



# Optimal Control Algorithm Design for the Microfluidic Channel Network Droplet Generation with Output Feedback Delay

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Ebrahimi dehshalie M.<sup>1</sup> MSc,  
Menhaj M.B.\*<sup>1</sup> PhD,  
Karrari M.<sup>1</sup> PhD

### How to cite this article

Ebrahimi dehshalie M, Menhaj M.B, Zamani H, Karrari M. Optimal Control Algorithm Design for the Microfluidic Channel Network Droplet Generation with Output Feedback Delay. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(7):1585-1590.

## ABSTRACT

In this paper, the optimal control algorithm design is proposed for droplet generation. In the proposed algorithm, the redundancy in the microfluidic channel network for droplet generation is used to the optimization setting in order to determine volume flow rate of fluid for each input channel; an optimization problem is proposed for minimizing the volume flow rate of fluid such that the droplet formed in the outlet channel is produced at the desired size. Also, due to the importance of estimating the system state, the design of the Luenberger observer (reduced order observer) has been developed. Then, the proposed scheme is robust against output feedback delay with respect to the optimal LQR control structure for tracking the desired value. While designing for the observer and controller sections, the delays in the measurement of the output feedback are considered, and the sustainability analysis for each of the sections has been performed due to the fixed delay in the output feedback. Output feedback is a measurable variable of the input volume flow of each channel. Finally, the optimal control algorithm of droplet generation for a microfluidic structure with a T shape has been stimulated.

**Keywords** Microfluidic; Droplet; Micro-pump; Optimal Algorithm; Delay

<sup>1</sup>Electrical Engineering Faculty, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran

### \*Correspondence

Address: Electrical Engineering Faculty, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran  
Phone: -  
Fax: -  
menhaj@aut.ac.ir

### Article History

Received: September 02, 2018  
Accepted: December 02, 2018  
ePublished: July 01, 2019

## CITATION LINKS

- [1] Development of a new method for experimental dielectrophoresis force measurement in the microfluidic cell sorting actuators
- [2] Electroporation of cells in microfluidic droplets. Analytical Chemistry
- [3] Microfluidic methods for generating continuous droplet streams
- [4] Volume-of-fluid simulations in microfluidic T-junction devices: Influence of viscosity ratio on droplet size
- [5] Passive and active droplet generation with microfluidics: A review
- [6] Formation of droplets and bubbles in a microfluidic T-junction - scaling and mechanism of break-up
- [7] Microfluidic droplet trapping, splitting and merging with feedback controls and state space modelling
- [8] Microfluidic device incorporating closed loop feedback control for uniform and tunable production of micro-droplets
- [9] Closed-loop feedback control of droplet formation in a T-junction microdroplet generator
- [10] Modeling and control of a nonlinear mechanism for high performance microfluidic systems
- [11] Pressure-driven spatiotemporal control of the laminar flow interface in a microfluidic network
- [12] Numerical analysis of a magnetohydrodynamic micropump performance
- [13] Study on a piezohydraulic pump for linear actuators
- [14] Finite-time distributed global optimal control for linear time-varying multi-agent systems: A dynamic output-feedback perspective
- [15] Exponential estimates for retarded time-delay systems: An LMI approach. IEEE Transactions on Automatic Control
- [16] Optimal control: Linear quadratic methods

## طراحی الگوریتم کنترلی بهینه برای شبکه کانال میکروفلویدیک تولید قطره با تاخیر در فیدبک خروجی

مازیار ابراهیمی دهشالی MSc

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک)، تهران، ایران

محمدباقر منهای PhD

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک)، تهران، ایران

مهدی کزازی PhD

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک)، تهران، ایران

### چکیده

در این مقاله، تولید میکروقطره در حجم مناسب الگوریتم کنترلی حلقه- بسته پیشنهاد شده است. در الگوریتم پیشنهادی از افزونگی موجود در ساختار شبکه کانال میکروفلویدیک تولید قطره به منظور تنظیم و تعیین بهینه دبی حجمی سیال هر کدام از کانال‌های ورودی استفاده شده است، به طوری که براساس یک مساله بهینه‌سازی با هدف کمینه‌سازی دبی حجمی ورودی هر کانال قطره تشکیل شده در کانال خروجی در اندازه مطلوب تولید شود. از آنجا که دسترسی به تمامی متغیرهای حالت سیستم تولید میکروقطره امکان‌پذیر نیست، در بخشی از ساختار الگوریتم پیشنهادی به طراحی رویت‌گر لیبونرگر (رویت‌گر مرتبه کاهش‌یافته) پرداخته شده است. سپس کنترل‌کننده‌ای بهینه LQR برای همگرایی اندازه حجم قطره تولیدی به مقدار مطلوب مورد بحث قرار گرفته است. در طراحی‌های صورت‌گرفته برای بخش‌های رویت‌گر و کنترل‌کننده، مساله تاخیر در اندازه‌گیری فیدبک خروجی لحاظ شده است و تحلیل پایداری برای هر کدام از بخش‌های نام‌برده با توجه به تاخیر ثابت در فیدبک خروجی انجام گرفته است. فیدبک خروجی در طراحی‌های صورت‌گرفته متغیر قابل اندازه‌گیری دبی حجمی ورودی هر کانال است. در نهایت، الگوریتم کنترلی تولید قطره با اندازه‌های مطلوب برای یک میکروفلویدیک با ساختار T شکل پیاده‌سازی رایانه‌ای شده است.

کلیدواژه‌ها: میکروفلویدیک، قطره، میکروپمپ، الگوریتم بهینه، تاخیر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۶/۱۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۱۱

\* نویسنده مسئول: menhaj@aut.ac.ir

### ۱- مقدمه

در دهه اخیر، تلاش برای جداسازی سیال در اندازه‌های میکرومتر، کاربرد بسیاری در تحقیقات بیوشیمی و داروسازی داشته است. از این دست کاربردها می‌توان به توانمندسازی DNA، کشت سلولی و راکتور نانوذرات اشاره داشت [1, 2].

بنا بر اهمیت این موضوع، طیف وسیعی از تحقیقات روی ساختار سیستم‌هایی بوده است که بتوان به کمک آنها فرآیند تشکیل قطره از سیال را فراهم آورد. از این دست سیستم‌ها می‌توان به سیستم‌هایی که از اثر دو سیال مخلوط‌نشده در تقاطع میکروکانال‌ها برای ناپیوسته‌سازی یک سیال به کمک سیال دیگر استفاده می‌کنند، اشاره داشت [3, 4]. براساس این پدیده در پژوهشی [5] روابط عددی را برای بیان تغییرات حجم قطره تولیدشده براساس دبی حجمی ورودی‌های کانال ارائه داده‌اند که این روابط حاصل از محاسبات و اندازه‌گیری‌های عددی، متناسب با ویژگی‌های ساختاری شبکه میکروکانال و ویژگی‌های ترموفیزیک سیال متفاوت خواهند بود. در پژوهشی [6] نحوه طراحی میکروکانال‌ها منجر به ارائه رابطه‌های عددی متفاوتی شده است. به‌طور کلی روابط به‌صورت تابعی از دبی حجمی سیال‌های جاری در کانال‌ها ورودی ارائه شده‌اند. اهمیت ذکر شده برای طراحی میکروکانال‌های تولید قطره، سرعت تشکیل قطره و خطی بودن رابطه تولید قطره را شامل می‌شود.

پس از تحقیقات انجام‌گرفته برای ساخت و توصیف رفتار سیستم‌های تشکیل قطره، فرآیندها و الگوریتم‌های کنترلی محدودی به‌منظور دستیابی به خروجی مطلوب در تولید قطره ارائه شده‌اند. در پژوهشی [7] حلقه کنترل تناسبی- انتگرالی برای تنظیم سرعت حرکت قطره استفاده شده است. ساختار در نظر گرفته شده برای سیستم میکروفلویدیک یک ساختار T شکل بوده که مدل فضای حالت برای شبکه کانال‌های میکروفلویدیک به کمک روش‌های شناسایی سیستم‌های خطی ارائه شده است. در پژوهشی [8] برای تشکیل قطره با قطر مطلوب سیستم به‌صورت یک معادله مرتبه یک شناسایی شده و با طراحی یک کنترل حلقه بسته تناسبی- انتگرالی سیستم را به سمت تشکیل قطره با قطر مطلوب سوق داده است. پژوهشی [9] نیز با رویکردی مشابه مطالعه قبل [8]، سیستم تشکیل قطره با ساختاری Y شکل را مورد توجه قرار داده و دینامیک مرتبه اولی را برای توصیف رفتار سیستم در نظر گرفته است و کنترل تناسبی- انتگرالی را برای طراحی کنترل حلقه بسته با هدف کنترل قطر قطره طراحی کرده‌اند. در مطالعه دیگری [10] از کنترل پیش‌بین برای تنظیم حرکت قطره‌های تولیدشده استفاده شده است. در مطالعه‌ای [11] از کنترل فیدبک ساده برای پمپ‌های سرنگی برای تنظیم دبی حجمی هر کانال بهره گرفته شده است. در تمامی تحقیقات انجام‌گرفته، هدف صرفاً راه‌اندازی اولیه این دست از سیستم‌ها بوده و چالش‌هایی که در این پژوهش در نظر گرفته شده است را در نظر نگرفته‌اند.

این پژوهش در راستای هوشمندسازی روند تولید قطره به طراحی الگوریتمی می‌پردازد که اندازه‌های دبی حجمی بهینه‌ای را در محدوده عملیاتی میکروپمپ‌ها برای تولید قطره با اندازه مورد نظر کاربر تعیین کند. با توجه به روابط بیان‌شده برای قطر قطره و دبی حجمی سیال‌های پیوسته و ناپیوسته، این نکته مشهود است که افزونگی موجود در پارامتر که در بسیاری از مراجع مورد استفاده قرار نگرفته، در این پژوهش مورد توجه بوده است. به طوری که با توجه به افزونگی موجود در ساختار سیستم‌های مورد بحث، نخست بنابر یک معیار بهینه‌سازی، باید مقادیری برای دبی‌های حجمی تولیدکننده قطره با قطر مطلوب ارائه شود. در واقع در این ساختارها از دو کانال ورودی استفاده شده است که در صورت ثابت ماندن نسبت دبی ورودی کانال‌ها در مقداری مشخص می‌توان قطره با قطر مورد نظر را تولید کرد. بر این اساس، زوج پاسخ‌های متعددی از دبی ورودی را می‌توان برای تولید قطره مطلوب در نظر گرفت که برای گزینش پاسخ مناسب از ساختار یک مساله بهینه‌سازی استفاده شده است. از طرفی دیگر به دلیل عدم دسترسی به همه متغیرهای حالت در یک سیستم، طراحی رویت‌گر مد نظر قرار گرفته است. در این طراحی، تاخیر موجود در فیدبک خروجی لحاظ شده است. در ادامه طراحی الگوریتم، کنترل‌کننده بهینه فیدبک خروجی مقاوم به تاخیر در فیدبک خروجی برای تولید قطره با قطر مطلوب در نظر گرفته شد است. به این صورت یک روند طراحی برای طیف وسیعی از سیستم‌های میکروفلویدیک تولید قطره انجام گرفته است.

ساختار این مقاله به این صورت است که در ابتدا روابط عددی برقرار میان قطر قطره با دبی حجمی ورودی به میکروفلویدیک‌ها مورد بحث قرار می‌گیرد. سپس مدل فضای حالت در نظر گرفته شده برای هر میکروپمپ معرفی می‌شود. در ادامه مساله بهینه‌سازی متناسب با این سیستم‌ها به‌منظور گزینش زوج پاسخ مطلوب ارائه می‌شود. در بخش ۳-۲، طراحی کنترل بهینه به‌همراه طراحی رویت‌گر مطرح خواهد شد و در نهایت نیز نتایج شبیه‌سازی

می‌شوند (شکل ۲). پمپ‌های به‌کاربرده شده در هر کدام از کانال‌های ورودی سیستم‌های تولید میکروقطره را می‌توان به کمک معادلات خطی مرتبه دو (۳) شناسایی نمود. که از دقت عمل خوبی برخوردارند [12, 13].

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_i x_i + B_i u_i \\ y_i &= C_i x_i \end{aligned} \quad (3)$$

در معادلات سیستم مرتبه دو (۳) معرفی شده، اندیس  $i = c, d$  است که سیال پیوسته و ناپیوسته را نشان می‌دهد.



شکل ۲) نمای میکروپمپ سرنگی

### ۳- الگوریتم کنترلی تولید قطره

در این بخش، الگوریتم حلقه بسته‌ای برای سیستم بیان شده در روابط ۳ ارائه می‌شود که طی آن قطره در کانال خروجی با اندازه‌های مطلوب تشکیل شود. این بخش شامل دو قسمت است که در قسمت اول معیاری ارائه می‌شود که طی آن مقادیری برای دبی حجمی سیال در هر کانال گزیده شود و در قسمت بعد طراحی رویبترگر و کنترل‌کننده بهینه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

#### ۳-۱- بهینه‌سازی

در ساختارهای T شکل موجود در سیستم‌های تولید قطره از دو کانال ورودی بهره می‌برند که با تنظیم مقدار دبی حجمی هر کانال می‌توان به نسبت مطلوبی از دبی ورودی کانال‌ها برای تولید قطره دست یافت، به نحوی که برای دستیابی به میکروقطره با حجم (قطره) مطلوب دودرجه آزادی وجود خواهد داشت که با ثابت فرض کردن دبی یکی از کانال‌ها در ناحیه مقادیر مجاز به تنظیم دبی حجمی کانال دیگر می‌پردازند. این در حالی است که این افزودگی می‌تواند بستری را برای تعیین مقادیر دبی حجمی براساس یک معیار بهینه‌سازی فراهم سازد. معیار بهینه مورد بحث برای گزینش زوج پاسخ دبی حجمی در روابط ۴ بیان شده‌اند.

$$\min (\omega_a Q_a^2 + \omega_c Q_c^2)$$

$$\begin{aligned} f(Q_a, Q_c) &= \frac{L}{\omega_c} \\ Q_{a,\min} &\leq Q_a \leq Q_{a,\max} \end{aligned} \quad (4)$$

$$Q_{c,\min} \leq Q_c \leq Q_{c,\max}$$

در مساله بهینه‌سازی ۴ قید تساوی از رابطه عددی بین حجم قطره تولیدی با نسبت دبی سیال‌های ورودی به دست می‌آید و همان‌طور که بیان شد تحت تاثیر مشخصات ترموفیزیک سیال و ساختار سیستم تولید قطره تعیین می‌شود. طبیعی است که در هر فرآیندی با محدودیت‌های عملیاتی برای سیستم و عملگرهایش روبه‌رو باشیم. محدودیت  $Q_{i,\min}$  و  $Q_{i,\max}$  برای قرارگیری عملگرها در ناحیه خطی عملیاتی و همچنین حدود مجاز برای تشکیل قطره را نشان می‌دهد. در شاخص عملکرد بیان شده  $\omega_i$ ، وزن بهینه‌سازی را نشان می‌دهند.

مساله بیان شده در ساختار مسائل استاندارد بهینه‌سازی قرار می‌گیرد که می‌توان با روش‌های متداول حل مسائل بهینه‌سازی به حل مساله مذکور پرداخت.

الگوریتم‌های کنترلی، مطرح و نتایج مقایسه‌ها ارائه می‌شود.

### ۲- مدل‌سازی فرآیند

برای مدل‌سازی فرآیند تولید قطره، می‌توان سیستم را در دو فاز عملیاتی مورد بررسی قرار داد. فاز اول مربوط به ساختار شبکه میکروکانال‌ها و فاز دوم بررسی، مربوط به عملگرهای این سیستم‌ها برای جاری‌ساختن سیال در کانال است. در فاز اول، رابطه میان قطر قطره با دبی حجمی سیال کانال‌های ورودی مطرح خواهد بود و در فاز دوم، مدل‌سازی میکروپمپ‌ها مطرح می‌شود.

#### ۲-۱- مدل سیستم تولید قطره

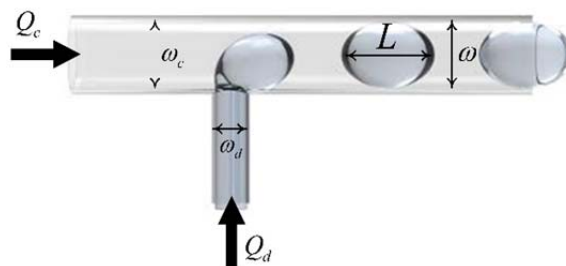
هنگامی که جریان‌های حاوی دو سیال مخلوط‌نشده در یک تقاطع T شکل به هم می‌رسند، تشکیل امولسیون (نامیزه) از قطرات می‌دهند. به سیالی که تحت این برخورد به صورت قطرات جدا از هم شکل می‌گیرد، جریان ناپیوسته و به سیالی که در اثر برخورد در محل تقاطع قطرات تشکیل شده را حمل می‌کنند جریان پیوسته می‌گویند. اندازه قطرات تشکیل شده از نسبت دبی دو جریان پیروی می‌کند که می‌تواند از چند میکرولیتر تا چند نانولیتتر باشد. همچنین این حجم بیان شده تحت تاثیر نوسانات موجود در عملگرهای سیستم (پمپ‌های سرنگی) بین ۴ تا ۱۰٪ دچار تغییر خواهد شد.

دستیابی به حجم مطلوب قطره با کنترل دبی‌های حجمی ورودی به شبکه میکروکانال تولید قطره قابل تنظیم است که برای بیان ارتباط بین اندازه قطره و دبی‌های ورودی، روابطی با توجه به عدد کاپیلاری  $Ca$  و ساختار شبکه میکروکانال‌ها بیان شده است. رابطه ۱ برای  $Ca \leq 0.1$  در سیستم‌های تولید قطره با ساختار محل اتصال T شکل بیان شده است. در این رابطه  $\delta$  و  $\alpha$  ضرایب تجربی هستند. برای عدد کاپیلاری رابطه ۲ توصیف می‌شود [5].

$$\frac{L}{\omega_c} = \delta + \alpha \frac{Q_c}{Q_a} \quad (1)$$

$$Ca = \frac{\mu_c v_c}{\sigma} \quad (2)$$

تساوی ۱ یکی از معروف‌ترین معادلاتی است که برای بیان رابطه میان پارامترهای حجم قطره با دبی سیال کانال‌های ورودی شکل ۱ مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۱) نمای تشکیل میکروقطره در میکروفلوییدیک T شکل

#### ۲-۲- مدل پمپ

بسیاری از سیستم‌های دینامیک در ناحیه عملیاتی فعالیت دارند که از رفتار خطی در آن ناحیه برخوردارند. در نتیجه می‌توان مدل دینامیکی آنها را به کمک مجموعه معادلات خطی، بیان و شناسایی نمود.

سیستم حلقه بسته تولید میکروقطره شامل میکروپمپ‌هایی است که برای تنظیم دبی حجمی سیال در کانال ورودی به کار برده

در نتیجه با وجود تاخیر  $\tau$  در صورت وجود پاسخ برای نامساوی ماتریسی خطی ۶ می‌توان همگرایی تخمین متغیرهای حالت را برای روییت‌گر ۵ تضمین کرد.

۳-۲-۱- طراحی کنترل کننده

برای تولید قطره در اندازه‌های میکرومتر، روش کنترلی که در این بخش آورده شده است را برای تکمیل الگوریتم ارایه شده در این پژوهش بررسی می‌کنیم.

با هدف همگراشدن مقدار قطر قطره  $L$  به مقدار مطلوب  $L_{ref}$  و در نظر گرفتن تاخیر در خروجی طراحی کنترل کننده مورد بحث قرار می‌گیرد. به عبارتی، این همگرایی معادل رابطه ۹ بوده که در این رابطه مقدار نرخ دبی حجمی به دست آمده از مساله بهینه‌سازی است که متناظر با مقدار  $L_{ref}$  خواهد بود.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}_{il} = 0 \tag{9}$$

در این صورت دینامیک ردیابی زیر را می‌توان با توجه به روابط ۲ و ۹ بازسازی نمود:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{x}_{il} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ x_{il} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u_i + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} y_{ref} \tag{10}$$

$$\bar{x}_i = \bar{A}_i \bar{x}_i + \bar{B}_i u_i + \bar{y}_{ref}$$

برای دینامیک ۱۰، شاخص عملکرد ۱۱ با توجه به ساختار کنترل کننده LQR به دست خواهد آمد [14, 16]:

$$J_i(\bar{x}_i, u_i, t) = \int_0^{\infty} \bar{x}_i^T \bar{Q}_i \bar{x}_i + u_i^T \bar{R}_i u_i dt \tag{11}$$

بنابراین با تشکیل همیلتونین و استخراج قانون کنترلی بهینه، ورودی کنترلی برابر خواهد بود با:

$$\mathcal{H}(\bar{x}_i, u_i, t, v_{\bar{x}_i}) = \bar{x}_i^T \bar{Q}_i \bar{x}_i + u_i^T \bar{R}_i u_i + v_{\bar{x}_i} \dot{\bar{x}}_i$$

$$\min_{u_i} \mathcal{H}(\cdot) = 0; \frac{\partial \mathcal{H}(\cdot)}{\partial u_i} = 0 \Rightarrow u_i^* = -\bar{K}_i \bar{x}_i$$

$$= -\bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i \bar{x}_i$$

قضیه ۲: برای سیستم ۳ با فرض تاخیر  $\tau$  در فیدبک خروجی در صورت وجود پاسخ برای نامساوی‌های ماتریسی ۱۲ و ۱۳ و اعمال سیگنال ورودی  $u_i = -\frac{1}{\beta} \bar{K}_i \bar{x}_{it} = -\frac{\bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i}{\beta} \bar{x}_{it}$  به ازای ثابت مثبت  $\beta > 0$  ردیابی سیگنال مرجع برآورده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} N & P_i \bar{B}_i \\ \bar{B}_i^T P_i & \beta^2 \bar{R}_i \end{bmatrix} > 0 \tag{12}$$

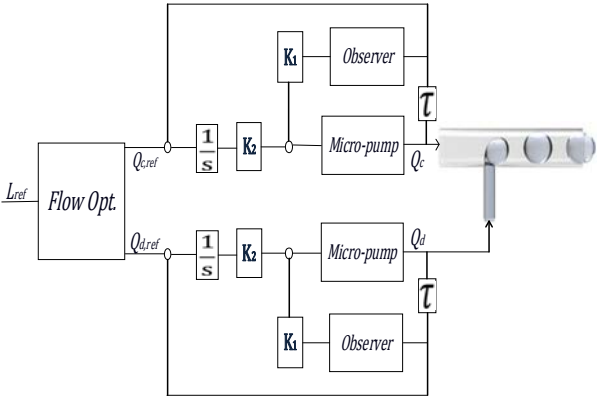
برهان ۲: با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف (۱۴) و مشتق‌گیری زمانی تابع تحلیلی پایداری قانون کنترلی بهینه با وجود تاخیر زمانی  $\tau$  انجام خواهد گرفت که در این صورت خواهیم داشت:

$$W(\bar{x}_i) = v(\bar{x}_i) + \int_{-\tau}^0 \bar{x}_i(t+s)^T N \bar{x}_i(t+s) ds$$

$$\dot{W}(\cdot) = v_{\bar{x}_i} \dot{\bar{x}}_i + \bar{x}_i^T N \bar{x}_i - \bar{x}_{it}^T N \bar{x}_{it}$$

با جای‌گذاری ورودی کنترلی  $u_i = -\frac{\bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i}{\beta} \bar{x}_{it}$  و استفاده از

در این بخش، ملزومات طراحی الگوریتم کنترلی بررسی می‌شود که به واسطه آن بتوان قطره با حجم (قطر) مطلوب را در خروجی تولید کرد. در این طراحی هدف، طراحی و راه‌اندازی قسمت‌های مختلف بلوک- دیاگرام شکل ۳ است. این بلوک- دیاگرام شامل قسمت‌هایی چون روییت‌گر، کنترل کننده و بخش تعیین بهینه دبی حجمی سیال کانال‌های ورودی است.



شکل ۳) بلوک- دیاگرام الگوریتم کنترلی حلقه- بسته

۳-۲-۲- طراحی روییت‌گر

برای طراحی روییت‌گر با توجه به روش روییت‌گر لیونبرگر، روابط ۵ را خواهیم داشت [14]:

$$\dot{\hat{x}}_i = A_i \hat{x}_i + B_i u_i + F_i (y_{it} - \hat{y}_{it}) \tag{5}$$

قضیه ۱: در صورت وجود پاسخ برای نامساوی ماتریسی خطی ۶، متغیرهای حالت روییت‌گر ۵ به متغیرهای حالت سیستم اصلی ۳ با فرض تاخیر  $\tau$  در فیدبک خروجی همگرا خواهد شد  $(\hat{x}_i - x_i) \rightarrow 0$ .

$$\begin{bmatrix} MA_i + A_i^T M + N & C_i^T C_i \\ C_i^T C_i & -N \end{bmatrix} \leq 0 \tag{6}$$

وزن روییت‌گر  $F_i = M^{-1} C_i^T$  خواهد بود. برهان ۱: برهان درستی قضیه آورده شده را می‌توان با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف  $V(\hat{x}_i) = \hat{x}_i^T M \hat{x}_i + \int_{-\tau}^0 \hat{x}_i(t+s)^T N \hat{x}_i(t+s) ds$  نشان داد [15]. با مشتق‌گیری نسبت به ترم زمان از تابع لیاپانوف خواهیم داشت:

$$\dot{V}(\hat{x}_i) = \hat{x}_i^T M \dot{\hat{x}}_i + \hat{x}_i^T M \hat{x}_i + \hat{x}_i^T N \hat{x}_i - \hat{x}_{it}^T N \hat{x}_{it}$$

$$= \hat{x}_i^T (MA_i + A_i^T M + N) \hat{x}_i + \hat{x}_i^T M F_i C_i \hat{x}_{it} + \hat{x}_{it}^T C_i^T F_i^T M \hat{x}_i - \hat{x}_{it}^T N \hat{x}_{it}$$

با جای‌گذاری  $F_i = M^{-1} C_i^T$  خواهیم داشت:

$$\dot{V}(\hat{x}_i) = \hat{x}_i^T (MA_i + A_i^T M + N) \hat{x}_i + \hat{x}_i^T C_i^T C_i \hat{x}_{it} + \hat{x}_{it}^T C_i^T C_i \hat{x}_i - \hat{x}_{it}^T N \hat{x}_{it}$$

$$= [\hat{x}_i^T \quad \hat{x}_{it}^T] \begin{bmatrix} MA_i + A_i^T M + N & C_i^T C_i \\ C_i^T C_i & -N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{x}_{it} \end{bmatrix} \leq 0 \tag{8}$$

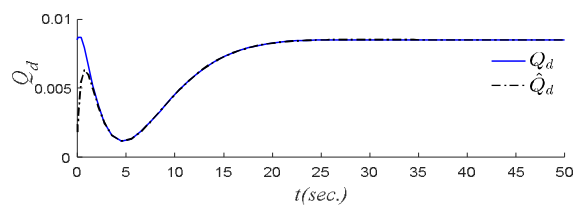
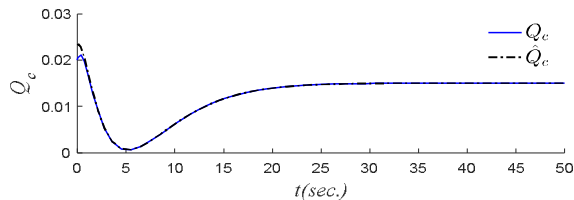
$$F_d = (1.0e + 10) \times \begin{bmatrix} 2.3607 \\ -4.6667 \end{bmatrix}$$

وزن‌های ورودی کنترلی برای بلوک- دیاگرام الگوریتم خواهیم داشت:

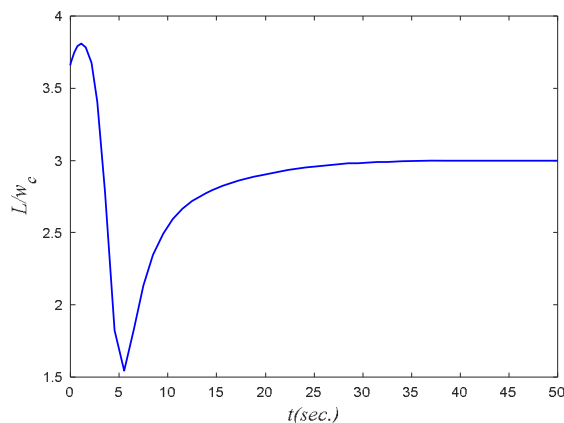
$$\bar{K}_c = [20.4641 \quad 3.5985 \quad 1.1180]$$

$$\bar{K}_d = [19.8746 \quad 3.7805 \quad 1.4142]$$

در نمودارهای ۱ و ۲، همگرایی حجم قطره تولیدی، دبی حجمی کانال سیال پیوسته و دبی حجمی کانال ناپیوسته به اندازه‌های مرجع‌شان نشان داده شده است.



نمودار (۱) دبی حجمی تخمین زده شده و دبی حجمی واقعی



نمودار (۲) حجم قطره تحت الگوریتم کنترلی پیشنهادی

### ۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به طراحی الگوریتم کنترلی حلقه- بسته با هدف تولید قطره با قطر مطلوب برای سیستم‌های پرکاربرد میکروفلوییدیک در صنایع داروسازی و بیوشیمی پرداخته شده است. در این طراحی ابتدا سعی شد تا با در نظر گرفتن افزونگی موجود در ساختار سیستم‌های میکروفلوییدیک به ارائه روندی برای دستیابی به مقادیر بهینه برای دبی حجمی هر کدام از سیال‌ها پرداخت. به طوری که عملگرهای تولید دبی حجمی برای تولید دبی مورد نظر در ناحیه خطی خود عمل کرده و همچنین محدوده جواب دبی هر سیال به گونه‌ای باشد که تشکیل قطره را تضمین کند. در ادامه، روند طراحی الگوریتم مساله تاخیر و عدم دسترسی به مقادیر متغیرهای حالت مورد توجه بود که بنابراین مساله طراحی رویت‌گر مقاوم در برابر تاخیر مورد توجه قرار گرفت. برای تکمیل فرآیند کنترلی با هدف تولید قطره با حجم مطلوب طراحی کنترلی کننده

نتایج رابطه همبستگی خواهیم داشت:

$$\dot{W}(\cdot) = -\bar{x}_i^T \bar{Q}_i \bar{x}_i - \bar{x}_i^T P_i \bar{B}_i \bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i \bar{x}_i$$

$$-\bar{x}_{it}^T P_i \bar{B}_i \bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i \bar{x}_{it} - \bar{x}_{it}^T P_i \bar{B}_i \bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i \bar{x}_i$$

$$+\bar{x}_i^T N \bar{x}_i - \bar{x}_{it}^T N \bar{x}_{it}$$

با توجه به برقراری نامساوی  $x^T D S y + y^T S^T D^T x \leq$  از مرجع [14]، روند نامعادلات زیر را خواهیم داشت:

$$\dot{W}(\cdot) \leq -\bar{x}_i^T \bar{Q}_i \bar{x}_i - \bar{x}_i^T P_i \bar{B}_i \bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i \bar{x}_i$$

$$+\bar{x}_i^T P_i \bar{B}_i \bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i \bar{x}_i + \bar{x}_{it}^T \frac{P_i \bar{B}_i \bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i}{\beta^2} \bar{x}_{it}$$

$$+\bar{x}_i^T N \bar{x}_i - \bar{x}_{it}^T N \bar{x}_{it} = \bar{x}_i^T (-\bar{Q}_i + N) \bar{x}_i$$

$$+\bar{x}_{it}^T \left( \frac{P_i \bar{B}_i \bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i}{\beta^2} - N \right) \bar{x}_{it} < 0$$

که در صورت برقراری نامعادلات ۱۲ و ۱۳، ردیابی سیگنال مرجع برای سیستم ۱۰ تحت ورودی  $u_i = -\frac{\bar{R}_i^{-1} \bar{B}_i^T P_i}{\beta} \bar{x}_{it}$  فراهم خواهد شد.

### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، الگوریتم کنترلی پیشنهادی را برای سیستم تولید قطره مشابه مقالات انجام شده [7, 9] مورد بررسی قرار خواهد گرفت.  $f(q_d, q_c)$  مورد نظر برای مساله بهینه‌سازی ۳ رابطه ۱ در نظر گرفته شده است. برای تشکیل قطره دبی سیال پیوسته در بازه ۰/۰۱ تا ۰/۰۱۵ ml/min و دبی سیال ناپیوسته در بازه ۰/۰۰۲۵ تا ۰/۰۱۵ ml/min قرار دارد. قطر مطلوب  $\frac{L_{ref}}{w_c} = 4$  و تاخیر در نظر گرفته شده  $\tau = 0.1s$  است. ترم‌های شاخص عملکرد (۱) برای هر کدام از کنترلی کننده‌های LQR به ترتیب مقادیر

$$\bar{Q}_c = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \bar{R}_c = 0.8$$

$$\bar{Q}_d = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \bar{R}_d = 0.5$$

خواهند بود. میکروپمپ‌ها با پارامترهای  $A_c = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.11 \\ 1.23 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $C_c = [1 \quad 0]$ ،  $A_d = \begin{bmatrix} 0.33 & 0.10 \\ 1.23 & 1.1 \end{bmatrix}$ ،  $B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $C_d = [1 \quad 0]$  در نظر گرفته شده‌اند.

با توجه به رویکرد بهینه‌سازی مطرح شده سیگنال‌های مرجع (مقادیر نرخ دبی حجمی) با توجه به وزن‌های کمینه‌سازی  $w_d = 0.37$  و  $w_c = 0.63$  برابر مقادیر  $Q_c = 0.0150$  و  $Q_d = 0.0085$  به دست خواهد آمد. وزن رویت‌گر طراحی برابر زیر خواهد بود:

$$F_c = (1.0e + 11) \times \begin{bmatrix} 0.9159 \\ -2.2967 \end{bmatrix}$$



منابع

1- Sadeghian H, Hojjat Y, Soleimani M. Development of a new method for experimental dielectrophoresis force measurement in the microfluidic cell sorting actuators. Modares Mechanical Engineering. 2017;17(3):150-158. [Persian]  
 2- Zhan Y, Wang J, Bao N, Lu C. Electroporation of cells in microfluidic droplets. Analytical Chemistry. 2009;81(5):2027-2031.  
 3- Christopher GF, Anna SL. Microfluidic methods for generating continuous droplet streams. Journal of Physics D Applied Physics. 2007;40(19):R319.  
 4- Nekouei M, Vanapalli SA. Volume-of-fluid simulations in microfluidic T-junction devices: Influence of viscosity ratio on droplet size. Physics of Fluids. 2017;29(3):032007.  
 5- Zhu P, Wang L. Passive and active droplet generation with microfluidics: A review. Lab on a Chip. 2017;17(1):34-75.  
 6- Garstecki P, Fuerstman MJ, Stone HA, Whitesides GM. Formation of droplets and bubbles in a microfluidic T-junction - scaling and mechanism of break-up. Lab on a Chip. 2006;6(3):437-446.  
 7- Wong D, Ren CL. Microfluidic droplet trapping, splitting and merging with feedback controls and state space modelling. Lab on a Chip. 2016;16(17):3317-3329.  
 8- Miller E, Rotea M, Rothstein JP. Microfluidic device incorporating closed loop feedback control for uniform and tunable production of micro-droplets. Lab on a Chip. 2010;10(10):1293-1301.  
 9- Zeng W, Li S, Wang Z. Closed-loop feedback control of droplet formation in a T-junction microdroplet generator. Sensors and Actuators A Physical. 2015;233:542-547.  
 10- Kim YT, Le Duc P, Messner W. Modeling and control of a nonlinear mechanism for high performance microfluidic systems. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2013;21(1):203-211.  
 11- Kuczynski B, Le Duc PR, Messner WC. Pressure-driven spatiotemporal control of the laminar flow interface in a microfluidic network. Lab on a Chip. 2007;7(5):647-649.  
 12- Derakhshan Sh, Yazdani K. Numerical analysis of a magnetohydrodynamic micropump performance. Modares Mechanical Engineering. 2015;14(13):251-258. [Persian]  
 13- Kan J, Tang K, Ren Y, Zhu G, Li P. Study on a piezohydraulic pump for linear actuators. Sensors Actuators A Physical. 2009;149(2):331-339.  
 14- Ebrahimi Dehshalie M, Menhaj MB, Ghasemi A, Karrari M. Finite-time distributed global optimal control for linear time-varying multi-agent systems: A dynamic output-feedback perspective. IET Control Theory & Applications. 2018;12(9):1267-1275.  
 15- Mondie S, Kharitonov VL. Exponential estimates for retarded time-delay systems: An LMI approach. IEEE Transactions on Automatic Control. 2005;50(2):268-273.  
 16- Anderson BDO, Moore JB. Optimal control: Linear quadratic methods. Chelmsford MA: Courier Corporation; 2007.

بهینه در حضور تاخیر براساس فیدبک دبی حجمی سیال‌های ورودی در کانال انجام گرفت. همچنین در این مقاله سعی شده است که مسائل موجود بر سر راه تولید قطره در سیستم‌های میکروفلوئیدیک پوشش داده شود. برای بحث‌های آینده در این زمینه می‌توان عدم قطعیت در مدل‌سازی را برای ارایه یک الگوریتم مقاوم مورد بررسی قرار داد.

**تشکر و قدردانی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**تأییدیه اخلاقی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**تعارض منافع:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**سهم نویسندگان:** مازیار ابراهیمی دهشالی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۳۴٪)؛ محمدباقر منہاج (نویسنده دوم)، روش‌شناس/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری (۳۳٪)؛ مهدی کزازی (نویسنده سوم)، روش‌شناس/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری (۳۳٪)

**منابع مالی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

۴- پی‌نوشت

ماتریس‌های توصیف‌کننده سیستم	$A_i, B_i, C_i$
عدد کاپیلاری	Ca
وزن روبت‌گر لیبونرگر	$F_i$
وزن کنترل‌کننده	$\bar{K}_i, K_1, K_2$
قطر قطره (میلی‌متر)	L
قطر قطره مطلوب (میلی‌متر)	$L_{ref}$
ماتریس‌های مثبت معین متقارن با ابعاد مناسب	$M, N, P_i, \bar{Q}_i, \bar{R}_i$
دبی سیال ناپیوسته	$Q_d$
دبی سیال پیوسته	$Q_c$
تابع لیاپانوف	$V, v, W$

علامه یونانی

لزجت سیال ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu_c$
سرعت سیال ( $\text{ms}^{-1}$ )	$v_c$
کشش سطحی بین دو سیال	$\sigma$
تأخیر زمانی سیستم (ثانیه)	$\tau$
قطر کانال خروجی (میلی‌متر)	$\omega$
قطر کانال ورودی سیال پیوسته (میلی‌متر)	$\omega_c$
قطر کانال ورودی سیال ناپیوسته (میلی‌متر)	$\omega_d$
رابطه همبستگی	$\mathcal{H}$

بالانویس‌ها

نماد ترانهاده	T
نماد معکوس‌گیری از ماتریس مربعی	-۱

زیرنویس‌ها

بیانگر روابط مربوط به سیال پیوسته و ناپیوسته	$i = c, d$
بیانگر مقدار مرجع پارامتر برای همگرایی سیستم به آن مقدار	ref

بردارها

بردار $\mathbb{R}^{2 \times 1}$ توصیف‌گر مقدار دبی سیال و تغییرات دبی	$x_i \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$
مشتق زمانی بردار $x_i$	$\dot{x}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$
بردار تخمین $x_i$	$\hat{x}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$
خطای تخمین (اختلاف مقدار واقعی دبی سیال از تخمین آن)	$\tilde{x}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$
سیگنال ورودی کنترلی	$u_i \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$
سیگنال خروجی (اندازه دبی حجمی)	$y_i \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$
تخمین سیگنال خروجی (تخمین اندازه دبی حجمی)	$\hat{y}_i \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$

ماتریس همانی با نماد I بیان شده است.  $v_x$  مشتق جزئی تابع v را نشان می‌دهد. تاخیر  $\tau$  در اندازه‌گیری بردار x با صورت  $x_\tau$  نشان داده شده است.