



Analytic model for investigation of effect of temperature change on residual stress and curvature of symmetric and un-symmetric composite laminates

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Khoshrooz P.¹ BSc,
Farahani M.*¹ PhD,
Safarabadi Farahani M.¹ PhD,
Zohoori S.¹ PhD

How to cite this article

Khoshrooz P, Farahani M, Safarabadi Farahani M, Zohoori S. Analytic model for investigation of effect of temperature change on residual stress and curvature of symmetric and un-symmetric composite laminates. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(9): 2155-2164.

¹School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: School of Mechanical Engineering, University of Tehran, Kargar Shomali Avenue, Tehran, Iran
Phone: +98 (21) 88353893
Fax: +98 (21) 88013029
mrfarahani@ut.ac.ir

Article History

Received: November 12, 2018
Accepted: February 4, 2019
ePublished: September 01, 2019

ABSTRACT

Curing process of composites results in the formation of residual stress and distortion. According to costs of composites fabrication, simulation of the fabrication process in order to avoid wasting investment is important. A common and simple method of composite fabrication is hand lay-up. In this research plane stress due to temperature change of composite laminates has been investigated and its resultant curvature has been analyzed. So, two symmetric and un-symmetric laminates with eight plies are subjected to 100-degree centigrade temperature change and normal and shear stresses have been calculated. First, by classical lamination theory which is the most important theory in stress analysis of composites, mechanical properties of glass/epoxy composite with 70 percent volume fraction, temperature change and stacking sequence are input variables of the written program. Three in-plane stress component is read and the amount of curvature has achieved that shows it is negligible for the symmetric sample. To validate the residual stress field, finite element simulation for both samples has been done that resulted in finding the same results with negligible errors. Assumptions are considered in finite element modeling and classical lamination theory which result in deviation of outputs from reality. In spite of these assumptions, the thermal simulation of composite laminations in ABAQUS software can have the desired prediction of reality. The innovation of the research is the use of this software and the verification of code.

Keywords Temperature Changes; Residual Stress; Curvature; Finite Element

CITATION LINKS

[1] Study on the curing process for carbon/epoxy composites to reduce thermal residual stress [2] Thermal stress analysis of laminated composite plates and shells [3] Determination of ply level residual stresses in a laminated carbon fibre-reinforced epoxy composite using constant, linear and quadratic variations of the incremental slitting method [4] Reduction of thermal residual stresses of laminated polymer composites by addition of carbon nanotubes [5] Mechanisms generating residual stresses and distortion during manufacture of polymer-matrix composite structures [6] Cure monitoring and internal strain measurement of 3-D hybrid braided composites using Fiber Bragg Grating sensor [7] The evaluation of thermal stresses in thermoplastic laminated composites with different square holes [8] Prediction of residual stresses and distortion in carbon fiber-epoxy composite parts due to curing process using finite element analysis [9] Process modelling of curing process-induced internal stress and deformation of composite laminate structure with elastic and viscoelastic models [10] Numerical analysis of viscoelastic process-induced residual distortions during manufacturing and post-curing [11] Investigation of curing effects on distortion of fibre metal laminates [12] Evaluation of process induced residual stresses in continuous fiber-reinforced hybrid thermoplastic composites [13] A thermo-viscoelastic model of process-induced residual stresses in composite structures with considering thermal dependence [14] Closed form expression for residual stresses and warpage during cure of composite laminates [15] Cure history dependence of residual deformation in a thermosetting laminate [16] Rapidly cured epoxy/anhydride composites: Effect of residual stress on laminate shear strength [17] Theoretical and experimental studies on residual stresses in laminated polymer composites [18] Applications of the incremental hole-drilling method for measurement of non-uniform residual stresses in fiber metal laminates [19] Residual strains measurement and calculating residual stresses in composite laminates using the integral method [20] Analytical solution for determination of baking residual stresses in multilayer composites [Dissertation] [21] Mechanics of composite materials

ارائه مدل تحلیلی برای بررسی اثر تغییر دما بر تنش پسماند و تغییر شکل چندلایه‌های کامپوزیتی متقارن و نامتقارن

پیمان خورشوز BSc

گروه مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

محمدرضا فراهانی PhD

گروه مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

مجید صفراآبادی فراهانی PhD

گروه مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

سعید ظهوری PhD

گروه مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیده

فرآیند پخت کامپوزیت‌ها با مشکلاتی از قبیل شکل‌گیری تنش پسماند و اعوجاج همراه است. با توجه به هزینه‌هایی که صرف ساخت کامپوزیت‌ها می‌شود، شبیه‌سازی فرآیند ساخت با هدف پیشگیری از هدررفت هزینه‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. از روش‌های متداول و ساده ساخت کامپوزیت‌ها لایه‌چینی دستی است. در پژوهش حاضر، تنش صفحه‌ای حاصل از تغییر دمای چندلایه‌های کامپوزیتی مورد بررسی قرار گرفته و انحنای ناشی از آن تحلیل شده است. بدین منظور دو نمونه متقارن و نامتقارن با هشت لایه دچار ۱۰۰ درجه تغییر دما شده و تنش‌های نرمال و برشی محاسبه شده‌اند. ابتدا به کمک نظریه کلاسیک لایه‌ای که مهم‌ترین نظریه در تحلیل تنش کامپوزیت‌هاست، خواص مکانیکی ترکیب اپوکسی و الیاف شیشه با درصد حجمی ۷۰٪ و میزان تغییر دما و ترتیب لایه‌ها در برنامه نوشته‌شده وارد شده‌اند. سپس مقدار هر سه مؤلفه تنش درون‌صفحه‌ای خوانده شده و مقدار عددی انحنا به دست آمد که میزان آن برای نمونه متقارن ناچیز دیده شد. به‌منظور تأیید صحت میدان تنش‌های پسماند، شبیه‌سازی المان محدود برای هر دو نمونه صورت گرفته است که نتایج با خطایی ناچیز مجدداً به دست آمدند. فرض‌هایی که در شبیه‌سازی المان محدود و نظریه کلاسیک لایه‌ای فرض شده‌اند منجر به اختلاف نتایج با واقعیت می‌شوند. با وجود این فرضیات، شبیه‌سازی حرارتی چندلایه‌های کامپوزیتی در نرم‌افزار آباکوس می‌تواند پیش‌بینی مطلوبی از واقعیت داشته باشد. نوآوری پژوهش حاضر در استفاده از این نرم‌افزار و تأیید نتایج کنویسی است.

کلیدواژه‌ها: تغییر دما، تنش پسماند، انحنا، المان محدود

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۸/۲۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۱۵

* نویسنده مسئول: mrfarahani@ut.ac.ir

۱- مقدمه

کامپوزیت‌ها با توجه به نسبت استحکام به وزن بالایی که دارند، در صنایع هوایی کاربرد فراوانی پیدا کرده‌اند. این استفاده روزافزون در سازه‌ها، نگرانی در مورد قابلیت اطمینان این مواد را به وجود آورده است [1]. علاوه بر بارهای مکانیکی، چندلایه‌های کامپوزیتی ممکن است در معرض بارهای حرارتی قرار گیرند. تغییرات حرارتی شدید منجر به شکل‌گیری تنش‌های حرارتی می‌شود. علاوه بر این، هنگام پخت نیز بر اثر سرد شدن کامپوزیت از دمای پخت به دمای محیط نیز تنش‌هایی در سازه شکل می‌گیرد که تنش پسماند نام دارد [2]. تنش‌های پسماند، تنش‌هایی هستند که در نبود نیروهای مکانیکی خارجی، در قطعه موجود هستند. این تنش‌ها در کامپوزیت‌ها باعث ایجاد مشکلاتی در حین ساخت، مونتاژ یا در حین سرویس می‌شوند که نتیجه آن اعوجاج قطعه، ترک در زمینه، تورق و کاهش خواص همچون چقرمگی و مقاومت به ضربه می‌شوند [3].

ارزیابی تنش‌های پسماند چندلایه‌های کامپوزیتی از طریق دو دیدگاه صورت می‌پذیرد که عبارت از دیدگاه میکرومکانیک و دیدگاه ماکرومکانیک هستند. تنش‌های میکرو در یک تک‌لایه اتفاق

می‌افتند که دلیل اصلی این امر، اختلاف ضرایب انبساط حرارتی و مدول الاستیک الیاف و ماتریس است، در حالی که عامل مهم شکل‌گیری تنش‌های ماکرو، انبساط و انقباض لایه‌های مختلف با جهت‌گیری‌های متفاوت است. بنابراین، تنش‌های پسماند در هر لایه کامپوزیت‌های زمینه پلیمری می‌تواند در دو مقیاس میکرو و ماکرو به‌طور جداگانه مشخص شود [4].

از ساده‌ترین روش‌هایی که در ساخت کامپوزیت‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش لایه‌چینی دستی است. در این روش ابتدا هر لایه با زاویه الیاف مشخص قرار داده می‌شود و روی آن لایه رزین به میزان مشخص ریخته و به‌طور همگن پخش می‌شود. به همین ترتیب، لایه‌ها یکی پس از دیگری روی هم و رزین به میزان مشخص بین آنها قرار می‌گیرد و در الیاف نفوذ می‌کند. به‌منظور استحکام‌بخشی و رسیدن به شکل نهایی کامپوزیت، بایستی فرآیند پخت صورت گیرد. بسته به نوع رزین مورد استفاده، این فرآیند می‌تواند در دمای محیط یا در کوره انجام شود. فرآیند افزایش دما تا رسیدن به دمای پخت و در پی آن سرد کردن تا دمای محیط می‌تواند به شکل‌های مختلف و با فرضیات گوناگون صورت پذیرد. از جمله مشکلات عمده‌ای که پس از فرآیند پخت به وجود می‌آید، شکل‌گیری تنش‌های پسماند و اعوجاج در هندسه مد نظر کامپوزیت است که پیش از این نیز عنوان شد. تنش‌های پسماند را می‌توان از دو دیدگاه میکرومکانیک و ماکرومکانیک مورد تحلیل و ارزیابی قرار داد.

ویسنام و همکاران [5] دریافتند که دلیل اصلی اعوجاج چندلایه‌های نامتقارن AS4/8552 تنش‌های حرارتی است که پس از سرد شدن کامپوزیت از دمای پخت شکل می‌گیرند. دمای پخت دمایی است که کامپوزیت با قرار گرفتن در آن دما در زمانی محدود به استحکام لازم می‌رسد. این عامل تا زمانی به‌عنوان محرک اصلی شکل‌گیری اعوجاج عمل می‌کند که تنش‌های حاصل از تداخل قالب و چندلایه ناچیز باشد، اما این تداخل ممکن است تنش‌هایی در حدود ۱۲۰ تا ۲۵۰ مگاپاسکال شکل دهد که خود باعث تغییر شکل شدید کامپوزیت می‌شود. جانگ و کانگ [6] از هر دو روش تجربی و تحلیلی کرنش‌ها و تنش‌های پسماند، یک نوع کامپوزیت هیبریدی خاص را به‌کمک فیبر نوری با توری براگ به دست آوردند که نتایج این دو، مطابقت قابل قبولی با یکدیگر داشتند. سن و همکاران [7] تحلیل تنش حرارتی چندلایه‌های کامپوزیتی متقارن را با داشتن چهار لایه و یک سوراخ مربعی در مرکز آن در نرم‌افزار انسیس انجام دادند. آنها دریافتند که ترتیب قرارگیری لایه‌ها و ابعاد سوراخ مرکزی بر اندازه تنش‌ها تأثیر مستقیم دارد و این تنش‌ها در لایه‌های متقارن نسبت به وسط چندلایه، با یکدیگر برابرند. توکل و همکاران [8]، اعوجاج و تنش پسماند ناشی از فرآیند پخت کامپوزیت اپوکسی/الیاف کربن را با در نظر گرفتن عوامل متعددی مانند کرنش‌های حرارتی، انقباض ناشی از پخت و فصل مشترک چندلایه با قالب، به‌کمک شبیه‌سازی پیش‌بینی کردند و با نتایج آزمایش‌های تجربی مطابقت دادند که این دو نتایجی منطبق بر هم داشتند. لی و همکاران [9] با استفاده از تحلیل گذرا و به‌کارگیری دو مدل الاستیک خطی و ویسکوالاستیک تنش‌ها و اعوجاج ناشی از پخت را در نرم‌افزار کامسول محاسبه کردند. آنها با مقایسه نتایج خود با نتایج موجود در منابع پیشین، به پژوهش خود اعتبار بخشیدند. بناونته و همکاران [10] با در نظر گرفتن دو مدل الاستیک وابسته به دما و میزان پخت و مدل ویسکوالاستیک به تحلیل اعوجاج پسماند کامپوزیت با دو هندسه متفاوت در آباکوس پرداختند و نشان دادند که نتایج به‌دست‌آمده از مدل

تئوری کلاسیک لایه‌ای در نرم‌افزار متلب برنامه‌ای نوشته شده است تا با اعمال تغییر دما از دمای پخت به دمای محیط، تنش‌ها و کرنش‌های حاصل محاسبه شوند. به منظور اعتباربخشی به نتایج، به کمک آباکوس چندلایه‌های کامپوزیتی، بدون اعمال هیچ قید مکانیکی شبیه‌سازی شده است. با اعمال تغییر دما به عنوان ورودی، تنش و کرنش‌های صفحه‌ای و برشی در مقیاس ماکرومکانیک هر لایه از چندلایه‌ها را به عنوان خروجی به دست آورد. قاسمی و شکریره^[19] با اندازه‌گیری تجربی و کرنش‌های آزادشده در روش سوراخ‌کاری و به دست آوردن ضرایب کالیبراسیون به کمک شبیه‌سازی، تنش‌های پسماند را برای ترتیب لایه‌چینی نامتقارن استفاده شده در این پژوهش به دست آوردند و نتایج را با نتایج کدنویسی خود مقایسه کرده‌اند. صفرآبادی‌فراهانی^[20] نیز ترتیب لایه‌چینی متقارن را بررسی کرده و نتایج پژوهش خود را با آزمایش‌های قبلی و تئوری مقایسه کرده است. در پژوهش حاضر، نتایج کدنویسی و شبیه‌سازی برای تنش‌های نرمال نمونه نامتقارن با یک پژوهش^[19] و تنش‌های نرمال و برشی نمونه متقارن با پژوهش دیگر^[20] صحت و دقت نتایج تأیید شده است.

۲- نظریه کلاسیک لایه‌ای

۲-۱- اصول و کاربرد

نظریه کلاسیک لایه‌ای در سال ۱۹۶۰ شکل گرفت. هم‌اکنون این نظریه به عنوان یک ابزار که قادر بوده به تحلیل اثرات متقابل که ممکن است در کامپوزیت‌ها اتفاق بیفتد بپردازد، برای پیش‌بینی استفاده می‌شود.

به منظور پیش‌بینی تنش‌های پسماند در مقیاس ماکرومکانیک، بایستی از فرضیاتی به منظور ساده‌سازی استفاده نمود. در این نظریه از تغییر خواص ماده در دماهای مختلف صرف‌نظر می‌شود. این نظریه برای محاسبه تنش‌ها در دو بعد کاربرد دارد و با فرض صفحه‌ای بودن، تنش‌های به دست آمده در راستای ضخامت چندلایه نادیده گرفته می‌شود.

پایه و اساس این نظریه مانند نظریه تیر اوپلر- برنولی و نظریه صفحه‌ها بوده و تنها برای صفحات نازک که جابه‌جایی آنها در جهت ضخامت بسیار کم بوده، قابل کاربرد است. یکی دیگر از فرضیاتی که در این نظریه در نظر گرفته می‌شود، اتصال کامل و بدون عیب رزین و ماتریس است، در حالی که هیچ‌گاه این عمل اتفاق نمی‌افتد. همان‌طور که عنوان شد این نظریه، تعمیم نظریه پوسته‌ها با در نظر گرفتن برخی فرضیات است تا ناهمگنی در راستای ضخامت مد نظر قرار گیرد. این فرضیات عبارت از موارد زیر هستند:

- ۱- هر لایه در معرض تنش صفحه‌ای قرار دارد.
 - ۲- هر لایه همگن بوده و خواص آن مشخص است.
 - ۳- هر لایه می‌تواند همسان‌گرد، اورتوتروپیک یا همسان‌گرد معکوس در نظر گرفته شود.
 - ۴- جابه‌جایی‌ها در سه جهت نسبت به ضخامت ناچیز هستند.
 - ۵- کرنش در راستای ضخامت قابل صرف‌نظر است.
- با در نظر گرفتن تمام فرضیات این نظریه و به کمک روابط ریاضی آن، به راحتی می‌توان کرنش‌های حاصل از وارد شدن نیروهای مکانیکی یا تغییر دما را به دست آورد. به وسیله کرنش‌های حاصله و با داشتن ماتریس ضرایب، تنش‌های شکل گرفته در چندلایه به دست می‌آیند.

۲-۲- روابط ریاضی

برخلاف مواد ایزوتروپیک که خواص مکانیکی آنها در همه جهات

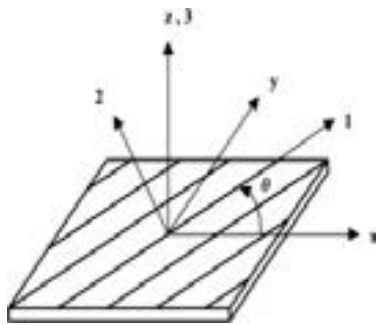
ویسکوالاستیک به نتایج تجربی نزدیک‌تر هستند. در پژوهشی دیگر، ابوحمزه و همکاران^[11] با استفاده از کدنویسی و به کمک روابط نظریه کلاسیک لایه‌ای به مقایسه کرنش و تغییر شکل ناشی از تغییر دمای چندلایه‌های فلز- کامپوزیت با نمونه تجربی پرداخته‌اند. آنها به این نتیجه رسیدند که اگر علاوه بر تغییر دما از دمای پخت به محیط، اثر افزایش دمای اولیه نیز در نظر گرفته شود، نتایج خروجی به داده‌های تجربی نزدیک‌تر خواهد بود. پاول و همکاران^[12] به بررسی تنش پسماند و اعوجاج ناشی از پخت یک نوع کامپوزیت خاص پرداختند. نتایج خروجی حاصل از شبیه‌سازی آنها به دلیل در نظر نگرفتن جریان گرما در حین سرد شدن تا حدودی غیرواقعی و با اغراق به دست آمد. به منظور اندازه‌گیری تنش پسماند در نمونه‌های ساخته شده، از روش سوراخ‌کاری استفاده شده، اما از معایب این روش نیز گفته شده است که به منظور اندازه‌گیری تنش در لایه‌های میانی می‌توان از روش‌های جایگزین سوراخ‌کاری استفاده نمود. دینگ و همکاران^[13] با در نظر گرفتن دو مدل مستقل و وابسته به دما در آباکوس، نتایج خروجی را با یکدیگر مقایسه کردند و دریافتند که نتایج خروجی این دو مدل برای دو هندسه منحنی و تخت با یکدیگر تفاوت ناچیزی دارند. در پژوهشی دیگر، ابوحمزه و همکاران^[14] به منظور تکمیل کارهای پیشین خود، به کل فرآیند پخت کامپوزیت از مرحله قراردادن در کوره تا شکل‌گیری نهایی را در انسیس شبیه‌سازی کردند و دریافتند که بخش عمده تنش‌های پسماند در مرحله سرد شدن شکل می‌گیرند. کروچنکو و همکاران^[15] به بررسی اعوجاج پسماند ناشی از سرد شدن یک دو لایه کامپوزیتی با ضخامت لایه‌های مختلف پرداختند و دریافتند که نرخ سرد شدن تأثیر مستقیمی بر میزان تغییر شکل صورت گرفته دارد. آگیوس و همکاران^[16] در تحقیقی دیگر به بررسی اثر دمای پخت بر تنش پسماند و استحکام برشی پرداخته و مشاهده کردند هرچه این دما بالاتر باشد، تنش‌های پسماند افزایش پیدا می‌کند و استحکام برشی برخلاف آن افزایش می‌یابد. شکریره و کمالی^[17] تنش‌های پسماند کامپوزیت‌های پلیمری گرماسخت را مطالعه کردند. آنها از تئوری کلاسیک لایه‌ای به منظور محاسبه تنش پسماند در هر لایه استفاده کردند. آنها نشان دادند که این تئوری در پیش‌بینی تنش‌ها بدون در نظر گرفتن وابستگی خواص ماده به دما بسیار توانمند است، اما شکل نهایی چندلایه را به خوبی پیش‌بینی نمی‌کند. بدین منظور آنها از روش انرژی استفاده کردند. چندلایه‌های اپوکسی/ شیشه و اپوکسی/ کربن نیز ساخته شده و تنش پسماند آنها به روش سوراخ‌کاری اندازه‌گیری شده است. آنها نشان دادند که این روش، روش دقیقی برای محاسبه تنش پسماند در لایه اول است. محمدی و قاسمی^[18] به بررسی تنش پسماند ایجاد شده در چندلایه متقارن الیاف- فلز را مورد مطالعه قرار دادند که فلز آن از جنس آلومینیوم و کامپوزیت آن از جنس اپوکسی/ شیشه با ترتیب لایه‌چینی $AL/0_2$ [90] است. ضخامت لایه آلومینیومی 0.4 میلی‌متر و ضخامت هر لایه کامپوزیت 0.2 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در هر گام سوراخ‌کاری به اندازه 0.4 میلی‌متر پیشروی صورت گرفته است. مشابه پژوهش پیشین، پس از استخراج اعداد کرنش‌سنج‌ها در هر گام سوراخ‌کاری و محاسبه ضرایب کالیبراسیون در هر گام، تنش‌های پسماند محاسبه شده است. در نهایت نیز نتایج حاصل از روش سوراخ‌کاری با نتایج روابط تحلیلی مقایسه شده و مطابقت خوبی مشاهده شده است.

در این پژوهش به عنوان یک کار جدید، نخست با استفاده از روابط

بر آن را با ۲ نمایش می‌دهند. با داشتن ماتریس بالا یا معکوس آن، می‌توان تنش‌ها و کرنش‌ها در راستای ۱-۲ را به یکدیگر تبدیل کرد. مسأله‌ای که وجود دارد این است که همواره تنش‌ها یا کرنش‌ها را در مختصات محلی نداریم. بدین منظور بایستی به کمک ماتریس‌های تبدیل، این مختصات را به یکدیگر تبدیل کرد. به منظور تبدیل تنش‌ها از مختصات جهانی به مختصات محلی، ماتریسی به نام ماتریس تبدیل (رابطه ۳) [21] در ماتریس تنش‌ها در مختصات جهانی ضرب می‌شود.

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\cos\theta\sin\theta \\ -\cos\theta\sin\theta & \cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

به منظور تبدیل کرنش‌ها نیز از همین ماتریس استفاده می‌شود. با این تفاوت که هنگام تبدیل کرنش‌ها، ضریب ۰/۵ بایستی از کرنش‌های برشی ضرب شود.



شکل ۱) مختصات جهانی و محلی یک تک‌لایه

به طور کلی، برای تبدیل کرنش در مختصات جهانی به تنش در مختصات جهانی، از رابطه ۴ [21] استفاده می‌شود:

$$[\sigma]_{x-y} = [T]^{-1}[Q][R][T][R]^{-1}[\varepsilon]_{x-y} \quad (4)$$

ماتریس R را ماتریس رویتر می‌نامند که یک ماتریس قطری است [21].

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ماتریس Q نیز برای هر لایه بستگی به جنس آن لایه دارد و در صورتی که کامپوزیت، هیبریدی نباشد، این ماتریس برای تمام لایه‌ها یکسان است. این ماتریس معکوس ماتریس S است و ماتریس سفتی نام دارد. بارهای وارد شده به کامپوزیت می‌توانند به دو صورت صفحه‌ای و خارج از صفحه باشند. بارهای صفحه‌ای با ماتریس N و بارهای خارج از صفحه با ماتریس M نمایش داده می‌شود و به صورت نیرو در واحد طول تعریف می‌شود. قبل از تعریف روابط مربوط به این دو متغیر، سه ماتریس بایستی تعریف شود. ماتریس اول که با A نشان داده می‌شود، ماتریس سفتی محوری نام دارد [21].

$$A = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_K (Z_K - Z_{K-1}) \quad (6)$$

\bar{Q}_K ماتریس نرمی هر لایه است که در ضخامت آن لایه ضرب می‌شود و مجموع این حاصلضرب‌ها برای تمام لایه‌ها برابر ماتریس A خواهد بود.

برابر بوده و تنها یک عدد است. مواد غیرایزوتروپیک که کامپوزیت به صورت کلی زیرمجموعه‌ای از این دسته است، خواص متفاوتی در جهات مختلف دارد و این خواص عموماً به صورت ماتریس بیان می‌شوند.

همان‌طور که گفته شد، کامپوزیت از دو جزء ماتریس و الیاف تشکیل شده است. ماتریس‌های پلیمری مواد ایزوتروپیک هستند؛ بدین معنی که مانند فلزات دارای یک مدول الاستیک، یک ضریب انبساط گرمایی و غیره هستند. هدف از افزودن الیاف به ماتریس، تقویت خواص در یک جهت است. اگر یک تک‌لایه کامپوزیتی در نظر گرفته شود، خواص استحکامی آن در جهت الیاف بهتر از جهت عمود بر آن است. الیاف دارای دو مدول الاستیک، یکی در جهت آن و یکی عمود بر آن بوده که مدول در جهت عمود بر الیاف، بسیار کمتر از جهت دیگر است و بر اثر اعمال نیرو در این جهت، به سادگی دچار شکست می‌شود. به منظور تعیین خواص چندلایه، بایستی از روابط میکرومکانیک استفاده شود. با داشتن درصد حجمی الیاف در کامپوزیت، می‌توان خواص یک تک‌لایه را در جهت عمود بر الیاف و در جهت آن به دست آورد. سپس به کمک روابط نظریه کلاسیک لایه‌ای، این خواص را برای کل چندلایه به دست آورد. با داشتن خواص کامپوزیت در جهات مختلف، بایستی ماتریس‌های مختلف را محاسبه کرد. ابتدا برای هر لایه با داشتن سه مدول الاستیک، سه مدول برشی و سه ضریب پواسون، خواص چندلایه محاسبه می‌شود.

ماتریسی که در رابطه ۱ [21] مشاهده می‌شود، ماتریس نرمی کامپوزیت نامیده می‌شود. با توجه به اینکه برای کامپوزیت ثابت شده است که $\frac{v_{ij}}{E_i} = \frac{v_{ji}}{E_j}$ ، ماتریس فوق متقارن است.

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{v_{21}}{E_2} & -\frac{v_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{v_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{13}}{E_1} & -\frac{v_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

نظریه کلاسیک لایه‌ای از خواص ماده در بعد سوم یعنی عمود بر چندلایه صرف نظر می‌کند و در ماتریس‌ها بایستی آنها را صفر قرار داد. اگر این پارامترها را صفر قرار دهیم، یک ماتریس با سه سطر و سه ستون مطابق زیر به دست می‌آید [21]:

$$S = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -v_{21}/E_2 & 0 \\ -v_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

خواص کامپوزیت را می‌توان در دو مختصات مختلف تعریف کرد. یکی از این مختصات، مختصات جهانی و دیگری مختصات محلی نام دارد (شکل ۱).

راستاهای مختصات جهانی در همه لایه‌های یک چندلایه ثابت است و با علامت X-Y نمایش داده می‌شود، اما مختصات محلی برای هر لایه متفاوت است و راستای الیاف را با ۱ و راستای عمود

تعریف می‌شوند. به وسیله ماتریس تبدیل، این ضرایب در مختصات جهانی تعریف خواهند شد. رابطه ۱۲ [21] این رابطه را بیان می‌کند.

$$\begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy}/2 \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

به منظور یافتن کرنش کلی یک چندلایه در اعمال همزمان تغییر دما و نیروهای مکانیکی، از رابطه ۱۳ [21] استفاده می‌شود.

$$\varepsilon_{mech} = \varepsilon_{total} - \varepsilon_t \quad (13)$$

با توجه به اینکه ضرایب انبساط حرارتی نیز بستگی به جهت‌گیری الیاف در هر لایه دارد، کرنش‌ها و تنش‌های حرارتی هر لایه از چندلایه با دیگری متفاوت است. با اضافه کردن کرنش‌های حاصل از تغییر حرارت هر لایه به کرنش‌های ناشی از بارهای مکانیکی وارد شده بر چند لایه، کرنش نهایی کامپوزیت به دست می‌آید. در نهایت، به منظور یافتن تنش‌های نهایی لایه k هر چندلایه از رابطه ۱۴ استفاده می‌شود [21].

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = [\bar{Q}]_k \left\{ \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \Delta T \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix}_k \right\} \quad (14)$$

در صورت اعمال تغییر دما به چندلایه، یک عبارت به رابطه اضافه می‌شود (رابطه ۹). نیروهای مجازی حرارتی به نیروهای مکانیکی افزوده شده و این رابطه به رابطه ۱۵ [21] تبدیل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \\ M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (15)$$

رابطه بالا بیانگر آن است که مجموع نیروهای مجازی حرارتی و مکانیکی موجب به وجود آمدن کرنش ثابت در همه لایه‌ها بدون وابستگی به فاصله از لایه میانی و انحنای کلی چندلایه می‌شوند. مسأله‌ای که در اینجا مطرح می‌شود این است که نیروهای مجازی حرارتی و مکانیکی، چگونه محاسبه می‌شوند. روابط ۱۶ و ۱۷ [21] نحوه محاسبه مؤلفه‌های ماتریس نیروهای مجازی را نشان می‌دهند.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (17)$$

ماتریس نیروها و گشتاورهای مجازی حرارتی نیز مطابق روابط ۱۸ و ۱۹ [21] محاسبه می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix}^T = \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix}_k \Delta T (Z_k - Z_{k-1}) \quad (18)$$

هنگامی که کامپوزیت در معرض بارهای خارج از صفحه‌ای قرار می‌گیرد، ماتریسی به نام ماتریس سختی خمشی (رابطه ۷) [21] تعریف می‌شود.

$$D = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N \bar{Q}_K (Z_K^3 - Z_{K-1}^3) \quad (7)$$

اگر کامپوزیتی که تحت بارگذاری است متقارن باشد، رفتار درون صفحه‌ای و خارج از صفحه‌ای کاملاً مستقل از یکدیگر هستند و در صورتی که بار در صفحه وارد شود، تنها منجر به تغییر طول می‌شود و انحنای در چندلایه شکل نمی‌گیرد، در حالی که بارهای خمشی باعث به وجود آمدن انحنای می‌شود.

چنانچه کامپوزیتی که تحت بارگذاری قرار می‌گیرد نامتقارن باشد، رفتارهای صفحه‌ای و خمشی آن به یکدیگر وابسته‌اند و بارهای صفحه‌ای منجر به انحنای در کامپوزیت می‌شوند. ماتریس جفت‌شونده ماتریسی است که این ارتباط را بین این دو برقرار می‌کند و با B نمایش داده می‌شود (رابطه ۸) [19].

$$B = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \bar{Q}_K (Z_K^2 - Z_{K-1}^2) \quad (8)$$

اگر یک کامپوزیت تحت بارگذاری قرار گیرد، رابطه بارگذاری و کرنش‌ها و اعوجاج‌های حاصل به صورت رابطه ۹ [21] خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (9)$$

در رابطه بالا اگر ماتریس ضرایب را معکوس و در ماتریس بارهای وارد شده ضرب کرد، کرنش‌های کلی و انحنای به دست می‌آید که پس از قراردادن آنها در رابطه ۱۰ [21] می‌توان کرنش‌های طولی و برشی هر لایه را به دست آورد.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (10)$$

در یک چندلایه کامپوزیتی ممکن است علاوه بر بارهای مکانیکی، بارهای حرارتی نیز موجود باشد. تنش‌های حرارتی ممکن است در دو حالت روی دهند. یکی در زمانی که فرآیند پخت در حال انجام است و کامپوزیت پس از پخت بایستی از دمای کوره به دمای محیط برسد. حالت دیگر شکل‌گیری تنش‌های پسماند حرارتی، زمانی است که دمای آن تغییر کند. مثالی از این حالت کامپوزیت‌هایی هستند که در سازه‌های فضایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این سازه‌ها در ابتدای پرتاب، دمایی برابر با دمای محیط دارند و پس از قرار گرفتن در ارتفاع یا مدار مشخص، با تغییر شدید دما مواجه خواهند شد.

زمانی که از خواص حرارتی صحبت می‌شود، ضریبی به نام ضریب انبساط حرارتی بایستی مشخص شود. در رابطه ۱۱، ارتباط بین این ضریب و تغییر دما و کرنش به وجود آمده برای یک ماده ایزوتروپیک نمایش داده شده است [21].

$$\varepsilon_T = \alpha \Delta T \quad (11)$$

همانند خواص استحکامی، ضرایب انبساط حرارتی در دو جهت

دما به طور یکنواخت به تمام لایه‌ها اعمال می‌شود. اختلاف ضرایب انبساط حرارتی اجزای تشکیل‌دهنده چندلایه منجر به شکل‌گیری این گروه از تنش‌ها می‌شود.

۴- شبیه‌سازی المان محدود

یکی از برترین نرم‌افزارهای شبیه‌سازی کامپوزیت‌ها، آباکوس است که در آن می‌توان با وارد کردن ورودی‌هایی مانند تعداد لایه‌ها، جنس لایه‌ها، زاویه الیاف در هر لایه، دمای اولیه و دمای نهایی، تحلیل حرارتی را به منظور بررسی خروجی‌های مطلوب انجام داد.

هندسه رسم‌شده به منظور تحلیل حرارتی، یک مربع با طول ضلع ۱۵ سانتی‌متر است. ضخامت هر لایه و خواص مکانیکی آن نیز مطابق جدول ۱ وارد شده‌اند. این چندلایه مکعب مستطیل به صورت پوسته شبیه‌سازی شده است که در این صورت از تنش در بعد ضخامت صرف‌نظر می‌شود. دمای ابتدایی 120°C و دمای نهایی 20°C در نظر گرفته شده‌اند. اگرچه مقادیر دما در ابتدا و انتهای فرآیند به‌عنوان ورودی به نرم‌افزار داده شده، اما میزان تغییر دما حایز اهمیت است و این مقدار برابر با مقدار آن در کدنویسی یعنی 100 -درجه وارد شده است.

در نگاه اول شاید به نظر برسد که با تغییر ابعاد چندلایه، مقادیر خروجی دچار تغییر می‌شوند، اما این مقدار در میزان تنش پسماند در هر لایه و پارامتر K هیچ اثری ندارد و تأثیر آن زمانی مشهود می‌شود که هدف یافتن جابه‌جایی در راستای ضخامت چندلایه باشد که در آن زمان، هندسه‌های متفاوت، خروجی‌های متفاوتی خواهند داشت.

زمانی که بارهای مکانیکی به قطعه وارد می‌شود، اگر جسم به خوبی مقید نشده باشد، جسم حرکت می‌کند و نتایج تحلیل از جمله تنش‌های مطلوب، غیرواقعی خواهند بود. در شبیه‌سازی حاضر، هیچ‌گونه بار مکانیکی به چندلایه کامپوزیت وارد نشده و تنها عامل ایجاد تغییر شکل و ایجاد تنش، تغییر دما است. بنابراین هیچ قید مکانیکی وارد مسأله نمی‌شود و جسم در غیاب قیود مکانیکی، دچار تغییر دما می‌شود.

در شبیه‌سازی المان محدود بایستی نحوه مش‌بندی مد نظر قرار گیرد و اندازه مش‌ها به اندازه کافی ریز باشد تا نتایج حاصل معقول باشند. مشخصات المان و مش‌بندی در نظر گرفته شده برای هر دو نمونه یک و دو مطابق جدول ۲ است.

جدول ۲) مشخصات المان و مش

نوع المان	تعداد المان‌ها	تعداد گره‌ها	اندازه مش
خطی	۹۰۰۰۰	۹۰۶۰۱	۰/۰۰۰۵

نوع المانی که به منظور تحلیل حرارتی در نظر گرفته شده، به صورت استاندارد، خطی و پوسته فرض شده است. نتایج خروجی از شبیه‌سازی المان محدود پس از آنالیز حساسیت مش و ریز کردن اندازه مش تا حد مطلوب به دست آمده است.

این چندلایه به صورت آزاد در صفحه مدل شده است و هیچ‌گونه قید مکانیکی، آن را محدود نمی‌کند.

۵- ارائه نتایج و بحث

با توجه به تنظیماتی که در هنگام تنظیمات اولیه به نرم‌افزار المان محدود داده شده است، می‌توان از آن خروجی‌های مختلفی گرفت. خروجی‌های اصلی که مد نظر هستند، تنش ایجاد شده و پارامتر K است. در جدول ۳، تنش‌های ایجاد شده در نمونه اول مشاهده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix}^T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix}_k \Delta T (Z_k^2 - Z_{k-1}^2) \quad (19)$$

در کل، اگر چندلایه‌ای تحت تنش هم‌زمان مکانیکی و تغییر دما قرار بگیرد، طبق روابط ۱۶ و ۱۷، ابتدا نیروهای مجازی مکانیکی محاسبه می‌شوند. سپس به کمک روابط ۱۸ و ۱۹، نیروهای مجازی حرارتی محاسبه می‌شوند. مجموع این دو ماتریس در رابطه ۱۵ قرار داده می‌شود و کرنش‌ها و انحنای ثابت به دست می‌آید. در گام آخر نیز به کمک رابطه ۱۴، تنش‌های هر لایه محاسبه خواهد شد.

۳- کدنویسی و تحلیل به روش کلاسیک لایه‌ای

در این پژوهش، در برنامه‌ای که برای محاسبه تنش‌ها و انحنای ناشی از تغییر حرارت در چندلایه‌های کامپوزیتی نوشته شده است، ابتدا محاسبه ماتریس‌های نرمی و سختی برای هر لایه صورت می‌گیرد. گام بعدی، محاسبه ماتریس‌های سختی محوری و سختی خمشی است. علاوه بر این، اگر در ورودی نرم‌افزار، چندلایه به‌عنوان یک چندلایه متقارن وارد شود، ماتریس جفت‌شونده نیز محاسبه می‌شود. بعد از این مرحله، با استفاده از رابطه ۹، کرنش‌ها و انحنای ناشی از بارهای مکانیکی محاسبه می‌شود.

ضرایب انبساط حرارتی که به‌عنوان ورودی برای هر لایه وارد شده‌اند، با استفاده از ماتریس تبدیل مختصات و زاویه الیاف در هر لایه طبق رابطه ۱۲ به ضرایب انبساط حرارتی در مختصات محلی هر لایه تبدیل می‌شود.

در پایان با محاسبه تنش‌های حرارتی و مکانیکی هر لایه و برآیند آنها، تنش کلی وارد بر هر لایه محاسبه خواهد شد.

به منظور محاسبه تنش در چندلایه‌های کامپوزیتی، دو لایه‌چینی به صورت $[0_2/\pm 45_2/90_2]$ به نام نمونه اول و $[0_2/\pm 45_2]$ به نام نمونه دوم فرض شده‌اند که اولی به صورت متقارن و دیگری نامتقارن است. در این دو نمونه الیاف شیشه به‌عنوان تقویت‌کننده و اپوکسی به‌عنوان رزین استفاده شده‌اند. خواص در نظر گرفته شده برای این دو چندلایه که به نرم‌افزار داده شده‌اند، مطابق جدول ۱ هستند.

جدول ۱) خواص کامپوزیت مورد بررسی

داده‌ها	مقدار
مدول الاستیک در جهت الیاف	۲۵ گیگاپاسکال
مدول الاستیک در جهت عمود بر الیاف	۹ گیگاپاسکال
مدول الاستیک برشی	۴/۸ گیگاپاسکال
ضریب پواسون	۰/۲۶
ضریب انبساط حرارتی در جهت الیاف	۰/۰۰۰۰۵۴ بر درجه سانتی‌گراد
ضریب انبساط حرارتی در جهت عمود بر الیاف	۰/۰۰۰۰۲۶ بر درجه سانتی‌گراد
ضخامت هر لایه	۰/۲ میلی‌متر
مقدار تغییر دما	-100°C

بایستی به این نکته توجه داشت که برای تنش‌ها و کرنش‌ها طبق رابطه ۱۴، تابعی از موقعیت نقطه مورد نظر از میان چندلایه است. نکته جالب در این است که این تنش‌ها به موقعیت نقطه در لایه وابسته نیست و در سرتاسر یک لایه با هم برابر است. نکته دیگر حایز اهمیت، مقدار ثابت انحناست؛ یعنی برای چندلایه، تنها یک ماتریس K برای تمام لایه‌ها وجود دارد.

به منظور یافتن تنش پسماند، فرض شده است که چندلایه از دمای 120°C به دمای محیط یعنی 20°C منتقل می‌شود. این تغییر

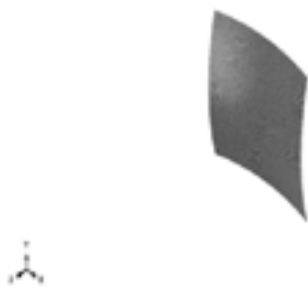
مشاهده است. در این شکل، اثر متغیر K در تغییر شکل نمونه نامتقارن نمایش داده شده است. پس از شبیه‌سازی، کد نوشته شده به منظور تحلیل لایه‌چینی های متقارن و نامتقارن استفاده شده است.

جدول ۵) تنش‌های حرارتی نمونه دوم در مختصات محلی با المان محدود

شماره لایه	S_{11} (Mpa)	S_{22} (Mpa)	S_{12} (Mpa)
۱	+۴/۵۶	+۳/۷۷	+۲/۰۵
۲	-۱/۵۱	+۵/۵۶	+۱/۴۷
۳	-۱۴/۶۱	+۹/۴۱	-۳/۸۳
۴	-۱۷/۴۰	+۱۰/۲۳	+۱/۲۸
۵	-۱۷/۴۰	+۱۰/۲۳	+۱/۲۸
۶	-۱۴/۶۱	+۹/۴۱	-۳/۸۳
۷	-۱/۵۱	+۵/۵۶	+۱/۴۷
۸	+۴/۵۶	+۳/۷۷	+۲/۰۵

جدول ۶) تنش‌های حرارتی نمونه دوم در مختصات جهانی با المان محدود

شماره لایه	σ_x (Mpa)	σ_y (Mpa)	τ_{xy} (Mpa)
۱	+۴/۵۶	+۳/۷۷	+۲/۰۵
۲	-۱/۵۱	+۵/۵۶	+۱/۴۷
۳	+۱/۲۳	-۶/۴۳	-۱۲/۰۱
۴	-۲/۳۰	-۴/۸۶	+۱۳/۸۱
۵	-۴/۸۶	-۲/۳۰	-۱۳/۸۱
۶	-۶/۴۳	+۱/۲۳	+۱۲/۰۱
۷	+۵/۵۶	-۱/۵۱	-۱/۴۷
۸	+۳/۷۷	+۴/۵۶	-۲/۰۵



شکل ۳) تغییر شکل نمونه دوم

اگر داده‌های جدول ۱ برای لایه‌چینی $[0/\pm 45/90]_s$ در کد نوشته شده اعمال شوند، خروجی‌های تنش مطابق جدول ۴ خواهند بود. همان‌گونه که در جدول مشاهده می‌شود در این لایه‌چینی، در هیچ یک از لایه‌ها به‌طور هم‌زمان، تنش نرمال و برشی در مختصات جهانی به وجود نمی‌آید. دلیل اصلی این امر، متقارن بودن چندلایه است. زمانی که تغییر دما به چندلایه متقارن اعمال شود، تنها نیروهای مجازی حرارتی به وجود می‌آیند و گشتاورهای مجاز بسیار ناچیز به دست می‌آیند. بدین ترتیب، طبق رابطه ۱۵ و با توجه به اینکه ماتریس B برای چندلایه‌های متقارن صفر است، مقادیر کرنش ثابت همه لایه‌ها به دست آمده و پس از قرارگیری در رابطه ۱۴، مقادیر تنش لایه‌ها به دست می‌آید. با توجه به روابط ذکر شده در بخش قبل، تنش در مختصات محلی همه لایه‌ها با یکدیگر برابر است و به دلیل اینکه این لایه‌ها دارای زوایای متفاوت هستند، مؤلفه‌های تنش در مختصات جهانی برای این لایه‌ها با یکدیگر متفاوت است.

در گام بعد، چندلایه‌ای از همان جنس قبل مطابق مشخصات جدول ۱، اما با لایه‌چینی نامتقارن $[0_2/\pm 45_2/90_2]$ به‌عنوان

در جدول ۳ مشاهده می‌شود که تنش در مختصات محلی برای تمام لایه‌ها برابر یکدیگر به دست آمده است. با توجه به زوایای مختلف الیاف در هر لایه، این اعداد برای هر لایه بایستی به‌صورت جداگانه به مختصات جهانی تبدیل شود. پس از تبدیل مختصات برای هر لایه، جدولی مانند جدول ۴ به دست خواهد آمد که با توجه به تقارن تنها، مقادیر برای نیمی از آنها آورده شده است.

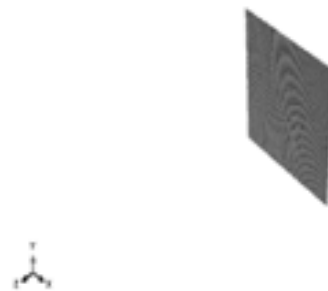
جدول ۳) تنش‌های حرارتی نمونه اول با المان محدود

شماره لایه	S_{11} (Mpa)	S_{22} (Mpa)	S_{12} (Mpa)
تمام لایه‌ها	-۱/۱۹۸	+۱/۱۹۸	۰

جدول ۴) تنش‌های حرارتی لایه‌چینی $[0/\pm 45/90]_s$ با نرم‌افزار متلب

شماره لایه	σ_x (Mpa)	σ_y (Mpa)	τ_{xy} (Mpa)
۱	-۱/۱۹۸	+۱/۱۹۸	۰
۲	۰	۰	-۱/۱۹۸
۳	۰	۰	+۱/۱۹۸
۴	+۱/۱۹۸	-۱/۱۹۸	۰

خروجی دیگری که مد نظر این شبیه‌سازی بوده، یافتن انحنای کلی چندلایه است که رابطه مستقیمی با پارامتر K دارد. در شکل ۲، انحنای چندلایه پس از پایان فرآیند تغییر دما رسم شده است. مطابق با این شکل، مشاهده می‌شود که هیچ‌گونه انحنایی دیده نمی‌شود و اعوجاج بسیار ناچیزی رخ داده است. تأثیر متغیر K در این تصویر نمایش داده شده است که با توجه به ناچیز بودن آن در نمونه متقارن، اعوجاج محسوسی نمود پیدا نمی‌کند. دلیل اصلی تغییر شکل ناچیز نمونه اول، تقارن این نمونه است که پیش از این عنوان شد که موجب انبساط و انقباض معکوس در لایه‌های بالایی و پایینی است و یکدیگر را خنثی می‌کنند.



شکل ۴) تغییر شکل نمونه اول

همانند نمونه اول، لایه‌چینی دوم نیز شبیه‌سازی شده و در معرض تغییر دمای -100°C قرار گرفته است. خروجی‌های آباکوس، تنش حرارتی در مختصات محلی هر لایه است. این تنش‌ها با توجه به زاویه الیاف در هر لایه بایستی به مختصات جهانی تبدیل شوند. مقادیر تنش‌های تبدیل‌نشده برای هر لایه در جدول ۵ آمده است. پس از تبدیل مختصات محلی هر لایه به مختصات جهانی، تنش‌های حاصل مطابق جدول ۶ خواهد بود:

طبق پیش‌بینی‌های قبلی، عدم تقارن نمونه دوم بایستی باعث انقباض غیریکنواخت لایه‌های بالایی و پایینی شود که اثرات این دو نه‌تنها یکدیگر را خنثی نمی‌کند، بلکه اثر تقویتی دارد و منجر به تشدید شکل‌گیری اعوجاج و انحنای در این چندلایه می‌شود. در شکل ۳، شکل زین اسبی کامپوزیت پس از تغییر دما به‌طور واضح قابل

می‌شود لایه‌ها به یکدیگر نیرو وارد کنند و حالت متوازن چندلایه از بین برود. حال آنکه اگر چندلایه متقارن باشد، دو لایه متقارن بالا و پایین نسبت به خط میانی، به‌طور هماهنگ و در دو جهت مخالف به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند که این دو نیرو یکدیگر را خنثی می‌کند و باعث می‌شود چندلایه در حالت اولیه باقی بماند.

نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل تنش پسماند، انحنا و اعوجاج حاصل از تغییر دما در روش تحلیلی و عددی با یکدیگر مقایسه شده و بیشترین خطا حدود ۵٪ به دست آمد که ناشی از صحت نتایج این پژوهش است. در جدول‌های ۹-۱۱، میزان خطای هر عامل در شبیه‌سازی المان محدود نسبت به حل عددی آورده شده است. به‌منظور مقایسه نتایج فوق با نتایج مرجع [19]، نتایج حاصل از آن پژوهش برای تنش پسماند در هر لایه از ترتیب لایه‌چینی نامتقارن با نتایج جدول‌های ۳، ۹ و ۱۰ مقایسه شد که تطابق بسیار خوبی مشاهده شد.

به‌منظور مقایسه نتایج حاصل برای نمونه متقارن نیز، نتایج درج‌شده در جدول ۴ با نتایج مرجع [20] مقایسه شد که باز هم تفاوت قابل ملاحظه‌ای مشاهده نشد.

جدول (۹) مقایسه تنش‌های طولی نمونه دوم

شماره لایه	خطا (درصد)	تنش در راستای X (مگاپاسکال)	آپاکوس	متلب
۱	۰/۴۳	+۴/۵۶	+۴/۵۸	
۲	۰/۶۷	-۱/۵۱	-۱/۵۰	
۳	۵/۱۳	+۱/۲۳	+۱/۱۷	
۴	۱/۷۱	-۲/۳۰	-۲/۳۴	
۵	۰/۲۱	-۴/۸۶	-۴/۸۵	
۶	۰/۹۴	-۶/۴۳	-۶/۳۷	
۷	۰/۱۸	+۵/۵۶	+۵/۵۵	
۸	۰/۵۳	+۳/۷۷	+۳/۷۵	

جدول (۱۰) مقایسه تنش‌های عرضی نمونه دوم

شماره لایه	خطا (درصد)	تنش در راستای Y (مگاپاسکال)	آپاکوس	متلب
۱	۰/۵۳	+۳/۷۷	+۳/۷۵	
۲	۰/۱۸	+۵/۵۶	+۵/۵۵	
۳	۰/۹۴	-۶/۴۳	-۶/۳۷	
۴	۰/۲۱	-۴/۸۶	-۴/۸۵	
۵	۱/۷۱	-۲/۳۰	-۲/۳۴	
۶	۴/۸۷	+۱/۲۳	+۱/۱۷	
۷	۰/۶۷	-۱/۵۱	-۱/۵۰	
۸	۰/۴۳	+۴/۵۶	+۴/۵۸	

جدول (۱۱) مقایسه تنش‌های برشی نمونه دوم

شماره لایه	خطا (درصد)	تنش برشی (مگاپاسکال)	آپاکوس	متلب
۱	۰/۴۹	+۲/۰۵	+۲/۰۴	
۲	۰/۶۸	+۱/۴۷	+۱/۴۶	
۳	۰/۱۷	-۱۲/۰۱	-۱۱/۹۹	
۴	۰/۰۷	+۱۳/۸۱	+۱۳/۸۲	
۵	۰/۰۷	-۱۳/۸۱	-۱۳/۸۲	
۶	۰/۱۷	+۱۲/۰۱	+۱۱/۹۹	
۷	۰/۶۸	-۱/۴۷	-۱/۴۶	
۸	۰/۴۹	-۲/۰۵	-۲/۰۴	

۶- نتیجه‌گیری

در مجموع، نمونه متقارن از لحاظ تغییر شکل کمتر و نمونه نامتقارن از نظر تحمل بارهای مختلف، مناسب هستند. بنابراین

وردی در نظر گرفته شده است. نتایجی که برای هر لایه در مختصات جهانی به دست آمده، در جدول ۷ آورده شده است. با مقایسه اعداد جدول ۶ با اعداد جدول ۷، مطابقت قابل قبولی مشاهده می‌شود و درصد خطا کمتر از ۱۰٪ است.

اثر انحنا و اعوجاج که باعث تغییر شکل و موج‌دار شدن کامپوزیت نهایی می‌شود، در کامپوزیت‌های نامتقارن بسیار بیشتر از نوع متقارن بوده و در ظاهر نهایی محصول نیز مشهود است. اگر انحنا را متأثر از پارامتر K دانست، هرچه مقدار آن در چندلایه بیشتر باشد، اعوجاج به‌وجودآمده در کامپوزیت نیز بیشتر خواهد بود. نکته‌ای که در اینجا حایز اهمیت است، آن است که کل لایه‌ها به‌صورت هماهنگ دچار انحنا می‌شوند و مقدار K برای چندلایه، تنها سه عدد ثابت در سه جهت مختلف است. تفسیر این هماهنگی بدین صورت بوده که از عیب تورق در کامپوزیت صرف‌نظر شده است و عیب‌های دیگر ناشی از فرآیند ساخت و پخت نادیده گرفته شده‌اند. مقدار این پارامتر برای نمونه‌های اول و دوم در جدول ۸ آورده شده است. در جدول ۸، تفاوت مشهود مقادیر بین نمونه اول و دوم مشاهده می‌شود که دلیل اصلی آن، عدم تقارن نمونه دوم و تغییر شکل نامتوازن لایه‌های بالایی و لایه‌های پایینی در جهات مختلف است.

جدول (۷) تنش‌های حرارتی لایه‌چینی $[0_2/\pm 45_2/90_2]$ با نرم‌افزار متلب

شماره لایه	σ_x (Mpa)	σ_y (Mpa)	τ_{xy} (Mpa)
۱	+۴/۵۸	+۳/۷۵	+۲/۰۴
۲	-۱/۵۰	+۵/۵۵	+۱/۴۶
۳	+۱/۱۷	-۶/۳۷	-۱۱/۹۹
۴	-۲/۳۴	-۴/۸۵	+۱۳/۸۲
۵	-۴/۸۵	-۲/۳۴	-۱۳/۸۲
۶	-۶/۳۷	+۱/۱۷	+۱۱/۹۹
۷	+۵/۵۵	-۱/۵۰	-۱/۴۶
۸	+۳/۷۵	+۴/۵۸	-۲/۰۴

جدول (۸) پارامتر K نمونه‌های اول و دوم

مؤلفه ماتریس K	نمونه دوم	نمونه اول
K_x	-۱/۳۱	$7/185 \times 10^{-19}$
K_y	+۱/۳۱	$1/117 \times 10^{-15}$
K_{xy}	-۰/۶۱	$2/76 \times 10^{-16}$

با توجه به نتایج حاصل می‌توان این گونه جمع‌بندی نمود که در چندلایه متقارن، در هیچ یک از لایه‌ها به‌طور هم‌زمان تنش برشی و نرمال شکل نگرفته است. در نمونه متقارن برای هر لایه در مختصات محلی، تنها تنش نرمال در راستای الیاف و عمود بر آن به وجود آمده است و هنگام تبدیل به مختصات جهانی، در لایه‌ها با زوایای الیاف مورب، تنش برشی وجود دارد و تنش نرمال از بین می‌رود.

در چندلایه نامتقارن، عدم تقارن منجر به شکل‌گیری هم‌زمان تنش برشی و تنش نرمال در همه لایه‌ها می‌شود. مقدار تنش برشی در مختصات جهانی برای چهار لایه میانی که زوایای مثبت و منفی ۴۵ درجه دارند، بیش از چهار لایه دیگر است. وجود زوایای مورب باعث می‌شود که تنش برشی و نرمال به‌طور متوازن بین لایه‌ها تقسیم شود و تمام بار واردشده به تنش نرمال تبدیل نشود.

نمونه نامتقارن نسبت به نمونه متقارن با تغییر شکل بیشتری روبه‌رو شد که دلیل اصلی آن عدم تقارن است. زمانی که چندلایه نامتقارن در معرض تغییر دما قرار گیرد، لایه‌ها تمایل دارند در جهات مختلف دچار انقباض یا انقباض شوند و این امر منجر

Thermal stress analysis of laminated composite plates and shells. *Computers & Structures*. 1988;30(6):1403-1411.

3- Gower MRL, Shaw RM, Wright L, Urquhart J, Hughes J, Gnaniah S, et al. Determination of ply level residual stresses in a laminated carbon fibre-reinforced epoxy composite using constant, linear and quadratic variations of the incremental slitting method. *Composites Part A Applied Science and Manufacturing*. 2016;90:441-450.

4- Shokrieh MM, Daneshvar A, Akbari S. Reduction of thermal residual stresses of laminated polymer composites by addition of carbon nanotubes. *Materials & Design*. 2014;53:209-216.

5- Wisnom MR, Gigliotti M, Ersoy N, Campbell M, Potter KD. Mechanisms generating residual stresses and distortion during manufacture of polymer-matrix composite structures. *Composites Part A Applied Science and Manufacturing*. 2006;37(4):522-529.

6- Jung K, Kang TJ. Cure monitoring and internal strain measurement of 3-D hybrid braided composites using Fiber Bragg Grating sensor. *Journal of Composite Materials*. 2007;41(12):1499-1519.

7- Sen F, Toparlı M, Sinan Köksal N. The evaluation of thermal stresses in thermoplastic laminated composites with different square holes. *Mathematical and Computational Applications*. 2007;12(1):59-68.

8- Tavakol B, Roozbehjavan P, Ahmed A, Das R, Joven R, Koushyar H, et al. Prediction of residual stresses and distortion in carbon fiber-epoxy composite parts due to curing process using finite element analysis. *Journal of Applied Polymer Science*. 2013;128(2):941-950.

9- Li D, Li X, Dai J. Process modelling of curing process-induced internal stress and deformation of composite laminate structure with elastic and viscoelastic models. *Applied Composite Materials*. 2018;25(3):527-544.

10- Benavente M, Marcin L, Courtois A, Lévesque M, Ruiz E. Numerical analysis of viscoelastic process-induced residual distortions during manufacturing and post-curing. *Composites Part A Applied Science and Manufacturing*. 2018;107:205-216.

11- Abouhamzeh M, Sinke J, Benedictus R. Investigation of curing effects on distortion of fibre metal laminates. *Composite Structures*. 2015;122:546-552.

12- Paul H, Schweizer F, Hangs B. Evaluation of process induced residual stresses in continuous fiber-reinforced hybrid thermoplastic composites. 16th European Conference on Composite Materials (ECCM), 22-26 June 2014, Seville, Spain. Freiburg: Fraunhofer IWM; 2014.

13- Ding A, Li Sh, Sun J, Wang J, Zu L. A thermo-viscoelastic model of process-induced residual stresses in composite structures with considering thermal dependence. *Composite Structures*. 2016;136:34-43.

14- Abouhamzeh M, Sinke J, Jansen KMB, Benedictus R. Closed form expression for residual stresses and warpage during cure of composite laminates. *Composite Structures*. 2015;133:902-910.

15- Kravchenko OG, Kravchenko SG, Byron Pipes R. Cure history dependence of residual deformation in a thermosetting laminate. *Composites Part A Applied Science and Manufacturing*. 2017;99:186-197.

16- Agius SL, Joosten M, Trippit B, Wang CH, Hilditch T. Rapidly cured epoxy/anhydride composites: Effect of residual stress on laminate shear strength. *Composites Part A Applied Science and Manufacturing*. 2016;90:125-136.

17- Shokrieh MM, Kamali SM. Theoretical and

هنگام ساخت بایستی تا حد ممکن، نمونه را به متقارن نزدیک کرد تا با کمترین تغییر شکل روبه‌رو شود و از طرف دیگر از ترتیب لایه‌چینی استفاده کرد که تنش‌های نرمال و برشی توزیع متوازی داشته باشند.

اعوجاج حاصل از تغییر دمای نمونه نامتقارن، اندکی اغراق‌آمیز به دست آمده که مهم‌ترین عامل آن فرضیاتی بوده که صورت گرفته است. در اجرای شبیه‌سازی و در خود نظریه کلاسیک لایه‌ای، فرضیات ساده‌سازی موجود است. از جمله مهم‌ترین این ساده‌سازی‌ها، در نظر نگرفتن خواص در دماهای مختلف است. به‌منظور افزایش دقت نتایج، پیشنهاد می‌شود این پارامتر در تحقیقات آینده لحاظ شود.

تشکر و قدردانی: از همکاری مرکز پژوهش کاربردی جوش و آزمون‌های غیرمخرب دانشگاه تهران قدردانی می‌شود.

تأییدیه اخلاقی: گواهی می‌شود که در نگارش این مقاله کلیه اصول اخلاق در مهندسی رعایت شده است.

تعارض منافع: گواهی می‌شود که در نگارش این مقاله هیچ تعارضی در منافع نویسندگان وجود ندارد.

سهم نویسندگان: پژمان خوشروز (نویسنده اول)، تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۲۵٪)؛ محمدرضا فراهانی (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی (۲۵٪)؛ مجید صفرآبادی فراهانی (نویسنده سوم)، تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۲۵٪)؛ سعید ظهوری (نویسنده چهارم)، نگارنده مقدمه/نگارنده بحث (۲۵٪)

منابع مالی: هزینه‌های این پروژه به صورت شخصی تأمین شده است.

۷- پی‌نوشت

علایم	S	ماتریس نرمی
	E	مدول یانگ
	G	مدول برشی
	[A]	ماتریس سفتی محوری
	[B]	ماتریس جفت‌شونده
	[D]	ماتریس سفتی خمشی
	[T]	ماتریس تبدیل
	[R]	ماتریس رویترز
	[Q]	ماتریس سفتی در مختصات محلی
	Z	ارتفاع لایه از تار خنثی
	[N]	ماتریس نیروهای مجازی
	[M]	ماتریس گشتاورهای مجازی
	K	کرنش پیچشی
	t	ضخامت لایه
	N	تعداد لایه‌ها
علایم یونانی	v	مدول برشی
	α	ضریب انبساط حرارتی
	σ	تنش عمودی
	τ	تنش برشی
	ϵ	کرنش عمودی
	γ	کرنش برشی

منابع

1- Kim SS, Murayama H, Kageyama K, Uzawa K, Kanai M. Study on the curing process for carbon/epoxy composites to reduce thermal residual stress. *Composites Part A Applied Science and Manufacturing*. 2012;43(8):1197-1202.

2- Kari Thangaratnam R, Palaninathan, Ramachandran J.

measurement and calculating residual stresses in composite laminates using the integral method. Esteghlal. 2010;28(2):81-93. [Persian]

20- Safarabadi Farahani M. Analytical solution for determination of baking residual stresses in multilayer composites [Dissertation]. Tehran: Iran University of Science and Technology; 2011. [Persian]

21- Kaw AK. Mechanics of composite materials. Boca Raton: CRC Press; 2005.

experimental studies on residual stresses in laminated polymer composites. Journal of Composite Materials. 2005;39(24):2213-2225.

18- Mohammadi MM, Ghasemi AR. Applications of the incremental hole-drilling method for measurement of non-uniform residual stresses in fiber metal laminates. Modares Mechanical Engineering. 2015;15(6):335-345. [Persian]

19- Ghasemi AR, Shokrieh MM. Residual strains