



## Modeling of Fuel Sloshing in a Spacecraft and Control it by Active Control Method Using Nonlinear Control

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Navabi M.<sup>1\*</sup> PhD.

Davoodi A.<sup>1</sup> MSc

#### How to cite this article

Navabi M, Davoodi A. Modeling of Fuel Sloshing in a Spacecraft and Control it by Active Control Method Using Nonlinear Control. Modares Mechanical Engineering. 2019;19 (9) 2121-2128.

### ABSTRACT

Fuel sloshing is one of the most important factors in disturb attitude of the spacecraft from desire in orbital maneuver. So, controlling this phenomenon is a critical problem in attitude control. There are active and passive control methods to control fuel sloshing. Active method has better responses to control fuel sloshing and its effect on attitude of the spacecraft in the same time; so, mostly this method is used. For this aim, it is necessary to model slosh dynamic. In this paper, slosh dynamic is modeled by a multi-pendulum model, and, then, coupled equations of the spacecraft and fuel slosh dynamic are derived. In the presented model, pendulums can move freely in 3D atmosphere, and this matter makes presented model closer to real. Coupled equations of the spacecraft and fuel slosh dynamic are nonlinear. Therefore, nonlinear control methods should be used to attitude control in more realistic mode. In this paper, two candidate Lyapunov functions are proposed; then, using these functions, controllers are obtained. The effectiveness of these controllers on attitude of the spacecraft and pendulums is described by a simulation. Although, there are some little differences in time responses based on two controllers, results of simulation illustrate good responsibility of controllers to control aims.

**Keywords** Slosh modeling; 3D model; Active control; Sloshing control

<sup>1</sup>New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. Postal Code: 1983969411

Phone: -

Fax: -

#### Article History

Received: March 21, 2018

Accepted: February 4, 2019

ePublished: September 01, 2019

### CITATION LINKS

- [1] Dynamic characteristics of liquid motion in partially filled tanks of a spinning spacecraft
- [2] Thrust-vector control of a three-axis stabilized upper-stage rocket with fuel slosh dynamics
- [3] Dynamic characteristics of liquid filled rectangular tank with baffles
- [4] Nonlinear fluid slosh coupled to the dynamics of a spacecraft
- [5] Dynamic modeling and stability parametric analysis of a flexible spacecraft with fuel slosh
- [6] Equivalent mechanical model for liquid sloshing during draining
- [7] Attitude dynamics and control of spacecraft with a partially filled flexible panels
- [8] Using sliding mode control method to suppress fuel sloshing of a liquid-filled spacecraft
- [9] Maneuvering control problems for a spacecraft with unactuated fuel slosh dynamics
- [10] Modeling and control of fuel sloshing and its effect on spacecraft attitude
- [11] Robotically controlled sloshing suppression in point-to-point liquid container transfer
- [12] Thrust-vector control of a three-axis stabilized spacecraft with fuel slosh dynamics
- [13] Command filtered modular adaptive backstepping attitude control of spacecraft in presence of disturbance torque
- [14] Modeling and spacecraft attitude control using reaction wheel with feedback linearization. Its performance study subject to power and EULERINT
- [15] State equations for a spacecraft with maneuvering flexible appendages in terms of quasi-coordinates
- [16] 3D modeling and control of fuel sloshing in a spacecraft

## مدلسازی تلاطم سوخت در یک فضایما و کنترل آن به وسیله روش کنترل فعال با استفاده از کنترل غیرخطی

محمد نوابی\* PhD

دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

علی داودی MSc

دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

### چکیده

تلاطم سوخت یکی از مهم‌ترین عوامل در برهم‌خوردن وضعیت فضایما و حالت مطلوب در مانور مداری است بنابراین کنترل این پدیده از ساسی‌ترین مسائل در کنترل وضعیت به حساب می‌آید. دو نوع روش کنترل فعال و غیرفعال برای کنترل تلاطم وجود دارد که با توجه به جوددهی بهتر کنترل فعال در کنترل هم‌زمان تلاطم و وضعیت فضایما، غلبه بر کنترل فعال استفاده می‌شود. بر این منظور در ابتدا باید دینامیک تلاطم را مدل کرد. در این مقاله، دینامیک تلاطم به وسیله مدل چندآونگی توصیف شده و معادلات دینامیک ترکیب شده فضایما و تلاطم به دست آمده است. در مدل رئه شده، آونگ‌ها به طور آزادانه می‌توانند در فضای سه‌بعدی حرکت کنند و این موضوع باعث می‌شود که مدل به وضعیت نزدیک‌تر باشد. معادلات دینامیک ترکیب شده فضایما و تلاطم، غیرخطی هستند، بنابراین برای کنترل وضعیت در حالت واقعی‌تر باید از روش کنترل غیرخطی استفاده کرد. در این مقاله برای این منظور ابتدا دو تابع نامزد لیاپانوف پیشنهاد شده است و پس از آن با استفاده از این توابع کنترلرها به دست آمده‌اند. تأثیر کنترلرهای به دست آمده بر وضعیت فضایما و آونگ‌ها با انجام یک شبیه‌سازی نشان داده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان از عملکرد مناسب کنترلرهای طراحی شده دارند، گرچه تفاوت ندرکی در پاسخگویی دو کنترلر نسبت به یکدیگر دیده می‌شود.

**کلیدواژه‌ها:** مدل‌سازی تلاطم، مدل سه‌بعدی، کنترل فعال، کنترل تلاطم

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۱۵

\* نویسنده مسئول: m\_navabi@sbu.ac.ir

### ۱- مقدمه

تلاطم سوخت در فضایما یکی از مسائلی است که از چند دهه گذشته تا به حال مورد مطالعه قرار گرفته است. در فضایماهای بزرگ، مقدر قابل توجهی سوخت نیاز است تا آنها را در مدار نهایی قرار دهد. به‌عنوان مثال جرم سوخت موجود در ماهواره‌های زمین‌آهنگ تقریباً ۴۰٪ جرم کل ماهواره را به خود اختصاص می‌دهد<sup>[1]</sup>. حین انجام مانور مداری، گرشتاب محوری یا دورنی فضایما تغییر کند، مقدر زیادی سوخت در تانکر جابه‌جا می‌شود و باعث به‌وجود آمدن پدیده تلاطم می‌شود. به‌دلیل بالابودن درصد مقدر سوخت نسبت به جرم فضایما، تلاطم آن به‌رحتی می‌تواند وضعیت فضایما را از حالت مطلوب خارج کند و باعث شکست مأموریت شود<sup>[2]</sup>. مطالعات زیادی برای کاهش اثر این پدیده روی وضعیت فضایما انجام شده است. برخی از این مطالعات از تکنیک‌هایی مانند قراردادن میکروبال‌ها در تانکر یا تقسیم‌کردن تانکر به بخش‌های کوچک‌تر استفاده کرده‌اند<sup>[3]</sup>. ما این روش‌ها که از روش‌های غیرفعال کنترل به حساب می‌آیند، نمی‌توانند به‌طور کامل اثر تلاطم را از بین ببرند. به‌علاوه بین روش‌ها موجب افزایش وزن فضایما می‌شوند و این موضوع باعث افزایش هزینه‌های مأموریت می‌شود. بنابراین برای کنترل این پدیده، نیاز به استفاده از روش‌های فعال است. این روش‌ها شامل به‌کارگیری یک قانون کنترلی مناسب و استفاده از پیش‌رشن صلی فضایما، پیش‌رشن‌های جانبی یا مومنتوم‌های حاصل از چرخ‌های

عکس‌لعملی، چرخ‌های مومنتوم و غیره به‌عنوان ورودی قانون کنترلی است. برای به‌کارگیری روش‌های فعال و قونین کنترلی در میحث کنترل تلاطم ابتدا باید معادلات دینامیک ترکیب‌شده فضایما و تلاطم سوخت را به دست آورد. در مطالعاتی که در این زمینه انجام شده، نشان داده شده است که مدل‌سازی‌های مکانیکی مانند جرم- فنر یا آونگ می‌توانند به‌خوبی دینامیک پیچیده تلاطم را تقریب بزنند<sup>[4, 5]</sup>. در این مطالعات برای توصیف پایین‌ترین مدل تلاطم از مدل تک-آونگ<sup>[6-8]</sup> یا تک-جرم- فنر<sup>[9]</sup> و برای توصیف چند مدل از تلاطم از مدل چندآونگ<sup>[10]</sup> یا چندجرم- فنر<sup>[11, 12]</sup> استفاده شده است. همچنین در برخی از این مطالعات، کل جرم سوخت متلاطم در نظر گرفته شده و در برخی دیگر، قسمتی از سوخت متلاطم و قسمتی دیگر از آن غیرمتلاطم است.

در این مقاله هدف، مدل‌سازی تلاطم و کنترل هم‌زمان وضعیت فضایما و تلاطم است. برای این منظور، فضایمایی که در حال انجام مانور مداری در فضای سه‌بعدی و در یک تانکر سوخت در نظر گرفته شده که بخشی از آن پر است. همچنین از مدل چندآونگی در فضای سه‌بعدی برای توصیف مدهای تلاطم استفاده شده که البته سه‌بعدی بودن این مدل که برای ولین بار انجام شده است، باعث نزدیک‌تر شدن مدل‌سازی به واقعیت نسبت به سایر مطالعات انجام‌شده می‌شود. سوخت موجود در تانکر به دو بخش متلاطم و غیرمتلاطم تقسیم‌بندی شده است. بخش متلاطم سوخت توسط مدل چندآونگی و بخش غیرمتلاطم توسط یک جرم صلب که در مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم قرار دارد و همراه با تانکر حرکت می‌کند، مدل شده است. همچنین فضایما نیز توسط یک جرم صلب که در مرکز جرم آن قرار دارد، مدل شده است. پس از انجام مدل‌سازی‌ها، معادلات دینامیک ترکیب‌شده فضایما و تلاطم برای عمال کنترلر، به دست آمده است. این معادلات غیرخطی هستند و بنابراین برای رسیدن به کنترل وضعیت در حالت واقعی‌تر باید از یک روش کنترل غیرخطی استفاده کرد<sup>[13, 14]</sup>. برای این منظور، دو تابع نامزد لیاپانوف پیشنهاد شده که یکی از آنها شامل ترم‌هایی از دینامیک آونگ‌ها و دیگری فاقد این ترم‌ها است. سپس با استفاده از این توابع، کنترلرهای مناسب برای رسیدن به هدف کنترلی ایجاد شده است. ورودی‌های قانون کنترلی در این مقاله سه مومنتوم ( $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ) حول جرم صلب موجود در مرکز جرم فضایما و دو زاویه نحرف گیمبال پیش‌رشن صلی ( $\delta_1$  و  $\delta_2$ ) هستند.

### ۲- معادلات دینامیکی

در کثر مطالعاتی که در زمینه تعامل بین دینامیک فضایما و تلاطم انجام شده، مدل‌سازی تلاطم در فضای دوبعدی صورت گرفته است. ما مدل در فضای سه‌بعدی باعث می‌شود که مدل‌سازی به واقعیت نزدیک‌تر باشد. بنابراین در این بخش به مدل‌سازی تلاطم در فضای سه‌بعدی پرداخته می‌شود و معادلات دینامیک ترکیب‌شده فضایما و تلاطم به دست خواهد آمد. همان‌طور که در شکل ۱ می‌توان مشاهده کرد، فضایمای در نظر گرفته‌شده در حال انجام مانور مداری در فضای سه‌بعدی است. جرم کل فضایما به‌جز جرم سوخت به‌عنوان یک جرم صلب ( $m$ ) که در مرکز جرم آن قرار دارد، مدل شده است. مبدأ مختصات برای به‌دست‌آوردن معادلات دینامیکی، در مرکز جرم تانکر قرار دارد. فاصله بین مبدأ مختصات تا مرکز جرم فضایما با  $b$  و فاصله بین مرکز جرم فضایما و نقطه اتصال گیمبال با  $d$  نشان داده شده است. در شکل ۲ نیز می‌توان شماتیک مدل دواونگی در فضای

می شوند [15]. همچنین معادله ۳، معادله لاگرانژین است که بری به دست آوردن دینامیک جرم های دخی استفاده می شود که در اینجا آونگ ها هستند. در معادلات بالا  $V = [v_x \ v_y \ v_z]^T$  و  $\Omega = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3]^T$  به ترتیب بردرهای سرعت محوری و سرعت زویه ی مرکز جرم تانکر هستند.  $\zeta = [\varphi \ \theta]$  بردر زویای وضعیت آونگ ها و  $\tau_r$  و  $\tau_t$  به ترتیب بردرهای نیروها و مونتوم های کلی هستند که روی مرکز جرم فضاپیما عمل می شوند.

$$\tau_t = \begin{bmatrix} F \cos \delta_1 \cos \delta_2 \\ F \sin \delta_2 \\ -F \sin \delta_1 \cos \delta_2 \end{bmatrix}$$

$$\tau_r = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y - F(b+d) \sin \delta_1 \cos \delta_2 \\ M_z - F(b+d) \sin \delta_2 \end{bmatrix}$$

همچنین بری بردر دلخوه  $p$ ، در بین معادلات (۳-۱)،  $\bar{p}$  ماتریسی پاد-متقارن است.

$$p = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_2 \\ p_3 & 0 & -p_1 \\ -p_2 & p_1 & 0 \end{bmatrix}, \bar{p} = \begin{bmatrix} 0 & p_3 & -p_2 \\ -p_3 & 0 & p_1 \\ p_2 & -p_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$L$  لاگرانژین است و به دلیل اینکه در بین مقاله فرض بر این بوده که فضاپیما در محیط بدون گرانش در حال انجام مانور مدری است، بنابراین نرژئی پتانسیل برابر صفر خواهد بود. در نتیجه داریم

$$L = T - U, U = 0 \Rightarrow L = T \quad (4)$$

در اینجا  $T$  نرژئی جنبشی تمام جزی سیستم مدل فضاپیما و سوخت است و زربطه زیر قابل محاسبه است

$$T = \frac{1}{2} m V_c^2 + \frac{1}{2} m_0 V_0^2 + \frac{1}{2} \Omega^T (J + I_0 I) \Omega + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [m_i V_i^2 + (\omega_i + \Omega)^T (I_i I) (\omega_i + \Omega)] \quad (5)$$

در اینجا  $V_c$  بردر سرعت محوری مرکز جرم فضاپیما،  $V_0$  و  $V_i$  به ترتیب بردر سرعت محوری مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم و آونگ  $i$  م هستند. بردرهای سرعت محوری زربطه زیر قابل محاسبه هستند

$$V_c = \dot{r}_c + \Omega \times r_c, V_0 = \dot{r}_0 + \Omega \times r_0, V_i = \dot{r}_i + \Omega \times r_i,$$

$$V = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \Omega \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (6)$$

در اینجا  $V$  بردر سرعت محوری مرکز جرم تانکر است. همچنین  $r_c$ ،  $r_0$  و  $r_i$  نیز به ترتیب بردرهای موقعیت مرکز جرم فضاپیما، مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم و آونگ  $i$  م نسبت به مبدأ مختصات هستند. بردرهای موقعیت نیز با توجه به شکل های ۱ و ۲ زربطه زیر به دست خواهند آمد

$$r_c = [x - b \ y \ z]^T, r_0 = [x - h_0 \ y \ z]^T,$$

$$r_i = [x + h_i - l_i \cos \varphi_i \ y + l_i \sin \varphi_i \sin \theta_i \ z + l_i \sin \varphi_i \cos \theta_i]$$

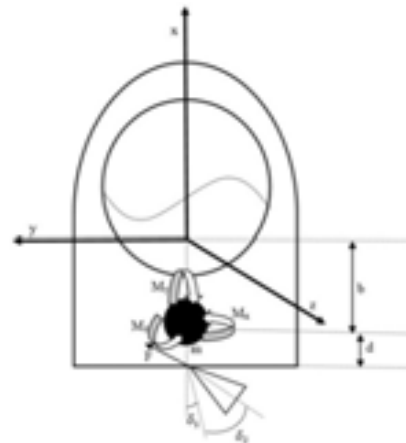
$$(7)$$

در اینجا  $l_i$  طول آونگ  $i$  م است. در رابطه نرژئی جنبشی  $I$ ، ماتریس همانی با بعد  $3 \times 3$  است. همچنین  $\omega_i$  بردر سرعت زویه ی آونگ ها و  $J$  ماتریس ممان ینرسی فضاپیما است.

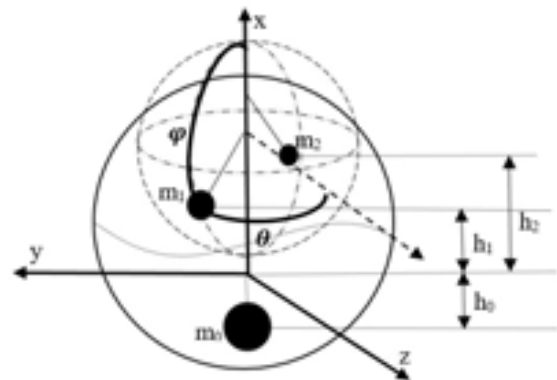
$$\omega_i = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در اینجا  $j_x$ ،  $j_y$  و  $j_z$  ممان ینرسی های فضاپیما و در بین مقاله عددی ثابت در نظر گرفته شده ند. در معادله ۳،  $R$  تابع تلاف ریلی بوده که بری در نظر گرفتن تلافات جرم های دخی در

سه بعدی ر مشاهده کرد که در بین مقاله ز آن بری مدل سازی تلاطم سوخت استفاده شده ست.



شکل ۱) فضاپیما همراه با تانکر کروی سوخت که تنها بخشی ز آن پر ست و در فضا مانور می دهد



شکل ۲) مدل دوآونگی تلاطم سوخت

همان طور که در بین شکل مشخص ست، سوخت موجود در تانکر فضاپیما به دو بخش متلاطم و غیرمتلاطم تقسیم بندی شده ست. بخش غیرمتلاطم توسط یک جرم صلب  $(I_0, m_0)$  که به تانکر چسبیده و همراه با آن حرکت می کند، مدل شده ست. همچنین بخش متلاطم توسط دو جرم آونگی  $(I_i, m_i)$  و  $(i = 1, 2)$  که توصیف کننده دو مد ول تلاطم هستند، مدل شده ست. بین آونگ ها آزده می توند در فضای سه بعدی حرکت کنند و زویه آنها با محور X و Z به ترتیب با نمادهای  $\varphi$  و  $\theta$  مشخص می شود. همچنین فو صل بین  $m_0$  و  $m_i$  با مبدأ مختصات به ترتیب با  $h_0$  و  $h_i$  مشخص می شود. پس ز مشخص شدن مدل سازی تلاطم و فضاپیما، حال باید معادلات دینامیک ترکیب شده آنها ر به دست آورد. بری بین منظور در بین مقاله ز معادلات زیر استفاده می کنیم

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{V}} + \bar{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial V} = \tau_t \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\Omega}} + \bar{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial \Omega} + \bar{V} \times \frac{\partial L}{\partial V} = \tau_r \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\zeta}} - \frac{\partial L}{\partial \zeta} + \frac{\partial R}{\partial \zeta} = 0 \quad (3)$$

معادلات ۱ و ۲، معادلات کیرشهف هستند که بری به دست آوردن دینامیک جرم صلبی که نشان دهنده جرم فضاپیما ست، استفاده

$$(mb + m_0 h_0)(\dot{\Omega}_3 - a_y) + \dot{\Omega}_3(J_z + I_0) + \Omega_1 \Omega_2 (J_y - J_x) + \sum_{i=1}^2 m_i (l_i (\sin \varphi_i \sin \theta_i (a_x + \Omega_2^2 (h_i - l_i \cos \varphi_i)) + \sin \varphi_i \cos \theta_i (\Omega_2 \Omega_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) - 2\Omega_2 v_y) - \Omega_1 \Omega_2 \cos \varphi_i) + (h_i - l_i \cos \varphi_i) (a_y + (\dot{\Omega}_3 + \Omega_1 \Omega_2)(h_i - l_i \cos \varphi_i)) + \frac{I_i}{m_i} (\ddot{\theta}_i + \dot{\Omega}_3) + I_i \Omega_2 (-\dot{\varphi}_i - \Omega_1) + I_i \Omega_1 \Omega_2) = M_z - F(b + d) \sin \delta_2 \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^2 (m_i (l_i (\sin \varphi_i (\dot{v}_x + l_i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i + l_i \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i) + \cos \varphi_i \sin \theta_i (\dot{\Omega}_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + \dot{v}_y) + \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \sin \theta_i (\Omega_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + v_y) + \dot{\theta}_i \cos \varphi_i \cos \theta_i (\Omega_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + v_y) + \cos \varphi_i \cos \theta_i (-\dot{\Omega}_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + \dot{v}_z) + \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \cos \theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i)) + \dot{\theta}_i \sin \varphi_i \cos \theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i)) - (\Omega_3^2 + \Omega_2^2) \sin \varphi_i (h_i - l_i \cos \varphi_i) + v_x (-\Omega_3 \sin \varphi_i + \Omega_1 \cos \varphi_i \cos \theta_i + \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \sin \theta_i - \dot{\theta}_i \cos \varphi_i \cos \theta_i) + v_z (\Omega_2 \sin \varphi_i - \Omega_1 \cos \varphi_i \cos \theta_i))) + I_i (\ddot{\varphi}_i + \dot{\Omega}_1) - \epsilon_i \dot{\varphi}_i = 0, \forall i \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^2 (m_i (l_i (\sin \varphi_i \cos \theta_i (\dot{\Omega}_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + \dot{v}_y) + \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \cos \theta_i (\Omega_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i)) + \dot{\theta}_i \sin \varphi_i \sin \theta_i (-\Omega_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + \sin \varphi_i \sin \theta_i (\dot{\Omega}_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) - \dot{v}_z) + \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \sin \theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i)) + \dot{\theta}_i \sin \varphi_i \cos \theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i)) + v_x (\Omega_3 \sin \varphi_i \cos \theta_i + \Omega_2 \sin \varphi_i \sin \theta_i) - v_y \Omega_1 \sin \varphi_i \sin \theta_i - v_z \Omega_1 \sin \varphi_i \cos \theta_i))) + I_i (\ddot{\theta}_i + \dot{\Omega}_3) + \epsilon_i \dot{\theta}_i = 0, \forall i \quad (16)$$

در شبیه‌سازی‌ها معادلات به صورت کامل در نظر گرفته شده‌اند [16]. در معادلات بالا،  $I_i$  مومنتوم یینرسی آونگ  $i$  م و در بین مقاله عددی ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین  $a = [a_x \ a_y \ a_z]^T$  بردار شتاب مرکز جرم تانکر است و  $Z$  رابطه زیر به دست می‌آید  $a = \dot{V} + \Omega \times V \quad (17)$

### ۳- قانون کنترلی

سیستم و معادلات دینامیکی به دست آمده در بخش قبل ر در نظر می‌گیریم. همان‌طور که مشخص است، معادلات دینامیکی غیرخطی هستند. بنابراین برای کنترل وضعیت فضاپیما و آونگ‌ها در حالت و قعی‌تر باید روش‌های کنترل غیرخطی استفاده کرد که البته در بین بخش، دو قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف طرحی می‌شود. برای این منظور بتد با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی فرض می‌کنیم که ورودی‌های قانون کنترلی (مومنتوم‌های حول مرکز جرم و زوایای نحرف گیمبال)، صفر و نیروی پیش‌رین صلی ثابت و برابر با  $F$  باشد. آنگاه یک رابطه تعادل نسبی به صورت زیر برقرار خواهد بود

$$v_y = \tilde{v}_y, v_z = \tilde{v}_z, \vartheta = \tilde{\vartheta}, \Omega = 0, \zeta = \tilde{\zeta} = 0 \quad (18)$$

در اینجا  $\vartheta = [\vartheta_1 \ \vartheta_2 \ \vartheta_3]^T$  بردار زوایای وضعیت فضاپیما است. همچنین در اینجا  $\tilde{v}_z$  و  $\tilde{v}_y$  عددی ثابت و دلخواه هستند که البته در اینجا صفر در نظر گرفته می‌شوند. با این فرض معادله ۹ به رابطه زیر تبدیل می‌شود

معادلات دینامیکی که در بین سیستم آونگ‌ها هستند، ستفاده شده است. این تابع  $Z$  رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$R = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \epsilon_i (\dot{\varphi}_i^2 + \dot{\theta}_i^2) \quad (8)$$

در اینجا  $\epsilon_i$  ضریب دمپینگ برای آونگ  $i$  م است. با مشخص شدن پارامترهای ستفاده شده در معادلات ۳-۱ می‌تون بین معادلات ر عمل کرد و معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و تلاطم ر به دست آورد. این معادلات به شکل زیر خواهند بود

$$(m + m_0) a_x + (mb + m_0 h_0) (\Omega_2^2 + \Omega_3^2) + \sum_{i=1}^2 m_i (a_x + l_i (\dot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i + 2\dot{\varphi}_i \Omega_2 \cos \varphi_i \cos \theta_i - 2\dot{\theta}_i \Omega_2 \sin \varphi_i \sin \theta_i - 2\dot{\varphi}_i \Omega_3 \cos \varphi_i \sin \theta_i - 2\dot{\theta}_i \Omega_3 \sin \varphi_i \cos \theta_i + \dot{\Omega}_2 \sin \varphi_i \cos \theta_i - \dot{\Omega}_3 \sin \varphi_i \sin \theta_i + (\Omega_2^2 - \Omega_3^2) (h_i - l_i \cos \varphi_i) + \Omega_1 \Omega_3 \sin \varphi_i \cos \theta_i + \Omega_1 \Omega_2 \sin \varphi_i \sin \theta_i)) = F \cos \delta_1 \cos \delta_2 \quad (9)$$

$$(m + m_0) a_y - (mb + m_0 h_0) (\dot{\Omega}_3 + \Omega_1 \Omega_2) + \sum_{i=1}^2 m_i (a_y + l_i (\dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \sin \theta_i + \dot{\theta}_i \sin \varphi_i \cos \theta_i - \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i \sin \theta_i - \dot{\theta}_i^2 \sin \varphi_i \sin \theta_i + 2\dot{\varphi}_i \Omega_1 \cos \varphi_i \cos \theta_i + 2\dot{\theta}_i \Omega_1 \sin \varphi_i \sin \theta_i + 2\dot{\varphi}_i \Omega_3 \sin \varphi_i + 2\dot{\theta}_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \cos \theta_i - (\dot{\Omega}_1 - \Omega_2 \Omega_3) \sin \varphi_i \cos \theta_i - (\Omega_1^2 + \Omega_3^2) \sin \varphi_i \sin \theta_i + (\dot{\Omega}_3 + \Omega_1 \Omega_2) (h_i - l_i \cos \varphi_i))) = F \sin \delta_2 \quad (10)$$

$$(m + m_0) a_z + (mb + m_0 h_0) (\dot{\Omega}_2 - \Omega_1 \Omega_3) + \sum_{i=1}^2 m_i (a_z + l_i (\dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \cos \theta_i - \dot{\theta}_i \sin \varphi_i \sin \theta_i - \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i \cos \theta_i - \dot{\theta}_i^2 \sin \varphi_i \cos \theta_i + 2\dot{\varphi}_i \Omega_2 \sin \varphi_i - 2\dot{\theta}_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \sin \theta_i + (\dot{\Omega}_1 + \Omega_2 \Omega_3) \sin \varphi_i \sin \theta_i - (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) \sin \varphi_i \sin \theta_i - (\dot{\Omega}_2 - \Omega_1 \Omega_3) (h_i - l_i \cos \varphi_i))) = -F \sin \delta_1 \cos \delta_2 \quad (11)$$

$$\dot{\Omega}_1 (J_x + I_0) + \Omega_2 \Omega_3 (J_z - J_y) + \sum_{i=1}^2 m_i (l_i (\sin \varphi_i \cos \theta_i (-\dot{\Omega}_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + 2\dot{\theta}_i \Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) - a_y - \Omega_1 \Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) \cos \varphi_i) + \sin \varphi_i \sin \theta_i (-\dot{\Omega}_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + 2\dot{\theta}_i \Omega_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + a_z) + \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \sin \theta_i (2\Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i))) + \frac{I_i}{m_i} (\ddot{\varphi}_i + \dot{\Omega}_1) + I_i (\dot{\theta}_i \Omega_2 + \Omega_2 \Omega_3) - \Omega_3 v_z (h_i - l_i \cos \varphi_i)) = M_x \quad (12)$$

$$(mb + m_0 h_0) (\dot{\Omega}_2 + a_z) + \dot{\Omega}_2 (J_y + I_0) + \Omega_1 \Omega_3 (J_x - J_z) + \sum_{i=1}^2 m_i (l_i (\sin \varphi_i \cos \theta_i (-\Omega_3^2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + \dot{v}_x - \Omega_3 v_y) + \sin \varphi_i \sin \theta_i (2\Omega_3 v_z - 2\Omega_1 v_x) - (h_i - l_i \cos \varphi_i) (-2\dot{\varphi}_i \Omega_2 \sin \varphi_i + \Omega_2 \Omega_3 \sin \varphi_i \sin \theta_i)) - (h_i - l_i \cos \varphi_i) ((-\dot{\Omega}_2 + \Omega_1 \Omega_3) (h_i - l_i \cos \varphi_i) + a_z) + \frac{I_i \dot{\Omega}_2}{m_i} + I_i \Omega_3 (\dot{\varphi}_i + \Omega_1) - I_i \Omega_1 (\dot{\theta}_i + \Omega_3)) = M_y - F(b + d) \sin \delta_1 \cos \delta_2 \quad (13)$$

و آونگ‌ها بوده، بنابراین تابعی مثبت است. تابع  $V_1$  نیز به دلیل اینکه  $r_{9,10} \gg 1 \gg r_{3-8}$  بوده، تابعی مثبت است. بنابراین دو تابع نامزد لیپانوف معرفی شده بری طرحی کنترلر، توبعی باید ر هستند. بری تعیین ورودی‌های کنترلر جدید، ز توبع لیپانوف پیشنهادی نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و سپس با توجه به معادلات کاهش‌یافته دینامیک فضاپیما (۲۶-۲۰)، ورودی‌های جدید کنترلر ر در آنها جای‌گذاری می‌کنیم. بنابراین مشتق توبع نامزد لیپانوف، توبعی به شکل زیر خو هند بود

$$\dot{V}_1 = [A] + [B]u_1 + [C]u_2 + \sum_{i=1}^3 [(f_{i1}u_3 + f_{i2}u_4 + f_{i3}u_5 + g_i) \Omega_i] \quad (۲۹)$$

$$\dot{V}_2 = [\hat{A}] + [\hat{B}]\hat{u}_1 + [\hat{C}]\hat{u}_2 + \sum_{i=1}^3 [(\hat{f}_{i1}\hat{u}_3 + \hat{f}_{i2}\hat{u}_4 + \hat{f}_{i3}\hat{u}_5 + \hat{g}_i) \Omega_i] \quad (۳۰)$$

در اینجا  $[\hat{A}]$ ،  $[\hat{B}]$ ،  $[\hat{C}]$ ،  $g_i$ ،  $f_{i3}$ ،  $f_{i2}$ ،  $f_{i1}$ ،  $[C]$ ،  $[B]$ ،  $[A]$ ،  $\hat{f}_{i3}$ ،  $\hat{f}_{i2}$ ،  $\hat{f}_{i1}$  و  $\hat{g}_i$  توبعی ز متغیرهای حالت سیستم خو هند بود. ورودی‌های جدید کنترلر حاصل ز تابع نامزد  $V_1$  ز روط زیر به دست خو هند آمد

$$u_1 = w_1[B] \quad (۳۱)$$

$$u_2 = w_2[C] \quad (۳۲)$$

$$\begin{bmatrix} u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_1 + w_3 \Omega_1 \\ g_2 + w_4 \Omega_2 \\ g_3 + w_5 \Omega_3 \end{bmatrix} \quad (۳۳)$$

همچنین ورودی‌های جدید کنترلر حاصل ز تابع نامزد  $V_2$  ز روط زیر به دست خو هند آمد

$$u_1 = w_1[\hat{B}] \quad (۳۴)$$

$$u_2 = w_2[\hat{C}] \quad (۳۵)$$

$$\begin{bmatrix} u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{f}_{11} & \hat{f}_{12} & \hat{f}_{13} \\ \hat{f}_{21} & \hat{f}_{22} & \hat{f}_{23} \\ \hat{f}_{31} & \hat{f}_{32} & \hat{f}_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{g}_1 + w_3 \Omega_1 \\ \hat{g}_2 + w_4 \Omega_2 \\ \hat{g}_3 + w_5 \Omega_3 \end{bmatrix} \quad (۳۶)$$

در روط بالا  $w_{1-5}$  مقادیری مثبت و دلخوه هستند. در بخش بعدی، تفاوت بین دو نوع کنترلرهای طرحی‌شده مبنی بر دو تابع نامزد لیپانوف متفاوت بررسی خو هد شد.

#### ۴- شبیه‌سازی و نتایج

قونین کنترلی طرحی‌شده در بخش قبل بری سیستم فضاپیما و تلاطم سوختی که تلاطم آن به‌وسیله مدل دوآونگی در فضای سه‌بعدی بری توصیف دو مد ول تلاطم مدلسازی شده، طرحی شده است. حال در ین بخش با نجام یک شبیه‌سازی و عمال قونین کنترلی طرحی‌شده روی یک مثال ز سیستم فضاپیما و تلاطم، تأثیر ین قونین روی وضعیت فضاپیما و آونگ‌ها ر بررسی می‌کنیم. بری ین منظور، معادلات کاهش‌یافته دینامیک ترکیب‌شده فضاپیما و تلاطم (۲۶-۲۰) ر در نظر می‌گیریم و ورودی‌های کنترلر  $(u_{1-5})$  ر ز روط (۳۶-۳۱) در آن جای‌گذاری می‌کنیم. همچنین پارمترهای فیزیکی موجود در ین معادلات ز جدول ۱ و پارمترهای کنترلی ز جدول ۲ استخراج می‌شوند.

$$a_x = \frac{F}{m + m_0 + \sum_{i=1}^2 m_i} \quad (۱۹)$$

حال معادلات (۱۶-۱۰) ر در نظر می‌گیریم و با تبدیل ورودی‌های کنترلر به ورودی‌های جدید  $(u_{1-5})$ ، ین معادلات ر به شکل کاهش‌یافته می‌نویسیم

$$\dot{v}_y = u_1 - v_x \Omega_3 + v_z \Omega_1 \quad (۲۰)$$

$$\dot{v}_z = u_2 - v_y \Omega_1 + v_x \Omega_2 \quad (۲۱)$$

$$\dot{\Omega}_1 = u_3 \quad (۲۲)$$

$$\dot{\Omega}_2 = u_4 \quad (۲۳)$$

$$\dot{\Omega}_3 = u_5 \quad (۲۴)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_i = & \left( \frac{-1}{(m_i l_i^2 \sin^2 \phi_i + I_i)} (l_i (\sin \phi_i (\dot{v}_x + l_i \dot{\phi}_i^2 \cos \phi_i) + \cos \phi_i \sin \theta_i (\dot{\Omega}_3 (h_i - l_i \cos \phi_i) + \dot{v}_y) + \dot{\phi}_i \sin \phi_i \sin \theta_i (\Omega_3 (h_i - l_i \cos \phi_i) + v_y) + \theta_i \cos \phi_i \cos \theta_i (\Omega_3 (h_i - l_i \cos \phi_i) + v_y) + \cos \phi_i \cos \theta_i (-\dot{\Omega}_2 (h_i - l_i \cos \phi_i) + \dot{v}_z) + \dot{\phi}_i \sin \phi_i \cos \theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos \phi_i) + \theta_i \sin \phi_i \cos \theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos \phi_i) - (\Omega_3^2 + \Omega_2^2) \sin \phi_i (h_i - l_i \cos \phi_i) + v_x (-\Omega_3 \sin \phi_i + \Omega_1 \cos \phi_i \cos \theta_i + \dot{\phi}_i \sin \phi_i \sin \theta_i - \dot{\theta}_i \cos \phi_i \cos \theta_i) + v_z (\Omega_2 \sin \phi_i - \Omega_1 \cos \phi_i \cos \theta_i))) \right) + \frac{I_i \dot{\Omega}_1}{m_i} - \frac{\epsilon_i \dot{\phi}_i}{m_i} \end{aligned} \quad (۲۵)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_i = & \left( \frac{-1}{I_i} (l_i (\sin \phi_i \cos \theta_i (\dot{\Omega}_3 (h_i - l_i \cos \phi_i) + \dot{v}_y) + \dot{\phi}_i \cos \phi_i \cos \theta_i (\Omega_3 (h_i - l_i \cos \phi_i) + \theta_i \sin \phi_i \sin \theta_i (-\Omega_3 (h_i - l_i \cos \phi_i) + \sin \phi_i \sin \theta_i (\dot{\Omega}_2 (h_i - l_i \cos \phi_i) - \dot{v}_z) + \dot{\phi}_i \cos \phi_i \sin \theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos \phi_i) + \theta_i \sin \phi_i \cos \theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos \phi_i) + v_x (\Omega_3 \sin \phi_i \cos \theta_i + \Omega_2 \sin \phi_i \sin \theta_i) - v_y \Omega_1 \sin \phi_i \sin \theta_i - v_z \Omega_1 \sin \phi_i \cos \theta_i)) \right) + \frac{I_i \dot{\Omega}_3}{m_i} - \frac{\epsilon_i \dot{\theta}_i}{m_i} \end{aligned} \quad (۲۶)$$

حال تابع نامزد لیپانوف  $V_1$  ر با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی آونگ‌ها  $(\ddot{\theta}$  و  $\ddot{\phi})$  و تابع نامزد لیپانوف  $V_2$  ر بدون در نظر گرفتن معادلات دینامیکی آونگ‌ها بری باید رسازی ربطه تعادل نسبی معرفی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} V_1 = & \frac{1}{2} (r_1 v_y^2 + r_2 v_z^2 + r_3 \theta_1^2 + r_4 \Omega_1^2 + r_5 \theta_2^2 + r_6 \Omega_2^2 + r_7 \theta_3^2 + r_8 \Omega_3^2) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 m_i (r_9 (\dot{\phi}_i^2 + \left( \frac{-1}{(l_i^2 \sin^2 \phi_i + I_i)} \right) (-2\dot{\phi}_i \Omega_3 h_i l_i \cos \phi_i \sin \theta_i + 2\dot{\phi}_i \Omega_2 h_i l_i \cos \phi_i \cos \theta_i - 2\dot{\phi}_i \Omega_1 l_i) + r_{10} (\dot{\theta}_i^2 + \left( \frac{-1}{I_i} \right) (-2\dot{\theta}_i \Omega_3 I_i - 2\dot{\theta}_i \Omega_3 h_i l_i \sin \phi_i \cos \theta_i - 2\dot{\theta}_i \Omega_2 h_i l_i \sin \phi_i \sin \theta_i)) \end{aligned} \quad (۲۷)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} (r_1 v_y^2 + r_2 v_z^2 + r_3 \theta_1^2 + r_4 \Omega_1^2 + r_5 \theta_2^2 + r_6 \Omega_2^2 + r_7 \theta_3^2 + r_8 \Omega_3^2) \quad (۲۸)$$

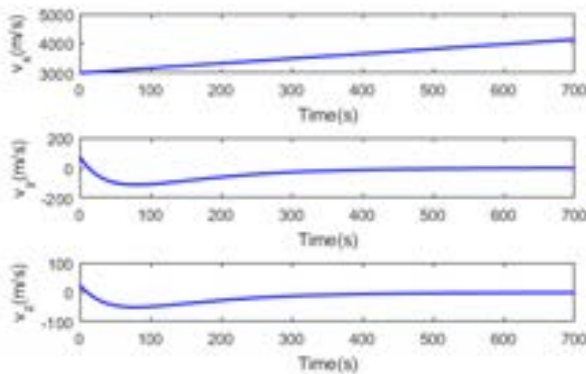
تابع  $V_2$  حاصل مجموع مربعات متغیرهای حالت سیستم فضاپیما

m	$h_0 = 0.05$	Kg	$m = 975$
	$h_1 = 0.16$		$m_0 = 480$
	$h_2 = 0.19$		$m_1 = 50$
	$b = -0.16$		$m_2 = 5$
	$d = 1/2$		
N	$F = 2450$	Kg.m <sup>2</sup>	$I_1 = 10$
			$I_2 = 1$
Kg.m <sup>2</sup> /s	$\varepsilon_1 = 3/7$	m	$l_1 = 0.12$
	$\varepsilon_2 = 0.15$		$l_2 = 0.1$

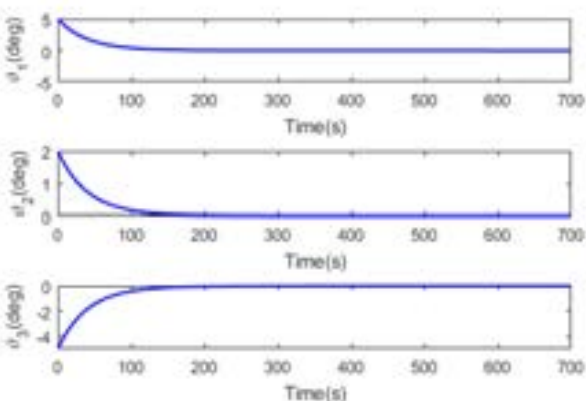
جدول (۲) پارمترهای کنترلی

$r_4 = r_6 = r_8 = 500$	$r_1 = r_2 = 8 \times 10^{-7}$
$r_9 = r_{10} = 1 \times 10^{-5}$	$r_3 = r_5 = r_7 = 1 \times 10^{-5}$
$w_3 = w_4 = w_5 = 4 \times 10$	$w_1 = w_2 = 1 \times 10$

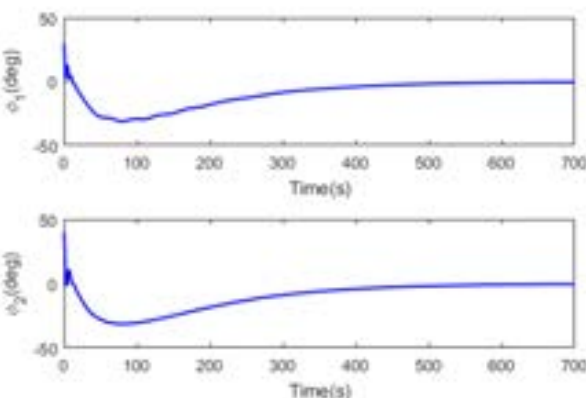
قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف  $V_2$  با همان پارمترهای فیزیکی، پارمترهای کنترلی و شریط اولیه حالت قبل (بررسی قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد  $V_1$ ) انجام شد. این شبیه‌سازی نشان داد که پاسخ زمانی بردرهای سرعت و زویای وضعیت فضاپیما در دو حالت، مشابه و منطبق بر یکدیگر هستند. ما پاسخ زمانی زویای وضعیت آونگ‌ها بر یکدیگر منطبق نیستند و ندکی تفاوت درند. زویای وضعیت آونگ‌ها در حالتی که قانون کنترلی بر اساس تابع نامزد  $V_2$  طرحی شده است، در ثانیه‌های اولیه شبیه‌سازی، ندکی نوسان بیشتری درند. بین تفاوت در پاسخ‌های زمانی بری دو حالت، در نمودرهای ۷ و ۸ آورده شده است.



نمودار (۱) پاسخ زمانی بردرهای سرعت مرکز جرم تانکر



نمودار (۲) پاسخ زمانی زویای وضعیت فضاپیما



نمودار (۳) پاسخ زمانی زویه وضعیت آونگ‌ها نسبت به محور x (phi)

شریط اولیه در این شبیه‌سازی به شرح زیر است

$$v_{x0} = 3000 \frac{m}{s}, v_{y0} = 75 \frac{m}{s}, v_{z0} = 25 \frac{m}{s}, \theta_{10} = 5^\circ, \theta_{20} = 2^\circ,$$

$$\theta_{30} = -5^\circ, \phi_{10} = 30^\circ, \phi_{20} = 40^\circ, \theta_{10} = 20^\circ, \theta_{20} = 10^\circ,$$

$$\dot{\theta}_{10} = \dot{\theta}_{20} = \dot{\theta}_{30} = \dot{\phi}_{10} = \dot{\phi}_{20} = \dot{\theta}_{10} = \dot{\theta}_{20} = 0 \frac{rad}{s}$$

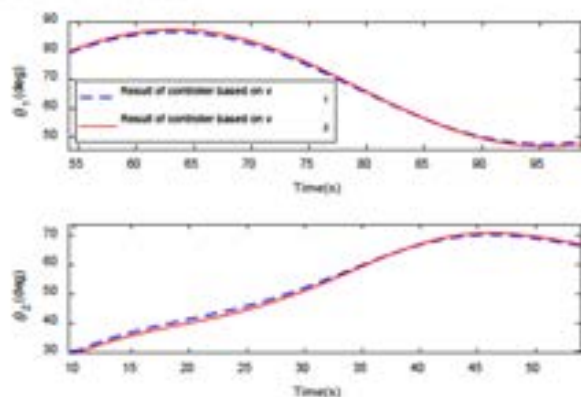
در بتد تأثیر کنترلهای طرحی شده مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف  $V_1$  ر بررسی می‌کنیم. پاسخ زمانی بردرهای سرعت فضاپیما در نمودر ۱ آورده شده است. می‌تون مشاهده کرد که بردرهای سرعت متقاطع فضاپیما ( $v_y$  و  $v_z$ ) به صورت مماسی بعد ز گذشت ۵۰۰ ثانیه به سمت صفر میل می‌کنند و ین در حالی بوده که بردر سرعت فضاپیما در رستای محور طولی آن با شتاب  $a_x$  در حال فزیش است. همچنین پاسخ زمانی زویای وضعیت فضاپیما نیز در نمودر ۲ آورده شده است و می‌تون مشاهده کرد که زویای وضعیت فضاپیما ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) نیز پس ز گذشت ۲۰۰ ثانیه به سمت صفر میل می‌کنند.

پاسخ زمانی زویه وضعیت آونگ‌ها نسبت به محور x ( $\phi$ ) در نمودر ۳ آورده شده است. می‌تون مشاهده کرد که ین زویه بری هر دو آونگ بعد ز گذشت ۷۰۰ ثانیه به صورت مماسی به سمت صفر میل می‌کنند. همچنین پاسخ زمانی زویه وضعیت آونگ‌ها نسبت به محور z ( $\theta$ ) نیز در نمودر ۴ آورده شده و می‌تون مشاهده کرد که ین زویه بری آونگ ول که توصیف‌کننده مد ول ز تلاطم است، پس ز چند نوسان و بعد ز گذشت ۷۰۰ ثانیه پایدر می‌شود. بری آونگ دوم نیز نوسان ین زویه نسبت به آونگ ول کمتر است و پس ز گذشت ۱۰۰ ثانیه پایدر می‌شود.

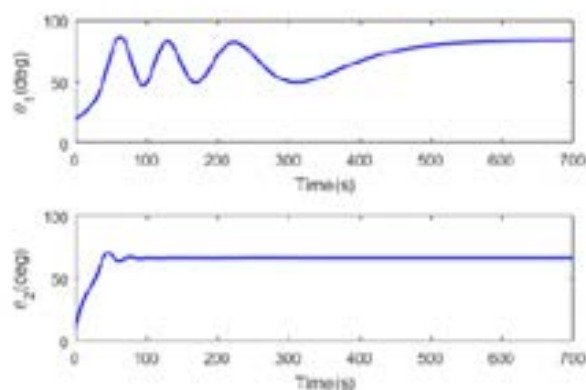
با جای‌گذری معادلات کاهش‌یافته دینامیک ترکیب‌شده فضاپیما و آونگ‌ها (۲۶-۲۰) در معادلات دینامیکی کامل (۱۴-۱۰) می‌تون پاسخ زمانی ورودی‌های کنترلی ( $M_x, M_y, M_z, \delta_1, \delta_2$ ) ر مشاهده کرد. پاسخ زمانی ورودی‌های کنترلی در نمودرهای ۵ و ۶ آورده شده است.

در بخش قبل، دو تابع نامزد لیاپانوف بری طرحی قانون کنترلی معرفی شد. در بتدی ین بخش به بررسی نتایج قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف  $V_1$  پردخته شد که شامل ترم‌هایی با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی کاهش‌یافته وضعیت آونگ‌ها ( $\ddot{\theta}$  و  $\ddot{\phi}$ ) بود.

حال تفاوت دو قانون کنترلی طرحی شده در بخش قبل ر مورد بررسی قرر می‌دهیم. بری ین منظور، شبیه‌سازی بری بررسی



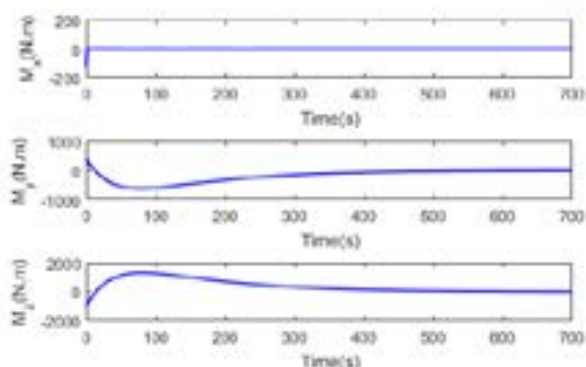
نمودار ۴) تفاوت بین پاسخ زمانی  $\theta$  برای دو کنترلر طرح شده



نمودار ۵) پاسخ زمانی زویه وضعیت آونگ‌ها نسبت به محور  $x$  ( $\theta$ )

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، دینامیک تلاطم در تانکر فضایمایی که تنها بخشی از آن پر است، به وسیله مدل مکانیکی دواونگی برای بررسی دو مدل ول ز تلاطم، مدل شد. این مدل‌سازی در فضای سه‌بعدی صورت گرفت و این موضوع باعث نزدیک‌تر شدن مدل‌سازی به واقعیت می‌شود. پس ز آن معادلات ترکیب‌شده فضایما و تلاطم به دست آمد. این معادلات غیرخطی بودند، به همین دلیل برای کنترل وضعیت فضایما که هدف ز ایجاد قانون کنترلی بود، دو قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف ایجاد شد. یکی ز تابع لیاپانوف پیشنهادی شامل پارمترهایی ز دینامیک تلاطم و دیگری فاقد این پارمترها بود. با انجام شبیه‌سازی مشاهده شد که هر دو قانون کنترلی ایجادشده در خنثی‌کردن اثر تلاطم روی وضعیت فضایما به‌خوبی عمل کردند. ما تفاوت‌های ندکی در نتایج دو قانون کنترلی وجود داشت که با بررسی تفاوت‌ها به این نتیجه رسیده شد که قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف شامل پارمترهای دینامیک تلاطم در خنثی‌کردن اثر تلاطم، عملکرد بهتری دارد.



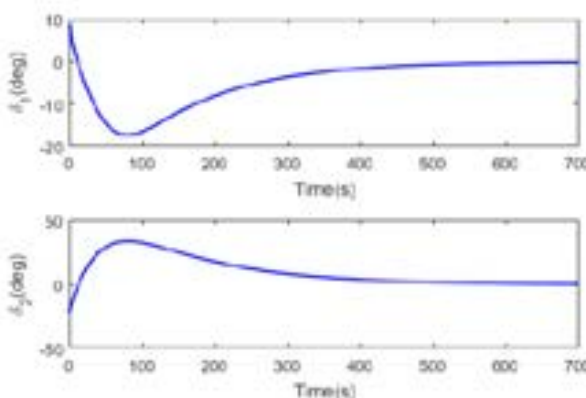
نمودار ۶) پاسخ زمانی مومنتوم‌های حول مرکز جرم فضایما

**تشکر و قدردانی:** نویسندگان مقاله ز دبیر و هیئت تحریریه مجله مهندسی مکانیک مدرس، کمال تشکر و قدردانی در دارند.  
**تأییدیه اخلاقی:** این مقاله در نشریه دیگری (به‌طور کامل یا بخشی ز آن) به چاپ نرسیده و به نشریه دیگری نیز رسال نشده است. ضمناً محتویات علمی و دبی مقاله، منتج ز فعالیت علمی نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج آن، بر عهده آنها است.  
**تعارض منافع:** مقاله حاضر هیچ‌گونه تعارض منافعی با سازمان‌ها و شخصان دیگر ندارد.

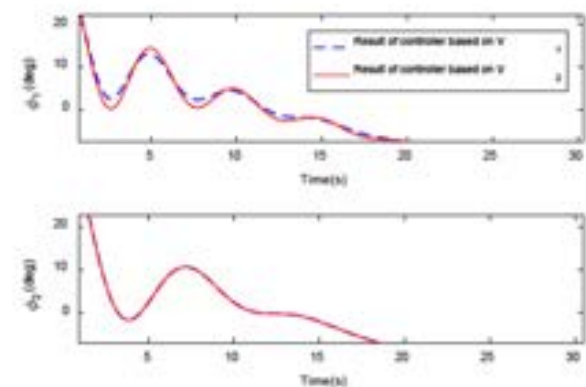
**سهم نویسندگان:** محمد نوبی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/روش‌شناس (۵۰٪)؛ علی دودی (نویسنده دوم)، پژوهشگر صلی/نگارنده بحث (۵۰٪)  
**منابع مالی:** هزینه‌های انجام این پژوهش ز منابع شخصی تأمین شده است.

### منابع

- 1- Agrawal BN. Dynamic characteristics of liquid motion in partially filled tanks of a spinning spacecraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1993;16(4):636-640.
- 2- Hervas JR, Reyhanoglu M. Thrust-vector control of a three-axis stabilized upper-stage rocket with fuel slosh dynamics. *Acta Astronautica*. 2014;98:120-127.



نمودار ۷) پاسخ زمانی زوای انحراف گیمبال



نمودار ۸) تفاوت بین پاسخ زمانی  $\phi$  برای دو کنترلر طرح شده

[Persian]

- 11- Reyhanoglu M, Hervas JR. Robotically controlled sloshing suppression in point-to-point liquid container transfer. *Journal of Vibration and Control*. 2012;19(14):2137-2144.
- 12- Hervas JR, Reyhanoglu M, Tang H. Thrust-vector control of a three-axis stabilized spacecraft with fuel slosh dynamics. 13th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), 20-23 Oct 2013, Gwangju, South Korea. Piscataway: IEEE; 2013.
- 13- Navabi M, Soleymanpour S. Command filtered modular adaptive backstepping attitude control of spacecraft in presence of disturbance torque. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;15(7):285-296. [Persian]
- 14- Navabi M, Hosseini MR. Modeling and spacecraft attitude control using reaction wheel with feedback linearization, its performance study subject to power and EULERINT. *Modares Mechanical Engineering*. 2018;18(1):51-61. [Persian]
- 15- Meirovitch L, Kwak MK. State equations for a spacecraft with maneuvering flexible appendages in terms of quasi-coordinates. *Applied Mechanics Reviews*. 1989;42(11S):S161-S170.
- 16- Navabi M, Davoodi A. 3D modeling and control of fuel sloshing in a spacecraft. IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI), 22-22 Dec 2017, Tehran, Iran. Piscataway: IEEE; 2017.
- 3- Biswal KC, Bhattacharyya SK, Sinha PK. Dynamic characteristics of liquid filled rectangular tank with baffles. *Journal Institution of Engineers India Part Cv Civil Engineering Division*. 2003;84:145-148.
- 4- Peterson LD, Crawley EF, John Hansman R. Nonlinear fluid slosh coupled to the dynamics of a spacecraft. *AIAA Journal*. 1989;27(9):1230-1240.
- 5- Gasbarri P, Sabatini M, Pisculli A. Dynamic modeling and stability parametric analysis of a flexible spacecraft with fuel slosh. *Acta Astronautica*. 2016;127:141-159.
- 6- Li Q, Ma X, Wang T. Equivalent mechanical model for liquid sloshing during draining. *Acta Astronautica*. 2011;68(1-2):91-100.
- 7- Liu F, Yue B, Zhao L. Attitude dynamics and control of spacecraft with a partially filled flexible panels. *Acta Astronautica*. 2018;143:327-336.
- 8- Yu SX, Yun QR. Using sliding mode control method to suppress fuel sloshing of a liquid-filled spacecraft. 27th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 23-25 May 2015, Qingdao, China. Piscataway: IEEE; 2015.
- 9- Reyhanoglu M. Maneuvering control problems for a spacecraft with unactuated fuel slosh dynamics. *Proceedings of IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 25-25 June 2003, Istanbul, Turkey. Piscataway: IEEE; 2003.
- 10- Navabi M, Davodi A. Modeling and control of fuel sloshing and its effect on spacecraft attitude. *Journal of Space Science & Technology*. 2019;11(4):11-22.