## Archive of SID

ISSN 2476-6909; Modarez Mechanical Engineering. 2019;19(9) 2121-2128



# Modeling of Fuel Sloshing in a Spacecraft and Control it by Active Control Method Using Nonlinear Control

#### ARTICLE INFO

Article Type Original Research

Authors Navabi M.\*<sup>1</sup> PhD, Davoodi A.<sup>1</sup> MSc ABSTRACT

Fuel sloshing is one of the most important factors in disturb attitude of the spacecraft from desire in orbital maneuver. So, controlling this phenomenon is a critical problem in attitude control. There are active and passive control methods to control fuel sloshing. Active method has better responses to control fuel sloshing and its effect on attitude of the spacecraft in the same time; so, mostly this method is used. For this aim, it is necessary to model slosh dynamic. In this paper, slosh dynamic is modeled by a multi-pendulum model, and, then, coupled equations of the spacecraft and fuel slosh dynamic are derived. In the presented model, pendulums can move freely in 3D atmosphere, and this matter makes presented model closer to real. Coupled equations of the spacecraft and fuel slosh dynamic are nonlinear. Therefore, nonlinear control methods should be used to attitude control in more realistic mode. In this paper, two candidate Lyapunov functions are proposed; then, using these functions, controllers are obtained. The effectiveness of these controllers on attitude of the spacecraft and pendulums is described by a simulation. Although, there are some little differences in time responses based on two controllers, results of simulation illustrate good responsibility of controllers to control aims.

How to cite this article Navabi M. Davoodi A. Modeling of Fuel Sloshing in a Spacecraft and Control it by Active Control Method Using Nonlinear Control. Modares Mechanical Engineering. 2019;19 (9):2121-2128.

Keywords Slosh modeling: 3D model: Active control; Sloshing control

#### CITATION LINKS

<sup>1</sup>New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. Postal Code: 1983969411 Phone: -

Fax: -

#### Article History

Received: March 21, 2018 Accepted: February 4, 2019 ePublished: September 01, 2019 [1] Dynamic characteristics of liquid motion in partially filled tanks of a spinning spacecraft [2] Thrust-vector control of a three-axis stabilized upper-stage rocket with fuel slosh dynamics [3] Dynamic characteristics of liquid filled rectangular tank with baffles [4] Nonlinear fluid slosh coupled to the dynamics of a spacecraft [5] Dynamic modeling and stability parametric analysis of a flexible spacecraft with fuel slosh [6] Equvalent mechanical model for liquid sloshing during draining [7] Attitude dynamics and control of spacecraft. with a partially filled flexible panels [8] Using sliding mode control method to suppress fuel sloshing of a liquid-filled spacecraft [9] Maneuvering control problems for a spacecraft with unactuated fuel slosh dynamics [10] Modeling and control of fuel sloshing and its effect on spacecraft attitude [11] Robatically controlled sloshing suppression in point-to-point liquid container transfer [12] Thrust-vector control of a tree-axis stabilized spacecraft with fuel slosh dynamics [13] Command filtered modular adaptive backstepping attitude control of spacecraft in presence of disturbance torque [14] Modeling and spacecraft attitude control using reaction wheel with feedback linearization, its performance study subject to power and EULERINT [15] State equations for a spacecraft with maneuvering flexible appendages in terms of quasi-coordinates [16] 3D modeling and control of fuel sloshing in a spacecraft

Copyright© 2019, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution/Applipling 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

# مدلسازی تلاطم سوخت در یک فضاپیما و کنترل آن بهوسیله روش کنترل فعال با استفاده از کنترل غیرخطی

#### محمد نوابی\* PhD

د نشکده مهندسی فناوریهای نوین، د نشگاه شهید بهشتی، تهرن، یرن **علی داودی M**Sc د نشکده مهندسی فناوریهای نوین، د نشگاه شهید بهشتی، تهرن، یرن

### چکیدہ

تلاطم سوخت یکی زمهمترین عومل در برهمخوردن وضعیت فضاییما زحالت مطلوب در مانور مد ری ست بنابرین کنترل ین پدیده ز ساسیترین مسائل در کنترل وضعیت به حساب میآید دو نوع روش کنترلی فعال و غیرفعال بری کنترل تلاطم وجود درد که با توجه به جوبدهی بهتر کنترل فعال در کنترل همزمان تلاطم و وضعیت فضاپیما، غلب ز کنترل فعال ستفاده می شود بری ین منظور در بتد باید دینامیک تلاطم ر مدل کرد در ین مقاله، دینامیک تلاطم بهوسیله مدل چندآونگی توصیف شده و معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و تلاطم به دست آمده ست در مدل رئه شده، آونگها به طور آزدنه می تو نند در فضای سه بعدی حرکت کنند و ین موضوع باعث می شود که مدل به وقعیت نزدیکتر باشد معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و تلاطم، غیرخطی هستند، بنابرین بری کنترل وضعیت در حالت و قعیتر باید ز روش کنترل غیرخطی ستفاده کرد در ین مقاله بری ین منظور بتد دو تابع نامزد لیاپانوف پیشنهاد شده ست و پس ز آن با ستفاده ز ین توبع کنترلرها به دست آمده ند تأثیر کنترلرهای بهدستآمده بر وضعیت فضاپیما و آونگها با نجام یک شبیهسازی نشان د ده شده ست نتایج شبیهسازی نشان ز عملکرد مناسب کنترلرهای طرحی شده درند، گرچه تفاوت ندکی در پاسخگویی دو کنترلر نسبت به یکدیگر دیده می شود

**کلیدواژهها:** مدلسازی تلاطم، مدل سهبعدی، کنترل فعال، کنترل تلاطم

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۵۵ \*نویسنده مسئول: m\_navabi@sbu.ac.ir

#### ۱– مقدمه

تلاطم سوخت در فضاپیما یکی ز مسائلی ست که ز چند دهه گذشته تا به حال مورد مطالعه قرر گرفته ست. در فضاپیماهای بزرگ، مقد ر قابل توجهی سوخت نیاز ست تا آنها ر در مد ر نهایی قرر دهد. بهعنون مثال جرم سوخت موجود در ماهو رههای زمین آهنگ تقریباً ۴۰% جرم کل ماهو ره ر به خود ختصاص میدهد<sup>[1]</sup>. حین نجام مانور مدری، گر شتاب محوری یا دورنی فضاییما تغییر کند، مقدر زیادی سوخت در تانکر جابهجا می شود و باعث بهوجودآمدن يديده تلاطم مىشود. بهدليل بالابودن درصد مقدر سوخت نسبت به جرم فضاپیما، تلاطم آن بهرحتی میتوند وضعیت فضاییما ر زحالت مطلوب خارج کند و باعث شکست مأموریت شود<sup>[2]</sup>. مطالعات زیادی بری کاهش ثر ین پدیده روی وضعیت فضاییما نجام شده ست. برخی ز ین مطالعات ز تکنیکهایی مانند قررددن میکروبافلها در تانکر یا تقسیمکردن تانکر به بخشهای کوچکتر ستفاده کرده ند<sup>[3]</sup>. ما ین روشها که ز روشهای غیرفعال کنترل به حساب میآیند، نمیتو نند بهطور كامل ثرت تلاطم ر زبين ببرند. بهعلاوه ين روشها موجب فزیش وزن فضاییما میشوند و ین موضوع باعث فزیش هزینههای مأموریت میشود. بنابرین بری کنترل ین پدیده، نیاز به ستفاده زروشهای فعال ست. ین روشها شامل بهکارگیری یک قانون کنترلی مناسب و ستفاده ز پیشرن صلی فضاپیما، پیشرنهای جانبی یا مومنتومهای حاصل ز چرخهای

عکس لعملی، چرخهای مومنتوم و غیره بهعنون ورودی قانون کنترلی ست. بری بهکارگیری روشهای فعال و قونین کنترلی در مبحث کنترل تلاطم بتد باید معادلات دینامیک ترکیبشده فضاپیما و تلاطم سوخت ر به دست آورد. در مطالعاتی که در ین مانند جرم – فنر یا آونگ میتو نند بهخوبی دینامیک پیچیده تلاطم ر تقریب بزنند<sup>[4, 5]</sup>. در ین مطالعات بری توصیف پایین ترین مد تلاطم ز مدل تکآونگ<sup>[8-6]</sup> یا تکجرم – فنر<sup>[9]</sup> و بری توصیف چند مد ز تلاطم ز مدل چندآونگ<sup>[10]</sup> یا چنجرم – فنر<sup>[11]</sup> ستفاده شده ست. همچنین در برخی ز ین مطالعات، کل جرم سوخت متلاطم در نظر گرفته شده و در برخی دیگر، قسمتی ز سوخت متلاطم و قسمتی دیگر ز آن غیرمتلاطم ست.

در ین مقاله هدف، مدلسازی تلاطم و کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و تلاطم ست. بری ین منظور، فضاپیمایی که در حال نجام مانور مد ری در فضای سهبعدی و د ر ی یک تانکر سوخت در نظر گرفته شده که بخشی ز آن پر ست. همچنین ز مدل جندآونگی در فضای سهبعدی بری توصیف مدهای تلاطم ستفاده شده که لبته سهبعدی بودن ین مدل که بری ولین بار نجام شده ست، باعث نزدیکترشدن مدلسازی به وقعیت نسبت به سایر مطالعات نجام شده می شود. سوخت موجود در تانکر به دو بخش متلاطم و غیرمتلاطم تقسیمبندی شده ست. بخش متلاطم سوخت توسط مدل چندآونگی و بخش غیرمتلاطم توسط یک جرم صلب که در مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم قر ر د رد و همره با تانکر حرکت میکند، مدل شده ست. همچنین فضاییما نیز توسط یک جرم صلب که در مرکز جرم آن قرر درد، مدل شده ست. یس ز نجام مدلسازیها، معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و تلاطم بری عمال کنترلر، به دست آمده ست. ین معادلات غیرخطی هستند و بنابرین بری رسیدن به کنترل وضعیت در حالت و قعیتر باید زیک روش کنترل غیرخطی ستفاده کرد<sup>[13, 14]</sup>. بری ین منظور، دو تابع نامزد لیایانوف پیشنهاد شده که یکی ز آنها شامل ترمهایی زدینامیک آونگها و دیگری فاقد ین ترمها ست. سیس با ستفاده زین توبع، کنترلرهای مناسب بری رسیدن به هدف کنترلی یجاد شده ست. ورودیهای قانون کنترلی در ین مقاله سه مومنتوم  $(M_x \ e^{-M_x}, M_x)$  حول جرم صلب موجود در مرکز جرم فضاپیما و دو زویه نحرف گیمبال پیشرن صلی ( $\delta_1$  و .هستند ( $\delta_2$ 

## ۲– معادلات دینامیکی

در کثر مطالعاتی که در زمینه تعامل بین دینامیک فضاپیما و تلاطم نجام شده، مدلسازی تلاطم در فضای دوبعدی صورت گرفته ست. ما مدل در فضای سهبعدی باعث میشود که مدلسازی به و قعیت نزدیکتر باشد. بنابرین در ین بخش به مدلسازی تلاطم در فضای سهبعدی پرد خته میشود و معادلات دینامیک ترکیبشده فضاپیما و تلاطم به دست خو هد آمد.

همان طور که در شکل ۱ میتون مشاهده کرد، فضاپیمای درنظرگرفته شده در حال نجام مانور مدری در فضای سه بعدی ست. جرم کل فضاپیما به جز جرم سوخت به عنون یک جرم صلب (m) که در مرکز جرم آن قرر درد، مدل شده ست. مبدأ مختصات بری به دست آوردن معادلات دینامیکی، در مرکز جرم تانکر قرر درد. فاصله بین مبدأ مختصات تا مرکز جرم فضاپیما با d و فاصله بین مرکز جرم فضاپیما و نقطه تصال گیمبال با b نشان دده شده ست. در شکل ۲ نیز میتون شماتیک مدل دوآونگی در فضای

سهبعدی ر مشاهده کرد که در ین مقاله ز آن بری مدلسازی تلاطم سوخت ستفاده شده ست.



**شکل ۱)** فضاپیما همره با تانکر کروی سوخت که تنها بخشی ز آن پر ست و در فضا مانور میدهد



**شکل ۲)** مدل دوآونگی تلاطم سوخت

همانطور که در ین شکل مشخص ست، سوخت موجود در تانکر فضاپیما به دو بخش متلاطم و غیرمتلاطم تقسیم بندی شده ست. بخش غیرمتلاطم توسط یک جرم صلب  $(m_0, m_0)$  که به تانکر چسبیده و همره با آن حرکت میکند، مدل شده ست. همچنین بخش متلاطم توسط دو جرم آونگی  $(i = 1.2 \ e 2.1)$  که توصیفکننده دو مد ول تلاطم هستند، مدل شده ست. ین آونگها آزد نه میتو نند در فضای سه بعدی حرکت کنند و زویه آنها با محور x و z به ترتیب با نمادهای  $\varphi$  و  $\theta$  مشخص می شود. آنها با محور x و z به ترتیب با نمادهای مو  $\theta$  مشخص می شود. آنها مشخص می شود. پس ز مشخص شدن مدل سازی تلاطم و فضاپیما، حال باید معادلات دینامیک ترکیب شده آنها ر به دست آورد. بری ین منظور در ین مقاله ز معادلات زیر ستفاده می کنیم

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial V} + \bar{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial V} = \tau_t \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \Omega} + \bar{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial \Omega} + \bar{V} \times \frac{\partial L}{\partial V} = \tau_r \tag{(Y)}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\zeta}} - \frac{\partial L}{\partial \zeta} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\zeta}} = 0$$
 (\*\*)

معادلات ۱ و ۲، معادلات کیرشهف هستند که بری بهدست آوردن دینامیک جرم صلبی که نشاندهنده جرم فضاپیما ست، ستفاده

میشوند<sup>[15]</sup>. همچنین معادله ۳، معادله لاگرنژین سُت که بری بهدستآوردن دینامیک جرمهای دخلی ستفاده میشود که در ینجا آونگها هستند.. در معادلات بالا  $V = [v_x v_y v_z]^T$  و  $\Omega = [\Omega_1 \Omega_2 \Omega_3]^T$  بهترتیب برد رهای سرعت محوری و سرعت زویه ی مرکز جرم تانکر هستند.  $(\rho \ \theta] = \zeta$  برد ر زویای وضعیت آونگها و  $\tau_t$  و  $\tau_r$  بهترتیب برد رهای نیروها و مونتومهای کلی هستند که روی مرکز جرم فضاپیما عمال میشوند.

$$\tau_t = \begin{bmatrix} F\cos_1\cos_2\\F\sin\delta_2\\-F\sin\delta_1\cos\delta_2\end{bmatrix}.$$
$$\tau_r = \begin{bmatrix} M_x\\M_y - F(b+d)\sin\delta_1\cos\delta_2\\M_z - F(b+d)\sin\delta_2\end{bmatrix}$$

همچنین بری برد ر دلخوه p، در ین معادلات (۳–۱)،  $\bar{p}$  ماتریسی یاد– متقارن ست.

$$p = [p_1 \quad p_2 \quad p_3]^T \cdot \bar{p} = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_2 \\ p_3 & 0 & -p_1 \\ -p_2 & p_1 & 0 \end{bmatrix}$$

L لاگرنژین ست و بهدلیل ینکه در ین مقاله فرض بر ین بوده که فضاپیما در محیط بدون گرنش در حال نجام مانور مدری ست، بنابرین نرژی پتانسیل بربر صفر خو هد بود. در نتیجه د ریم

 $L = T - U.U = 0 \Longrightarrow L = T$ (4)

در ینجا T نرژی جنبشی تمام جزی سیستم مدل فضاپیما و سوخت ست و زربطه زیر قابل محاسبه ست

$$T = \frac{1}{2}mV_{c}^{2} + \frac{1}{2}m_{0}V_{0}^{2} + \frac{1}{2}\Omega^{T}(J + I_{0}\mathbf{I})\Omega + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}[m_{i}V_{i}^{2} + (\omega_{i} + \Omega)^{T}(I_{i}\mathbf{I})(\omega_{i} + \Omega)]$$
( $\Delta$ )

در ینجا  $V_c$  برد ر سرعت محوری مرکز جرم فضاپیما،  $V_c$  و  $V_i$  بهترتیب برد ر سرعت محوری مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم و آونگ i م هستند. برد رهای سرعت محوری ز روبط زیر قابل محاسبه هستند

$$V_{c} = \dot{r}_{c} + \Omega \times r_{c}.V_{0} = \dot{r}_{0} + \Omega \times r_{0}.V_{i} = \dot{r}_{i} + \Omega \times r_{i},$$
$$V = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \Omega \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$
(9)

در ینجا V برد ر سرعت محوری مرکز جرم تانکر ست. همچنین  $r_i$ ،  $r_i$  و  $r_i$  نیز بهترتیب برد رهای موقعیت مرکز جرم فضاپیما، مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم و آونگ i م نسبت به مبدأ مختصات هستند. برد رهای موقعیت نیز با توجه به شکلهای ۱ و ۲ ز رو بط زیر به دست خو هند آمد

 $\begin{aligned} r_c &= [x - b \ y \ z]^T . r_0 = [x - h_0 \ y \ z]^T . \\ r_i &= [x + h_i - l_i \text{cos} \varphi_i \ y + l_i \text{sin} \varphi_i \text{sin} \theta_i \ z + l_i \text{sin} \varphi_i \text{cos} \theta_i] \end{aligned} \tag{Y}$ 

در ینجا *اا* طول آونگ i م ست. در ربطه نرژی جنبشی I، ماتریس همانی با بعاد ۳×۳ ست. همچنین *ω*<sub>i</sub> برد ر سرعت زویه ی آونگها و *J* ماتریس ممان ینرسی فضاپیما ست.

$$\omega_i = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} \cdot J = \begin{bmatrix} j_x & 0 & 0 \\ 0 & j_y & 0 \\ 0 & 0 & j_z \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در ینجا  $j_x$ ,  $j_x$  و  $j_z$  ممان ینرسیهای فضاپیما و در ین مقاله عد دی ثابت در نظر گرفته شده ند. در معادله ۳، R تابع تلاف ریلی بوده که بری درنظرگرفتن تلافات جرمهای د خلی در

#### ۲۱۲۴ محمد نوابی و علی داودی ــــ

معادلات دینامیکی که در ین سیستم آونگها هستند، ستفاده شده ست. ین تابع زربطه زیرمحاسبه میشود

$$R = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} \varepsilon_i \left( \dot{\varphi_i}^2 + \dot{\theta_i}^2 \right) \tag{A}$$

در ینجا *¿ɛ ض*ریب دمپینگ بری آونگ i م ست. با مشخص شدن پار مترهای ستفاده شده در معادلات ۳–۱ می تون ین معادلات ر عمال کرد و معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و تلاطم ر به دست آورد. ین معادلات به شکل زیر خو هند بود

$$(m + m_0)a_x + (mb + m_0h_0)(\Omega_2^2 + \Omega_3^2) + \sum_{i=1}^2 m_i(a_x + l_i)$$
$$(\ddot{\varphi}_i \sin\varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos\varphi_i + 2\dot{\varphi}_i\Omega_2 \cos\varphi_i \cos\theta_i - 2\dot{\theta}_i\Omega_2 \sin\varphi_i)$$
$$\sin\theta_i - 2\dot{\varphi}_i\Omega_3 \cos\varphi_i \sin\theta_i - 2\dot{\theta}_i\Omega_3 \sin\varphi_i \cos\theta_i + \dot{\Omega}_2$$
$$\sin\varphi_i \cos\theta_i - \dot{\Omega}_3 \sin\varphi_i \sin\theta_i + (\Omega_2^2 - \Omega_3^2)(h_i - l_i)$$
$$\cos\varphi_i) + \Omega_1\Omega_3 \sin\varphi_i \cos\theta_i + \Omega_1\Omega_2 \sin\varphi_i \sin\theta_i)) =$$
$$F\cos\delta_1 \cos\delta_2 \qquad (9)$$

$$(m + m_0)a_y - (mb + m_0h_0)(\dot{\Omega}_3 + \Omega_1\Omega_2) + \sum_{i=1}^2 m_i (a_y + l_i)$$
$$(\ddot{\varphi}_i \cos\varphi_i \sin\theta_i + \ddot{\theta}_i \sin\varphi_i \cos\theta_i - \dot{\varphi}_i^2 \sin\varphi_i \sin\theta_i - \dot{\theta}_i^2 \sin\varphi_i \sin\theta_i + 2\dot{\varphi}_i\Omega_1 \cos\varphi_i \cos\theta_i + 2\dot{\theta}_i\Omega_1 \sin\varphi_i \sin\theta_i + 2\dot{\varphi}_i\Omega_3 \sin\varphi_i + 2\dot{\varphi}_i\dot{\theta}_i \cos\varphi_i \cos\theta_i - (\dot{\Omega}_1 - \Omega_2\Omega_3)\sin\varphi_i \cos\theta_i - (\Omega_1^2 + \Omega_3^2)\sin\varphi_i \sin\theta_i + (\dot{\Omega}_3 + \Omega_1\Omega_2)$$
$$(h_i - l_i \cos\varphi_i)) = F \sin\delta_2 \qquad (1.1)$$

$$(m + m_0)a_z + (mb + m_0h_0)(\dot{\Omega}_2 - \Omega_1\Omega_3) + \sum_{i=1}^2 m_i (a_z + l_i)$$
$$(\ddot{\varphi}_i \cos\varphi_i \cos\theta_i - \ddot{\theta}_i \sin\varphi_i \sin\theta_i - \dot{\varphi}_i^2 \sin\varphi_i \cos\theta_i - \dot{\theta}_i^2$$
$$2\dot{\varphi}_i \Omega_2 \sin\varphi_i - 2\dot{\varphi}_i \dot{\theta}_i \cos\varphi_i \sin\theta_i + (\dot{\Omega}_1 + \Omega_2\Omega_3) \sin\varphi_i$$
$$\sin\theta_i - (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) \sin\varphi_i \sin\theta_i - (\dot{\Omega}_2 - \Omega_1\Omega_3)(h_i - l_i)$$
$$\cos\varphi_i)) = -F \sin\delta_1 \cos\delta_2 \qquad (11)$$

$$\begin{split} \dot{\Omega}_{1}(J_{x}+I_{0}) + \Omega_{2}\Omega_{3}(J_{z}-J_{y}) + \sum_{i=1}^{2} m_{i}\left(l_{i}(\sin\varphi_{i}\cos\theta_{i}(-\dot{\Omega}_{3}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})+2\dot{\theta}_{i}\Omega_{2}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})-a_{y}-\Omega_{1}\Omega_{2}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})+2\dot{\theta}_{i}\Omega_{3}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})\right) + \sin\varphi_{i}\sin\theta_{i}(-\dot{\Omega}_{2}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})+2\dot{\theta}_{i}\Omega_{3}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})+a_{z}) + \dot{\varphi}_{i}\cos\varphi_{i}\sin\theta_{i}\left(2\Omega_{2}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})\right)) + \\ \frac{I_{i}}{m_{i}}(\ddot{\varphi}_{i}+\dot{\Omega}_{1}) + I_{i}(\dot{\theta}_{i}\Omega_{2}+\Omega_{2}\Omega_{3}) - \Omega_{3}v_{z}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}))) \\ = M_{x} \end{split}$$

$$\begin{split} (mb + m_0 h_0) (\dot{\Omega}_2 + a_z) + \dot{\Omega}_2 (J_y + I_0) + \Omega_1 \Omega_3 (J_x - J_z) + \\ &\sum_{i=1}^2 m_i \left( l_i (\sin\varphi_i \cos\theta_i (-\Omega_3^{\ 2} (h_i - l_i \cos\varphi_i) + \dot{v}_x - \Omega_3 v_y) \right) \\ &+ \sin\varphi_i \sin\theta_i (2\Omega_3 v_z - 2\Omega_1 v_x) - (h_i - l_i \cos\varphi_i) (-2\dot{\varphi}_i \\ &\Omega_2 \sin\varphi_i + \Omega_2 \Omega_3 \sin\varphi_i \sin\theta_i)) - (h_i - l_i \cos\varphi_i) ((-\dot{\Omega}_2 + \Omega_1 \Omega_3) (h_i - l_i \cos\varphi_i) + a_z) + \frac{I_i \dot{\Omega}_2}{m_i} + I_i \Omega_3 (\dot{\varphi}_i + \Omega_1) - \\ &I_i \Omega_1 (\dot{\theta}_i + \Omega_3)) = M_y - F(b + d) \sin\delta_1 \cos\delta_2 \end{split}$$

ماهنامه علمی- پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس *www.SID.ir* 

$$Arc \frac{hive of SID}{(mb + m_0 h_0)(\dot{\Omega}_3 - a_y) + \dot{\Omega}_3(J_z + I_0) + \Omega_1 \Omega_2(J_y - J_x) + \sum_{i=1}^2 m_i \left( l_i (\sin\varphi_i \sin\theta_i \left( a_x + \Omega_2^{-2}(h_i - l_i \cos\varphi_i) \right) + \sin\varphi_i \cos\theta_i \left( \Omega_2 \Omega_3(h_i - l_i \cos\varphi_i) - 2\Omega_2 v_y \right) - \Omega_1 \Omega_2 \cos\varphi_i \right) + (h_i - l_i \cos\varphi_i) \left( a_y + (\dot{\Omega}_3 + \Omega_1 \Omega_2)(h_i - l_i \cos\varphi_i) \right) + \frac{I_i}{m_i} (\ddot{\theta}_i + \dot{\Omega}_3) + I_i \Omega_2(-\dot{\varphi}_i - \Omega_1) + I_i \Omega_1 \Omega_2) = M_z - F(b + d) \sin\delta_2$$

$$(14)$$

$$\begin{split} &\sum_{i=1}^{2} (m_i \left( l_i (\sin \varphi_i \left( \dot{v}_x + l_i \ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + l_i \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i \right) + \cos \varphi_i \sin \theta_i \right) \\ &\left( \dot{\Omega}_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + \dot{v}_y \right) + \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \sin \varphi_i (\Omega_3 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + v_y) \\ &+ \cos \varphi_i \cos \theta_i \left( - \dot{\Omega}_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) + \dot{v}_z \right) + \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \cos \theta_i \\ &\left( \Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) \right) + \dot{\theta}_i \sin \varphi_i \cos \theta_i \left( \Omega_2 (h_i - l_i \cos \varphi_i) \right) \\ &- (\Omega_3^2 + \Omega_2^2) \sin \varphi_i (h_i - l_i \cos \varphi_i) + v_x (-\Omega_3 \sin \varphi_i + \Omega_1 \cos \varphi_i \cos \theta_i + \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \sin \theta_i - \dot{\theta}_i \cos \varphi_i \cos \theta_i) + v_z \\ &\left( \Omega_2 \sin \varphi_i - \Omega_1 \cos \varphi_i \cos \theta_i \right) \right) + I_i (\ddot{\varphi}_i + \dot{\Omega}_1) - \epsilon_i \dot{\varphi}_i = 0. \forall i \end{split}$$

$$\sum_{i=1}^{2} (m_i (l_i (\sin\varphi_i \cos\theta_i (\dot{\Omega}_3 (h_i - l_i \cos\varphi_i) + \dot{v}_y) + \dot{\varphi}_i \cos\varphi_i) \\ \cos\theta_i (\Omega_3 (h_i - l_i \cos\varphi_i)) + \dot{\theta}_i \sin\varphi_i \sin\theta_i (-\Omega_3 (h_i - l_i) \\ \cos\varphi_i)) + \sin\varphi_i \sin\theta_i (\dot{\Omega}_2 (h_i - l_i \cos\varphi_i) - \dot{v}_z) + \dot{\varphi}_i \\ \cos\varphi_i \sin\theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i \cos\varphi_i)) + \dot{\theta}_i \sin\varphi_i \cos\theta_i (\Omega_2 (h_i - l_i) \\ l_i \cos\varphi_i)) + v_x (\Omega_3 \sin\varphi_i \cos\theta_i + \Omega_2 \sin\varphi_i \sin\theta_i) - v_y \Omega_1 \\ \sin\varphi_i \sin\theta_i - v_z \Omega_1 \sin\varphi_i \cos\theta_i)) + I_i (\ddot{\theta}_i + \dot{\Omega}_3) + \\ \epsilon_i \dot{\theta}_i = 0. \forall i$$

در شبیه ازی ها معادلات به صورت کامل در نظر گرفته شده ند<sup>[16]</sup>. در معادلات بالا،  $I_i$  مومنتوم ینرسی آونگ i م و در ین مقاله عددی ثابت در نظر گرفته شده ست. همچنین  $[a = [a_x a_y a_y]^T$  برد ر شتاب مرکز جرم تانکر ست و زربطه زیر به دست می آید  $a = \dot{V} + \Omega \times V$  (۱۷)

### ۳- قانون کنترلی

سیستم و معادلات دینامیکی بهدست آمده در بخش قبل ر در نظر می گیریم. همان طور که مشخص ست، معادلات دینامیکی غیرخطی هستند. بنابرین بری کنترل وضعیت فضاپیما و آونگها در حالت و قعی تر باید ز روشهای کنترل غیرخطی ستفاده کرد که لبته در ین بخش، دو قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف طرحی می شود. بری ین منظور بتد با درنظر گرفتن معادلات دینامیکی فرض می کنیم که ورودیهای قانون کنترلی (مومنتومهای حول مرکز جرم و زویای نحرف گیمبال)، صفر و نیروی پیشرن صلی ثابت و بربر با *F* باشد. آنگاه یک ربطه تعادل نسبی به صورت زیر برقر رخو هد بود

 $v_y = \tilde{v}_y$ ,  $v_z = \tilde{v}_z$ ,  $\vartheta = \tilde{\vartheta}$ ,  $\Omega = 0$ ,  $\zeta = \dot{\zeta} = 0$  (۱۸) در ینجا  $v_z = \tilde{v}_z$ ,  $\vartheta = [\vartheta_1 \ \vartheta_2 \ \vartheta_3]^T$  در ینجا  $\vartheta = [\vartheta_1 \ \vartheta_2 \ \vartheta_3]^T$  همچنین در ینجا  $v_z = \tilde{v}_z$  و عد دی ثابت و دلخوه هستند که لبته در ینجا صفر در نظر گرفته میشوند. با ین فرض معادله ۹ به ربطه زیر تبدیل میشود

### مدلسازی تلاطم سوخت در یک فضاپیما و کنترل آن بهوسیله روش کنترل فعال با استفاده از کنترل غیرخطی ۲۲۲۵

و آونگها بوده، بنابرین تابعی مثبت ست. تابع  $V_1$ نیز بهدلیل ینکه  $r_{9.10} \ll 1 \ll r_{3-8}$  بوده، تابعی مثبت ست. بنابرین دو تابع نامزد لیپانوف معرفیشده بری طرحی کنترلر، تو بعی پاید ر هستند. بری تعیین ورودیهای کنترلر جدید، ز تو بع لیاپانوف پیشنهادی نسبت به زمان مشتق میگیریم و سپس با توجه به معادلات کاهشیافته دینامیک فضاپیما (۲۶–۲۰)، ورودیهای جدید کنترل ر در آنها جایگذری میکنیم. بنابرین مشتق تو بع نامزد لیاپانوف، تو بعی بهشکل زیر خو هند بود

$$\dot{V}_{1} = [A] + [B]u_{1} + [C]u_{2} + \sum_{i=1}^{5} [(f_{i1}u_{3} + f_{i2}u_{4} + f_{i3}u_{5} + g_{i})$$
$$\Omega_{i}] \qquad (Y^{2})$$

در ينجا [A]، [B]، [B]، [A]،  $g_i$ ،  $f_{i3}$ ،  $f_{i2}$ ،  $f_{i1}$ ، [C]، [B]، [B]،  $\hat{f}_i$ ،  $\hat{f}_i$ ،  $\hat{f}_i$  و  $\hat{g}_i$  و تو بعی ز متغیرهای حالت سیستم خو هند بود. ورودیهای جدید کنترل حاصل ز تابع نامزد  $V_1$  ز رو بط زیر به دست خو هند آمد

$$u_1 = w_1[B] \tag{(4)}$$

$$u_2 = w_2[C] \tag{(27)}$$

$$\begin{bmatrix} u_3\\ u_4\\ u_5 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13}\\ f_{21} & f_{22} & f_{23}\\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_1 + w_3 \Omega_1\\ g_2 + w_4 \Omega_2\\ g_3 + w_5 \Omega_3 \end{bmatrix}$$
(""")

همچنین ورودیهای جدید کنترل حاصل ز تابع نامزد  $V_2$  ز رو بط زیر به دست خو هند آمد

$$u_1 = w_1[\hat{B}] \tag{(WF)}$$

$$u_2 = w_2[\hat{C}] \tag{(a)}$$

$$\begin{bmatrix} u_3\\ u_4\\ u_5 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \hat{f}_{11} & \hat{f}_{12} & \hat{f}_{13}\\ \hat{f}_{21} & \hat{f}_{22} & \hat{f}_{23}\\ \hat{f}_{31} & \hat{f}_{32} & \hat{f}_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{g}_1 + w_3 \Omega_1\\ \hat{g}_2 + w_4 \Omega_2\\ \hat{g}_3 + w_5 \Omega_3 \end{bmatrix}$$
( $\psi_{\hat{F}}$ )

در روبط بالا  $W_{1-5}$  مقادیری مثبت و دلخوه هستند. در بخش بعدی، تفاوت ین دو نوع کنترلرهای طرحیشده مبنی بر دو تابع نامزد لیپانوف متفاوت بررسی خو هد شد.

## ۴- شبیهسازی و نتایج

قو نین کنترلی طرحی شده در بخش قبل بری سیستم فضاپیما و تلاطم سوختی که تلاطم آن به وسیله مدل دوآونگی در فضای سه بعدی بری توصیف دو مد ول تلاطم مدل سازی شده، طرحی شده ست. حال در ین بخش با نجام یک شبیه سازی و عمال قو نین کنترلی طرحی شده روی یک مثال ز سیستم فضاپیما و تلاطم، تأثیر ین قو نین روی وضعیت فضاپیما و آونگها ر بررسی می کنیم. بری ین منظور، معادلات کاهشیافته دینامیک ترکیب شده فضاپیما و تلاطم (۲۶–۲۰) ر در نظر می گیریم و ورودی های کنترل ( $u_{1-5}$ ) ر زرو بط (۳۶–۳۱) در آن جای گذری می کنیم. همچنین پار مترهای فیزیکی موجود در ین معادلات ز جدول ۱ و پار مترهای کنترلی ز جدول ۲ ستخرج می شوند.

$$a_x = \frac{F}{m + m_0 + \sum_{i=1}^2 m_i}$$
(19)

حال معادلات (۱۶–۱۰) ر در نظر میگیریم و با تبدیل ورودیهای کنترل به ورودیهای جدید (u<sub>1-5</sub>)، ین معادلات ر بهشکل کاهش یافته مینویسیم

$$\dot{v}_y = u_1 - v_x \Omega_3 + v_z \Omega_1 \tag{(Y*)}$$

$$\dot{v}_z = u_2 - v_y \Omega_1 + v_x \Omega_2 \tag{(Y)}$$

$$\dot{\Omega}_1 = u_3 \tag{(YY)}$$

. .. ..

$$\dot{\Omega}_2 = u_4 \tag{(YP)}$$

$$\dot{\Omega}_3 = u_5 \tag{(YF)}$$

$$\ddot{\varphi}_{i} = \left(\frac{-1}{\left(m_{i}l_{i}^{2}\sin\varphi_{i}^{2}+I_{i}\right)}\left(l_{i}\left(\sin\varphi_{i}\left(\dot{v}_{x}+l_{i}\dot{\varphi}_{i}^{2}\cos\varphi_{i}\right)+\right. \\ \cos\varphi_{i}\sin\theta_{i}\left(\dot{\Omega}_{3}\left(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}\right)+\dot{v}_{y}\right)+\dot{\varphi}_{i}\sin\varphi_{i}\sin\varphi_{i}\sin\theta_{i}\right) \\ \left(\Omega_{3}\left(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}\right)+v_{y}\right)+\dot{\theta}_{i}\cos\varphi_{i}\cos\theta_{i}\left(\Omega_{3}\left(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}\right)+\dot{v}_{z}\right)+\right. \\ \left.\dot{\varphi}_{i}\sin\varphi_{i}\cos\theta_{i}\left(\Omega_{2}\left(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}\right)\right)+\dot{\theta}_{i}\sin\varphi_{i}\cos\theta_{i}\left(\Omega_{2}\left(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}\right)\right)-\left(\Omega_{3}^{2}+\Omega_{2}^{2}\right)\sin\varphi_{i}\left(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}\right)+v_{x}\right) \\ \left(-\Omega_{3}\sin\varphi_{i}+\Omega_{1}\cos\varphi_{i}\cos\theta_{i}+\dot{\varphi}_{i}\sin\varphi_{i}\sin\theta_{i}-\dot{\theta}_{i}\cos\varphi_{i}\right) \\ \left.\cos\theta_{i}\right)+v_{z}\left(\Omega_{2}\sin\varphi_{i}-\Omega_{1}\cos\varphi_{i}\cos\theta_{i}\right)\right)+\frac{I_{i}\dot{\Omega}_{1}}{m_{i}}-\frac{\epsilon_{i}\dot{\varphi}_{i}}{m_{i}}\right)$$

$$\begin{split} \ddot{\theta}_{i} &= \left(\frac{-1}{l_{i}}\left(l_{i}(\sin\varphi_{i}\cos\theta_{i}(\dot{\Omega}_{3}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})+\dot{v}_{y})+\dot{\varphi}_{i}\cos\varphi_{i}\right)\right)\\ &\cos\theta_{i}\left(\Omega_{3}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})\right)+\dot{\theta}_{i}\sin\varphi_{i}\sin\theta_{i}(-\Omega_{3}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}))+\sin\varphi_{i}\sin\theta_{i}(\dot{\Omega}_{2}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i})-\dot{v}_{z})+\dot{\varphi}_{i}\\ &\cos\varphi_{i}\sin\theta_{i}(\Omega_{2}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}))+\dot{\theta}_{i}\sin\varphi_{i}\cos\theta_{i}(\Omega_{2}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}))+\dot{\theta}_{i}\sin\varphi_{i}\cos\theta_{i}(\Omega_{2}(h_{i}-l_{i}\cos\varphi_{i}))+v_{x}(\Omega_{3}\sin\varphi_{i}\cos\theta_{i}+\Omega_{2}\sin\varphi_{i}\sin\theta_{i})-v_{y}\Omega_{1} \end{split}$$

 $\sin \varphi_i \sin \theta_i - v_z \Omega_1 \sin \varphi_i \cos \theta_i)) + \frac{I_i \dot{\Omega}_3}{m_i} - \frac{\epsilon_i \dot{\theta}_i}{m_i})$  (۲۶) حال تابع نامزد لیاپانوف  $V_1$  ر با درنظرگرفتن معادلات دینامیکی آونگها ( $\ddot{\varphi} \in \ddot{\Theta}$ ) و تابع نامزد لیاپانوف  $V_2$  ر بدون درنظرگرفتن معادلات دینامیکی آونگها بری پاید رسازی ربطه تعادل نسبی (۱۸) معرفی میکنیم.

$$\begin{split} V_{1} &= \frac{1}{2} (r_{1} v_{y}^{2} + r_{2} v_{z}^{2} + r_{3} \vartheta_{1}^{2} + r_{4} \Omega_{1}^{2} + r_{5} \vartheta_{2}^{2} + r_{6} \Omega_{2}^{2} + r_{7} \\ \vartheta_{3}^{2} + r_{8} \Omega_{3}^{2}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2} m_{i} \left( r_{9} (\dot{\varphi}_{i}^{2} + \left(\frac{-1}{\left(l_{i}^{2} \sin \varphi_{i}^{2} + I_{i}\right)\right)}\right) \\ (-2 \dot{\varphi}_{i} \Omega_{3} h_{i} l_{i} \cos \varphi_{i} \sin \vartheta_{i} + 2 \dot{\varphi}_{i} \Omega_{2} h_{i} l_{i} \cos \varphi_{i} \cos \vartheta_{i} - 2 \dot{\varphi}_{i} \\ \Omega_{1} I_{i}) + r_{10} (\dot{\vartheta}_{i}^{2} + \left(\frac{-1}{I_{i}}\right) (-2 \dot{\vartheta}_{i} \Omega_{3} I_{i} - 2 \dot{\vartheta}_{i} \Omega_{3} h_{i} l_{i} \sin \varphi_{i} \\ \cos \vartheta_{i} - 2 \dot{\vartheta}_{i} \Omega_{2} h_{i} l_{i} \sin \varphi_{i} \sin \vartheta_{i})) \end{split}$$

$$V_{2} = \frac{1}{2}(r_{1}v_{y}^{2} + r_{2}v_{z}^{2} + r_{3}\vartheta_{1}^{2} + r_{4}\Omega_{1}^{2} + r_{5}\vartheta_{2}^{2} + r_{6}\Omega_{2}^{2} + r_{7}$$

$$\vartheta_{3}^{2} + r_{8}\Omega_{3}^{2}) \qquad (\Upsilon\Lambda)$$

$$II_{2} = V_{2}$$

$$V_{2} = V_{2}$$

Volume 19, Issue 9, September 2019 www.SID.ir

#### ۲۱۲۶ محمد نوابی و علی داودی ــ حدمان () بار مترهای فیزیکی

		6	
m	$h_0 = \cdot / \cdot \Delta$ $h_1 = \cdot / \beta$ $h_2 = \cdot / \beta$ $b = - \cdot / \beta$ $d = 1 / \gamma$	Kg	$ \begin{split} m = & PY \Delta \\ m_0 = & FA \bullet \\ m_1 = \Delta \bullet \\ m_2 = \Delta \end{split} $
N	F = rra.	Kg.m <sup>2</sup>	$I_1 = 1 \cdot I_2 = 1$
Kg.m <sup>2</sup> /s	$\begin{array}{l} \varepsilon_1 = \mathbb{W}/\mathbb{V} \\ \varepsilon_2 = \mathbb{I}/\Delta \end{array}$	m	$l_1 = \cdot/\Upsilon$ $l_2 = \cdot/\Upsilon$

### **جدول ۲)** پار مترهای کنترلی

$r_4 = r_6 = r_8 = \Delta \cdots$	$r_1 = r_2 = \lambda \times 1$
$r_9 = r_{10} = 1 \times 1 \cdot^{-\Delta}$	$r_3 = r_5 = r_7 = 1 \times 1$
$w_3 = w_4 = w_5 = F \times 1.$	$w_1 = w_2 = 1 \times 1$ .

Γ

شریط ولیه در ین شبیهسازی به شرح زیر ست

 $\begin{aligned} v_{x_0} &= 3000 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot v_{y_0} = 75 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot v_{z_0} = 25 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \vartheta_{1_0} = 5^{\circ} \cdot \vartheta_{2_0} = 2^{\circ} \cdot \vartheta_{3_0} = -5^{\circ} \cdot \varphi_{1_0} = 30^{\circ} \cdot \varphi_{2_0} = 40^{\circ} \cdot \theta_{1_0} = 20^{\circ} \cdot \theta_{2_0} = 10^{\circ} \cdot \vartheta_{1_0} = \vartheta_{2_0} = \theta_{1_0} = \theta_{2_0} = 0 \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \\ \vartheta_{1_0} &= \vartheta_{2_0} = \vartheta_{3_0} = \psi_{1_0} = \psi_{2_0} = \theta_{1_0} = \theta_{2_0} = 0 \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \\ V_1 &= V_1 + V_1 + V_2 + V$ 

در بید تاثیر کنترلرهای طرحی سده مبنی بر تابع نامرد لیاپاتوف  $v_1$ ر بررسی می کنیم. پاسخ زمانی برد رهای سرعت فضاپیما در نمود ر ۱ آورده شده ست. می تون مشاهده کرد که برد رهای سرعت متقاطع فضاپیما ( $v_z \ e \ v_J$ ) به صورت مماسی بعد ز گذشت ۵۰۰ ثانیه به سمت صفر میل می کنند و ین در حالی بوده که برد ر سرعت فضاپیما در رستای محور طولی آن با شتاب  $a_x$  در حال فزیش ست. همچنین پاسخ زمانی زویای وضعیت فضاپیما نیز فزیش در ۲ آورده شده ست و می تون مشاهده کرد که زویای وضعیت فضاپیما ( $v_1$  و  $v_2$  و  $v_3$ ) نیز پس ز گذشت ۲۰۰ ثانیه به سمت صفر میل می کنند.

پاسخ زمانی زویه وضعیت آونگها نسبت به محور x ( $\varphi$ ) در نمود ر ۳ آورده شده ست. میتون مشاهده کرد که ین زویه بری هر دو آونگ بعد ز گذشت ۲۰۰ثانیه بهصورت مماسی به سمت صفر میل میکند. همچنین پاسخ زمانی زویه وضعیت آونگها نسبت به محور z ( $\theta$ ) نیز در نمود ر ۴ آورده شده و میتون مشاهده کرد که ین زویه بری آونگ ول که توصیفکننده مد ول ز تلاطم ست، پس ز چند نوسان و بعد ز گذشت ۲۰۰ثانیه پاید ر میشود. بری آونگ دوم نیز نوسان ین زویه نسبت به آونگ ول کمتر ست و پس ز گذشت ۲۰۰ثانیه پاید ر میشود.

با جایگذ ری معادلات کاهشیافته دینامیک ترکیبشده فضاپیما و آونگها (۲۶–۲۰) در معادلات دینامیکی کامل (۱۴–۱۰) میتون پاسخ زمانی ورودیهای کنترلی ( $M_x$ ،  $M_y$ ،  $\delta_2$  و  $\delta_2$ ) ر مشاهده کرد. پاسخ زمانی ورودیهای کنترل در نمود رهای ۵ و ۶ آورده شده ست.

در بخش قبل، دو تابع نامزد لیاپانوف بری طرحی قانون کنترلی معرفی شد. در بتدی ین بخش به بررسی نتایج قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف *V*<sub>1</sub> پرد خته شد که شامل ترمهایی با درنظرگرفتن معادلات دینامیکی کاهشیافته وضعیت آونگها (*φ̈*) و *ᡦ*) بود.

حال تفاوت دو قانون کنترلی طرحیشده در بخش قبل ر مورد بررسی قرر میدهیم. بری ین منظور، شبیهسازی بری بررسی

## Archive of SID

قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیاپانوف  $V_2$  با همان پارمترهای فیزیکی، پارمترهای کنترلی و شریط ولیه حالت قبل (بررسی قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد  $(V_1)$  نجام شد. ین شبیهسازی نشان دد که پاسخ زمانی برد رهای سرعت و زویای وضعیت فضاپیما در دو حالت، مشابه و منطبق بر یکدیگر هستند. ما پاسخ زمانی زویای وضعیت آونگها بر یکدیگر منطبق نیستند و ندکی تفاوت د رند. زویای وضعیت آونگها در حالتی که قانون کنترلی بر ساس تابع نامزد  $V_2$  طرحی شده ست، در ثانیههای ولیه شبیهسازی، ندکی نوسان بیشتری د رند. ین تفاوت در پاسخهای زمانی بری دو حالت، در نمود رهای ۲ و ۸ آورده شده ست.



**نمودار ۱)** پاسخ زمانی برد رهای سرعت مرکز جرم تانکر



**نمودار ۲)** پاسخ زمانی زو یای وضعیت فضاپیما



**نمودار ۳)** پاسخ زمانی ز ویه وضعیت آونگها نسبت به محور x (φ)



تمودار ۴) پاسخ زمانی ز ویه وضعیت آونگها نسبت به محور x (0)



تمودار ۵) پاسخ زمانی مومنتومهای حول مرکز جرم فضاییما



تمودار ۶) پاسخ زمانی زو یای تحرف گیمیال





Volume 19, Issue 9, September 2019 www.SID.ir



تعودار A) تفاوت بین پاسخ زمانی B بری دو کنترلر طر حیشده

## ۵- نتیجهگیری

در بن مقاله، دینامیک تلاطم در تانکر فضاپیمایی که تنها بخشی ز آن پر ست. بهوسیله مدل مکانیکی دوآونگی بری بررسی دو مد ول ز تلاطم، مدل شد. بن مدلسازی در فضای سهبعدی صورت گرفت و بن موضوع باعث نزدیکترشدن مدلسازی به و قعیت می شود. پس از آن معادلات ترکیب شده فضاپیما و تلاطم به دست آمد. بن معادلات غیرخطی بودند، به همین دلیل بری کنترل وضعیت فضاییما که هدف ز یجاد قانون کنترلی بود، دو قانون کنترلی مبنی بر تابع نامزد لیایانوف بجاد شد. یکی ز توبع لیاپانوف پیشنهادی شامل پارمترهایی ز دینامیک تلاطم و دیگری فاقد بن بارمترها بود. با نجام شبیهسازی مشاهده شد که هر دو قانون کنترلی یجادشده در خنثیکردن ثر تلاطم روی وضعیت فضاییما بهخوبی عمل کردند. ما تفاوتهای ندکی در نتایج دو قانون كنترلى وجود دشت كه با بررسى تفاوتها به ين نتيجه رسيده شد كه قانون كنترلى مبنى بر تابع نامزد ليايانوف شامل یار مترهای دینامیک تلاطم در خنثیکردن ثر تلاطم، عملکرد بهتری د رد.

تشکر و قدردانی: نویسندگان مقاله ز دبیر و هیئت تحریریه مجله مهندسی مکانیک مدرس، کمال تشکر و قدرد نی ر د رند.

تاپیدیه اخلاقی: بن مقاله در نشریه دیگری (بهطور کامل یا بخشی ز آن) به چاپ نرسیده و به نشریه دیگری نیز رسال نشده ست. ضمناً محتويات علمي و دبي مقاله، منتج ز فعاليت علمي نویسندگان بوده و صحت و عتبار نتایج آن، بر عهده آنها ست.

تعارض منافع؛ مقاله حاضر هیچگونه تعارض منافعی با سازمانها و شخاص دیگر ند رد.

سهم نویسندگان: محمد نوبی (نویسنده ول)، نگارنده مقدمه/روششناس (۵۰%)؛ على د ودى (نويسنده دوم)، پژوهشگر صلی/نگارنده بحت (۵۰%)

منابع مالی: هزینه های نجام ین پژوهش ز منابع شخصی تأمین شده ست.

## منابع

1- Agrawal BN. Dynamic characteristics of liquid motion in partially filled tanks of a spinning spacecraft. Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1993;16(4):636-640.

2- Hervas JR, Reyhanoglu M. Thrust-vector control of a three-axis stabilized upper-stage rocket with fuel slosh dynamics. Acta Astronautica. 2014;98:120-127.

**Modares Mechanical Engineering** 

۲۱۲۸ محمد نوابی و علی داودی ـ

### Archive of SID

[Persian]

11- Reyhanoglu M, Hervas JR. Robatically controlled sloshing suppression in point-to-point liquid container transfer. Journal of Vibration and Control. 2012;19(14):2137-2144.

12- Hervas JR, Reyhanoglu M, Tang H. Thrust-vector control of a tree-axis stabilized spacecraft with fuel slosh dynamics. 13th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), 20-23 Oct 2013, Gwangju, South Korea. Piscataway: IEEE; 2013.

13- Navabi M, Soleymanpour S. Command filtered modular adaptive backstepping attitude control of spacecraft in presence of disturbance torque. Modares Mechanical Engineering. 2015;15(7):285-296. [Persian]

14- Navabi M, Hosseini MR. Modeling and spacecraft attitude control using reaction wheel with feedback linearization, its performance study subject to power and EULERINT. Modares Mechanical Engineering. 2018;18(1):51-61. [Persian]

15- Meirovitch L, Kwak MK. State equations for a spacecraft with maneuvering flexible appendages in terms of quasi-coordinates. Applied Mechanics Reviews. 1989;42(11S):S161-S170.

16- Navabi M, Davoodi A. 3D modeling and control of fuel sloshing in a spacecraft. IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI), 22-22 Dec 2017, Tehran, Iran. Piscataway: IEEE; 2017. 3- Biswal KC, Bhattacharrya SK, Sinha PK. Dynamic characteristics of liquid filled rectangular tank with baffles. Journal Institution of Engineers India Part Cv Civil Engineering Division. 2003;84:145-148.

4- Peterson LD, Crawley EF, John Hansman R. Nonlinear fluid slosh coupled to the dynamics of a spacecraft. AIAA Journal. 1989;27(9):1230-1240.

5- Gasbarri P, Sabatini M, Pisculli A. Dynamic modeling and stability parametric analysis of a flexible spacecraft with fuel slosh. Acta Astronautica. 2016;127:141-159.

6- Li Q, Ma X, Wang T. Equvalent mechanical model for liquid sloshing during draining. Acta Astronautica. 2011;68(1-2):91-100.

7- Liu F, Yue B, Zhao L. Attitude dynamics and control of spacecraft with a partially filled flexible panels. Acta Astronautica. 2018;143:327-336.

8- Yu SX, Yun QR. Using sliding mode control method to suppress fuel sloshing of a liquid-filled spacecraft. 27th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 23-25 May 2015, Qingdao, China. Piscataway: IEEE; 2015.

9- Reyhanoglu M. Maneuvering control problems for a spacecraft with unactuated fuel slosh dynamics. Proceedings of IEEE Conference on Control Applications (CCA), 25-25 June 2003, Istanbul, Turkey. Piscataway: IEEE; 2003.

10- Navabi M, Davodi A. Modeling and control of fuel sloshing and its effect on spacecraft attitude. Journal of Space Science & Technology. 2019;11(4):11-22.