یافته است. مطابق نمودار، با افزایش نسبت منطری، مقدار fRe کاهش یافته است و در نسبت منطری یک، حداقل مقدار خود را دارد.

در نمودار ۲، منحنی تغییرات عدد ناسلت در کانال در نسبت منطری‌های مختلف با نتایج بیوان و همکاران [7] مقایسه شده که از دقت خوبی برخوردار است.

همچنین در نمودار ۳، منحنی تغییرات ضریب اصطکاک fRe و عدد ناسلت Nu با نتایج سه‌بعدی وانگ و چنگ [6] مقایسه شده است. این نتایج با شرایط مرزی شار حرارتی ثابت روی دیواره پایین و سه دیواره دیگر عایق به دست آمده که از دقت خوبی برخوردار است. با توجه به محدوده عدد رینولدز در پیل‌های سوختی ($Re_m < 1$) [7]، مقدار حداکثر خطا در این محدوده برای ضریب اصطکاک و عدد ناسلت به ترتیب حدود ۲ و ۴٪ است.

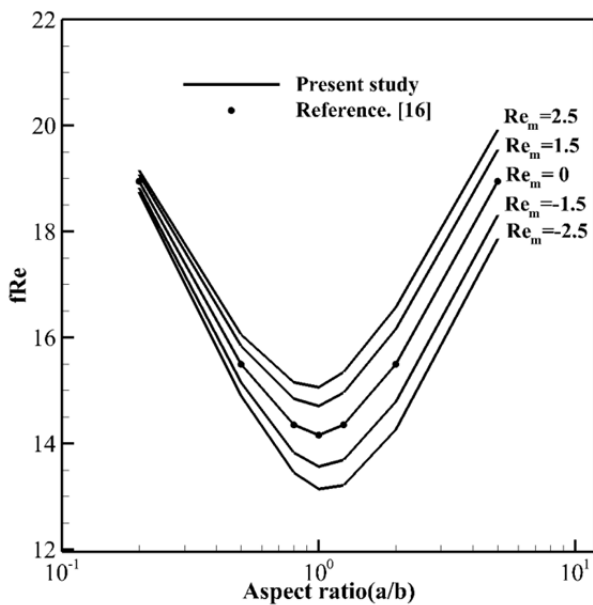


نمودار ۱) تغییرات fRe برحسب نسبت منطری در مطالعه حاضر و مقایسه با نتایج مرجع [4]

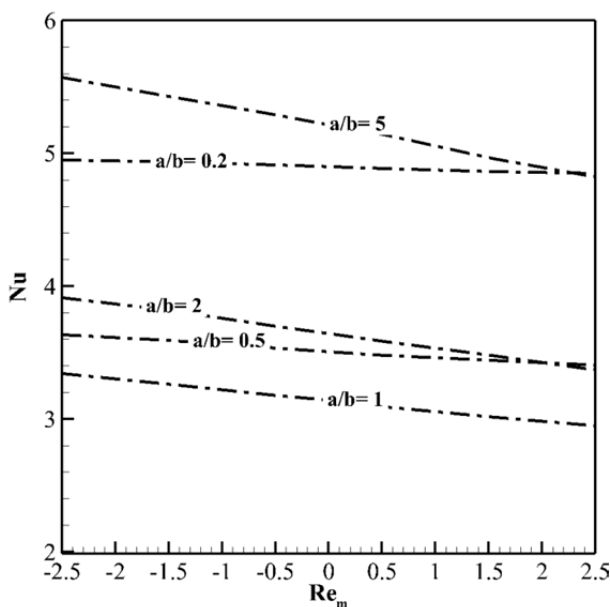


نمودار ۲) مقایسه نتایج کار حاضر با نتایج بیوان و همکاران [7]

اول) در مرجع [7] برحسب تغییرات نسبت منظری برای هر دو جریان همراه با تزریق و مکش در نمودارهای ۵ و ۷ ترسیم شده است. در حالت تزریق، انتقال سیال گرم از دیواره پایین باعث افزایش دمای متوسط توده سیال می‌شود، در نتیجه با توجه به ثابت بودن شار حرارتی، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. با افزایش Re_m (نفوذ جریان)، سیال بیشتری به کانال وارد می‌شود و عدد ناسلت کاهش بیشتری می‌یابد. در حالت مکش، اختلاف دمای بین دیواره و توده سیال به دلیل مکش کاهش می‌یابد و در نتیجه عدد ناسلت افزایش می‌یابد.



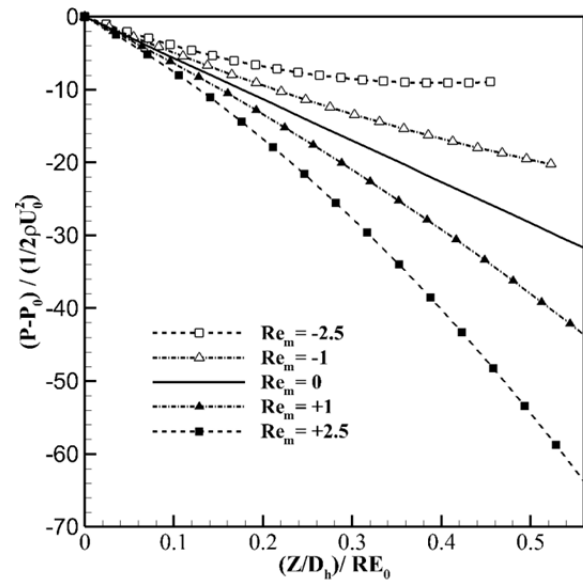
نمودار ۶) تغییرات ضریب اصطکاک در کار حاضر و مقایسه آن با نتایج مرجع [16]



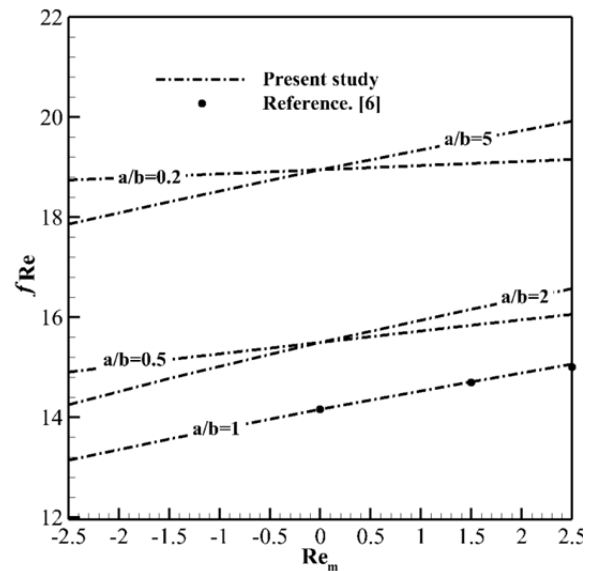
نمودار ۷) تغییرات عدد ناسلت برحسب تابعی از Re_m

با افزایش نسبت منظری، تغییرات عدد ناسلت بیشتر می‌شود و در نسبت منظری واحد (مقطع مربع) برای تمام مقادیر عدد رینولدز دیواره، عدد ناسلت کمترین مقدار خود را دارد. در قسمت چپ نمودار ۸، با کاهش نسبت منظری (نزدیک ۰/۱)، به دلیل کوچک بودن مساحت دیواره متخلخل، وابستگی عدد ناسلت به

با افزایش Re_m ، جرم بیشتری به کانال تزریق می‌شود و fRe افزایش بیشتری دارد. در حالت مکش، نتایج عکس حالت تزریق است، یعنی با افزایش نسبت منظری، شیب منحنی تغییرات fRe برحسب عدد رینولدز دیواره، هم در حالت تزریق و هم حالت مکش افزایش می‌یابد. زیرا انتقال جرم از دیواره متخلخل پایین صورت می‌گیرد و با افزایش نسبت منظری و مقدار تزریق، مقدار fRe افزایش می‌یابد. برای نسبت منظرهای کوچک‌تر (۰/۲ و ۰/۵)، ضریب اصطکاک به آرامی با نرخ انتقال جرم تغییر می‌کند.



نمودار ۸) منحنی تغییرات فشار بدون بعد در طول کانال در نسبت منظری واحد به ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز مکش و تزریق



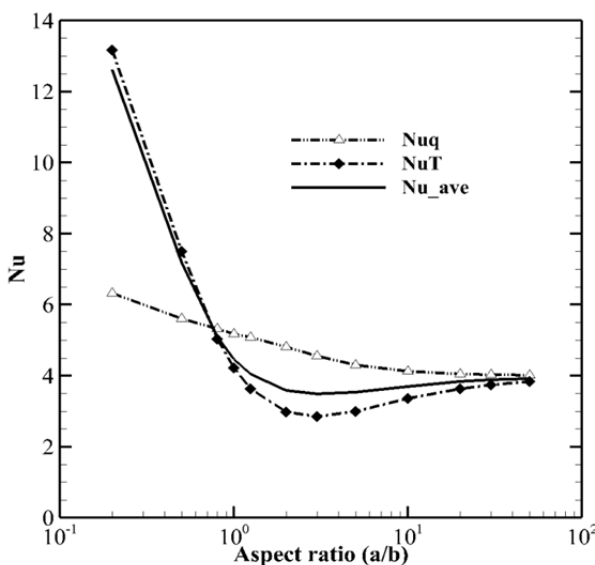
نمودار ۹) منحنی تغییرات ضریب اصطکاک برحسب عدد رینولدز تزریق و مکش در نسبت منظرهای مختلف

در نمودار ۶ [17]، منحنی تغییرات fRe برحسب نسبت منظری در اعداد رینولدز مختلف دیواره ترسیم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در نسبت منظری یک (مقطع مربع) برای تمام مقادیر عدد رینولدز دیواره، fRe کمترین مقدار خود را دارد و با افزایش یا کاهش نسبت منظری، مقدار آن افزایش می‌یابد. منحنی تغییرات عدد ناسلت (Nu) براساس روش ارائه شده (روش

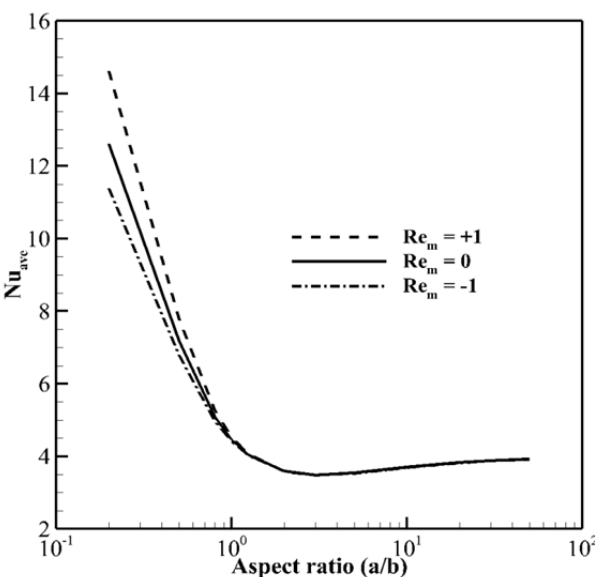
مکش و بدون نفوذ جرم متفاوت هستند. با افزایش نسبت منظری و کاهش سطح انتقال جرم در سه حالت تزریق، مکش و بدون تزریق و مکش، عدد ناسلت متوسط به یک مقدار میل می‌کند که فقط تابعی از نسبت منظری است.

در نمودارهای ۱۱ و ۱۲، دو عدد ناسلت Nu_T و Nu_q در نسبت منظری‌های مختلف همراه با تزریق و مکش محاسبه و رسم شده‌اند.

در نمودار ۱۱، منحنی تغییرات عدد ناسلت شار ثابت برحسب عدد رینولدز دیوار در نسبت منظرهای مختلف ترسیم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در نسبت منظری‌های کوچک (کوچک‌تر از حدود ۱/۸)، با افزایش مقدار تزریق، عدد ناسلت کاهش می‌یابد و این به دلیل افزایش اختلاف دمای متوسط دیواره پایین و دمای متوسط توده سیال است. اما در نسبت منظری‌های بزرگ‌تر (بیشتر از ۲/۰) با افزایش مقدار تزریق، عدد ناسلت افزایش می‌یابد و این نشان‌دهنده کاهش اختلاف بین دو دمای فوق است.



نمودار ۹) منحنی‌های تغییرات عدد ناسلت شار ثابت، عدد ناسلت دمای ثابت و میانگین آنها به صورت تابعی نسبت منظری



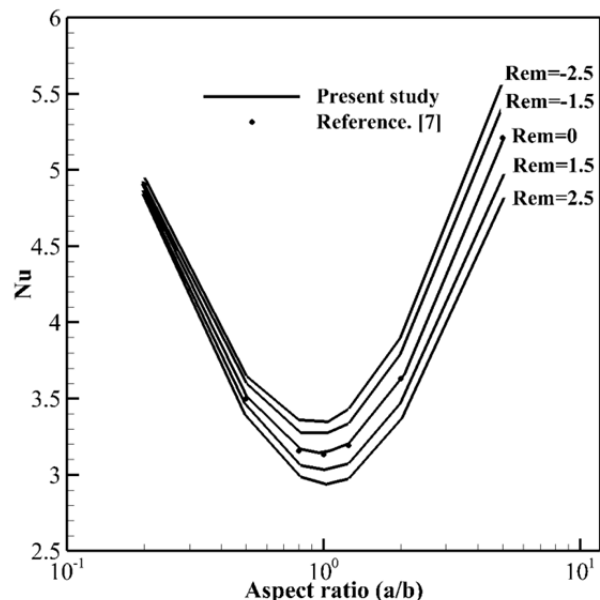
نمودار ۱۰) منحنی تغییرات عدد ناسلت میانگین برحسب نسبت منظری در حالت تزریق، مکش و بدون آنها

Re_m بسیار کاهش می‌یابد، به طوری که به ازای مقادیر مختلف تزریق و مکش، مقدار آن به سمت مقدار ثابتی میل می‌کند. روش دیگر تعریف عدد ناسلت (روش دوم)، تعریف دو عدد ناسلت مجزا برای سطوح شار ثابت و دمای ثابت به صورت Nu_T و Nu_q است. در این نوع شرط مرزی، نرخ حرارت خالص منتقل شده از دیواره‌ها به سیال بر واحد طول کانال را می‌توان به صورت جمع حرارت منتقل شده از دیواره پایین q''_a (با شرط مرزی شار حرارتی ثابت) و حرارت وارد شده از سه دیواره دیگر $q''_{other\ walls}$ (با شرط مرزی دما ثابت) بیان نمود. دو عدد ناسلت بیان شده به همراه متوسط آنها به صورت زیر بیان می‌شوند [18]:

$$Nu_T = \frac{q''_{ow} D_h}{k(a + 2b)(T_w - T_b)} \quad (24)$$

$$Nu_q = \frac{q'' D_h}{k(T_{w1} - T_b)} \quad (25)$$

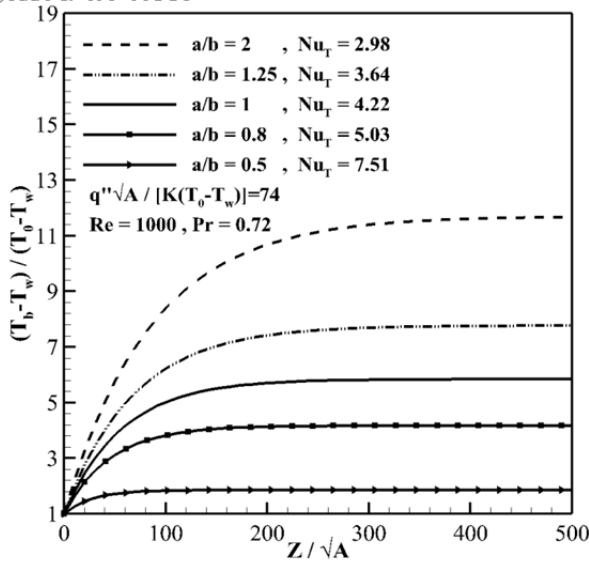
$$Nu_{ave} = \frac{aNu_q + (a + 2b)Nu_T}{2(a + b)} \quad (26)$$



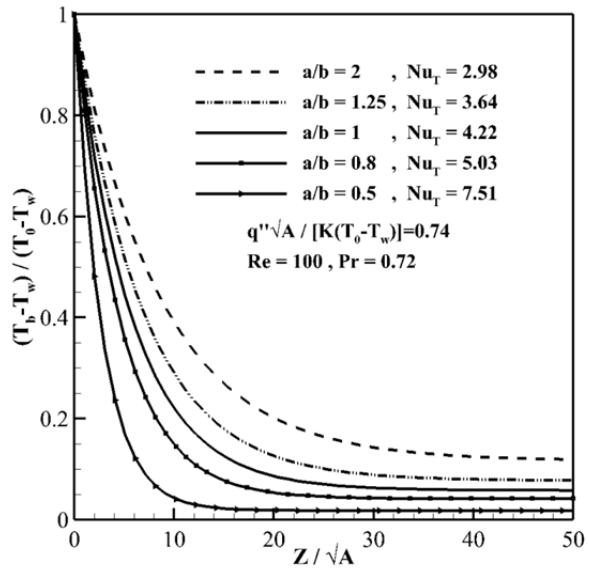
نمودار ۸) منحنی تغییرات عدد ناسلت برحسب نسبت منظری

در نمودار ۹، منحنی تغییرات دو عدد ناسلت شار ثابت و دمای ثابت و همچنین میانگین آنها ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت منظری، Nu_q پیوسته در حال کاهش است، در صورتی که کمترین مقدار Nu_T و Nu_{ave} در $a/b=3$ بوده و نسبت به روش اول، مقدار مینیمم عدد ناسلت براساس نسبت منظری جابه‌جا شده است. با افزایش یا کاهش نسبت منظری، مقدار Nu_{ave} افزایش پیدا می‌کند. با کاهش نسبت منظری، مقدار Nu_{ave} به Nu_T میل می‌کند. در صورتی که اگر نسبت منظری افزایش چشمگیری بیابد (حالت دو صفحه موازی)، Nu_{ave} به دو عدد ناسلت تعریف شده میل می‌کند.

در نمودار ۱۰، عدد ناسلت میانگین (Nu_{ave}) برای حالت تزریق یا مکش ترسیم شده است. برای نسبت منظری‌های کم، به دلیل بزرگ شدن سطح انتقال جرم، تاثیر مقدار انتقال جرم روی عدد ناسلت زیاد است و مقدار عدد ناسلت متوسط در حالت تزریق،



نمودار ۱۳) منحنی تغییرات دمای بدون بعد در طول کانال در شار حرارتی بالا

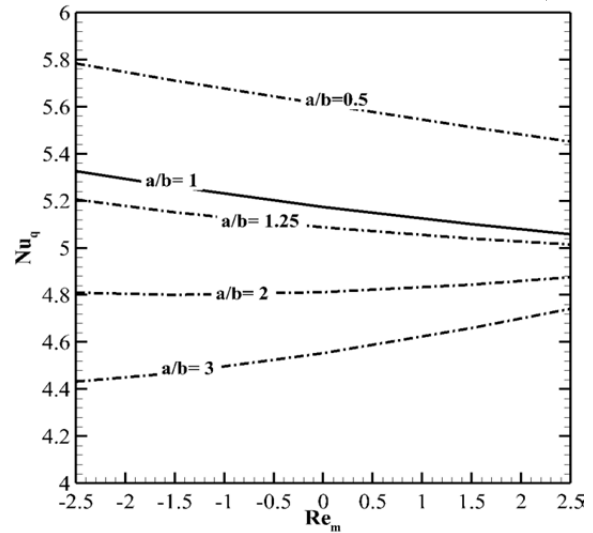


نمودار ۱۴) منحنی تغییرات دمای بدون بعد در طول کانال در شار حرارتی کم

در نمودار ۱۴، حرارت منتقل شده از دیواره پایین کمتر از حرارت دفع شده توسط سه دیواره دیگر است، در نتیجه دمای متوسط سیال در طول کانال کاهش می‌یابد. مشابه حالت قبل، اندازه شیب منحنی در طول کانال کاهش می‌یابد، اما در این حالت، با افزایش نسبت منطری در یک طول مشخص از کانال، شیب منحنی نیز کاهش می‌یابد.

در نمودار ۱۵، منحنی دمای (بدون بعد) متوسط توده سیال در نسبت منطری یک (a/b=1) برای حالت با انتقال جرم از دیواره پایین ترسیم شده که این حالت منطبق بر وضعیت پیل سوختی است. مطابق این نمودار، در صورت وجود مکش، دمای بی‌بعد نیز افزایش می‌یابد و برای حالت تزریق، برعکس حالت قبل، دما کاهش می‌یابد.

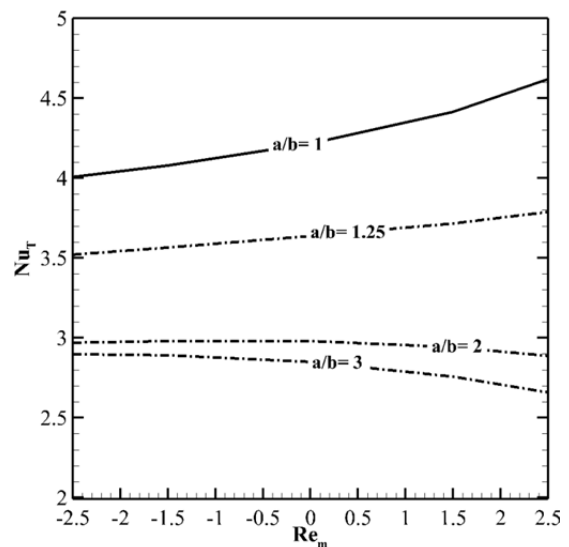
در نمودار ۱۶، منحنی توزیع دما در طول کانال برای حالت بدون انتقال جرم ترسیم شده است. با حرکت سیال در امتداد کانال، دمای سیال متأثر از دمای ثابت دیواره بالا و دو دیواره جانبی و همچنین شار ثابت حرارتی از دیواره پایین است و گرم می‌شود. با حرکت سیال در طول کانال، رفته‌رفته سیال گرم می‌شود و اختلاف دمای



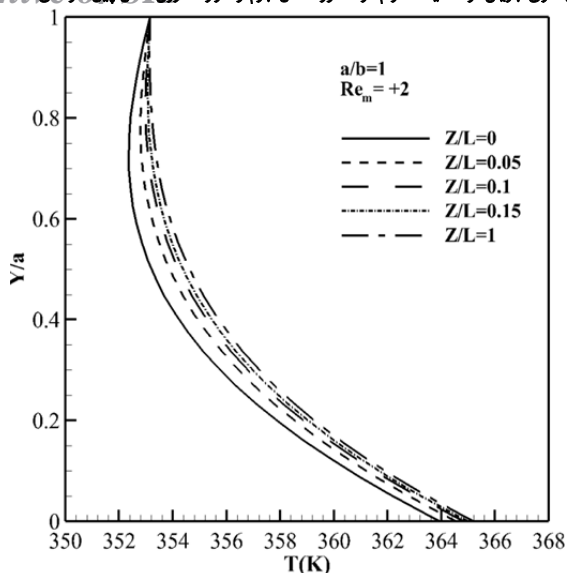
نمودار ۱۱) منحنی Nu_q در نسبت منطری‌های مختلف همراه با تزریق و مکش

در نمودار ۱۲، منحنی عدد ناسلت دمای ثابت برحسب عدد رینولدز دیواره در نسبت منظرهای مختلف ترسیم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، منحنی‌های Nu_T برحسب Re_m برعکس رفتار Nu_q برحسب Re_m است. در نسبت منطری‌های کوچک با افزایش مقدار تزریق، عدد ناسلت به دلیل افزایش انتقال حرارت از سه دیواره دمای ثابت افزایش می‌یابد. اما در نسبت منطری‌های بزرگ با افزایش مقدار تزریق، عدد ناسلت کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده اثر افزایش تزریق روی افزایش اختلاف دمای دیواره و دمای توده سیال در نسبت منطری‌های بزرگ است.

در نمودارهای ۱۳ و ۱۴، منحنی‌های تغییرات دمای (بدون بعد) متوسط توده سیال در طول کانال در نسبت منظرهای مختلف در حالت بدون تزریق و مکش ترسیم شده است. مطابق نمودار ۱۳، دمای متوسط سیال در طول کانال به دلیل بیشتر بودن انتقال حرارت از دیواره پایین نسبت به حرارت دفع شده توسط سه دیواره دیگر، دمای متوسط توده سیال در طول کانال افزایش یافته است. اما به دلیل افزایش اختلاف دمای متوسط سیال در کانال با دمای سه دیواره، شیب منحنی در طول کانال کاهش می‌یابد. همچنین در نمودار ۱۳، با افزایش نسبت منطری در یک طول مشخص از کانال، شیب منحنی افزایش می‌یابد.



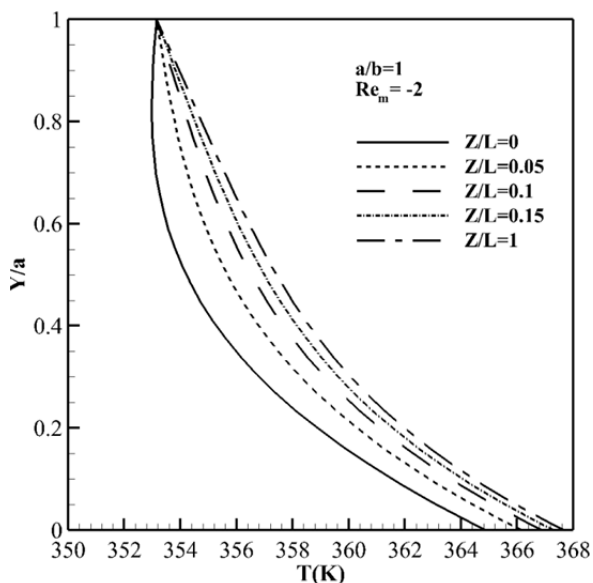
نمودار ۱۲) منحنی Nu_T در نسبت منطری‌های مختلف همراه با تزریق و مکش



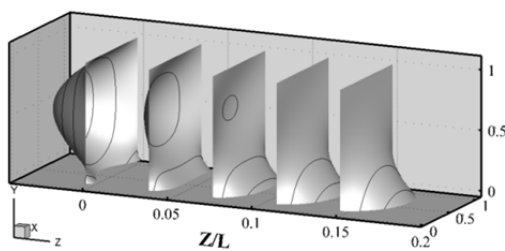
نمودار ۱۷) منحنی تغییرات دما در راستای عمق کانال در حالت با تزریق جرم

در نمودار ۱۸، منحنی‌های توزیع دما در طول کانال همراه با مکش جرم و شار حرارتی ثابت از دیواره پایین رسم شده است. در این حالت، به دلیل کاهش سیال موجود در کانال، شاهد افزایش بیشتر دمای سیال نسبت به حالت‌های بدون نفوذ و همراه با تزریق جریان نیز هستیم.

در شکل ۶، توزیع دمای سه‌بعدی دما در طول کانال در حالت بدون انتقال جرم ترسیم شده است. شار حرارتی در دیواره پایین، ثابت و در سه دیواره دیگر دمای ثابت است.



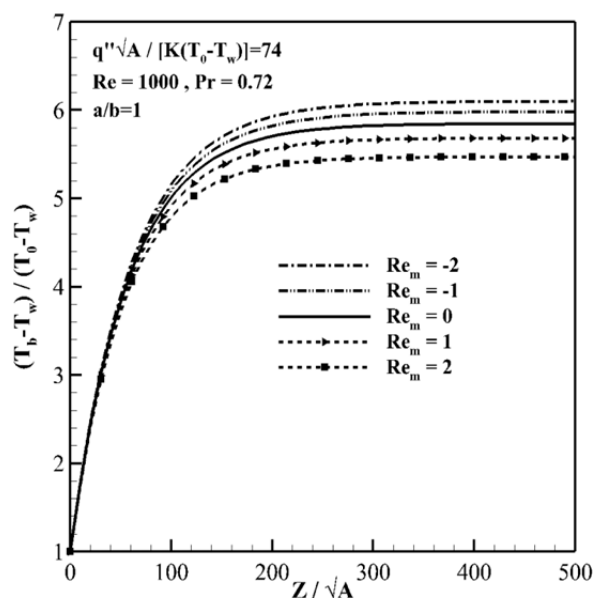
نمودار ۱۸) منحنی‌های دما در راستای عمق کانال همراه با مکش جرم



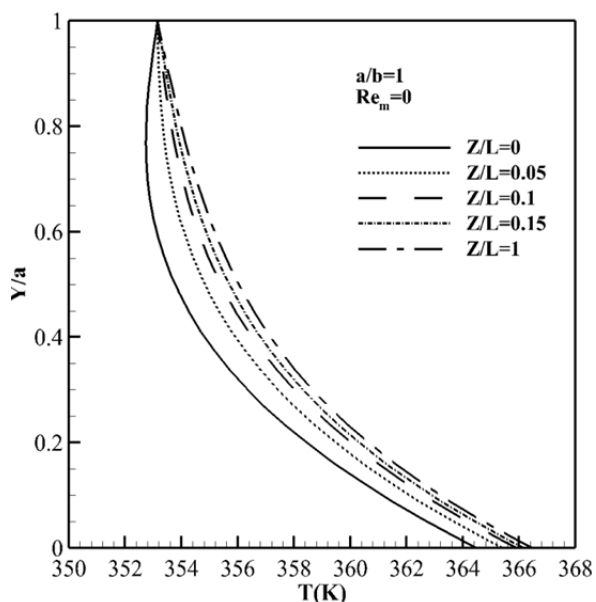
شکل ۶) منحنی تغییرات دمای بدون بعد در طول کانال در حالت بدون انتقال جرم

سیال و سطح کاهش می‌یابد. به طوری که در $Z/L=0.05$ دمای سیال روی دیوار با دمای سیال مجاور برابر شده و شار حرارتی ورودی از دیوارهای دمای ثابت، صفر می‌شود. از این طول به بعد، دمای سیال از دمای سطح بیشتر می‌شود و بخشی از حرارت ورودی از دیواره پایین از بالا خارج می‌شود و چنانچه طول کانال به اندازه کافی طویل باشد، نهایتاً همه حرارت ورودی از دیواره پایین از سه دیوار دمای ثابت خارج می‌شود و دیگر توزیع دمای سیال در طول کانال تغییری نخواهد کرد.

در نمودار ۱۷، منحنی توزیع دما در طول کانال همراه با تزریق جرم و شار ثابت نفوذی از دیواره پایین رسم شده است. با مقایسه نمودارهای ۱۶ و ۱۷، همان‌طور که مشاهده می‌شود، دمای سیال در حالت تزریق جرم کمتر از دمای دیواره‌های کانال، کمتر متاثر می‌شود که دلیل آن افزایش سرعت سیال است. زیرا با افزایش سرعت، گرما فرصت کمتری برای نفوذ در لایه‌های داخلی سیال دارد.



نمودار ۱۵) منحنی تغییرات دمای بدون بعد برحسب طول بدون بعد با شار حرارتی بالا از دیواره پایین همراه با انتقال جرم



نمودار ۱۶) منحنی‌های دما در راستای عمق کانال بدون نفوذ جرم

fluid dynamics techniques. Journal of Power Sources. 2000;86(1-2):363-368.

4- O'hayre R, Cha SW, Colella WG, Prinz FB. Fuel cell fundamentals. 3rd Edition. Hoboken: John Wiley & Sons; 2016.

5- Kinney RB. Fully developed frictional and heat-transfer characteristics of laminar flow in porous tubes. International Journal of Heat and Mass Transfer. 1968;11(9):1393-1401.

6- Hwang GJ, Cheng YC, Ng ML. Developing laminar flow and heat transfer in a square duct with one-walled injection and suction. International Journal of Heat and Mass Transfer. 1993;36(9):2429-2440.

7- Yuan J, Rokni M, Sundén B. Simulation of fully developed laminar heat and mass transfer in fuel cell ducts with different cross-sections. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2001;44(21):4047-4058.

8- Barletta A, Rossi Di Schio E, Zanchini E. Combined forced and free flow in a vertical rectangular duct with prescribed wall heat flux. International Journal of Heat and Fluid Flow. 2003;24(6):874-887.

9- Hassanzadeh H, Mansouri SH, Mehrabian MA, Sarrafi A. A two-dimensional simulation of developing laminar heat and mass transfer in fuel cell channels with uniform suction of O₂ and H₂. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part A Journal of Power and Energy. 2008;222(1):47-59.

10- Hassanzadeh H, Mehrabian MA. Modeling heat and mass transfer in laminar forced flow between parallel plates with suction or injection boundary conditions. Iranian Journal of Hydrogen and Fuel Cell. 2015;2(1):35-46.

11- Hassanzadeh H, Li X, Baschuk JJ, Mansouri SH. Numerical simulation of laminar flow development with heat and mass transfer in PEM fuel cell flow channels having oxygen and hydrogen suction at one channel wall. International Journal of Energy Research. 2011;35(8):670-689.

12- Doosti Abukheyli A, Hassanzadeh H, Mirbozorgi SA. Pseudo 3D modeling of suction and injection effects on fully developed laminar flow and heat transfer in rectangular fuel cell channels. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part A Journal of Power and Energy. 2018;232(3):266-281.

13- Barletta A. Fully developed mixed convection and flow reversal in a vertical rectangular duct with uniform wall heat flux. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2002;45(3):641-654.

14- Bejan A. Convection heat transfer. 4th Edition. Hoboken: John Wiley & Sons; 2013.

15- Doosti Abukheyli A, Hassanzadeh H, Mirbozorgi SA. Modeling of fully developed laminar flow with heat and mass transfer in fuel cell channels with different cross-sections [Dissertation]. Birjand: University of Birjand; 2011. [Persian]

16- Versteeg HK, Malalasekera W. An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method. London: Pearson Education; 2007.

17- Shah RK, London AL. Laminar flow forced convection in ducts: A source book for compact heat exchanger analytical data. Cambridge: Academic Press; 1978.

18- Van Male P, De Croon MHJM, Tiggelaar RM, Van Den Berg A, Schouten JC. Heat and mass transfer in a square microchannel with asymmetric heating. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2004;47(1):87-99.

تشکر و قدردانی: موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

تابیدیه اخلاقی: موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

تعارض منافع: موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

سهم نویسندگان: پوریا مقصودی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/روش شناس/پژوهشگر اصلی (۳۳/۴٪)؛ سیدعلی میربزرگی (نویسنده دوم)، روش شناس/پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۳۳/۳٪)؛ حسن حسن زاده (نویسنده سوم)، پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۳۳/۳٪)

منابع مالی: موردی از سوی نویسندگان ذکر نشده است.

۵- پی نوشت

علامه	A	سطح مقطع کانال
	C_p	ظرفیت گرمایی ویژه سیال
	D_h	قطر هیدرولیک کانال
	f	ضریب اصطکاک فانیگ
	k	ضریب هدایت حرارتی سیال
	\dot{m}	دبی جرمی جریان اصلی
	\dot{m}_m	دبی جرمی عبوری از دیواره متخلخل
	\dot{m}''	شار جرمی عبوری از دیواره متخلخل
	Nu	عدد ناسلت
	Nu_T	عدد ناسلت برای دیواره‌های دمای ثابت
	Nu_q	عدد ناسلت برای دیواره پایین شار حرارتی ثابت
	Nu_{ave}	عدد ناسلت میانگین
	Pr	عدد پرانتل
	P	فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
	q''	شار حرارتی منتقل شده از دیواره پایین
	Re_m	عدد رینولدز جریان عبوری از دیواره متخلخل
	T	دما (کلوین)
	w	سرعت (ms^{-1})
علامه یونانی		
	α	ضریب نفوذ حرارتی
	β	ضریب شار ممنتوم
	μ	لزجت دینامیک ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
	ρ	چگالی (kgm^{-3})
	ν	لزجت سینماتیک سیال
	τ	تنش برشی
زیر نویس ها		
	b	متوسط کاسه‌ای (توده‌ای)
	m	شرایط مربوط به انتقال جرم
	q	شار حرارتی ثابت دیواره
	T	دمای ثابت دیواره
	w	دیواره
بالا نویس ها		
	.	نرخ تغییر جرمی
	"	بر واحد سطح

منابع

1- Kone JP, Zhang X, Yan Y, Hu G, Ahmadi G. Three-dimensional multiphase flow computational fluid dynamics models for proton exchange membrane fuel cell: A theoretical development. The Journal of Computational Multiphase Flows. 2017;9(1):3-25.

2- Li X, Sabir I. Review of bipolar plates in PEM fuel cells: Flow-field designs. International Journal of Hydrogen Energy. 2005;30(4):359-371.

3- Hontanon E, Escudero MJ, Bautista C, Garcia-Ybarra PL, Daza L. Optimisation of flow-field in polymer electrolyte membrane fuel cells using computational